

〈論 文〉

漢江水系에 있어서 分解模型에 의한 模擬 月流量 發生

A Generation of Synthetic Monthly Streamflows in the Han River Basin by Disaggregation Model

姜 官 秀\* 鮮 于 仲 皓\*\*  
Kang, Kwan Soo Sonu, Jung Ho

ABSTRACT

The stochastic model has been developed for synthetic generation of hydrologic series that would be needed in the analysis, planning, design and operation of water resources system.

In this study, after generating the yearly streamflows by multisite AR(1) model using the historical data in the Han River Basin, the monthly streamflows is generated by the disaggregation model. The model is verified of its applicability to domestic rivers, which is obtained through the statistical analysis and goodness of fit test using synthetic streamflows generated.

요 지

수자원 시스템의 합리적인 분석, 개발계획과 운영 및 설계를 위하여 필요한 자료를 얻기 위한 추계학적 모형이 계속 개발되어지고 있다.

본연구에서는 한강수계의 과거자료를 이용하여 다지점 AR(1) 모형으로서 연유량을 모의 발생시킨후, 장기간, 단기간 통계적특성치를 잘 보존하는 분해 모형을 통해 월유량을 발생시켰다. 모의 발생된 자료를 이용하여 모형의 적합도 검증, 통계학적 분석을 실시한 결과 사용된 모형이 국내유역에서의 적용가능성이 검증되었다.

1. 序 論

水資源시스템의 합리적인 分析, 개발계획과 운영 및 설계를 위하여 충분한 량의 水文資料가 필요하나, 실제로는 한정된 짧은 기간의 과거기록 치밖에 없는 경우가 대부분이므로 이와같은 短期間의 자료로부터 統計的 因子를 推出하고 자료의 推計學的 特性을 파악한후 그자료의 특성에 알맞는 추계학적 모형(Stochastic Model)을 택하여 장기간의 수문자료를 얻어내어 보다 개선

된 시스템分析을 실시하고자 하는 것이 자료의 모의발생하는 중요한 目的이다.

이런 목적에 부합한 여러가지 모의발생모형이 여러학자들에 의해서 개발되어왔다. 각각의 모형들은 시계열자료의 특성과 모의발생 시키는 目的에 따라 여러가지 수학적 모형의 형태로서 개발되어 수자원 개발계획에 적용되고 있다.

1973년, Valencia와 Schaake<sup>19)</sup>는 장기간, 단기간 특성치가 잘 보존되는, 즉, FFGN 모형에 의해서 장기간 단위자료를 발생하여 단기간 단위로 分解할수 있는 分解模型(Disaggregation

\* 서울대학교 공과대학 토목공학과 대학원

\*\* 서울대학교 공과대학 토목공학과 교수

model)을 제안하였다. 이 모형은 그 이후 여러 학자에 의해서 研究가 계속되고 있으며 앞으로 많은 적용이 있으리라고 본다.

本研究에서는 1917~1940年 까지 24年間 漢江流域의 실측자료를 利用하여 多地點(Multisite) AR(1)模型으로서 年流量을 發生시키고, 발생된 연류량을 이용하여 분해모형식에 의해 월유량을 발생시킨 다음에 통계학적 特性치를 실측자료와 비교검토하여 본연구에 사용한 모형들이 국내하천에서 유량자료 확장의 적용가능성을 검토하고자 한다.

2. 다지점 AR(1) 모형

수학적 모형(Mathematical Model)

$n$ 을 계열의 수라 하고  $i$ 가 1에서  $n$ 까지 변하는 상수라 할때 다지점 정상계열(Stationary Multisite series)  $z_t^{(i)}$ 을 표준화된 변수(Standardized variables)라하면 다지점 AR(1)모형의 수학적 기본식은 다음과 같이 표시되어간다.

$$Z_t = A_1 Z_{t-1} + B \epsilon_t \dots \dots \dots (2.1)$$

여기에서,  $Z_t$ 는  $z_t^{(i)}$ 요소들의  $(n \times 1)$ 벡터이고  $A_1, B$ 는  $(n \times n)$  매개변수 행렬이다. 또,  $\epsilon_t$ 는 서로 독립이고 평균이 0, 분산이 1인 정규분포를 당르는 무작위 변수(random variables)의  $(n \times 1)$ 벡터이다.

다지점 모형의 성질

다지점 AR 모형의 주요한 통계학적 성질은 평균, 분산, 공분산구조이다. 평균은  $\mu = [\mu^{(1)}, \dots, \mu^{(n)}]$ , 분산은  $\sigma^2 = [\sigma^{2(1)}, \dots, \sigma^{2(n)}]$ 으로 나타내어진다. 공분산구조는  $M$ 으로 표시되는데  $M$ 은  $(n \times n)$ 행렬이다. 평균이 0이고 분산이 1이라고 가정한다면 상관행렬(Correlation Matrix)  $M_K$ 는 식(2.2)와 같이 표시되어진다.

$$M_K = E[Z_t Z_t^T] = \begin{pmatrix} \rho_K^{11}, \rho_K^{12}, \dots, \rho_K^{1n} \\ \rho_K^{21}, \rho_K^{22}, \dots, \rho_K^{2n} \\ \vdots \\ \rho_K^{n1}, \rho_K^{n2}, \dots, \rho_K^{nn} \end{pmatrix} \dots (2.2)$$

여기에서,  $T$ 는 전치행렬(Transpose of Ma-

trix)을 나타내고  $\rho_K^{ij}$ 는  $\text{Corr}[z_t^{(i)}, z_{t-K}^{(j)}]$ 이고  $\rho_K^{ij}$ 는  $i \neq j$ 인 경우,  $z_t^{(i)}$ 와  $z_{t-K}^{(j)}$ 간의  $K$ 만큼 지체된 교차상관계수(lag- $K$  Cross-correlation coefficients)이고  $i=j$ 인 경우는  $K$ 차수의 자기상관계수이다.

연시계열 다지점 AR(1)모형

수학적 모형(Mathematical Model)

$n$ 지점의 연시계열을  $x_t^{(i)}$ ,  $i=1, \dots, n$ 이라하면 연시계열은 보통 벡터  $X_t$ 로 표시되고  $X_t$ 는 보통 정규분포이거나 비정규분포이다. 만약에  $X_t$ 가 정규분포가 아니라면 다음과 같은 변환함수를 사용하여 변환시킬수있다.

$$Y_t = g(X_t) \dots \dots \dots (2.3)$$

즉, 식(2.3)은 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\begin{pmatrix} y_t^{(1)} \\ y_t^{(2)} \\ \vdots \\ y_t^{(n)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g^{(1)}, 0, \dots, 0 \\ 0, g^{(2)}, \dots, 0 \\ \vdots \\ 0, 0, \dots, g^{(n)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_t^{(1)} \\ x_t^{(2)} \\ \vdots \\ x_t^{(n)} \end{pmatrix}$$

식(2.3)에서  $Y_t$ 는 정규분포로 변환된 행렬이며  $g^{(i)}$ 는 매개 각각의 지점에서 다른 함수일 때가 보통이다. 만약  $X_t$ 가 정규분포라면  $g=I$ 가 된다. 식(2.3)의 예를들면  $y_t = \log(x_t)$ ,  $y_t = \sqrt{x_t}$  등이다. 이렇게 변환된 자료중에서 정규성을 가장 잘 따르는 자료를 택해야 한다.

변환된  $Y_t$ 의 일반적 모형은 다음과 같다.

$$\begin{matrix} y_t^{(1)} = \mu^{(1)} + \sigma^{(1)} z_t^{(1)} \\ \vdots \\ y_t^{(n)} = \mu^{(n)} + \sigma^{(n)} z_t^{(n)} \end{matrix} \dots \dots \dots (2.4)$$

여기에서  $\mu^{(i)}$ 와  $\sigma^{(i)}$ 는  $y_t^{(i)}$ 의 평균과 표준편차이다.

$z_t^{(i)}$ 는 시간에 상관되고(correlated) 공간에 교차상관된(cross-correlated) 표준화된 변수이다.

모형 매개변수의 추정(Estimation of Model Parameters)

식(2.1)로 표시된 다지점 AR(1)모형의 매개변수  $A_1, B$ 는 Matatas에 의하면 다음과 같이 구할수있다.<sup>9)</sup>

$$\text{식(2.1)은 } Z_t = A_1 Z_{t-1} + B \epsilon_t \text{ 이고 } Z_t^T = [z_t^{(1)}, \dots, z_t^{(n)}], \epsilon_t = [\epsilon_t^{(1)}, \dots, \epsilon_t^{(n)}] \text{이며}$$

또한 공분산 벡터는 단위행렬이 된다.

$$E[\underline{\varepsilon}_t \underline{\varepsilon}_t^T] = I$$

식(2.1)에  $Z_t^T$  을 곱하고(post-multiplied)기대값을 취하면 다음식과 같다.

$$E[Z_t Z_t^T] = A_1 E[Z_{t-1} Z_t^T] + BE[\underline{\varepsilon}_t (Z_{t-1}^T A^T + \underline{\varepsilon}_t^T B^T)] \dots\dots\dots (2.5)$$

식(2.2)의 상관행렬관계에서

$$M_0 = E[Z_t Z_t^T]$$

$$M_1^T = E[Z_{t-1} Z_t^T] \text{이다.}$$

$\varepsilon_t$  와  $Z_t$  는 서로 독립이라는 White-noise 성질을 고려하면 식(2.5)는 다음식과 같다.

$$M_0 = A_1 M_1^T + BB^T \dots\dots\dots (2.6)$$

다시 식(2.1)에  $Z_{t-1}^T$  를 곱하고 기대값을 취하면 다음식과 같다.

$$E[Z_t Z_{t-1}^T] = A_1 E[Z_{t-1} Z_{t-1}^T] + BE[\underline{\varepsilon}_t Z_{t-1}^T] \dots\dots\dots (2.7)$$

식(2.7)은 다시 다음과 같이 정리될수 있다.

$$M_1 = A_1 M_0 \dots\dots\dots (2.8)$$

따라서  $A_1, BB^T$  는 다음식에 의하여 구할수 있다.

$$A_1 = M_1 M_0^{-1} \dots\dots\dots (2.9)$$

$$BB^T = M_0 - M_1 M_0^{-1} M_1^T \dots\dots\dots (2.10)$$

$BB^T$  에서  $B$  를 구하는 방법은 다음에 기술한다.

### 연시계열 모의발생

#### 수학적 기본식

분해모형에 사용하기 위한 연시계열을 모의발생시키기 위하여서는 모형기본식에 추정된 매개변수를 대치시키고 식(2.1)을 추정형태로 변환시키면 된다. 이와 같은 경우에 식(2.1)은 다음식과 같이 표현할수 있다.

$$\hat{Z}_t = \hat{A}_1 \hat{Z}_{t-1} + \hat{B} \hat{\varepsilon}_t \dots\dots\dots (2.11)$$

$$\text{그리고 } \hat{\varepsilon}_t^{(i)} = \hat{g}^{-1(i)}(\hat{y}_t^{(i)}), \quad i=1, \dots, n \dots (2.12)$$

$$\hat{y}_t^{(i)} = \hat{\mu}^{(i)} + \hat{\sigma}^{(i)} \hat{z}_t^{(i)}, \quad i=1, \dots, n \dots (2.13)$$

여기에서  $\hat{g}^{-1}$  는 추정된 정규변환함수의 역행렬을 나타내고  $\hat{\mu}$  와  $\hat{\sigma}$  는 평균  $\mu$  와 표준편차  $\sigma$  의 추정값이다.  $i$  는 지점을 표시한다.

식(2.11)은 다음식과 같이 나타낼 수 있다.

$$\hat{z}_t^{(i)} = \hat{a}^{11} z_{t-1}^{(1)} + \dots + \hat{a}^{1n} z_{t-1}^{(n)} \quad |$$

$$\left. \begin{aligned} &+ \hat{b}^{11} \varepsilon_t^{(1)} + \dots + \hat{b}^{1n} \varepsilon_t^{(n)} \\ \hat{z}_t^{(2)} = &\hat{a}^{21} z_{t-1}^{(1)} + \dots + \hat{a}^{2n} z_{t-1}^{(n)} \\ &+ \hat{b}^{21} \varepsilon_t^{(2)} + \dots + \hat{b}^{2n} \varepsilon_t^{(n)} \\ &\vdots \\ &\vdots \\ \hat{z}_t^{(n)} = &\hat{a}^{n1} z_{t-1}^{(1)} + \dots + \hat{a}^{nn} z_{t-1}^{(n)} \\ &+ \hat{b}^{n1} \varepsilon_t^{(1)} + \dots + \hat{b}^{nn} \varepsilon_t^{(n)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.14)$$

### 연시계열 모의발생 과정

$N_g$  년동안의 연시계열을 모의발생 시킨다고 할때 그 과정은 다음과 같다.

1) 표준화된 독립적이고 정규분포를 하는 난수  $\varepsilon_1^{(1)}, \dots, \varepsilon_1^{(n)}$  를 발생시킨다.

2)  $\hat{z}_0^{(1)} = 0, \dots, \hat{z}_0^{(n)} = 0$  으로 가정하고 식(2.14)을 이용하여  $\hat{z}_1^{(1)}, \dots, \hat{z}_1^{(n)}$  을 결정한다. 그리고  $\hat{z}_1^{(i)}, i=1, \dots, n$  을 저장하고  $\varepsilon_2^{(1)}, \dots, \varepsilon_2^{(n)}$  을 발생시킨다. 다시 식(2.14)을 이용하여  $\hat{z}_2^{(1)}, \dots, \hat{z}_2^{(n)}$  을 결정한다. 이러한 방법을 사용하여  $\hat{z}_N^{(1)}, \dots, \hat{z}_N^{(n)}$  까지 발생시킨다. 여기에서  $N = N_w + N_g$  로 표시되고  $N_g$  는 발생시키고자 하는 년수이고  $N_w$  는 초기값의 가정을 상쇄시킬수 있는 연수, 즉,  $\hat{z}_0^{(i)}$  을 0 으로 시작함으로써 생기는 오차의 영향을 제거시킬수 있는 년수이다. Fiering 과 Jackson 은  $N_w$  을 대략 50 과 같다고 보았다. 본 연구에서는 3지점 AR(1)모형을 사용하였고  $N_w$  는 50 년을 취하였다.

3)  $N_w$  년간 발생시킨 값들을 버리고  $N_w + 1$  의 값을 시작년도의 값으로 잡고  $N_g$  년간 값들을 발생시킨다. 본 연구에서는 50 년간 자료를 발생시켰다.

4) 식(2.13)을 이용하여  $y_t^{(i)}, i=1, \dots, n, t=1, \dots, N_g$  을 결정하고 식(2.12)을 이용하여  $x_t^{(i)}$  을 구한다. 본 연구에서는 원자료를 그대로 이용하여  $y_t^{(i)} = x_t^{(i)}$  가 되었다.

### 적합도 검정

다지점 모형의 적합도 검정 방법은 통계학적 수문학분야에서 연구가 충분하지 못한 형편이다. 발표된 많은 논문중의 대부분이 모형형태의 문제, 매개변수의 추정등에 관한 연구결과만을

설명하며 적합도 검정에 관한 부분은 거의 언급이 안되고 있다.

본연구에서 적합도 검정으로 이용한 방법은 다음과 같으며 결과에 대한 언급은 결과분석에 가서 하겠다.

각각의 자료의 상관관계를 알아보기 위하여 원자료와 모의발생된 자료의 상관도를 그려서 비교하여 보았고, 잔차(residual)의 오차를 (2.15)식에 의하여 구한다음 상관행렬  $M_0(\epsilon)$ 을 구하여 공간의 독립성을 검정하였다.

$$\epsilon_i = \hat{B}^{-1}(Z_i - \hat{A}_1 Z_{i-1}) \dots\dots\dots (2.15)$$

또, 잔차의 상관도를 그려 시간의 독립성을 검정하였다.

### 3. 월유량 모의발생을 위한 분해모형구조

#### 분해모형

이 모형은 초기에 Harms 와 Campell<sup>5)</sup>에 의해서 개발이 되어졌으며 개발초기에는 Thomas-Fiering 모형을 좀더 확장한 형태였고, 그 이후에 Valencia 와 Schaake 에 의해 좀더 확실한 추계학적 모형으로서 자리를 잡았다.

Valencia 와 Schaake 에 의해 제안이 될 당시에는 그 전에 AR 계 모형이 계속 개발이 되어져 왔으며, 이 모형은 단기간의 통계학적 특성치는 잘 보존을 하나 장기간의 특성치는 보존을 못하는 단점이 있었다. 1960년 말경, Long-term 성질을 보존하는 Long-memory 형태의 모형으로서 FFGN 모형이 개발되어졌고 그이후 BL 모형등 Long-memory 모형이 계속 개발되어가는 시기였다.

Valencia 와 Schaake<sup>19)</sup>는 장기간, 단기간 특성치를 모두 잘 보존시킬수 있는 모형으로서 분해모형을 제안하였다.

1976년에 Tao 와 Delleur<sup>17)</sup>는 Valencia-Schaake 모형을 다지점, 다년(multisite, multiyear)으로 확장시키고, 왜곡된변수를 Box-cox 방법을 사용하여 월자료를 모의발생하였다.

같은해에 Mejia 와 Rousselle<sup>10)</sup>이 Valencia-Schaake 모형이 분해되는 자료의 계절간-예를들면 연자료를 월자료로 분해할때 전년의 마지막

달과 해당년의 첫 달간-의 통계학적 특성치인 상관계수가 잘 보존이 안된다는 단점을 보완하기 위하여 개선 모형을 제안하였다.

1978년에 Srikanthan<sup>14)</sup>은 분해모형과 Two-Tier 모형을 통해 월유량자료를 모의발생시켜 비교하였으며, Horshi 와 Burges<sup>7)</sup>는 1978년에 저수지 저류량에 관한 연구에서 왜곡된 자료를 3변수 대수정규분포함수를 이용 분해모형을 사용하여 월 유량을 발생시켰다. 또, 1979년에는 V-S 모형과 M-R 모형의 단점을 보완하여 H B (Hurshi-Burges)모형을 새로이 제안하였다.<sup>6)</sup>

1979년에 Lane<sup>9)</sup>은 실무에 실제적 적용을 위한 컴퓨터 패키지의 개발과 함께 많은 보완을 하였다.

1980년에는 Todini<sup>18)</sup>에 의해 왜도의 보존에 관한 연구결과가 발표되었고, 1984년에 Stedinger 와 Vogel<sup>16)</sup>에 의해 V-S 모형, M-R 모형, Lane 모형에 관한 단점을 보완 새모형을 제안하기에 이르고 있다.

#### 기본모형 (Basic Model, VSModel)

분해모형의 기본모형 일반식은 다음과 같이 표시된다.

$$Y = AX + B\epsilon \dots\dots\dots (3.1)$$

여기에서,  $X$ 는 분해시키고자 하는 자료값의 벡터,  $Y$ 는 분해되는 자료값의 벡터이다. 예를 들어, 연유량을 월유량으로 분해할 경우  $X$ 는 연유량이 되며  $Y$ 는 각 월유량이 된다. 따라서 분해 모형은 선형 방정식의 집합으로서 만일 연유량을 월유량으로 분해시킬 경우 12개의 선형 방정식을 갖는다.

$n$  지점의 연자료의 벡터를  $X$ 라하고  $m$  개의 계절자료로 분해하고자 할 경우  $Y$ 는  $(mn \times 1)$  벡터이고  $X$ 는  $(n \times 1)$  벡터로서 둘다 평균은 0이다.  $A$ 는  $(nm \times n)$ 행렬,  $B$ 는  $(nm \times nm)$ 행렬이고는  $\epsilon$ 는 평균이 0이고 분산이 1인 정규분포를 따르는 무작위변수로서  $(mn \times 1)$  벡터이다.

#### 분해모형 기본식의 매개변수 추정

이 절에서는 본 연구에 사용된 기본모형의 매개변수 추정에 관하여 설명한다.

기본모형식은 식(3.1)과 같고, 매개변수  $A$ 와  $BB^T$ 는 (2.9), (2.10)식과 비슷하게 다음식으로 표시된다.

$$\hat{A} = S_{YX}S_{XX}^{-1} \dots\dots\dots(3.2)$$

$$\hat{B}\hat{B}^T = S_{YY} - S_{YX}S_{XX}^{-1}S_{XY} \dots\dots\dots(3.3a)$$

$$= S_{YY} - \hat{A}S_{XY} \dots\dots\dots(3.3b)$$

$B$ 를 구하는 방법은 Young과 Pisano에 의해 Cholesky 방법을 사용하여 구하는 경우가 제안이 되었으며, 그 이후 Lane에 의해 positive semi-definite인 경우도 적용할수 있는 방법이 제안되었다.

$b_{ij}$ 는  $B$ 의 요소이고  $d_{ii}$ 는  $D=BB^T$ 의 요소일때, Lane은  $B$ 가 하삼각행렬이고  $D$ 가 positive definite이거나 positive semidefinite인 경우  $B$ 를 구하는 방법을 다음과 같이 제안하였다.

$k < i$ 인 경우,  
 $b_{ki} = 0 \dots\dots\dots(3.4)$

$d_{ii} - \sum_{j < i} (b_{ij})^2 \leq 0$  이고  $k \geq i$ 인 경우  
 $b_{ki} = 0 \dots\dots\dots(3.5)$

$d_{ii} - \sum_{j < i} (b_{ij})^2 > 0$ ,  $k \geq i$ 인 경우  

$$b_{ki} = \frac{d_{ki} - \sum_{j < i} b_{ij}b_{kj}}{[d_{ii} - \sum_{j < i} (b_{ij})^2]^{\frac{1}{2}}} \dots\dots\dots(3.6)$$

분해모형의 성질

분해모형의 일반적 목적은 장기간, 단기간의 통계적 특성치를 보존하면서 장기간의 자료를 단기간의 자료로 분해시킬수 있다는 것이다.

본 연구에서 利用한 기본모형의 성질은 다음과 같다.

1.  $Y$  벡터(월유량)의 평균을 보존한다.
  2.  $Y$  벡터의 분산, 표준편차를 보존한다.
  3.  $Y$ 와  $X$ 간의 교차상관계수(cross-correlation)를 보존한다.
  4.  $Y$ 의 상관계수, 즉  $S_{YY}$ 가 보존한다.
  5.  $X=CY$  관계가 보존된다. 그러나 자료가 변환되면 이 관계는 반드시 성립되지 않는다.
- $n$  지점의 연자료 벡터  $X$ 를  $m$  개의 계절자료를 분해하고자 할경우 행렬  $C$ 는 다음과 같다.

$$C = \begin{pmatrix} 1, \dots, 1, 0, \dots, 0, \dots, 0, \dots, 0, \\ 0, \dots, 0, 1, \dots, 1, \dots, 0, \dots, 0 \\ \vdots \\ 0, \dots, 0, 0, \dots, 0, \dots, 1, \dots, 1 \end{pmatrix}$$

← $m$ →

즉,  $m$ 개의 계절자료의 합은 연자료와 같다.

4. 자료의 처리 및 월유량 모의발생과정

자료의 처리

한강 수계의 자료선택은 한강 수계의 기초조사 보고서에서 1917년부터 1940년 까지의 화천, 홍천, 소양 3지점을 택하였다.

다지점 AR(1)모형에서는 변환된 자료보다 원자료가 정규성을 잘 따르므로 원자료를 사용하여 매개변수를 추정하고 모형기본식을 세웠다. 월유량을 모의발생시키기 위한 분해모형에서는 평균이 0이 되도록 변환시킨 자료를 사용하여 기본식의 매개변수를 추정하였다.

월유량 모의발생

본 연구에서 사용한 다지점 AR(1)모형식은 식(2.1)과 같으며 매개변수  $A_1, B$ 는 (2.9), (2.10)식을 이용하여 구한결과 다음식과 같다.

$$A_1 = \begin{pmatrix} 0.5337 & -0.5485 & 0.1503 \\ 0.3593 & -0.3911 & -0.0618 \\ 0.2829 & -0.6863 & 0.1086 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 0.9329 & 0.0 & 0.0 \\ 0.8032 & 0.5458 & 0.0 \\ 0.0176 & 0.0581 & 0.3474 \end{pmatrix}$$

... (4.1)

또한 분해모형의 기본식은 식(3.1)과 같고, 매개변수  $A, B$ 는 Lane의 방법에 의해서 (3.4), (3.5), (3.6)식을 이용하여 구할수 있다. 본 연구에서는 3지점의 연유량을 월유량으로 분해하기 때문에  $A$ 는  $(36 \times 3)$ 행렬이고  $B$ 는  $(36 \times 36)$ 행렬이다.

〈표-1〉 연유량의 특성치 비교

자료 특성치	지점	화 천		홍 천		소 양	
		historical	AR(1)	historical	AR(1)	historical	AR(1)
평균		2764.89	2960.68	1900.78	1980.25	1039.54	1107.99
표준편차		913.53	845.01	685.55	629.91	379.77	327.21
왜도		-0.0408	0.0000	0.1094	0.0000	0.2350	0.0000
첨도		-1.2960	0.0000	-1.1959	0.0000	-1.0817	0.0000
Shapiro-Wilk 통계량		0.9609	1.0000	0.9627	1.0000	0.9638	1.0000

5. 결과 분석

통계적 특성치 비교

연유량 특성치 비교

다지점 AR(1)모형으로 부터 연유량을 모의발생시킨 결과는 다음 〈표-1〉과 같다.

위의 표를 통하여 알수있는 바와 같이 평균과 표준편차의 값이 원자료와 상당히 비슷한 값을 가짐을 알 수 있다. 원자료의 왜도는 정규분포에 가깝고 첨도는 값의 차이를 보여주지만, Shapiro-wilk 통계량이 0.95 level 이상임으로 정규분포를 따른다고 볼 수 있다.

월유량 특성치의 비교

모의 발생한 월유량과 실측 유량의 비교는 표 2와 그림 1 및 2에 나타나 있다. 그림 1에서 볼 수 있듯이 월유량의 평균치는 7,8월을 제외하

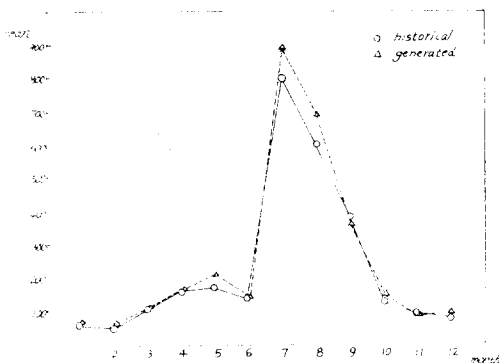


그림 1. 원자료와 모의 발생한 자료의 월유량 비교(화천)

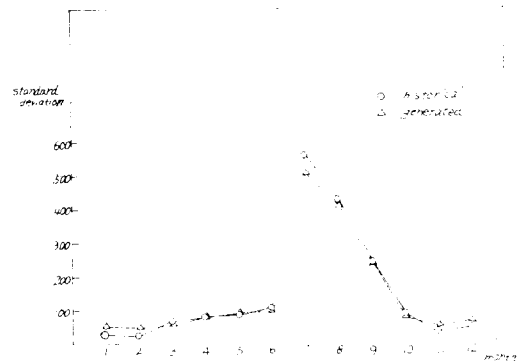


그림 2. 원자료와 모의 발생한 자료의 표준편차비교(화천)

면 상당히 유사한 값을 가짐을 알 수 있다. 7,8월의 경우 실측유량보다 모의발생 유량이 더 큰 값을 가지며 절대오차는 크지만 상대오차는 작아서 만족한 결과를 보여준다고 하겠다.

그림 2는 표준편차 비교도인데 대체적으로 비슷한 값을 가진다. 표 2은 평균과 표준편차의 절대오차와 상대오차를 나타낸 것이다. 이 표에서 알수 있듯이 유량이 작은 달에서 비교적 상대오차가 큰 값을 나타내주고 있으나 대체로 볼 때 자료간의 상대오차가 비교적 작다. 따라서 전반적으로 측정자료의 통계적 특성치인 평균과 표준편차를 발생된 자료에서도 잘 반영하고 있다. 왜도와 첨도는 발생된 자료들이 정규분포에 가깝고 측정자료의 몇몇달은 정규분포에 비해 상당히 왜곡되어 있음을 알 수 있었다.

상관도 비교 분석

유량발생을 위한 모형으로서 본 연구에 사용

〈표 2〉 월유량의 절대오차와 상대오차

月別	특성치	지점	화 천	홍 천	소 양
1 월	평	균	9.91(0.17)	11.43(0.28)	17.88(0.81)
	표	준 편 차	18.5(0.56)	22.62(0.91)	36.49(2.55)
2 월	평	균	11.75(0.23)	14.86(0.42)	16.40(0.79)
	표	준 편 차	21.23(0.83)	31.15(1.77)	40.71(3.40)
3 월	평	균	1.36(0.01)	5.22(0.06)	11.55(0.26)
	표	준 편 차	8.62(0.12)	8.59(0.12)	14.71(0.42)
4 월	평	균	4.44(0.03)	10.70(0.08)	11.41(0.15)
	표	준 편 차	3.78(0.05)	6.89(0.09)	6.84(0.14)
5 월	평	균	34.74(0.20)	19.15(0.16)	0.09(0.00)
	표	준 편 차	5.90(0.07)	3.72(0.06)	1.52(0.04)
6 월	평	균	4.67(0.03)	7.17(0.08)	17.16(0.37)
	표	준 편 차	11.44(0.11)	7.07(0.11)	21.23(0.58)
7 월	평	균	89.10(0.11)	8.97(0.01)	72.09(0.23)
	표	준 편 차	60.43(0.11)	10.36(0.02)	26.99(0.11)
8 월	평	균	86.78(0.14)	30.04(0.08)	24.65(0.11)
	표	준 편 차	25.93(0.06)	14.97(0.06)	45.94(0.28)
9 월	평	균	22.19(0.05)	11.21(0.05)	12.52(0.10)
	표	준 편 차	8.15(0.03)	4.14(0.03)	56.24(0.38)
10 월	평	균	13.57(0.10)	10.40(0.14)	13.49(0.35)
	표	준 편 차	0.25(0.00)	14.70(0.43)	35.11(2.14)
11 월	평	균	2.82(0.03)	4.51(0.07)	15.86(0.49)
	표	준 편 차	13.39(0.38)	12.01(0.44)	40.39(3.34)
12 월	평	균	10.40(0.14)	4.66(0.08)	16.85(0.57)
	표	준 편 차	16.08(0.34)	28.64(1.36)	36.68(2.30)

$$( ) \text{안은 상대오차값} = \frac{|\text{측정자료치} - \text{발생된 값}|}{\text{측정자료치}}$$

된 다지점 AR(1)모형과 분해모형의 적용가능성을 검토하기 위하여 실측자료와 모의발생된 자료의 상관도를 비교 검토하였다.

그림 3과 4에서 알 수 있는 바와 같이 연유량의 자기상관관계수와 부분상관관계수가 실측자료와 모의발생된 자료 모두 95% 신뢰구간으로 들어온다. 이는 연시계열 자료가 상관성이 상당히 약한 자료임을 알 수 있다.

그림 5의 월유량 자기상관도를 보면 거의 비

슷한 값을 가지면서 12개월을 주기로 하여 뚜렷한 주기성을 보여준다. 이는 월유량이 확실히 1년 주기를 가지며 계절변동성분이 있음을 뜻하며 이와 같이 월유량은 주기성분을 가지고 있으므로 유량자료가 정상시계열이 아닌 비정상시계열임을 뜻한다.

그림에서는 화천의 예만 보였으며 홍천, 소양의 경우도 결과는 거의 같다.

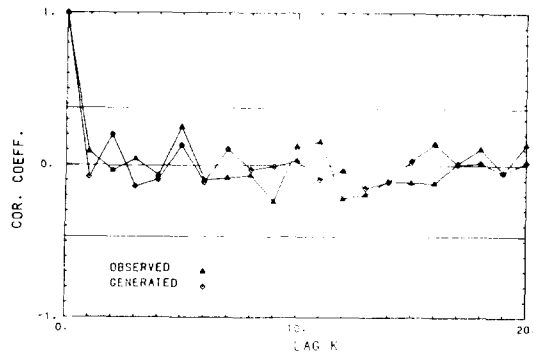


그림 3 Autocor, Annual Series at Hwacheon

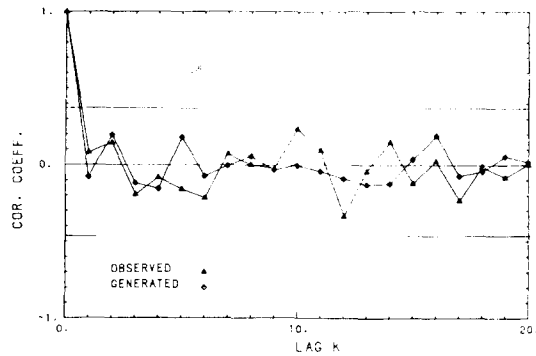


그림 4 Pat Autocor of Annual Ser. at Hwacheon

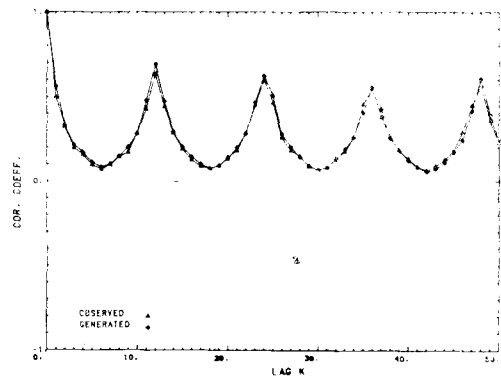


그림 5 Autocor. of Monthly Series at Hwacheon

### AR(1)모형의 적합도 검정

2장에서 이미 언급하였고 그 결과는 다음과 같다.

잔차의 Lag 0 상관행렬은 다음과 같고 교차 상관계수가 검정역안에 들어와서 공간의 독립성

조건을 만족한다.

$$M_0(\epsilon) = \begin{pmatrix} 1.0000 & 0.00378 & 0.06907 \\ 0.00378 & 1.0000 & -0.10714 \\ 0.06907 & -0.10714 & 1.0000 \end{pmatrix}$$

Test Statistic Range = [-0.33575, 0.33575]

잔차의 상관도에서 알수 있는 바와 같이 시간에 독립적이다. 따라서 AR(1)모형의 적용에 무리가 없다.

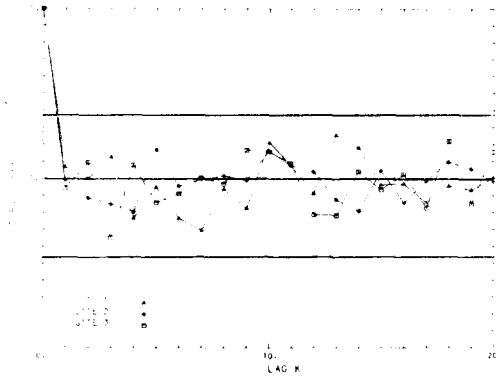


그림 6 Autocor of Residual Series of ar (1) Model

### 3. 결 론

다지점 AR(1)모형을 사용하여 연유량을 모의 발생시키고 모의발생된 연유량을 분해모형을 이용 월유량을 발생시킨 결과 얻어진 결론은 다음과 같다.

1) 다지점AR(1)모형을 사용하여 모의발생한 연유량의 통계적 특성치인 평균, 표준편차는 원자료의 특성치를 잘 재현해 주고 있다.

2) 분해모형을 이용하여 모의발생한 월유량의 통계적 특성치인 평균, 표준편차도 원자료의 특성치를 비교적 잘 재현해 주고 있다.

3) 연유량 자료의 상관분석에서 연유량은 서로 상관성이 거의 없는 것으로 나타났다.

4) 모의발생한 월유량의 상관도는 원자료와 같이 뚜렷한 주기성을 나타내 주고 있다.

5) 적용된 모형에서 모의발생된 자료들이 원자료의 특성치를 잘 재현하므로 다지점AR(1)모형이나 분해모형이 유량발생모형으로 유용하다고 본다. 특히, 분해모형은 연유량을 단계별로 분해시킬 수 있는 모형이므로 계절(월) 자료가



빈곤한 지역에서의 각종 수자원 개발계획에 필요로 하는 원유량 자료를 제공해 줄 수 있는 유용한 모형으로 평가될수 있다고 본다.

6) 본류의 유량을 지류의 유량으로 나눌때, 시계열의 자료의 수가 서로 다를때(예를들면, 본류의 자료는 100개 지류의 자료는 50개 같은경우), 월보다 더 짧은 기간의 자료를 모의발생하는 경우등에 대한 분해모형의 적용가능성을 검토해 보고 왜곡된 자료의 처리문제, 분해모형의 단점인 매개변수의 문제(B형월 계산, 매개변수의 수)에 대한 연구가 필요하다고 본다.

### 참 고 문 헌

- 1) Daniel, P.L., Steidinger, J.R. and Haith, D.A., 1981. "Water Resources Systems Planning and Analysis." Prentice-Hall, Inc.
- 2) Delleur, J.W., Tao, P.C. and Kavvas, M.L., 1976. "An Evaluation of the Practicality and Comprexity of Some Rainfall and Runoff Time Series Models." Jour. Water Resour. Res. 12, 5, pp.953~970.
- 3) Hann, C.T., 1979. "Statistical Methods in Hydrology." Addison-Wesely Publishing Company.
- 4) Hann, C.T., Johnson, H.P. and Brankensiek, D.L., 1982. "Hydrologic Modeling of Small Watersheds", American Society of Agricultural Engineers.
- 5) Harms, A.A. and Campbell, T.H., 1967. "An extension to the Thomas-Fiering model for the sequential generation of Streamflow", Jour. Water Resour. Res. 3, 3, pp. 653~661.
- 6) Hoshi, K. and Burges, S.J., 1979. "Disaggregation of Streamflow Volumes", Jour. of the Hydr. Div., ASCE, 105, HY1, pp. 27~41.
- 7) Hoshi, K. and Burges, S.J., 1978. "The Impact of Seasonal Flow Characteristics and Demand Patterns on Required Reservoir Storage", Jour. of hydrology, 37, pp. 241~260.
- 8) Kottegoda, N.T., 1980. "Stochastic Waier Resources Technology", The Macmillan Press LTD.
- 9) Lane, W.L., 1979. "Applied Stochastic Techniques (LAST computer package), User Manual", Division of Planning Technical Services, Bureau of Reclamation, Denver. Colorado, December.
- 10) Mejia, J.M. and Rousselle, J., 1976. "Disaggregation Models in Hydrology Revisited", Jour. Water Resour. Res. 12, 2, pp. 185~186.
- 11) Rafael, L.B. and Ignacio Rodriguez-Iturbe, 1985. "Random Functions and Hydrology. Addison-Wesley Publishing Company.
- 12) Sargent, D.M., 1979. "A simplified Model for the Generation of Daily Flows", Hydrologic Sciences Bulletin (des Science Hydrologiques), 24, 4.
- 13) Salas, J.D., Delleur, J.W., Yevjevich, V. and Lane, W.L., "Applied Modeling of Hydrologic Time Series", Water Resources Publications, Littleton, Colorado.
- 14) Srikanthan, R., 1978, "Sequential Generation of Monthly Streamflows", Jour. of hydrology, 38, pp. 71~80.
- 15) Steidinger, J.R., Lettenmaier, D.P. and Vogel, R.M., 1985, "Multisite ARMA (1, 1) and Disaggregation Models for Streamflow Generation", Jour. Water Resour. Res, 21, 4, pp. 497~509.
- 16) Steidinger, J.R. and Vogel, R.M., 1984. "Disaggregation Procedures for Generating Serially Correlated Flow Vectors", Jour. Water Resor. Res. 20, 1, pp. 47~56.
- 17) Tao, P.C. and Delleur, J.W., 1976. "Multi-station, Multiyear Synthesis of Hydrologic Time Series by Disaggregation", Jour. Water Resour. Res. 12, 6, pp. 1303~1312.
- 18) Todini, E., 1980. "The Preservation of

- Skewness in the Linear Disaggregation Schemes*", Jour. of hydrology, pp. 199~211.
- 19) Valencia, D. and Schaake, J.C., 1973. "*Disaggregation Processes in Stochastic Hydrology*". Jour. Water Resour. Res., 9,3, pp. 580~585.
- 20) Young, G.D. and Pisano, W.C., 1968. "*Operational Hydrology using Residuals*" Jour. Hydr. Div. ASCE, 94, HY4, pp. 909~923.
- 21) 鮮于仲皓, 水文學, 동명사, 1983, pp. 211~270.