

---

 論 文
 

---

大韓造船學會誌  
 第24卷 第4號 1987年 12月  
 Journal of the Society of  
 Naval Architects of Korea  
 Vol. 24, No. 4, December 1987

## 유한수심의 불규칙파에 놓인 2차원 주상체에 작용하는 음의 표류력

최 항 순\*

 Negative Drift Forces Acting on a 2-Dimensional Cylinder  
 in Slightly Modulated Waves

by

Hang S. Choi\*

## Abstract

In this paper negative drift forces are discussed, which act on a two-dimensional cylinder exposed to slightly modulated waves in water of finite depth. By combining matched asymptotic expansion method with multiple scale technique, it is clearly shown that the slowly-varying drift force can be negative under certain circumstances: i) Incident waves are irregular or slightly modulated. ii) The water depth is finite compared to the wave length of carrier waves. iii) The gap between the keel of the cylinder and ocean floor is narrow. Then the negative drift forces are caused by the unbalance of hydrostatic force associated with set down. Real fluid and wave breaking effects are not considered.

## 1. 서 론

진행파는 파진폭(A)에 비례하는 크기의 모우먼텀과  $A^2$ 에 비례하는 크기의 비선형모우먼텀을 지니고 있다. 진행파가 어떤 물체에 의하여 교란되면 파모우먼텀에 변화가 생기며 물체에는 선형파력은 물론 비선형 표류력이 작용한다. 규칙파에서 표류력은 일정한 크기로 파진행방향으로 작용한다(Ogilvie, 1983). 그러나 Longuet-Higgins(1977)는 2차원 수조에 바위가 달린 sandbar모형을 잠수시켜 놓고 비교적 진폭이 큰 파를 보낸 결과 sandbar 위에서 쇄파(breaking wave)가 발생하면서 sandbar가 대략 1 cm/sec의 속도로 입사파가 오는 방향으로 전진하는 현상을 발견하였다. 그는 이러한 음의 표류력(또는 파추진력)의 발생원인은 물체 앞 수면의 set down과 뒷면의 setup에 의한 정수압의

차이에 기인할 것이라고 추정하였다. 또한 Huse(1977)는 규칙파중에서 반잠수식 시추선에 작용하는 음의 표류력을 계측하였는데, 그는 이 현상이 점성에 의한 측면유동에 기인할 것이라고 설명하였다. 한편 Agnon and Mei(1985)는 유한수심에 놓인 sliding block에 진폭이 서서히 변조하는 규칙파가 입사하면 쇄파가 발생하지 않아도 물체 전면에 형성되는 setdown 때문에 음의 표류력이 작용할 수 있음을 보였다.

본 논문에서는 쇄파에 이르지 않은 불규칙파가 부유체에 음의 표류력을 발생케 할 수 있는지를 포텐셜이론을 이용하여 고찰하고자 한다. 불규칙파중에서 물체에 작용하는 표류력의 크기는 파진폭의 제곱에 비례하며 시간에 따라 서서히 변화한다(Hsu & Blenkarn, 1970). 해상에 나타나는 불규칙파는 이론상 모든 주파수( $0 < \omega < \infty$ )의 성분파를 포함하나, 파에너지는 보통 어떤 특정주파수( $\omega_0$ )를 중심으로 좁은 주파수폭에 밀

접수일자 : 1987년 8월 20일, 재접수일자 : 1987년 10월 13일

\* 정회원, 서울대학교 공과대학

집되어 있다(narrow-banded spectrum). 이러한 스펙트럼을 갖는 불규칙파의 시간계열의 외연곡선(envelope)은 시간과 공간상에서 천천히 변화하며 파진행방향으로 전파되어 간다(slowly-varying process). 따라서 이 현상을 묘사할 수 있는 가장 간단한 수학적 모형은 특정 주파수  $\omega_0$ 를 갖고 진폭이 서서히 변조하는 진행파인 것이다(slightly modulated monochromatic wave train). 이 가정에 대한 논리적 근거는 비선형자유표면 경계조건과 서서히 변하는 표류력의 특성에서 찾을 수 있다. 즉, 주파수가  $\omega_0$ 와  $\omega$ 인 2개의 선형성분파간의 비선형 상호작용을 파기울기  $kA$  ( $k$ =파수)의 2차항까지 고려하면  $2\omega_0$ ,  $2\omega$ ,  $\omega_0+\omega$ ,  $|\omega_0-\omega|$  등 4개의 주파수를 갖는 2차 성분파를 얻게 되며, 이 중에서 저진동 성분파는  $|\omega_0-\omega|$ 의 주파수를 갖는다. 한편 Newman (1974)은 주파수가  $|\omega_0-\omega|$ 인 성분파에 기인하는 저진동 표류력의 크기는  $|\omega_0-\omega|$ 가 작을 경우  $\omega_0$ 에 대한 시간평균표류력으로 근사시킬 수 있음을 밝혔다. 따라서 파에너지가 좁은 주파수대에 집중되어 있는 스펙트럼을 갖는 불규칙파에서 나타나는 저주파수의 표류력은 특정주파수  $\omega_0$ 를 갖고 진폭이 천천히 변조하는 진행파를 이용하여 규명할 수 있다. 또한 본 논문의 핵심과제인 음의 표류력을 집중 논의하기 위하여 물체의 형상은 간단한 직사각형 단면을 갖는 2차원 주상체로 택하였다.

2. 문제의 수식화

Fig. 1에 도시한 파와 같이 폭이  $2B$ , 흘수가  $D$ 인 직사각형 단면을 갖는 2차원 주상체가 수심이  $h$ 인 해역에 고정되어 입사파를 받고 있다. 입사파의 주파수는  $\omega$ , 파수는  $k$ 이며 진폭  $A$ 는 특성주파수  $\Omega$ 로 서서

히 변조한다. 이상유체가 비회전운동을 한다고 가정하면 유동은 속도포텐셜  $\Phi$ 를 도입하여 기술할 수 있다. 입사파의 기울기는 작으며 수심은 유한하다. 또한 물체의 폭은 수심과 유사한 크기를 갖는다고 가정한다.

$$kA \equiv \epsilon, \quad \epsilon = o(1), \quad kh = 0(1), \quad B/h = 0(1) \quad (1)$$

연속방정식과 경계조건들을  $0(\epsilon^2)$ 항까지 전개하면 다음과 같다.

$$\Phi_{xx} + \Phi_{zz} = 0 \quad -h \leq z \leq 0 \quad (2)$$

$$\Phi_{tt} + g\Phi_z = \left[ -\frac{1}{2}(\nabla\Phi)^2 + \frac{1}{g}\Phi_t\Phi_{tt} \right]_z - (\Phi_t\Phi_z)_z \quad (3)$$

$$z = 0$$

$$\Phi_z = 0 \quad z = -h \quad (4)$$

$$\Phi_n = 0 \quad \text{on } S_0 \quad (5)$$

여기서  $g$ 는 중력 가속도 그리고  $\bar{n}$ 은 유체영역밖으로 향한 단위법선벡터이며, 해를 유일하게 결정하기 위하여 교환된 파는 물체 밖 무한원방으로 전파되어 간다는 방사조건(radiation condition)이 첨가된다.

진폭변조에 수반되는 특성주파수  $\Omega$ 는 파주파수  $\omega$ 에 비하여 작다고 하면

$$\Omega/\omega = \epsilon\alpha, \quad \alpha = 0(1) \quad (6)$$

이는 파의 비선형성과 분산성(dispersion)이 같은 비중으로 취급됨을 의미하게 된다. 입사파의 특성시간과 특성장은  $0(\omega^{-1})$ ,  $0(k^{-1})$ 의 크기로 표시되나, 진폭변조에 수반되는 특성시간과 특성장은  $0(\epsilon\omega)^{-1}$ ,  $0(\epsilon k)^{-1}$ 의 크기가 되어 서로 다른 척도를 지니게 된다. 이러한 문제는 multiple scale 기법을 이용하여 효과적으로 해석할 수 있으므로 서서히 변화하는 물리량은 다음과 같은 새로운 변수를 정의하여 기술할 수 있다.

$$(x_1, t_1) = \epsilon(x, t) \quad (7)$$

이제 속도포텐셜을  $\epsilon$ 에 따라 점근전개하고 동시에 시간  $t$ 에 대한 조화전개를 수행하면

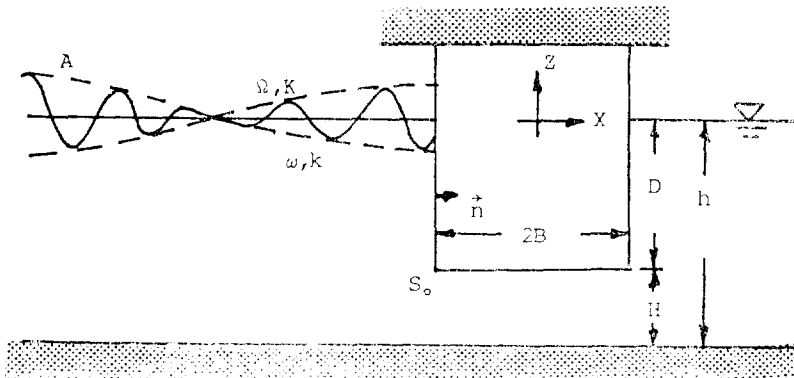


Fig. 1 Definition sketch

$$\Phi = \varepsilon[\phi_{10} + (\phi_{11}e^{-i\omega t} + *)] + \varepsilon^2[\phi_{20} + (\phi_{21}e^{-i\omega t} + *) + (\phi_{22}e^{-2i\omega t} + *)] + O(\varepsilon^3) \quad (8)$$

와 같이 되며 \*는 공액복소수를 의미한다. 즉, 포텐셜의 첫 아랫첨자는  $\varepsilon$ 에 대한 차수를, 그리고 둘째 아랫첨자는 시간  $t$ 에 대한 조화차수를 표시한다. 따라서  $\phi_{n0}(n=1, 2)$ 로 표시되는 유동은 서서히 변하는 성분들이므로 시간변수  $t_1$ 의 함수가 된다.

### 3. 선형조화해

식(8)을 연속방정식과 경계조건(식 2-5)에 대입하여 선형 1차 조화포텐셜  $\phi_{11}$ 에 관련된 항만을 추려내면 잘 알려진 선형경계치 문제가 된다.

$$\phi_{11x} + \phi_{11z} = 0 \quad -h \leq z \leq 0 \quad (2a)$$

$$\phi_{11z} - \sigma\phi_{11} = 0 \quad (\sigma = \omega^2/g) \quad z = 0 \quad (3a)$$

$$\phi_{11z} = 0 \quad z = -h \quad (4a)$$

$$\phi_{11n} = 0 \quad \text{on } S_0 \quad (5a)$$

이와 같은 선형산란문제(diffraction problem)에 대한 해법은 잘 정립되어 있으므로(Mei, 1978) 여기서는 기지의 사실로 간주하여 취급하지 않는다.

물체에 작용하는 표류력은 다음과 같다(Choi, 1987).

$$\bar{F}_x = \frac{C_g}{C_p} \rho g R^2 A^2 = R^2 S + \frac{1}{2} R^2 \bar{E} \quad (9)$$

여기서  $\rho$ 는 물의 밀도를,  $C_g$ 와  $C_p$ 는 입사파의 군속도와 위상속도를,  $R$ 은 반사 계수(reflection coefficient) 그리고  $S$ 와  $\bar{E}$ 는 각각 방사응력(radiation stress)와 평균파에너지밀도를 의미한다(Longuet-Higgins & Stewart, 1962).

$$\bar{E}(\xi) = \frac{1}{2} \rho g A(\xi)^2$$

$$S(\xi) = \bar{E}(\xi) \left( \frac{2C_g}{C_p} - \frac{1}{2} \right) \quad (10)$$

윗식에서  $A$ 는 변조진폭을 의미하나, 아직 그 변조위상이 알려져 있지 않으므로 이를 위하여 다음 차수의 경계치 문제를 해석하여야 한다.

$$\phi_{21xx} + \phi_{21zz} = -2\phi_{11x}x_1 \quad -h \leq z \leq 0 \quad (2b)$$

$$\phi_{21z} - \sigma\phi_{21} = \frac{2i\omega}{g} \phi_{11t_1} \quad z = 0 \quad (3b)$$

$$\phi_{21z} = 0 \quad z = -h \quad (4b)$$

$$\phi_{21n} = 0 \quad \text{on } S_0 \quad (5b)$$

포텐셜  $\phi_{11}$ 과  $\phi_{21}$ 에 대한 Green 정리를 적용하던 진폭함수  $A$ 에 대한 solvability 조건을 얻게 되므로(Mei, 1983)

$$\frac{\partial A}{\partial t_1} + C_g \frac{\partial A}{\partial x_1} = 0 \quad (11)$$

결국 진폭함수는 다음의 해로 표시된다.

$$A = A(t_1 - x_1/C_g) \quad (12)$$

이로써 선형조화해는 완결된다. 즉, 산란포텐셜의 점근식( $x \rightarrow -\infty$ )에서 반사계수  $R$ 을 구하고, 수심과 입사파의 파장에 따라 변하는 군속도와 위상속도의 비를 계산하면 시간에 따라 서서히 변화하는 표류력을 쉽게 얻을 수 있다. 이 표류력은 식(9)에 나타나 있듯이 항상 파진행방향(양의 표류력)으로 작용하며 표류력의 위상속도는 입사파의 군속도와 같다. 또한 표류력은 파에 의한 모우먼트 flux 즉, 방사응력과 밀접한 관계를 지닌다. 결과적으로 규칙파중에서는 쇄파가 발생하거나 또는 점성에 의한 축면유동이 발생하는 경우가 아니던 음의 표류력은 존재하지 않는다. 다음에는 불규칙파중에서는 특수한 경우에 음의 표류력이 부유체에 작용함을 증명하고자 한다.

### 4. 장주기 선형해

파진폭의 느린 변조에 기인하는 유동은 시간척도  $t$ 에 대한 0차 조화운동으로 해석할 수 있으므로 식(8)에 전개한 마와 같이  $\phi_{10}, \phi_{20}$  등의 속도포텐셜로 표시할 수 있다. 본 논문에서는 선형해인 속도포텐셜  $\phi_{10}$ 에 대한 고찰에 국한하고자 한다. 이 속도포텐셜로 표시되는 유동은 물체근처의 내부유체영역과 물체에서 멀리 떨어진 외부유체영역에서 판이하게 다른 물리적 특성을 보이고 있으므로 matched asymptotic expansion 기법을 이용하여 적절히 취급할 수 있다.

#### 4.1. 내부유체영역문제

물체 근처의 유체영역에서 좌표  $x$ 는  $O(1)$ 의 크기를 지니고 연속방정식과 경계조건은

$$\phi_{10xx} + \phi_{10zz} = 0 \quad -h \leq z \leq 0 \quad (2c)$$

$$\phi_{10z} = 0 \quad z = 0 \quad (3c)$$

$$\phi_{10z} = 0 \quad z = -h \quad (4c)$$

$$\phi_{10n} = 0 \quad \text{on } S_0 \quad (5c)$$

와 같으므로 속도포텐셜  $\phi_{10}$ 는 변수  $(x, z, t)$ 에 전혀 무관하다. 즉,  $\phi_{10}$ 는 변수  $(x_1, t_1)$ 만의 함수다.

$$\phi_{10} = \phi_{10}(x_1, t_1) \quad (13)$$

속도포텐셜  $\phi_{10}$ 로 표시되는 유동의 특성주파수는  $\Omega$ 이며, 이의 극한치는  $\Omega \rightarrow 0$  이므로 식(3c)에 제시한 마와 같이 자유표면은 고체벽으로 대치된다. 따라서 평행한 두개의 고체벽사이에 놓인 물체에 느린 균일유동이 흘러 들어오는 문제의 성격을 갖게 된다. 수평유속( $U$ )은  $\phi_{10x_1}$ 로 얻어지므로  $O(\varepsilon^2)$ 의 크기가 되어 유체영역에 미치는 유량의 영향은 무시할 수 있다. 그러나 이

유동을 야기시키는 물체 근처의 압력차이  $\Delta p (\sim \Delta \phi_{10t})$  는  $0(\epsilon^2)$ 의 크기가 되어 표류력에는 영향을 미칠 수 있다. 한편 우리에게 필요한 정보는 물체 부근의 자세한 유동이 아니라 외부유체영역에 미치는 영향이다. 내부유체영역과 외부유체영역 사이에서  $(|x| \rightarrow \infty, x_1 = 0(1))$  이 영향은 장주기파의 선형이론에서 이미 잘 알려져 있다(Agnon, Choi & Mei, 1987).

$$\epsilon \phi_{10} \sim \epsilon Q(t_1) + \epsilon^2 v x \pm \epsilon^2 (v - U) C \quad (14)$$

여기서  $v$ 는 물체밀면과 해저면 사이의 틈새에 유기된 유속이며  $C$ 는 blockage 계수이다.

Blockage계수  $C$ 는 물체의 형상이 주어지면 계산할 수 있으며(Taylor, 1973),  $Q$ 와  $v$ 는 아직 미지수로 외부영역해와의 matching을 통하여 결정된다. 잊식에 나타나 있듯이 표류력에 기여하는 압력차이, 즉 포텐셜 차이는 물체가 유동을 얼마만큼 차단하는가를 의미하는 blockage계수에 따라 결정된다. 즉, 틈새가 크면 ( $H/h = 0(1)$ ) blockage계수는 일반적으로 매우 작아 그 영향이  $0(\epsilon^2)$ 의 표류력에는 미치지 못한다. 그러나 틈새가 매우 작으면 ( $H/h = 0(\epsilon)$ ) blockage계수의 크기는  $0(\epsilon)^{-1}$ 이 되어 표류력에 기여하게 된다. Blockage계수가 수평운동의 동유체력에 미치는 영향은 Choi(1986)에서 논의되었다.

#### 4.2. 외부유체영역문제

물체에서 멀리 떨어진 유체영역 ( $x_1 = 0(1)$ )에서 연속방정식을 전개하여  $0(\epsilon^3)$  크기의 0차조화항을 취하면 다음과 같다.

$$\bar{\zeta}_{20t_1} + h \phi_{10x_1} + \overline{(\zeta_{11}^* \phi_{11x} + *)}_{x_1} = 0 \quad (15)$$

여기서 잊줄은 각 항에서 0차 조화항의 장주기 성분 ( $t_1, x_1$ )등만 택함을 뜻한다.

또한 Bernoulli식에서 마찬가지로  $0(\epsilon^2)$  크기의 장주기 성분만을 택하면

$$\phi_{10t_1} + \overline{|\phi_{11x}|^2} + \overline{|\phi_{11z}|^2} - \sigma \overline{(\phi_{11} \phi_{11x}^* + *)} + g \bar{\zeta}_{20} = 0 \quad (16)$$

이 되므로 식(15)와 결합하여  $\bar{\zeta}_{20}$ 항을 소거하면

$$\phi_{10t_1, t_1} - g h \phi_{10x_1, x_1} = g \overline{(\zeta_{11}^* \phi_{11x} + *)}_{x_1} - \overline{(|\phi_{11x}|^2 + |\phi_{11z}|^2 - \sigma(\phi_{11} \phi_{11x}^* + *))}_{t_1} \quad (17)$$

와 같은 천수역파에 대한 방정식을 얻게 된다. 즉, 물체로 인하여 발생한 내부영역에서의 유동의 교란이 외부영역에서 장주기파로 나타난다. 잊식에서 볼 수 있듯이 특이해는  $\pm C_g$ 의 위상속도로 그리고 제차해(homogeneous solution)는  $\pm \sqrt{gh}$ 의 위상속도로 전파하는 장주기파를 의미하므로 일반해는 다음과 같이 표시된다,

$$\phi_{10} = \begin{cases} \phi_{10}^T(t_1 - x_1/C_g) + \phi_{10}^I(t_1 - x_1/\sqrt{gh}) & x_1 > 0 \\ \phi_{10}^I(t_1 - x_1/C_g) + \phi_{10}^R(t_1 + x_1/C_g) + \phi_{10}^T(t_1 + x_1/\sqrt{gh}) & x_1 < 0 \end{cases} \quad (18)$$

선형조화해를 식(17)에 대입하면 특이해는 곧바로 얻어진다(Agnon et al., 1987). 임사파에 관한 관계식을 이용하면 특이해는 다음과 같다(부록 참조).

$$\begin{cases} \phi_{10t_1}^I \\ \phi_{10t_1}^R \\ \phi_{10t_1}^T \end{cases} = \begin{cases} -\frac{C_g}{gh - C_g^2} - \frac{g}{4\sigma} [C_g(k^2 - \sigma^2) + 2\omega k] \\ \frac{A(t_1 - x_1/C_g)^2}{R^2 A(t_1 + x_1/C_g)^2} \\ T^2 A(t_1 - x_1/C_g)^2 \end{cases} \quad (19)$$

여기서  $T$ 는 투과계수(transmission coefficient)로 파 에너지 보존에 따라 반사계수와 관계되어진다.

$$1 = R^2 + T^2 \quad (20)$$

이제 수심  $h$ 에 걸친 평균수평유속을

$$U = \frac{1}{h} \int_{-h}^0 u \, dz \quad (21)$$

와 같이 정의하고 평균표류속도  $\bar{U}_{20}$ 를 구하면

$$\bar{U}_{20} = \phi_{10x_1} + \frac{1}{h} \overline{(\zeta_{11}^* \phi_{11x} + *)}_{x_1} = 0 \quad (22)$$

이 된다. 잊식을 식(16)에 대입하면 평균표류속도와 평균수위와의 관계를 얻게 된다.

$$\begin{cases} \bar{U}_{20}^I \\ \bar{U}_{20}^R \\ \bar{U}_{20}^T \end{cases} = \frac{C_g}{h} \begin{cases} \bar{\zeta}_{20}^I \\ -\bar{\zeta}_{20}^R \\ \bar{\zeta}_{20}^T \end{cases}$$

$$= \frac{C_g}{\rho h} \frac{1}{gh - C_g^2} \begin{pmatrix} -S(t_1 - x_1/C_g) \\ R^2 S(t_1 + x_1/C_g) \\ -T^2 S(t_1 - x_1/C_g) \end{pmatrix} \quad (23)$$

$$\bar{\zeta}_{20}^{\pm} = \pm \frac{h}{\sqrt{gh}} \bar{U}_{20}^{\pm} \quad (24)$$

여기서  $\bar{U}_{20}^I$ 는 임사파 자체에 의한 평균표류속도(소위 말하는 Stokes' drift)이며 일반적으로  $\sqrt{gh} > C_g$  이므로 특수해에 의한 평균 수위는 모두 음이 되어 setdown을 의미하게 된다. 그러나 제차해에 의한 평균수위는 식(24)에서 볼 수 있듯이 한쪽은 setdown, 다른 쪽은 setup이 된다. 잊식은 쇠파가 발생하지 않은 경우 포텐셜이론의 범위내에서는 평균표류속도나 평균수위가 방사응력으로 표시될 수 있음을 확인해준다. 아직 제차해를 구하지 못하였으므로 외부영역의 해를 내부영역

역으로 전개하여 matching을 수행하여야 한다.

$$\phi_{10} \sim \begin{cases} [\phi_{10}^T + \phi_{10}^+]_{x_1=0} + x_1 \left[ -\frac{\phi_{10}^T}{C_g} - \frac{\phi_{10}^+}{\sqrt{gh}} \right]_{t_1}, & x_1 > 0 \\ [\phi_{10}^I + \phi_{10}^R + \phi_{10}^-]_{x_1=0} + x_1 \left[ -\frac{\phi_{10}^I}{C_g} + \frac{\phi_{10}^R}{C_g} + \frac{\phi_{10}^-}{\sqrt{gh}} \right]_{t_1}, & x_1 < 0 \end{cases}$$

as  $x_1 \rightarrow 0$  (25)

### 4.3. Matching

내부유체영역과 외부유체영역이 서로 접하는 중간유체영역 ( $x \rightarrow \infty, x_1 \rightarrow 0$ )에서 내부유체영역해의 외부전개식 (식 14)과 외부유체영역해의 내부전개식 (식 25)은 서로 같아야 한다.

$$Q(t_1) + (v - U)\epsilon C = [\phi_{10}^T + \phi_{10}^+]_{x_1=0}$$

$$Q(t_1) - (v - U)\epsilon C = [\phi_{10}^I + \phi_{10}^R + \phi_{10}^-]_{x_1=0} \quad (26)$$

$$v = \begin{cases} \left[ -\frac{\phi_{10}^T}{C_g} - \frac{\phi_{10}^+}{\sqrt{gh}} \right]_{t_1} (x_1 = 0^+) \\ \left[ -\frac{\phi_{10}^I}{C_g} + \frac{\phi_{10}^R}{C_g} + \frac{\phi_{10}^-}{\sqrt{gh}} \right]_{t_1} (x_1 = 0^-) \end{cases}$$

위의 세번째식에 파에너지 보존을 적용하면

$$\phi_{10}^+ = -\phi_{10}^- \quad x_1 = 0 \quad (27)$$

을 얻으며 첫번째식에서 둘째식을 빼면 속도포텐셜의 차이가 얻어진다.

$$\Delta\phi_{10} = 2\epsilon C \left[ \left( -\frac{\phi_{10}^T}{C_g} - \frac{\phi_{10}^+}{\sqrt{gh}} \right)_{t_1} - U \right] \quad (28)$$

## 5. 표류력

시간에 따라 서서히 변화하는 표류력은 다음과 같다.

$$F_{20}(t_1) = -\rho \int_{S_0} [\phi_{10}|_{x_1=0^+} - \phi_{10}|_{x_1=0^-}]_{t_1} dz + \frac{C_g}{C_p} \rho g R^2 A^2 \quad (29)$$

이제 식 (27)과 파에너지 보존에 따른 관계식  $\phi_{10}^+ = \phi_{10}^R + \phi_{10}^I$  ( $x_1 = 0$ )을 이용하면 윗식은

$$F_{20}(t_1) = 2 \rho g (\phi_{10}^I - \phi_{10}^R)_{t_1} + \frac{C_g}{C_p} \rho g R^2 A^2 \quad (30)$$

이 되어 제차해인  $\phi_{10}^I$ 을 얻는다.

$$\phi_{10}^I = \phi_{10}^R + \frac{F_{20}}{2\rho g} - \frac{C_g}{C_p} \frac{g}{2h} R^2 A^2 \quad (31)$$

이 결과를 식 (28)에 대입하여 다시 식 (29)을 이용하면 표류력  $F_{20}(t_1)$ 에 대한 상미분방정식을 얻는다.

$$\frac{F_{20,t_1}}{2\rho g \sqrt{gh}} + \frac{F_{20}}{2\rho g C_1} = - \left( \frac{\phi_{10}^R}{C_g} + \frac{\phi_{10}^I}{\sqrt{gh}} \right) + \frac{C_g}{C_p} \frac{g}{2h \sqrt{gh}} R^2 |A|_{t_1}^2 + \frac{C_g}{C_p} \frac{g}{2h C_1} R^2 A^2 \quad (C_1 = \epsilon C) \quad (32)$$

식 (19)에 주어진 특수해를 윗식에 대입하면 윗식의 오른쪽항은 부록에 제시한 식 (A4)와 같이 되므로 다음과 같은 최종결과를 얻는다.

$$F_{20,t_1} + \frac{\sqrt{gh}}{C_1} F_{20} = \rho g \left[ - \left\{ \frac{C_g}{gh - C_g^2} (C_g R^2 + \sqrt{gh} T^2) \left( \frac{2C_g}{C_p} - \frac{1}{2} \right) + \frac{\sqrt{gh}}{C_p} T^2 \right\} \frac{\partial}{\partial t_1} + \frac{C_g}{C_p} \frac{\sqrt{gh}}{C_1} R^2 \right] |A|^2 \quad (33)$$

상미분방정식으로 표시된 표류력에 대한 일반해를 구하기 전에 몇가지 특수한 경우를 고찰하기로 하자.

우선 입사파가 진폭의 변조없는 규칙파라면  $F_{20,t_1} = 0$ ,  $\partial |A|^2 / \partial t_1 = 0$ 이므로 잘 알려져 있는 시간평균 표류력을 얻는다.

$$F_{20} = \rho g \frac{C_g}{C_p} R^2 A^2 \quad (34)$$

또한 부유체의 홀수가 매우 작으면 ( $H \rightarrow h$ ) blockage 계수가  $C_1 \rightarrow 0$ 이 되므로 식 (34)와 같은 표현식이 되나 반사계수  $R$ 이 0이 되므로 표류력은 나타나지 않는다. 반면에 부유체의 밀면이 해저면에 닿아 ( $H \rightarrow 0$ ) 유체의 교류는 물론 파에너지의 전달도 없는 경우가 되면  $C_1 \rightarrow \infty, R^2 \rightarrow 1, T^2 \rightarrow 0$ 이 되어 표류력은

$$F_{20}(t_1) = -\rho g \frac{C_g^2}{gh - C_g^2} \left( \frac{2C_g}{C_p} - \frac{1}{2} \right) |A|^2 = -2S \frac{C_g^2}{gh - C_g^2} \quad (35)$$

이 된다. 여기서  $S$ 는 식 (10)으로 정의된 방사응력이며 ( $S > 0$ ) 표류력은 음이 된다. 이 경우는 천수역 댐(양쪽 경수면이 같은)에 불규칙파가 입사하는 문제로 간주할 수 있는데, 입사파는 댐전면에서 모두 반사되어 standing wave를 형성하게 된다. 따라서 무시할 수 없는 양의 setdown이 발생하여 정수압의 감소가 파모우던턴 변화에 기인하는 성분보다 더 크기 때문에 음의 표류력이 적용하게 된다.

표류력에 대한 1차 선형미분방정식(식 33)의 일반해는 쉽사리 얻어진다.

$$F_{20}(t_1) = \rho g e^{-\beta t_1} \left[ -a [e^{\beta t_1} |A(t_1)|^2 - |A(0)|^2] + \beta (a+b) \int_0^{t_1} e^{\beta \tau} |A(\tau)|^2 d\tau \right] \quad (36)$$

여기서  $\beta = \sqrt{gh}/C_1$

$$a = \frac{C_g}{gh - C_g^2} (C_g R^2 + \sqrt{gh} T^2) \left( 2 \frac{C_g}{C_p} - \frac{1}{2} \right) + \frac{\sqrt{gh}}{C_p} T^2$$

$$b = \frac{C_g}{C_p} R^2$$

## 6. 계 산 예

우선 입사파를 다음과 같이 정의하자.

$$A(t_1)_{x_1=0} = \begin{cases} A_0 \sin \Omega t_1 & (0 < t_1 < T_1) \\ 0 & (t_1 > T_1) \end{cases} \quad (37)$$

윗식을 식(36)에 대입하고 적분을 수행하면 다음과 같은 결과를 쉽게 얻게 된다.

$$F_{20}(t_1) = \begin{cases} \frac{1}{2} \bar{F}_x \left[ 1 - \frac{\sqrt{(1+A^2)(1+A^2 a^2/b^2)}}{(1+A^2)} \right. \\ \left. \cos(2\Omega t_1 - \theta) - \frac{A^2(1+a/b)}{(1+A^2)} e^{-\beta t_1} \right] & (0 < t_1 < T_1) \\ F_{20}(T_1) e^{-\beta(t_1 - T_1)} & (t_1 > T_1) \end{cases} \quad (38)$$

여기서  $A = 2\Omega/\beta$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{A(1+a/b)}{1-A^2 a/b}$$

위의 결과는 시간평균표류력의 반을 중심으로 주파수  $2\Omega$ 로 진동하는 성분과 시간에 따라 지수적으로 감소하는 과도성분을 포함하고 있으며, 천수역 장파의 reduced frequency  $A$ 와 setdown과 파모우먼텀 변화 비  $a/b$ 를 파라미터로 갖는다. 준정상상태의 특성을 살피기 위하여  $T_1 \rightarrow \infty$  그리고  $t_1 \rightarrow \infty$ 인 극한을 취하면 다음과 같은 결론을 얻을 수 있다. 즉, 입사파의 진폭이 변조하는 불규칙파가 고정된 2차원 주상체에 작용하는 표류력은 시간평균표류력의 반을 기준으로 입사파의 변조진동수보다 2배 빠르게 변동한다. 이때 변동표류력의 진폭이 시간평균표류력의 반보다 크면 음의 표류력이 발생하는데, 식(38)로부터 쉽사리 다음의 조건식을 얻게 된다.

$$a > b \quad (39)$$

다시 말하면 장주기파에 기인하는 setdown의 효과와 파모우먼텀 변화의 효과보다 크면 음의 표류력이 발생하게 된다.

다음의 예로 입사파가  $t_1=0$ 에서 갑자기 시작하여 진폭이 처음으로 최대치에 이른 다음 계속 일정한 진폭, 즉 규칙파가 입사하는 경우를 생각하자.

$$A(t_1)_{x_1=0} = \begin{cases} H(t_1)H(\pi/2\Omega - t_1) A_0 \sin \Omega t_1 & (0 < t_1 < \pi/2\Omega) \\ H(t_1 - \pi/2\Omega) A_0 & (t_1 > \pi/2\Omega) \end{cases} \quad (40)$$

여기서  $H(t_1)$ 은 Heaviside의 계단함수를 뜻한다. 입사파의 진폭이 최대에 이르는  $t_1 = \pi/2\Omega$ 까지 주상체에 작용하는 표류력은 앞에서 유도한 식(38)로 얻을 수 있다. 한편 규칙파에 이른 다음에 유효한 표류력은 다음과 같다.

$$F_{20}(t_1) = \bar{F}_x \left[ 1 - \frac{1}{2} (1+a/b) \frac{A^2}{1+A^2} e^{-\beta(t_1 - \pi/2\Omega)} \times (1+e^{-\beta\pi/2\Omega}) \right] \quad (41)$$

$$(t_1 > \pi/2\Omega)$$

충분한 시간이 경과하면 표류력은 당연히 규칙파중 시간평균치에 접근하게 된다.

마지막으로 입사파가 변조주기의 반까지 입사하고 그 다음에는 소멸하는 경우를 생각하자.

$$A(t_1)_{x_1=0} = \begin{cases} H(t_1)H(\pi/\Omega - t_1) A_0 \sin \Omega t_1 & (0 < t_1 < \pi/\Omega) \\ 0 & (t_1 > \pi/\Omega) \end{cases} \quad (42)$$

앞에서와 마찬가지로  $t_1 < \pi/\Omega$  구간에서는 식(38)을 이용하여 표류력을 계산할 수 있으며,  $t_1 > \pi/\Omega$  구간에 대한 결과는 다음과 같다.

$$F_{20}(t_1) = \frac{1}{2} \bar{F}_x (1+a/b) \frac{A^2}{1+A^2} e^{-\beta(t_1 - \pi/\Omega)} \times (1 - e^{-\beta\pi/\Omega}) \quad (43)$$

이 결과는 식(41)의 오른쪽 2번째항과 유사한 성격을 지니고 있으며 시간이 경과함에 따라 지수적으로 감소하여 표류력은 0에 접근한다.

Fig. 2에는  $h/D=1.33$ ,  $kh=0.5$ ,  $\epsilon=0.1$  그리고  $\alpha=1.0$ 인 경우 위에서 논의한 3가지 서로 다른 입사파에 의하여 적사각형 단면( $B/D=1.0$ )을 갖는 주상체에 작용하는 변동표류력을 보이고 있다. 여기서 표류력은 시간평균치로 그리고 시간은 변조주기의 반으로

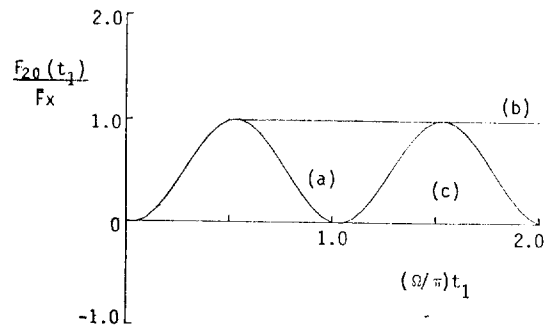


Fig. 2 Time evolution of slow drift force for  $h/D = 1.33$ ,  $kh=0.5$ ,  $\epsilon=0.1$  and  $\alpha=1.0$  (a) sinusoidal envelope (b) gradual start of a uniform wave train (c) wave packet

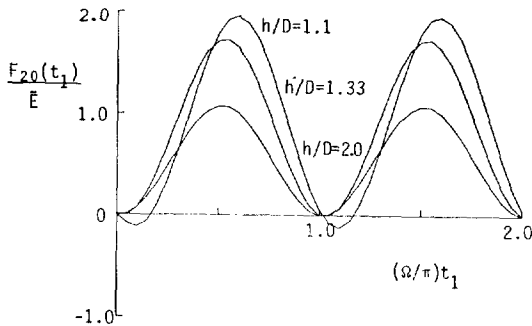


Fig. 3 Variation of slow drift force in sinusoidal envelope for different modulation ratios ( $h/D=1.33$ ,  $kh=0.5$ ,  $\epsilon=0.1$ )

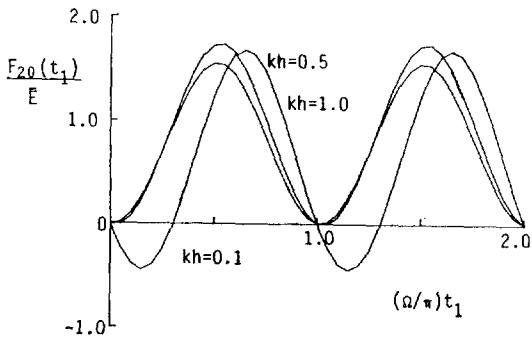


Fig. 4 Variation of slow drift force in sinusoidal envelope for different wave number ( $h/D=1.33$ ,  $\epsilon=0.1$ ,  $\alpha=1.0$ )

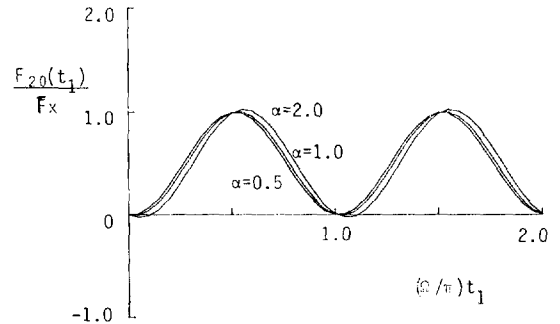


Fig. 5 Variation of slow drift force in sinusoidal envelope for different water depth ( $kh=0.5$ ,  $\epsilon=0.1$ ,  $\alpha=1.0$ )

와  $b$ 는 주로  $kh$ 에 의하여 결정된다. 비교적 얇은 파 ( $kh=1.0$ )에서는 주로 파모우먼트의 변화에 의하여 표류력의 값이 양이되나, 비교적 긴파( $kh=0.1$ )에서는 천수역의 영향으로 장파가 발생하여 표류력의 값이 음이 된다. Fig. 4와 Fig. 5에서는 시간평균표류력이 각 경우마다 모두 다르기 때문에 표류력을 평균파에너지 밀도  $\bar{E} (= \frac{1}{2} \rho g A_0^2)$ ,  $A_0$ 는 파진폭)로 나누어 표시하였다. 마지막으로 수심의 영향을 살피기 위하여  $kh=0.5$ ,  $\epsilon=0.1$ ,  $\alpha=1.0$ 인 경우에 대하여 수심을  $h/D=1.1, 1.33, 2.0$ 으로 변화시켜가며 계산한 결과를 Fig. 5에 제시하였다. 이 문제는 수심을 고정시키고 대신 입사파의 진동수를 적절히 바꾸어 취급할 수 있으나, 장파에 미치는 blockage계수가 달라지므로 여기서는 수심을 바꾸어 blockage계수의 변화에 따른 증폭영향을 고찰하였다.

## 7. 결 론

이상의 고찰로부터 다음과 같은 결론을 내릴 수 있다. 즉, 포텐셜유동의 범위내에서 쇄파가 발생되지 않는 상태에서도 다음의 3가지 조건하에서는 음의 표류력이 발생할 수 있다.

- ① 입사파가 불규칙파(최소한 본 논문에서 가정한 바와 같이 진폭이 서서히 변조하는 규칙파)이며,
- ② 수심은 입사파에 대하여 유한하며,
- ③ 부유체 밑면과 해저면사이의 틈새가 수심에 비하여 매우 작다.

이때 발생하는 음의 표류력은 파진폭의 변조에 의하여 나타나는 장주기파의 평균수위가 setdown되고, 이로 인한 정수압의 차이가 파모우먼트 변화에 의한 표

각각 무차원화시켰다. 이 경우 특성치  $a$ 와  $b$ 는 각각 5.25, 0.86으로 계산되므로 그림에서 볼 수 있듯이 작은 값의 음의 표류력이 나타난다. 입사파가  $t_1 > \pi/2\Omega$  부터 일정한 진폭을 가지면 표류력은 당연히 시간평균치가 되며, 입사파가  $t_1 > \pi/\Omega$ 부터 소멸되면 표류력은 0이 된다. 변조비에 의한 영향을 살피기 위하여 위에서와 같은 조건에서  $\alpha$ 를 0.5, 1.0 그리고 2.0으로 바뀌어 얻은 결과중식(37)로 주어진 정현변조(sinusoidal modulation)에 대한 부분을 Fig. 3에 도시하였다. 변조비의 변화는 특성치  $a, b$ 에는 아무런 영향을 미치지 않으며 표류력의 크기를 증폭시키는 역할을 한다. 예를 들어  $\alpha=2.0$ 이면  $\alpha=1.0$ 에 대한 표류력보다 그 크기가 더 커짐을 그림에서 쉽사리 감지할 수 있다. 한편 Fig. 4에는 입사파의 진동수에 따른 변화를 보이고 있다. 그림에 뚜렷하게 나타나 있듯이 표류력은  $kh$ 에 따라 매우 민감한 변화를 보이고 있다. 즉, 특성치  $a$

류력 성분보다 크기 때문이다.

끝으로 본 연구는 한국과학재단의 지원을 받아 수행한 연구임을 밝히며 이 자리를 빌어 상기 재단에 심심한 사의를 표합니다.

### 참 고 문 헌

- [1] Agnon, Y. and Mei, C.C. (1985), "Slow drift motion of a two dimensional block in beam seas", *J. Fluid Mech.*, Vol. 151, pp. 279-294.
- [2] Agnon, Y., Choi, H.S. and Mei, C.C. (1987), "Slow drift of a floating cylinder in narrow-banded beam seas", to appear in *J. Fluid Mech.*
- [3] Choi, H.S. (1986), "Hydrodynamic forces on a two-dimensional cylinder in shallow water (in Korean)", *J. Soc. Naval Arch. Korea*, Vol. 23 No. 2 pp. 21-26.
- [4] Choi, H.S. (1987), "The steady drift force and moment on a floating body in water of finite depth (in Korean)", *J. Soc. Naval Arch. Korea*, Vol. 24, No. 1, pp. 9-16.
- [5] Hsu, F.H. and Blenkarn, K.A. (1970), "Analysis of peak mooring forces caused by slow vessel drift oscillations in random waves", Proc. 2nd Offshore Tech. Conf., Houston, Vol. 1, pp. 135-146.
- [6] Huse, E. (1977), "Wave induced mean force on platforms in direction opposite to wave propagation", Norwegian Maritime Res., Vol. 5, pp. 2-5.
- [7] Longuet-Higgins, M.S. (1977), "The mean forces exerted by waves on floating or submerged bodies with applications to sand bars and wave power machines", Proc. Royal Soc. London, Ser. A 352, pp. 463-480.
- [8] Longuet-Higgins, M.S. and Stewart, R.W. (1962), "Radiation stresses and mass transport in gravity waves with applications to surf-beats," *J. Fluid Mech.*, Vol. 13, pp. 481-504.
- [9] Newman, J.N. (1974), "Second-order slowly varying forces on vessels in irregular waves", Proc. Intern. Symp. on Dynamics of Marine Vehicles and Structures in Waves, Univ. Coll. London, pp. 182-186.
- [10] Mei, C.C. (1978), "Numerical methods in water wave diffraction and radiation", Annual Rev. Fluid Mech. Vol. 10, pp. 393-416.
- [11] Mei, C.C. (1983), *The Applied Dynamics of Ocean Surface Waves*, Wiley-Interscience., New York.

- [12] Ogilvie, T.F. (1983), "Second-order hydrodynamic effects on ocean platforms", Proc. Intern. Workshop Ship and Platform Motions, Univ. California at Berkeley, pp. 205-265.
- [13] Taylor, P.J. (1973), "The blockage coefficient for flow about an arbitrary body immersed in a channel, *J. Ship Res.*, Vol. 17, No. 2, pp. 97-105.

### 부 록

외부영역에서의 장주기파에 대한 방정식(식 17)의 특수해는 다음과 같다(Agnon et al., 1987).

$$\left. \begin{aligned} \phi_{10t_1}^I \\ \phi_{10t_1}^R \\ \phi_{10t_1}^T \end{aligned} \right\} = \frac{C_g^2 f_0^2(0)}{g^2 h - C_g^2} \left( k^2 - \sigma^2 + \frac{2\omega k}{C_g} \right) \begin{cases} |a(t_1 - x_1/C_g)|^2 \\ R^2 |a(t_1 + x_1/C_g)|^2 \\ T^2 |a(t_1 - x_1/C_g)|^2 \end{cases} \quad (A1)$$

여기서  $f_0(x)$ 는 수심  $h$ 에 대한 파수  $k$ 의 eigenfunction이다. 파진폭함수  $a$ 는 선형조화해로 얻어지는 자유표면식에 의하여 파진폭  $A$ 와 다음과 같이 연결된다(Agnon & Mei, 1985).

$$Ae^{i\delta} = -\frac{2i\omega}{g} a_0 f_0(0) \quad (A2)$$

이 관계식을 (A1)에 대입하면 본문에 제시한 결과인 식(19)를 유도할 수 있다.

이제 표류력에 대한 상미분방정식 (32)에 식(19)의 결과를 대입하면

$$\begin{aligned} \frac{F_{20t_1}}{2fh\sqrt{gh}} + \frac{F_{20}}{2fhC_1} = & \left[ -\frac{C_g}{gh - C_g^2} - \frac{g}{4\sigma} (k^2 - \sigma^2) \right. \\ & \left. + \frac{2\omega k}{C_g} \right] \left( \frac{C_g}{\sqrt{gh}} R^2 + T^2 \right) + \\ & + \frac{C_g}{C_p} \frac{g}{2h\sqrt{gh}} R^2 \left] \frac{\partial}{\partial t_1} |A|^2 \right. \\ & \left. + \frac{C_g}{C_p} \frac{g}{2hC_1} R^2 |A|^2 \right. \quad (A3) \end{aligned}$$

선형분산식  $\sigma = k \tanh kh$ 와 위상속도에 대한 군속도의 비  $C_g/C_p = (1 + 2kh/\sinh 2kh)/2$ 을 이용하면 잊식은 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \frac{F_{20t_1}}{2fh\sqrt{gh}} + \frac{F_{20}}{2fhC_1} = & \left[ -\frac{C_g}{gh - C_g^2} \left( \frac{C_g}{\sqrt{gh}} R^2 \right. \right. \\ & \left. \left. + T^2 \right) - \frac{g}{2h} \left( 2\frac{C_g}{C_p} - \frac{1}{2} + \frac{gh - C_g^2}{C_g C_p} \right) \right. \\ & \left. + \frac{C_g}{C_p} \frac{g}{2h\sqrt{gh}} R^2 \right] \frac{\partial}{\partial t_1} |A|^2 \\ & + \frac{C_g}{C_p} \frac{g}{2hC_1} R^2 |A|^2 \quad (A4) \end{aligned}$$

이식을 정리하면 최종 결과인 식(33)을 얻는다.