
 論 文

大韓造船學會法
 第24卷 第3號 1987年 9月
 Journal of the Society of
 Naval Architects of Korea
 Vol. 24, No. 3, September 1987

유공 직사각형 보강판의 진동해석

김 극 천* · 한 성 용** · 정 정 훈**

Natural Vibrations of Rectangular Stiffened Plates with Inner Cutouts

by

K.C. Kim* · S.Y. Han** · J.H. Jung**

Abstract

For the analysis of natural vibrations of a rectangular stiffened plate with inner cutouts, an application of the Rayleigh-Ritz method is investigated. In construction of the trial function for the Rayleigh quotient, only the outer boundary conditions are satisfied with combination of Euler beam functions. As to the modelling of stiffened plates for the energy calculations, a lumping stiffener-effects method and the orthotropic plate analogy are considered for the purpose of comparison. Some numerical results obtained by the Rayleigh-Ritz method are compared with results by experiments and the finite element method. The following are major conclusions;

- (1) With the lumping stiffener-effects modelling the Rayleigh-Ritz method gives good results of both natural frequencies and mode shapes. The orthotropic plate analogy in cases of regularly stiffened plates is of restrictive use i.e. acceptable for a small cutout.
- (2) The natural frequency of a stiffened plate with inner cutouts between stiffeners is higher than that of without cutouts and increases as the hole area ratio increases as long as there are no discontinuous stiffeners due to the cutout.

1. 서 언

선체구조는 여러가지 형태의 보강판으로 구성되는데 국부적 구조에 있어서 중량경감, 사람의 통행, 관통설치물 등을 위하여 구멍이 뚫리는 경우가 많다. 이와 같은 구조물의 방진설계를 위하여 유공(有孔) 판구조체의 진동 문제가 관심사로 되고 있다.

유공 평판의 경우, Kumai[1]의 연구를 비롯하여 많은 연구가 이루어져 왔는데 원공(圓孔)을 갖는 원판과 같은 특별한 경우를 제외하고는 판의 외연(外緣)과 구

멍 주연(周緣)의 경계조건을 동시에 만족시키기 어렵기 때문에 여러가지 근사방법들이 사용되었다. Rayleigh-Ritz 또는 Rayleigh 방법을 응용한 예가 많은데, Takahasi [2], Joga Rao 등 [3], Matsumoto 등 [4], Kristansen 등 [5], Ali 등 [6]의 연구가 그러하다. 이들은 진동파형 가정에 있어서 판의 외연경계조건만을 만족하도록 가정하여 유용한 결과를 얻었다. 유공 직교이방성 판에 대해서는 Aksu 등 [7]이 외연과 구멍 주연이 함께 직사각형인 경우에 대하여 유한차분법으로 고유치문제를 정식화했다. 유공 보강판의 경우는 연구사례를 찾아 보기 어렵다.

접수일자 : 1987년 8월 31일

* 정회원, 서울대 공대

** 정회원, 서울대 대학원 조선공학과

본 연구에서는 유공 직사각형 보강판의 진동을 Rayleigh-Ritz 방법을 응용하여 해석하는 근사적 방법을 검토했다. 계산을 위한 모델링 방법에 있어서는 보강재 효과를 각각의 취부선 상에서의 국부적 집중효과로 취급하므로써 유공 보강판을 유공 등방성평판과 보강재 효과를 반영한 등가 보요소로 이루어진 계(系)로 치환하는 방법과 보강재가 비교적 촘촘히 등간격으로 배열된 규칙적 보강판을 고려하여 유공 직교 이방성 평판으로 치환하는 방법을 검토했다. 어느 경우나 Rayleigh-Ritz 방법의 적용을 위한 시산함수로서의 진동파형 가정에 있어서는 단순보의 고유함수들을 이용하여 외연경계조건만을 만족하도록 했다.

상기 근사적 해석 방법의 유용성을 확인하기 위하여 일련의 수치계산에 대해 실험치 및 유한요소법에 의한 계산 결과와 비교 검토했다. 유한요소법에 의한 계산에 있어서 모델링 방법은 상기 두 가지 모델링 방법 중 전자와 같이 했는데, 이 경우 외연경계조건은 물론 구멍 주연의 경계조건도 동시에 만족시킬 수 있다는 점에서 의의가 있다.

2. 고유치 문제의 형성

Fig. 1과 같은 직사각형 보강판에 원형, 타원형 또는 직사각형과 같은 형상의 구멍이 있는 경우에 대하여 Rayleigh-Ritz 방법을 응용하여 고유치 문제를 형성한다.

모델링 방법 및 진동파형의 가정

계산을 위한 모델링 방법으로서 다음과 같은 두 가지 방법을 고려한다. 즉, 보강재 효과를 보강재 취부선 상에서의 국부적 집중효과로 취급하므로써 유공보강판을 유공 등방성평판과 보강재 효과를 반영하는 등

가 보요소로 이루어진 계로 치환하는 방법(이하에서 보강재 효과 집중 모델링 방법이라 함)과 보강재가 비교적 촘촘히 규칙적으로 배열된 경우 보강재 효과를 각 방향에 따라 판 전역에 균일하게 분포시켜 유공 직교 이방성 평판으로 치환하는 방법(이하 직교 이방성 판 모델링 방법이라 함)을 고려한다. 전자는 보강재 배열의 규칙성 여부에 무관하게 일반성을 갖는다.

Rayleigh-Ritz 방법의 적용을 위한 시산함수 즉 에너지 계산을 위한 진동파형 $W(x, y)$ 의 가정에 있어서는 유공 보강판의 외연경계조건만을 고려한다. 즉 서로 마주보는 외연과 동일한 경계조건을 갖는 단순보의 고유함수 $X_m(x), Y_n(y)$ ($m, n=1, 2, \dots$; 진동형차수)를 이용하여 이들을 유공 보강판의 외연경계조건이 만족되도록 조합하므로써 근사적으로 다음과 같이 표현한다.

$$W(x, y) = \sum_{m=1}^p \sum_{n=1}^q A_{mn} X_m(x) Y_n(y) \tag{1}$$

여기서 A_{mn} 은 조정계수 즉, 미지상수이다.

에너지 계산

보강재 효과 집중 모델링 방법

보강재 효과 집중 모델링 방법에 있어서 유효폭 해당 plate flange와 보강재의 조합중립축(Fig. 2 참조)에 대한 굽힘거동에 대하여 보강재 효과를 집중효과로 취급하는 등가 보요소의 굽힘강성 EI 는 다음과 같이 산정된다([8] 및 [부록 참조]).

$$EI = EI_0 + \frac{EShe^2}{1-\nu^2} \tag{2}$$

등가 보요소의 비틀강성 GJ 는 보강판의 비틀거동에 대해 판과 보강재가 독립적으로 기여한다고 가정하면 [9] 보강재만의 St. Venant 비틀강성으로부터 다음과 같이 산정된다.

$$GJ = \frac{G}{3} \sum_i d_i t_i^3 \tag{3}$$

(2), (3)에서 E, G 및 ν 는 각각 재료의 인장, 전단탄성 계수 및 Poisson비이며 I_0 는 조합중립축에 대한 보강재만의 단면 2차 모멘트, S 는 plate flange의 유효폭이고 기타 기호는 Fig. 2에 보인 바와 같다.

이와 같이 모델링하면 유공 보강판의 최대변형에너지 V_{max} 및 reference kinetic energy T^* 는 유공 등방성 평판의 기여분과 등가 보요소의 기여분을 합하여 얻어질 수 있다. 즉,

$$V_{max} = (V_{max})_p + (V_{max})_b \tag{4}$$

$$T^* = (T^*)_p + (T^*)_b \tag{5}$$

여기서 $()_p, ()_b$ 는 각각 평판과 보요소에 대한 것

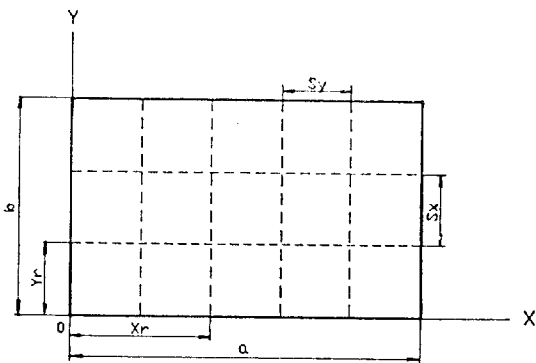


Fig. 1 Coordinate system of a stiffened plate

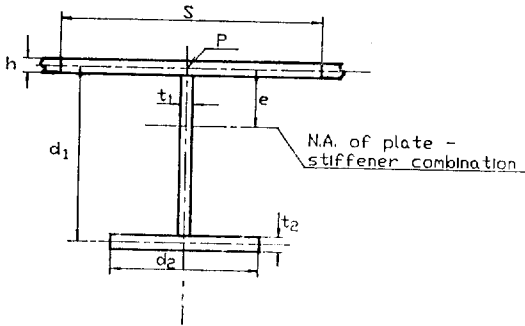


Fig. 2 A stiffener with plate flange

임을 뜻한다.

(4), (5)를 가정된 진동파형 즉, (1)의 $W(x, y)$ 로 나타내면 각각 다음과 같다.

유공 등방성 평판의 에너지 기여분

$$(V_{max})_p = \frac{D}{2} \iint_A \left[\left(\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \right)^2 + 2(1-\nu) \left\{ \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} \right)^2 - \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \right) \left(\frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \right) \right\} \right] dx dy \quad (6)$$

$$(T^*)_p = \frac{1}{2} \rho h \iint_A W^2 dx dy \quad (7)$$

여기서 D 는 등방성 평판의 굽힘강성이고 ν 는 재료의 밀도, ν, h 는 (2)에서와 같다. 또 적분영역 A 는 유공 평판의 실제 면적에 대한 것이다. 계산 운영은 무공을 가정할 결과로부터 그에 산입된 구멍 해당 부분을 빼는 방법이 편리하다. 즉, 주변경계조건이 단순지지 또는 고정인 적사각형 평판의 경우에는 무공 때 (6)의 제 2항 적분치가 영이 되므로 (6)을

$$(V_{max})_p = \frac{D}{2} \int_0^a \int_0^b \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \right)^2 dx dy - \frac{D}{2} \iint_H \left[\left(\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \right)^2 + 2(1-\nu) \cdot \left\{ \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} \right)^2 - \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \right) \left(\frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \right) \right\} \right] dx dy \quad (8)$$

에 의해 계산할 수 있다. 여기서 적분영역 H 는 구멍 해당 부분에 대한 면적분을 뜻한다.

등가 보요소의 에너지 기여분

$$(V_{max})_b = \frac{1}{2} \sum_{r=1}^{m_x} \int_{L_x} \left\{ EI_x \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \right)^2 + GJ_x \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} \right)^2 \right\}_{y=y_r} dx + \frac{1}{2} \sum_{r=1}^{m_y} \int_{L_y} \left\{ EI_y \left(\frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \right)^2 + GJ_y \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} \right)^2 \right\}_{x=x_r} dy \quad (9)$$

$$(T^*)_b = \frac{\rho}{2} \sum_{r=1}^{m_x} \int_{L_x} \{ A_x W^2 \}_{y=y_r} dx + \frac{\rho}{2} \sum_{r=1}^{m_y} \int_{L_y} \{ A_y W^2 \}_{x=x_r} dy \quad (10)$$

여기서 하첨자 x_r, y_r 은 각각 $y=y_r, x=x_r$ 에 위치한 등가 보요소에 대한 것임을 나타내고 A 는 보강재의 단면적, m_x, m_y 는 각각 x, y 방향의 보강재의 갯수, L 은 보강재 실제 길이에 대한 적분구간을 나타낸다.

적교 이방성 판 모델링 방법

유공 보강판을 유공 적교 이방성 평판으로 치환하였을 때 최대 변형에너지 V_{max} 및 reference kinetic energy T^* 는 다음과 같이 산정된다[10].

$$V_{max} = \frac{1}{2} \iint_A \left[D_x \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \right)^2 + 2D_1 \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \right) \left(\frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \right) + 4D_{xy} \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} \right)^2 + D_y \left(\frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \right)^2 \right] dx dy \quad (11)$$

$$T^* = \frac{1}{2} \rho h_e \iint_A W^2 dx dy \quad (12)$$

여기서 적분영역 A 는 유공 적교 이방성 평판의 실제 면적에 대한 것이고 강성계수 D_x, D_y, D_1, D_{xy} 및 등가 유효두께 h_e 는 전자의 모델링 방법에서 보강재 간격이 비교적 좁고하고 규칙적인 때 plate flange의 유효폭이 보강재의 간격과 같다고 가정하면 등가 보요소의 강성계수 및 단면적을 각 방향에 따라 균일 분포시키므로써 다음과 같이 평가된다.

$$D_x = D + \frac{E h e x^2}{1-\nu^2} + \frac{EI_{0x}}{S_x} \\ D_y = D + \frac{E h e y^2}{1-\nu^2} + \frac{EI_{0y}}{S_y} \\ 2D_1 = 2\nu D \quad (13)$$

$$4D_{xy} = 2(1-\nu)D + \frac{G}{3} \left(\frac{\sum_i d_i t_i^3}{S_x} + \frac{\sum_i d_i t_i^3}{S_y} \right)$$

$$h_e = h + \frac{A_x}{S_x} + \frac{A_y}{S_y}$$

여기서 하첨자 x, y 는 각각 x, y 방향에 대한 것을 나타내고 A 는 보강재의 단면적, S 는 보강재의 간격, D, E, G, ν, h, e, I_0 및 기타 기호들은 (2), (3)에서 정의한 바와 같다. (11), (12)의 계산 운영도 (6), (7)의 경우와 마찬가지로 무공을 가정할 결과로부터 그에 산입된 구멍 해당 부분의 에너지를 빼는 방법이 편리하다.

고유치 문제의 형식

(4), (5) 또는 (11), (12)에 의해 유공 보강판의 최대 변형에너지 및 reference kinetic energy가 계산되면, Rayleigh quotient

$$R(W) = \frac{V_{max}}{T^*} \quad (14)$$

가 극소치 즉,

$$\min R(W) = A \tag{15}$$

를 갖기 위한 조건식 [11]

$$\frac{\partial V_{\max}}{\partial A_{ij}} - A \frac{\partial T^*}{\partial A_{ij}} = 0, \begin{matrix} (i=1, 2, \dots, p) \\ (j=1, 2, \dots, q) \end{matrix} \tag{16}$$

으로 부터 고유치 문제가 형성된다. 즉, (16)의 연산 결과로 부터

$$\sum_{m=1}^p \sum_{n=1}^q (k_{mn}^{(ij)} - A m_{mn}^{(ij)}) A_{mn} = 0, \begin{matrix} (i=1, 2, \dots, p) \\ (j=1, 2, \dots, q) \end{matrix} \tag{17}$$

또는 매트릭스 형식의 고유치 방정식

$$[K][A] = A[M][A] \tag{18}$$

을 얻을 수 있다. (18)의 해 $A_r, [A]_r (r=1, 2, \dots)$ 를 구하므로써 유공 보강판의 고유원진동수 ω_r 의 근사치 $\omega_r^2 \cong A_r$ 및 $[A]_r$ 를 (1)에 대입하여 ω_r 에 대응하는 고유진동형이 결정된다.

3. 수치 계산 및 실험

수치 계산과 실험을 위한 대상 보강판은 $E=2.6 \times 10^{11}$ N/m², $\rho=7.85 \times 10^3$ kg/m³인 일반 구조용 연강을 사용하여 가로, 세로 및 두께가 600mm, 600mm, 3.2mm인 평판에 단면치수의 길이와 두께가 30mm, 3.2mm인 보강재 6개가 y방향으로만 등간격으로 배치되었으며, 이러한 보강판에 원공이 있는 경우를 다루었다. 수치 계산에서 $\nu=0.3$, 보강재에 대한 plate flange의 유효폭은 보강재 간격을 취하였다. 수치 계산에서의 외연경계조건은 4연(緣)이 모두 단순지지인 경우(S-S-S-S) 및 보강재에 평행한 연(緣)은 단순지지이고 이에 수직인 연은 고정인 경우(S-C-S-C), 실험은 4연이 모두 단순지지인 경우에 대해서 수행하였다.

Rayleigh-Ritz 방법의 응용에 의한 수치 계산에서 진동파형의 가정 (1)은 유공 보강판의 서로 마주 보는 외연경계조건과 동일한 경계조건을 갖는 단순보의 고유함수 $X_m(x), Y_n(y)$ 를 조합하여 다음과 같이 가정했다.

S-S-S-S의 경우

$$W(x, y) = \sum_{m=1}^p \sum_{n=1}^q A_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \tag{19}$$

S-C-S-C의 경우

$$W(x, y) = \sum_{m=1}^p \sum_{n=1}^q A_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \left\{ c_n \left(\cos \frac{\alpha_n y}{b} \right. \right.$$

$$\left. \left. - \cosh \frac{\alpha_n y}{b} \right) + \left(\sin \frac{\alpha_n y}{b} - \sinh \frac{\alpha_n y}{b} \right) \right\} \tag{20}$$

여기서 α_n, c_n 은 다음 산식으로 부터 결정된다.

$$\cos \alpha_n \cdot \cosh \alpha_n = 1$$

$$c_n = \frac{\sin \alpha_n - \sinh \alpha_n}{\cos \alpha_n - \cosh \alpha_n}$$

원공의 크기 및 위치에 대해서는 두가지 유형을 고려했다. 하나는 직경 60mm인 원공이 Table 1에 보인 바와 같이 보강재 길이 방향에 수직한 중앙선 상에서 보강재 사이 또는 사이사이에 있는 경우와 보강재 방향의 중앙선 상에서 복수로 있는 경우이고, 다른 하나는 보강판 중앙점에 원공의 중심을 고정시키고 보강재의 일부가 불연속이 되는 상태에서 원공의 크기를 단계적으로 키웠다.

실험용 시편 제작에 있어서 보강재는 단속 용접과 epoxy계의 금속 접착제를 겸용하여 평판에 고착되었다. 외연 단순지지조건을 구현을 위해 knife edge가 사용되었으며 고유진동수 측정에 있어서 가진(加振)을 위해 충격기진법을 택하고 응답신호 분석은 FFT분석기에 의했다.



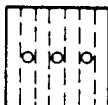
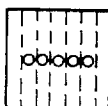
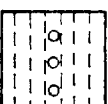
또한 비교 고찰 목적으로 보강재 효과 집중 모델링 방법에 의거 앞의 두가지 외연경계조건에 대해 유한요소법에 의한 계산도 수행하였는데, 이 경우에 Rayleigh-Ritz 방법에서와는 달리 구멍 주변의 자유 경계조건을 고려할 수 있다는 점에서 비교 목적의 의의가 있다. 요소 분할은 무공 때 질점 225개에 의해 196개의 판요소와 84개의 보요소로 나타내었으며, 유공 때는 상기 요소 크기에 준하여 요소분할을 했다. 수치 계산에는 구조해석 범용 프로그램인 SAP IV를 사용했다.

수치 계산 및 실험 결과들은 Table 1 및 Fig. 3과 같다. Table 1은 60mmφ 원공이 보강재 사이에 있는 경우 그 갯수 및 위치를 변화시켜 가며 얻은 결과이다. Fig. 3은 보강판 중앙점을 중심으로 하는 원공으로 인하여 불연속 보강재가 있는 경우인데 유한요소법에 의한 수치 계산 및 실험은 100, 120, 160 및 240mmφ의 원공이 있는 경우에 대하여 수행했다. 고찰의 편의상 유공 때의 진동수 f_k 의 무공 때의 진동수 f_0 (Table 1 참조)에 대한 비 f_k/f_0 와 원공 직경의 보강재 간격에 대한 비의 관계를 보였다.

Table 1의 Ritz 진동수는 (19), (20)에서 $p=q=3$ 까지 취하여 수렴된 결과이고 Fig. 3에서 원공 직경의 보강재 간격에 대한 비가 1.0 이상일 때 Ritz 진동수

Table 1 The results of natural frequency calculated and measured

(Unit : Hz)

Hole	Order	B.C.		S - S - S - S			S - C - S - C			
		Method		Rayleigh-Ritz		F.E.M.	Exper- iment	Rayleigh-Ritz		F.E.M.
		L - S	O - P	L - S	O - P					
	1	195.8	200.1	193.9	190	438.6	447.9	436.0		
	2	214.0	219.4	212.9	210	446.9	457.6	444.6		
	3	268.0	276.0	269.0	272	474.9	488.4	473.8		
	1	198.0	198.2	195.8	194	444.0	449.6	441.1		
	2	214.1	219.4	213.2	210	447.0	457.7	446.1		
	3	269.4	274.9	268.5	276	481.4	490.3	478.0		
	1	199.3	195.8	197.5	196	450.2	450.1	446.5		
	2	217.9	216.9	215.4	220	458.9	461.8	454.8		
	3	271.5	273.4	267.9	286	489.6	493.8	482.0		
	1	203.7	193.1	200.9	200	461.6	454.2	456.3		
	2	220.5	214.3	217.5	228	467.2	463.7	461.4		
	3	271.8	272.5	269.2	292	490.9	493.4	486.1		
	1	199.7	197.9	197.4	-	445.7	451.7	443.4		
	2	213.9	219.2	213.2	-	446.9	457.6	446.4		
	3	270.7	274.9	268.2	-	484.9	493.4	480.4		

Note:

L-S; Lumping stiffener-effects method

O-P; Orthotropic plate analogy

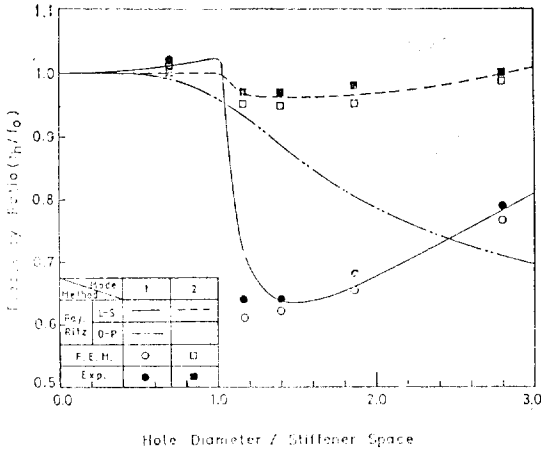
Panel size; 600mm×600mm×3.2mm, stiffener size; 30mm×3.2mm F.B., hole dia.; 60mmφ

는 $p=7, q=17$ 까지 취한 결과이다.

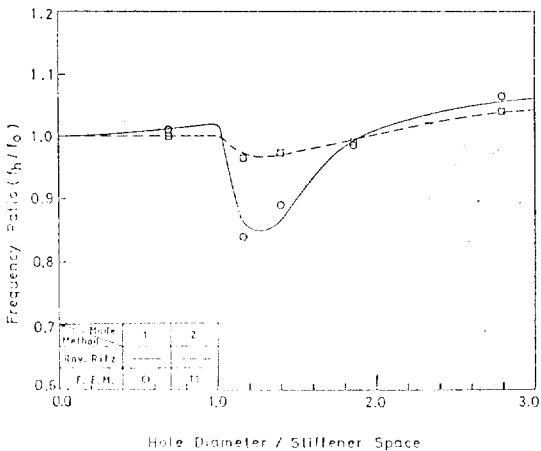
4. 고 찰

구멍이 보강재 사이에 있을 경우(Table 1) 보강재 효과 집중 모델링 방법을 사용하고 진동파형의 가정에 있어서 단순보의 고유함수를 조합하여 유공 보강판의 외연경계조건만을 만족하도록 가정하여 얻어진 Ritz진동수는 외연경계조건이 S-S-S-S 때 및 S-C-S-C 때 공히 유한요소법에 의한 결과와 부합성이 매우 좋으며, 외연경계조건이 S-S-S-S 때 실험치와도 부합성이 양호

하다. 유공 때의 진동수가 무공 때에 비하여 높으며 구멍의 갯수 또는 구멍 단적이 증가함에 따라 진동수도 증가한다. 또한 구멍 위치가 보강판 중앙에 가까울수록 기본 진동형의 경우 그 영향이 크다. 이는 유공 보강판에서 판의 구멍으로 인한 에너지 감소율이 변형에너지보다 운동에너지 쪽에서 더 크기 때문으로 판단된다. 이러한 경향은 S-S-S-S와 S-C-S-C에서 유사하게 나타났다. 한편 직교 이방성 판 모델링 방법에 있어서는 외연경계조건이 S-S-S-S인 경우 유공 때의 Ritz 진동수가 수치 계산 예의 경우 절대값으로는 다른 방법에 의한 결과와 큰 차이를 보이지 않으나,



(a) S-S-S-S

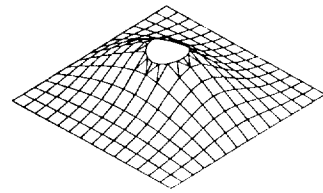


(b) S-C-S-C

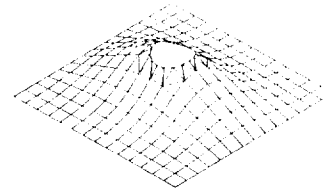
Fig. 3 Effects of a central hole on natural frequency of the panel having discontinuous stiffeners (refer to Table 1 for f_0 and system configuration)

무공 때에 비해 작고 또 구멍의 갯수 또는 면적이 증가함에 따라 계속 감소하는데 이는 실험결과와 반대 경향이다.

불연속 보강재가 존재할 경우(Fig. 3)에도 보강재 효과 집중 모델링 방법에 의한 Ritz 진동수가 유한요소법에 의한 결과는 물론 외연 경계 조건이 S-S-S-S 때 실험치와도 잘 부합된다. 이 경우 구멍의 자유연 영향이 크게 나타나 보강판의 진동 특성에 미치는 영향이 매우 크다. 기본 진동형의 경우 진동수가 크게 낮아졌다가 원공 직경이 보다 커짐에 따라 다시 증가



(a) Rayleigh-Ritz method



(b) F.E.M.

Fig. 4 An example of mode shapes; S-S-S-S, hole size 120mmφ

한다. 이는 구멍으로 인해 보강재가 불연속이 되는 직후는 직전에 비해 변형에너지가 갑자기 감소하여 진동수가 크게 낮아지며 구멍이 이 보다 커짐에 따라 변형에너지 감소율 보다 운동에너지 감소율이 점차 커지기 때문에 진동수는 다시 증가한다. 이때 정량적 경향은 외연경계조건에 따라 크게 차이를 보이고 있는데, S-S-S-S 때 불연속 보강재는 단순지지 자유 보의 zero mode에 접근한 거동을 나타내고 S-C-S-C 때 불연속 보강재는 외원보의 기본 진동형에 가까운 거동을 나타내기 때문이다. 2차 진동형 때 불연속 보강재의 영향이나 원공 크기에 따른 진동수 변화가 적은 것은 nodal line이 원공 중심에 걸치고 불연속 보강재가 nodal line에 평행하게 인접해 있다는 사실에서 설명될 수 있다.

Fig. 4는 4연이 단순지지이고 120mmφ 원공을 갖는 유공 보강판의 기본진동형에 대하여 보강재 효과 집중 모델링 방법에 의한 Ritz mode shape와 유한요소법에 의한 mode shape를 보여 주고 있다. Ritz mode shape는 유한요소법에서의 요소 분할 절점에 대한 (1)의 결과로부터 얻어진 것이다. Ritz mode shape 또한 유한요소법에 의한 mode shape와 잘 부합된다. 특히, 앞에서 기술한 불연속 보강재의 거동이 잘 나타나 있다.

한편 Fig. 3에서 유공 보강판을 유공 적교 이방성 평판으로 치환하여 얻은 Ritz 진동수는 보강재 효과 집중 모델링 방법에 의한 Ritz 진동수, 유한요소법에 의

한 계산치 및 실험치와 매우 큰 차이를 보여 주고 있는데, 이는 불연속 보강재로 인한 영향이 실제와 같이 반영되지 못하기 때문이다.

5. 결 론

본 연구를 통하여 도출된 주요 결론은 다음과 같다.

(1) 보강재 효과를 국부적 집중 효과로 취급하는 모델링 방법이 유공 직교이방성 판 모델링 방법보다 실제에 가까운 값을 주며, 특히 불규칙 보강재를 합리적으로 취급할 수 있다.

(2) 보강재 효과 집중 모델링 방법을 사용하고, 진동과형 가정 함수를 단순보의 고유함수를 조합하여 외연경계조건만을 만족하도록 구성하고 Rayleigh-Ritz 방법을 적용하면 좋은 결과를 얻을 수 있으며 유한요소법에 비하여 입력자료 마련 및 계산시간 면에서 매우 효율적이다.

(3) 보강재 사이에 구멍이 있을 때 고유진동수는 무공 때 보다 높아지며 그 갯수 또는 면적이 증가함에 따라 같이 증가한다. 그 증가율의 외연경계조건에 따라 차이는 적다.

(4) 구멍으로 인한 불연속 보강재가 존재하는 경우 보강재 자유단의 효과가 고유진동수에 미치는 영향이 매우 현저하게 나타나며, 그 변화량은 외연경계조건에 따라 차이가 크다.

후 기

본 연구는 1986년도 문교부 학술 연구 조성비 지원으로 이루어졌다. 이 기회를 빌어 문교부 및 대학 당국에 감사를 드린다. 또 실험을 도와준 한국기계연구소 대덕선박분소 구조연구실 관계자 여러분에게 감사를 드린다.

참 고 문 헌

[1] Kumai, T., "The Flexural Vibration of Square Plate with a Cental Hole," *Proc. 2nd Jap. Nat'l. Congr. Mech.*, 1952.
 [2] Takahashi, S., "Vibration of Rectangular Plates with Circular Holes," *Bull. JSME*, 1958.
 [3] Joga Rao, C.V. and Picker, G., "Vibrations of Plates of Irregular Shapes and Plates with Holes," *J. Aeron. Soc. India*, Vol. 13, No. 3, 1961,

[4] Matsumoto, K., Obata, T. and Ishihama, T., "Natural Frequencies of Plates in Hull Structure," *J. of Kansai Soc. of N.A.*, Japan, 1971.
 [5] Kristiansen, U. and Soedel, W., "Fundamental Frequencies of Cutout Square Plates with Clamped Edge," *J. of Engineering for Industry*, Feb., 1971.
 [6] Ali, R. and Atwal, S.J., "Prediction of Natural Frequencies of Vibration of Rectangular Plates with Rectangular Cutouts," *Computer & Structure*, Vol. 12, 1980.
 [7] Aksu, G. and Ali, R., "Determination of Dynamic Characteristics of Rectangular Plates with Cutout Using Finite Difference Formulation," *J. of Sound and Vibration*, Vol. 44, No. 1, 1976.
 [8] Madsen, N.Fl., "Natural Frequencies of Plate Panels," *ISH Report*, Group A 1, The Technical University of Denmark, 1982.
 [9] Troitsky, M.S., *Stiffened Plates*, Elsevier Scientific Publishing Company, 1976.
 [10] Shaefer, E.D., "A Practical Guide for Determining the Vibration Characteristics of Plate Structures," *Proc. of STAR Symposium*, SNAME, April 25-28, 1979.
 [11] Meirovitch, L., *Analytical Methods in Vibrations*, Macmilan Company, London, 1967.

부록 : 등가 보요소의 굽힘 강성 평가

x 및 y 방향으로 보강된 직사각형 보강판을 보강재로 인한 효과를 그 취부선상에서의 국부적 집중 효과로 취급하는 등가 보요소와 등방성 평판으로 이루어진 계로 치환할 때 굽힘 변형에너지가 같아지도록 등가 보요소의 굽힘 강성을 평가하기 위하여 다음과 같이 가정한다.

- a. 각 보강재들은 단면이 균일한 단순보로 간주한다.
- b. 두 방향의 보강재들은 보강판의 굽힘 거동에 대해 각각 독립적으로 기여한다고 가정한다.
- c. 어느 한 방향의 보강재와 보강재 간격의 plate flange로 이루어진 strip의 보강재 방향의 굽힘 거동은 조합중립축에 대하여 이루어진다.

Fig. A-1과 같이 보강재와 보강재 간격의 plate flange로 이루어진 strip에 대한 변위-변형도 관계는 상기 가정으로부터 다음과 같이 나타낼 수 있다.

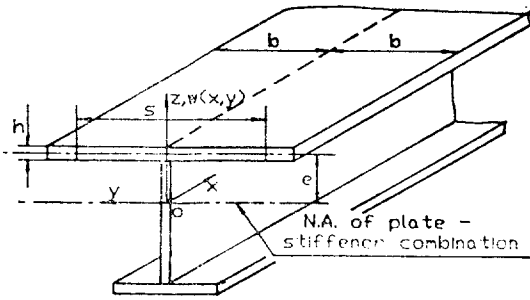


Fig. A-1 Stiffened plate strip

$$\epsilon_x^p = -z \frac{\partial^2 W}{\partial x^2}, \quad \epsilon_y^p = -(x-e) \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \tag{A-1}$$

$$r_{xy}^p = -(2x-e) \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y}, \quad \epsilon_x^s = -z \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \right)_{y=0}$$

여기서 상첨자 p, s 는 각각 plate flange와 보강재에 대한 것임을 뜻한다.

또한 응력-변형도 관계는 plate flange를 평면응력상태로 가정할 때 다음과 같다

$$\begin{aligned} \sigma_x^p &= \frac{E}{1-\nu^2} (\epsilon_x^p + \nu \epsilon_y^p) \\ \sigma_y^p &= \frac{E}{1-\nu^2} (\epsilon_y^p + \nu \epsilon_x^p) \\ \tau_{xy}^p &= G r_{xy}^p = \frac{E}{2(1+\nu)} r_{xy}^p \\ \sigma_x^s &= E \epsilon_x^s \end{aligned} \tag{A-2}$$

한편 이러한 strip의 굽힘 변형에너지는

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{2} \int_0^L \int_{-b}^b \int_{-h/2}^{h/2} (\sigma_x^p \epsilon_x^p + \sigma_y^p \epsilon_y^p + \tau_{xy}^p r_{xy}^p) \\ &\quad \cdot dz dy dx + \frac{1}{2} \int_0^L \int_{A_s} \sigma_x^s \epsilon_x^s dA_s dx \end{aligned} \tag{A-3}$$

이다. 여기서 L 은 strip의 길이이고, 적분영역 A_s 는 보강재 단면적에 대한 적분면적을 뜻한다.

(A-1), (A-2)를 (A-3)에 대입하고 z 방향 적분을 수행하여 정리하면

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{2} \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \int_0^L \int_{-b}^b \left\{ \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \right)^2 \right. \\ &\quad + \left(\frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \right)^2 + 2\nu \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \right) \left(\frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \right) \\ &\quad + 2(1-\nu) \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} \right)^2 \left. \right\} dy dx \tag{A-4} \\ &+ \frac{1}{2} \frac{Ehe^2}{1-\nu^2} \int_0^L \int_{-b}^b \left\{ \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \right)^2 \right. \\ &\quad + \frac{1-\nu}{2} \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} \right)^2 \left. \right\} dy dx \\ &+ \frac{1}{2} EI_0 \int_0^L \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \right)_{y=0}^2 dx \end{aligned}$$

이 된다. 여기서 I_0 는 조합중립축에 대한 보강재만의 단면 2차 모멘트로서 다음과 같다.

$$I_0 = \iint_{A_s} z^2 dA_s$$

(A-4)에서 제 1적분항은 등방성 평판에 대한 굽힘 변형에너지이므로 나머지 제 2, 3적분항을 등가 보요소의 굽힘 변형에너지와 등치한다. 제 2적분항은 plate flange의 증립축 이동에 따른 효과인데, 이를 보강재 취부선상($y=0$)의 집중 효과로 취급하기 위해 유효폭 S 해당 plate flange에 대한 것으로 간주한다. 유효폭 plate flange에 대해서 y 방향의 굽힘변형도 및 전단변형도는 zero, σ_x^p 는 보강재의 판연결부에서의 굽힘응력으로서 x 방향으로 균일한 분포를 갖는다고 간주할 때 (A-4)의 제 2적분항에 대응하는 굽힘 변형에너지는

$$\frac{1}{2} \frac{EShe^2}{1-\nu^2} \int_0^L \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \right)_{y=0}^2 dx \tag{A-5}$$

와 같다. 이를 (A-4)의 제 2항에 대입하면 등가 보요소의 굽힘 변형에너지는

$$\frac{1}{2} \left(\frac{EShe^2}{1-\nu^2} + EI_0 \right) \int_0^L \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \right)_{y=0}^2 dx \tag{A-6}$$

와 같이 등치된다. 그러므로 등가 보요소의 굽힘 강성 EI 는

$$EI = \frac{EShe^2}{1-\nu^2} + EI_0 \tag{A-7}$$

와 같이 평가된다.