
 論 文

大韓造船學會誌
 第24卷 第2號 1987年 6月
 Journal of the Society of
 Naval Architects of Korea
 Vol. 24, No. 2, June 1987

動搖하는 2次元沒水體에 作用하는 線形 및 非線形 動流體力에
 미치는 前進速도의 影響

黃宗屹* · 金容直** · 李承洙***

Effects of Forward Speed on the Linear and Nonlinear Hydrodynamic
 Forces Acting on Advancing Submerged Cylinders in Oscillation

by

J.H. Hwang* · Y.J. Kim** · S.S. Lee***

Abstract

Linear and nonlinear hydrodynamic forces, which acts on submerged circular and eiliptic cylinders in oscillation as well as in advancing motion, are investigated as an initial-boundary value problem using a numerical method, which makes use of the source distribution on the body surface and the spectral method for treating the free surface waves. In the numerical code developed here, the boundary condition at the body surface is satisfied exactly at its instantaneous position, whereas the boundary condition at the free surface is linearized. Using the numerical code so attained, nonlinear effects for different forward speeds and of the large-amplitude motion are computed. One of the major findings is that, when the forward speed is large, the added mass has its minimum and the damping force changes rapidly around the frequency corresponding to the speed-frequency parameter, $\tau=0.25$. Compared to the result of Grue's [10], who used linear theory to get abrupt changes in values of the added mass and the damping force at the frequency corresponding to $\tau=0.25$, the present study, which takes nonlinear effects into account, shows much smoother variations near the frequency.

1. 緒 論

本 論文에서는 水平方向으로 一定速度를 가지고 前進하며 動搖하는 2次元潛水 柱狀體에 作用하는 動流體力이 다루어졌다. 이는 潮流中에 繫留되어 있는 海洋 構造物의 動搖問題를 다루는데 活用할 수 있고, 船體

運動에 미치는 前進速도의 影響에 關한 基礎知識을 주게 될 것이다. 前進速度가 있는 動搖問題는 周波數領域에서의 線形解가 主로 다루어지 왔다. Yamamoto [1], Park [2]은 各各 多極展開方法과 前進하며 動搖하는 소오스의 分布方法으로 線形解를 求한 바 있다. 前進中の 動搖問題에 있어 前進速度를 U , 動搖 圓振動數를 ω , 重力 加速度를 g 라고 할 때 $U\omega/g$ 로 表示

接受日字: 1987年 6月 18日, 再接受日字: 1987年 7月 2日

* 서울大學校 工科大學

** 釜山水產大學

*** 서울大學校大學院

되는 매리미터 $\tau=0.25$ 를 境界로 波系의 特性이 달라짐은 잘 알려져 있다. 위 두 研究等에서의 解들은 $\tau=0.25$ 를 境界로 動流體力에서 不連續性이 나타남을 보여주고 있으며, 또한 物體 前進運動에 의한 攪亂流動 (disturbed flow)과 物體動搖와의 相互作用效果가 高次項으로서 無視되어 있다. 3次元問題를 다룬 Havelock [3], Newman[4] 等の 研究에서도 $\tau=0.25$ 부근에서 減衰力 係數의 爆發的 增加와 같은 特異現象이 보여진 바 있으며, 이러한 研究들로부터 最近까지 $\tau=0.25$ 부근에서 動流體力의 不連續性 혹은 爆發的 特異現象이 存在한다고 생각되어 왔다. 그러나 Kim[5], Kim & Hwang[6]은 時間領域解法을 써서 前進中의 上下動搖問題를 다루어 $\tau=0.25$ 부근에서 動流體力의 不連續性이 나타나지 않음을 보여주고, 이들 解가 Kramers-Krong關係式을 만족함을 보인 바 있다. Grue & Palm [7], Grue[8]는 위 研究와는 別途로 周波數領域에서, 동상의 特異點 分布에 의한 積分 方程式을 Fourier變換하여 解를 求함으로써 動流體力이 $\tau=0.25$ 에서 有限하며 連續이라는 것을 밝힌 바 있다. 또한 이들 일련의 研究에서는 物體의 前進 運動에 의한 流動과 動搖運動의 相互作用 效果도 各各 考慮되고 있다. 本 論文에서는 時間領域解法[9, 5, 6]인 物體表面 소오스 分布와 自由表面스펙트럼方法을 이용하여 前進中의 線形 및 非線形 動搖問題를 다루었다. 圓形柱狀體와 더불어 楕圓柱狀體의 動搖問題도 다루어져 水平動搖, 上下動搖, 橫動搖의 세 運動 모오드가 모두 다루어졌고, $\tau=0.25$ 를 包含하는 넓은 波數範圍의 計算이 遂行되었다. 前進速度 變化에 따른 動流體力의 變化가 보여졌고, 또한 物體表面 境界條件의 線形化를 脫皮하여 大振幅運動을 다룸으로써 이에 따른 非線形 效果도 보여지고 있다. 本 論文의 結果에서 모든 運動모드의 動流體力은 $\tau=0.25$ 에서 連續이며, 前進速度가 큰 경우에는 $\tau=0.25$ 點이 動流體力 係數의 有限한 極大, 極小點 또는 급격한 變化點이 될 수 있음이 보여졌다. 이는 前進運動에 의한 攪亂流動과 物體動搖와의 相互作用에 의한 流體力을 包含할 때 더욱 顯著하다. 周波數 領域에서의 Grue[8]의 計算結果와의 比較를 通해, 두 結果가 一般의인 變化特性은 서로 잘 一致하니, 本 論文의 結果가 $\tau=0.25$ 에서의 變化를 어느정도 완화하는 傾向이 있음을 알 수 있었다.

2. 時間領域 境界值問題

本 論文에서는 時間領域에서의 2次元 境界值問題의

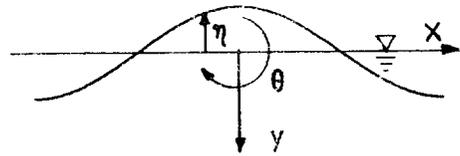


Fig. 1 Coordinate system

解를 線形 自由表面 境界條件과 正確한 物體表面을 만족하도록 求하며, 一定速度로 前進하며 動搖하는 柱狀體에 作用하는 線形 및 非線形 流體力을 다루었다. 水深은 無限하며 表面張力은 無視하고, 自由表面 境界條件의 線形化를 위해 波의 振幅 및 기울기는 작다고 假定한다. 流體는 非粘性, 非壓縮性 流體이며 流體粒子의 非回轉運動을 假定하였으며 速度포텐셜이 存在한다. 座標系는 Fig. 1에서와 같이 x軸을 靜水面으로 두고 y軸을 下方으로 하는 空間固定 座標系이며, 回轉方向은 時計方向을 陽으로 한다. 自由表面 範圍는 水面의 上昇을 陽으로 삼았다. 全體速度 포텐셜 ϕ 에 對한 時間領域 境界值問題는 다음과 같이 나타내어 진다.

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad y \geq 0, t \geq 0 \tag{1}$$

$$\tau = -\frac{1}{g} \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad y = 0, t \geq 0 \tag{2}$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = -\frac{\partial \phi}{\partial y} \quad y = 0, t \geq 0 \tag{3}$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = \vec{V} \cdot \vec{n} \quad \text{at the instantaneous body surface, } t \geq 0 \tag{4}$$

$$\phi = \frac{\partial \phi}{\partial t} = 0 \quad y \geq 0, t < 0 \tag{5}$$

여기에서 \vec{V} 는 物體 運動速度로 부터 計算되는 物體表面 各點에서의 速度벡터이며, \vec{n} 은 流體안으로 向한 單位 法線벡터이다. 式(5)의 初期條件은 物體의 運動이 $t=0$ 에서 부터 始作됨을 나타낸다.

3. 數值 解法

本 論文의 數值計算方法은 처음 Chapman [9]에 의해 開發되었으며, 그 後 Kim[5], Kim & Hwang[6]에 의해 計算上의 改善이 이루어졌다. 全體速度 포텐셜 ϕ 는 各 순간의 物體 運動效果를 나타내는 物體 포텐셜 ϕ_b 와 發生波에 의한 流動을 나타내는 波 포텐셜 ϕ_w 의 疊으로서 다음과 같이 나타낸다.

$$\phi = \phi_b + \phi_w \tag{6}$$

物體포텐셜 ϕ_b 는 各 순간에서 다음의 境界條件들로 이루어 지는 境界值 問題의 解이다.

$$\phi_b = 0 \quad y = 0, t \geq 0 \tag{7}$$

$$\frac{\partial \phi_b}{\partial n} = -\frac{\partial \phi_w}{\partial n} + \vec{V} \cdot \vec{n} \quad \text{at the instantaneous, body surface, } t \geq 0 \quad (8)$$

여기에서 식 (8) 右邊의 ϕ_w 는 뒤에서 說明하는 方法에 의해서 計算되며, 위 境界值 問題의 物體表面과 그 이미지에 單純 소오스를 分布시키고 소오스의 세기에 關한 積分 方程式을 풀어 얻어진다. 波 포텐셜 ϕ_w 는 有限個의 成分波의 組合으로 나타내어 진다. L_m 을 發生波가 計算時間동안 到達하는 $x=0$ 으로부터의 距離라고 하고, T_m 을 計算最終時間이라고 하면, 各 成分波의 波數 k_n 사이의 間隔은 다음의 條件들을 함께 만족해야 한다.

$$k_{n+1} - k_n \leq \frac{\pi}{L_m} \quad (9)$$

$$\sqrt{gk_{n+1}} - \sqrt{gk_n} \leq \frac{\pi}{T_m} \quad (10)$$

다루고자 하는 문제에 따라 어떤 波長 以下の 波成分은 無視할 수 있다고 假定하면 全體 成分波의 個數는 有限하게 된다. 水面變位 η 와 波 포텐셜 ϕ_w 는 이들 成分波의 組合으로 다음과 같이 나타내어 진다.

$$\eta = \sum_{n=1}^{n_w} \Delta k_n A(t, k_n) e^{ik_n x} \quad (11)$$

$$\phi_w = -\sum_{n=1}^{n_w} \Delta k_n \frac{y}{\omega_n} B(t, k_n) e^{k_n(ix-y)} \quad (12)$$

여기에서 n_w 는 成分波의 個數이고, $A(t, k_n)$ 과 $B(t, k_n)$ 은 複素값을 갖으며, 위 식들의 右邊에서는 實數部만을 취한다. 計算時間 間隔 Δt 後의 $A(t+\Delta t, k_n)$ 과 $B(t+\Delta t, k_n)$ 은 前段階의 $A(t, k_n)$, $B(t, k_n)$ 과 t 동안의 物體運動效果를 나타내는 複素項 $I(t, k_n)$ 으로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} A(t+\Delta t, k_n) &= A(t, k_n) \cos \omega_n \Delta t \\ &\quad - B(t, k_n) \sin \omega_n \Delta t \\ &\quad + I(t, k_n) \frac{\sin \omega_n \Delta t}{\omega_n} \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} B(t+\Delta t, k_n) &= B(t, k_n) \cos \omega_n \Delta t \\ &\quad + A(t, k_n) \sin \omega_n \Delta t \\ &\quad + I(t, k_n) \left(\frac{1 - \cos \omega_n \Delta t}{\omega_n} \right) \end{aligned} \quad (14)$$

$I(t, k_n)$ 은 식 (7), (8)의 境界值問題에서 直線分割된 各物體表面 分割區間에서의 소오스의 세기를 σ_m 이라고 할 때 다음과 같이 計算된다.

$$\begin{aligned} I(t, k_n) &= \sum_{m=1}^{N_t} 2\sigma_m \left(t + \frac{\Delta t}{2} \right) \left[e^{-k_n(ix_m+y_m)} \right. \\ &\quad \left. - e^{-k_n(ix_{m+1}+y_{m+1})} \right] \\ &\quad \cdot \frac{[(x_{m+1}-x_m)^2 + (y_{m+1}-y_m)^2]^{1/2}}{k_n[i(x_{m+1}-x_m) + (y_{m+1}-y_m)]} \frac{\sin k_n l}{k_n l} \end{aligned} \quad (15)$$

여기에서 N_t 는 物體表面 分割個數, l 은 成分波의 最

小 半波長이며, (x_m, y_m) 과 (x_{m+1}, y_{m+1}) 은 時間 $(t + \Delta t/2)$ 에서의 m 번째 分割區間의 끝點들의 座標이고, σ_m ($t + \Delta t/2$)는 前段階의 세 값들로부터 的 방법을 써서 計算했다. 하나의 計算段階에서 식 (7), (8)의 境界值 問題를 풀면, 얻어진 소오스의 세기와 식 (13)(14), (15)를 이용하여 다음 段階의 ϕ_w 가 計算되며, 이는 다시 ϕ_b 를 計算하기 위한 식 (8)의 右邊에 使用된다. 이와 같은 過程이 反復遂行되어 全體 포텐셜을 時間의 遂行에 따라 求해 나가게 된다. 流體力은 物體表面에서 直接 壓力을 積分하여 計算했으며, 壓力은 다음의 Bernoulli 方程式으로부터 計算할 수 있다.

$$P = -\rho \frac{\partial \phi}{\partial t} - \frac{\rho}{2} |\nabla \phi|^2 + \rho g y \quad (16)$$

右邊의 세번째 項은 靜力學的 壓力으로 本論文에서는 考慮하지 않았다. 物體表面 同一點에서의 포텐셜 變化값 $(D\phi/Dt = \partial \phi / \partial t + \vec{V} \cdot \nabla \phi)$ 을 사용하는 경우 流體 動力學的 壓力 P_d 는 다음과 같이 計算된다.

$$P_d = -\rho \frac{D\phi}{Dt} + \frac{\rho}{2} [\vec{V}^2 - (\nabla \phi \cdot \vec{V})^2] \quad (17)$$

4. 計算 結果 및 考察

數值計算은 Fig. 2에 보여지고 있는 潛水 圓形 및 橢圓形柱狀體에 對해 遂行되었다. 潛水깊이 h 는 靜水面

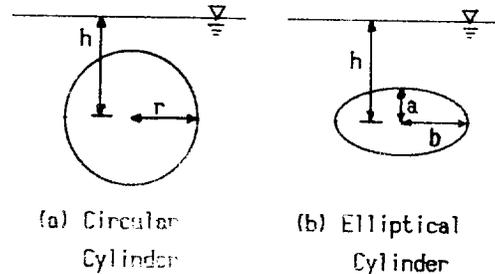


Fig. 2 Body shape

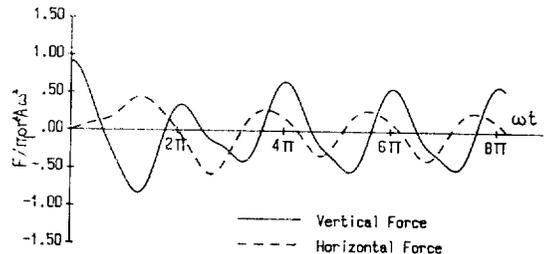


Fig. 3 Time history of forces for a translating and heaving circular cylinder (nonlinear case, $Kr = 1.0$, $A = 0.30r$, $h = 1.5r$, $Fn = 0.25$)

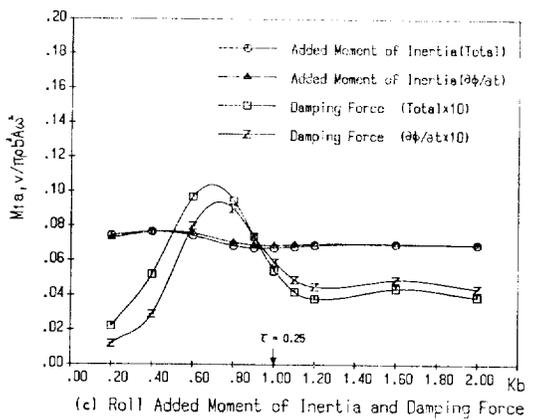
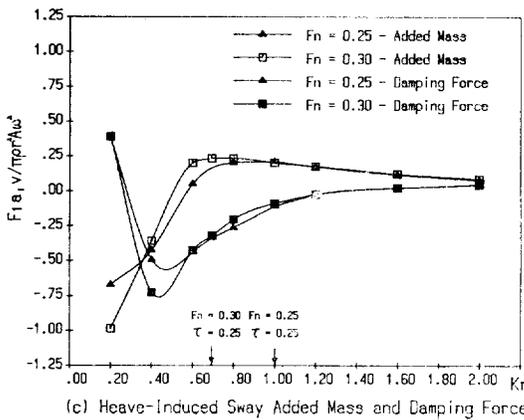
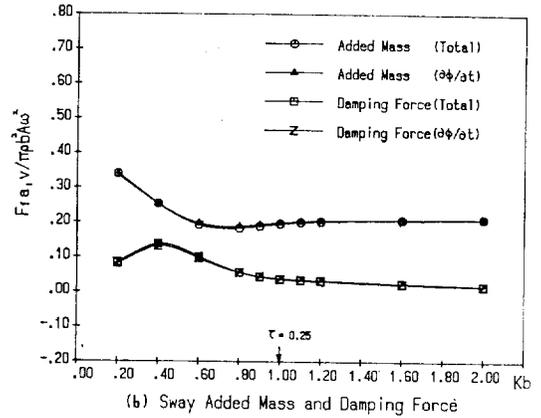
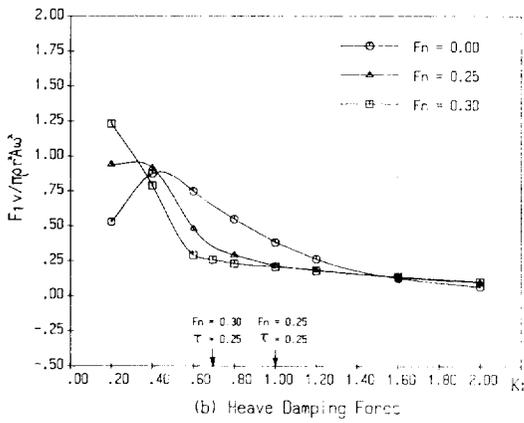
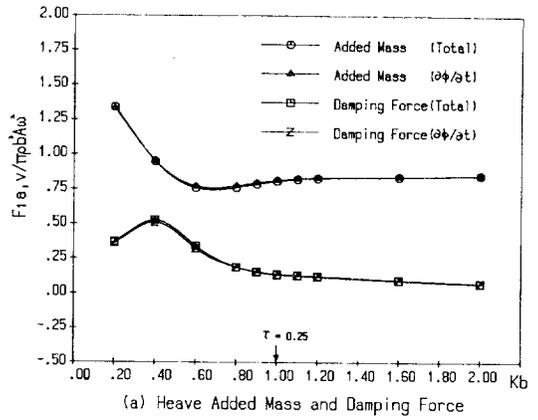
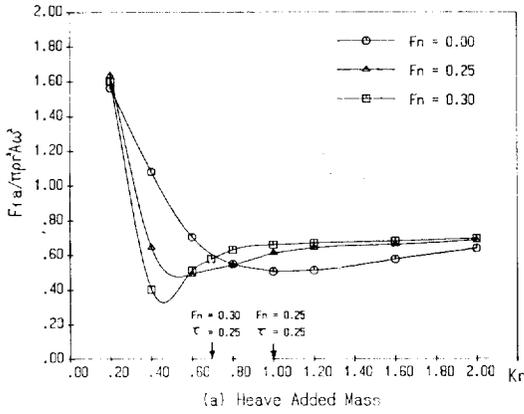


Fig. 4 1st-Harmonic force components for a heaving circular cylinder with variation of froude number (linear case- $\partial\phi/\partial t$, $h=1.5r$)

Fig. 5 1st-harmonic force and moment components for a translating and oscillating elliptical cylinder (linear case- $\partial\phi/\partial t$, $a/b=0.5$, $h=1.5b$, $Fn=0.25$)

으로 부터 物體中心까지의 距離이고, 圓形柱狀體의 반지름은 r 로 나타내며, 橢圓形柱狀體의 높이와 幅을 各各 $2a, 2b$ 라 할 때 a/b 는 $1/2$ 이다. 計算된 動流體力의 一例가 Fig. 3에 보여지고 있다. 物體는 初期停止狀態로 부터 x 軸의 陰의 方向으로 均一速度 U 로 前進하며 物體 運動範圍는 $y = -A \cos at$ 로 주었다. A 는 物體 運動振幅이고, Kr 은 $\omega^2 r/g$ 인 無次元 波數이며, Fn 은 U/\sqrt{gr} 인 Froude 數이다. 動搖運動에 依해 그 位置가 變하는 各 순간의 物體表面에서 物體表面 境界條件을 適用한 경우를 非線形 경우라 하고, 이와는 달리 動搖 平均位置의 物體表面에서 物體表面 境界條件을 適用한 경우를 線形 경우라 하였다. 計算된 流體力中 過度效果가 充分히 消滅된 마지막 周期의 動流體力를 Fourier 變換하여 加速度位相 1次調和成分力(附加質量) $F1a$, 速度位相 1次 調和成分力(減衰力) $F1v$, 時間平均力 $F0$, 2次 造和成分力의 振幅 $F2$ 등을 얻었다.

加質量 및 減衰力의 變化가 보여지고 있다. 이들은 線形 경우의 結果이며, 式 (16)의 첫項에 依한 壓力으로 부터 動流體力를 計算하여 文獻 [2] 등의 流體力 係數와 같은 項이 되도록 하였다. 前進速度가 增加함에 따라 극값을 주는 波數가 減少한다. Fig. 4에서 보여지고 있는 水平方向 聯成力은 前進速度가 없을 때는 나타나지 않는 것으로 낮은 波數領域에서는 上下方向 流體力와 비슷한 크기를 갖는다. $\tau = 0.25$ 부근에서 流體力은 連續的으로 變化하며, Froude數가 0.3이하의 範圍에서는 별다른 特異現象은 보여지지 않고 있다. 橢圓柱狀體의 上下, 水平 및 橫動搖에 關한 線形 경우의 附加質量 및 減衰力들이 Fig. 5에 보여지고 있다. Kb 는 $\omega^2 b/g$ 이며, Fn 은 U/\sqrt{gb} 이다. 前進速度가 있는 경우에는 前進運動에 依한 攪亂運動과 動搖에 依한 流動과의 相互作用에 依해 速度自乘項에 依한 壓力에서도 1次調和成分力이 나타난다[5, 10]. 이를 포함하는 全體動流體力으로 부터 얻어진 流體力 係數들도 함께 보여지고

Fig. 4에는 前進速度 變化에 따른 圓形 柱狀體의 附

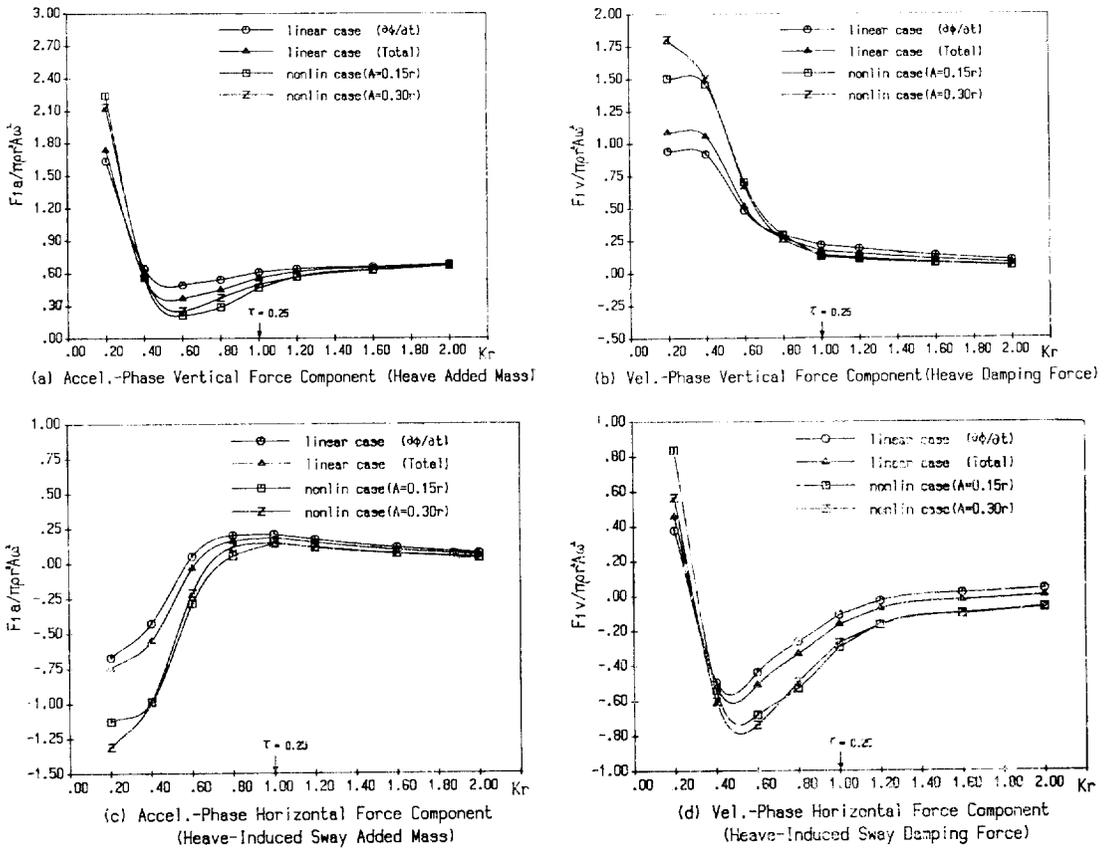


Fig. 6 1st-harmonic force components for a translating and heaving circular cylinder with variation of motion amplitude ($h=1.5r, Fn=0.25$)

있다. 上下動搖 및 水平動搖時 流體力의 波數에 따른 變化傾向은 Fig. 4의 圓形柱狀體의 경우와 類似하며, 橫動搖에 의한 流體力은 다소 다른 變化傾向을 보여주고 있다.

Fig. 6에는 두 動搖振幅에 對한 非線形경우의 1次 調和成分力과 線形경우의 動流體力係數들이 함께 보여지고 있다. 非線形 경우의 流體力은 全體 動流體力으로 부터 計算된 것이며, 動搖振幅에 따른 非線形 效果는 $\tau=0.25$ 이상의 波數領域보다는 낮은 波數 領域에서 더 크게 나타남을 볼 수 있다. $A=0.3r$ 과 $A=0.15r$ 인 두 非線形 경우의 流體力을 比較해보면, 動搖振幅 A 가

더 작아진다 해도 非線形 경우의 流體力 係數가 線形 경우의 것에 수렴하지 않음을 알 수 있다. 前進運動에 의한 攪亂運動과 動搖에 의한 物體 位置變化와의 相互作用은 物體表面에 式 (4)의 右邊項外에 追加的인 法線速度를 誘發한다[5, 10]. 앞서의 差異는 本 論文의 非線形 경우의 計算에는 이 項이 包含되어 있고 線形 計算에는 이러한 項이 考慮되지 않기 때문이다. Grue [8]는 物體表面 境界條件에서의 이 相互作用項을 考慮하여 線形解를 求한 바 있다.

Fig. 7에는 線形 및 非線形 경우의 時間 平均力과 2次 調和成分力의 振幅이 보여지고 있다. 이들은 動搖

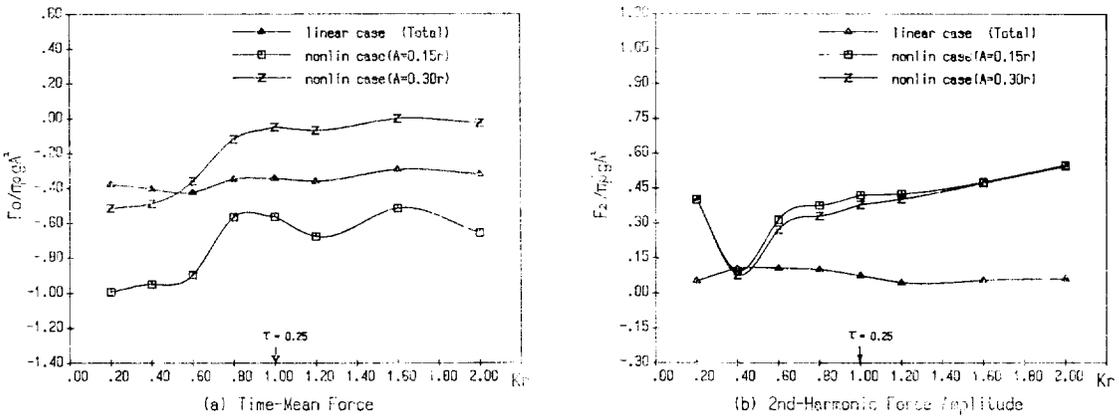


Fig. 7 Time-mean and 2nd-harmonic components of vertical force for a translating and heaving circular cylinder with various motion amplitudes ($h=1.5r, F_n=0.25$)

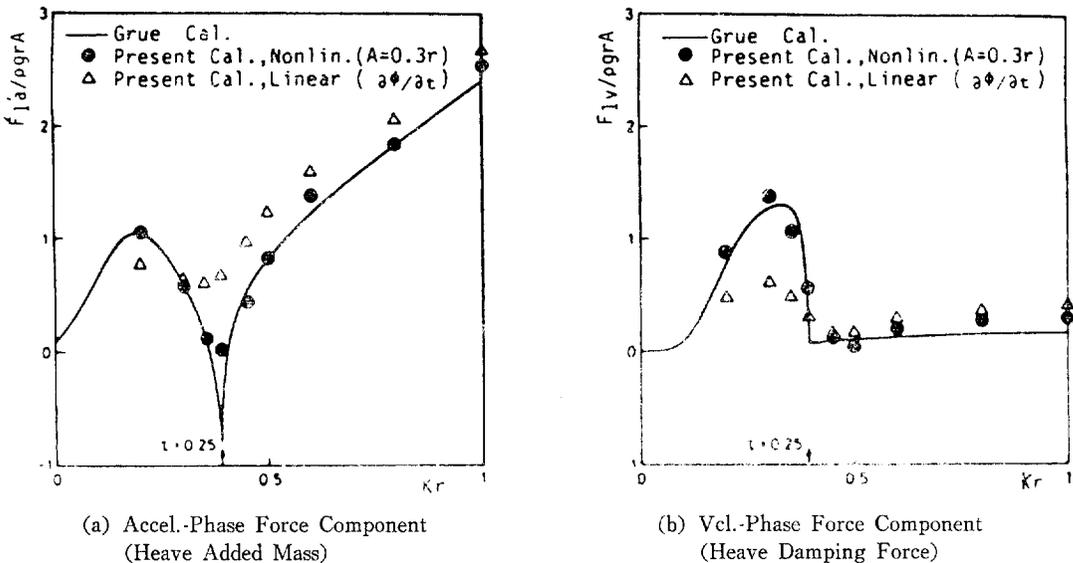


Fig. 8 Comparison with Grue's calculation results-1st-harmonic components of vertical force for a translating and heaving circular cylinder ($h=2.0r, F_n=0.4$)

振幅의 自乘으로 無次元化되어 있으며, 時間 平均力에 是 前進運動에 依한 浮揚力도 包含되어 있다.

Fig. 8에는 本 論文의 時間領域 解法에 依한 線形 및 非線形 解와 Grue[8]의 周波數領域 解法에 依한 計算 結果가 比較되어 있다. Grue의 計算結果는 線形解이며, 本 論文의 非線形 解에는 動搖時 物體位置變化에 依한 非線形 效果도 包含되어 있다. $Fn=0.4$ 인 경우로서 前進速度가 큰 경우이며, $\tau=0.25$ 부근에서 動流體力이 급격히 變化함을 볼 수 있다. 즉, 本 計算에 의하면 $\tau=0.25$ 에서 動流體力의 變化는 連續的이며 前進速度가 큰 경우에는 이 點이 附加質量的의 경우 極小點이 되고 減衰力의 경우 급격한 變化點이 되고 있다. 그러나 前進速度가 얼마 以上에서 $\tau=0.25$ 부근에서의 特異現象이 일어나고 있는가는 找지 못하였다. 本 論文의 非線形 結果와 Grue의 結果와는 一般的인 傾向은 一致하며, 本 論文의 結果가 相對的으로 $\tau=0.25$ 에서의 급격한 變化를 어느 程度 완화하는 傾向이 있다고 할 수 있다. 또한 本 論文의 線形 경우와 같이 前進과 動搖의 相互作用效果를 考慮하지 않을 경우 $\tau=0.25$ 에서의 變化는 弱하게 나타난다는 것을 말할 수 있다.

5. 結 論

本 論文에서는 時間領域 解法인 物體表面 소오스分布와 自由表面 스펙트럼 方法에 依해 前進하며 動搖하는 2次元 柱狀體에 作用하는 線形 및 非線形流體力이 다루어졌다. 物體表面 境界條件을 各 순간의 實際位置에서 正確히 만족하도록 하여 이에 따른 非線形效果도 다루어졌으나, 自由表面에서의 非線形 效果는 考慮되지 않았다. 前進速度 變化 및 動搖振幅 變化가 動流體力에 미치는 影響이 보여졌고, 周波數領域 解法에 依한 Grue[8]의 計算結果와 比較하여 $\tau=0.25$ 부근에서의 動流體力의 變化傾向이 考察되었다. 얻어진 結論은 다음과 같다.

1. 圓形 柱狀體와 같이 前進方向으로 비대한 物體의 경우 前進運動에 依한 攪亂運動과 物體動搖와의 相互作用에 기인하는 流體力이 相當히 크며, 動流體力 係數들의 正確한 計算을 위해서는 이를 考慮할 必要가 있다.
2. 前進速度가 있는 경우 上下, 水平 및 橫動搖는 物體形狀의 對稱性에 關係없이 相互 聯成力이 存在하며, 이러한 聯成效果는 높은 波數 領域보다는 낮은 波數領域에서 顯著하다.
3. 本 論文의 計算結果에서 動流體力은 $\tau=0.25$ 에서

連續이며, 前進速度가 매우 큰 경우에는 $\tau=0.25$ 의 波數가 附加質量的의 極小點, 減衰力의 급격한 變化點이 될 수 있다. 이러한 傾向은 周波數領域의 線形解인 Grue의 計算結果와 一致하나, 本 論文의 結果가 $\tau=0.25$ 에서의 變化를 어느 程度 완화하는 傾向이 있다.

4. 前進運動과 物體動搖의 相互作用效果를 考慮하지 않을 경우, $\tau=0.25$ 에서의 變化 傾向은 上記 效果를 考慮할 경우에 비해 弱化되어 나타난다.

後 記

이 研究는 文教部의 86年度 學術研究 助成費의 支援에 依해 遂行되었다.

參 考 文 獻

- [1] Y. Yamamoto, "On the Oscillating Body below the Water Surface", *J. of SNA of Japan*, 1985.
- [2] S.H. Park, "Oscillation of Cylinders near the Free Surface of a Deep Fluid in Horizontal Currents", Dissertation, Stevens Institute of Technology, 1983.
- [3] T.H. Havelock, "The Effect of Speed of Advance upon the Damping of Heave and Pitch", the Collected Papers of Sir Thomas Havelock on Hydrodynamics, ONR/ACR-103, 1963.
- [4] J.N. Newman, "The Damping and Wave Resistance of a Pitching and Heaving Ship", *J. of Ship Res.*, 1959.
- [5] Y.J. Kim, "The Two Dimensional Transient Motions with Large-Amplitude by Time Domain Method", Dissertation (in Korean), Seoul National University, 1985.
- [6] Y.J. Kim and J.H. Hwang, "The Two Dimensional Transient Motions with Large-Amplitude by Time Domain Method", *Proc. 16th ONR Symp.*, 1986.
- [7] J. Grue and E. Palm, "Wave Radiation and Wave Diffraction from a Submerged Body in a Uniform Currents", *J. of Fluid Mech.*, Vol. 151, 1985.
- [8] J. Grue, "Time-Periodic Wave Loading on a Submerged Circular Cylinder in a Current", *J.*

- of Ship Res.*, Vol. 30, 1986.
- [9] R.B. Chapman, "Large-Amplitude Transient Motion of Two-Dimensional Floating Bodies", *J. of Ship Res.*, Vol. 23, No. 1, 1969.
- [10] R. Timman and J.N. Newman, "The Coupled Damping Coefficients of a Symmetric Ship", *J. of Ship Res.*, Vol. 5, 1962.