

---

 論 文
 

---

大韓造船學會誌  
 第24卷 第1號 1987年 3月  
 Journal of the Society of  
 Naval Architects of Korea  
 Vol. 24, No. 1, March 1987

## 유한수심에 놓인 부유체에 작용하는 시간평균 표류력 및 표류 모우먼트

최 항 순\*

## The Steady Drift Force and Moment on a Floating Body in Water of Finite Depth

Hang S. Choi\*

## Abstract

The second-order steady horizontal force and vertical moment are derived for a freely-floating body in water of finite depth. Momentum relations are used in terms of the Kochin function in the fluid region far from the body. The general results look very similar to those for deep water. The water depth is formally reflected in terms of the ratio between the phase and group velocities of incident waves. Computations are made for a Series 60 hull ( $C_B=0.6$ ) and are compared with the corresponding results of deep water. It is shown that the vertical drift moment for slender ships becomes completely free from water depth when the wave-ship length ratio is taken as parameter.

## 1. 서 론

근해역에서 계류중인 선박이나 조업중인 부유식 해양구조물에 평면규칙파가 입사하면 입사파의 주기를 갖는 파랑강제력은 물론 시간평균 표류력이 나타난다.

입사파의 주기를 갖는 파랑강제력은 파진폭에 비례하는 크기를 갖고 부유체의 6자유도 동요를 야기시킨다. 한편 시간평균 표류력 및 표류모우먼트는 파진폭의 제곱에 비례하는 비선형항으로 부유체의 표류운동과 선수각(heading angle)의 변화를 일으킨다. 특히 표류운동은 계류삭에 과대한 인장력을 유발시키며 조업조건을 악화시키므로 계류제나 동적위치안정장치(dynamic positioning system) 설계에 주요 입력자료가 된다.

무한수심에 대하여는 모우먼트 변화율의 시간평균을 취하여 Maruo(1960)가 표류력을 구하였고, Newman

(1967)은 표류모우먼트를 유도하여 slender ship에 적용하였다. 실제에서는 상술한 바와 같이 부유체의 위치 안정을 위하여 계류제나 동적위치 안정장치가 설치되므로 유동이 해저면에 의하여 영향을 받게 되는 유한수심문제가 더 큰 의미를 갖는다. 유한수심에 대하여는 Faltinsen & Michelsen(1974)이 모우먼트 방식에 의하여 표류력 및 표류모우먼트를 유도하였으나, 표현식이 복잡하고 사용이 불편하다. Pinkster & van Oortmerssen(1977)은 부유체 주위의 압력을 직접적분하여 시간평균 표류력을 계산하였고, Choi & Oh(1983)는 축대칭 부표에 작용하는 표류력을 해석하였다.

본 논문에서는 유한수심의 평면 규칙파에 놓인 임의 형상의 부유체에 작용하는 시간평균 표류력 및 표류모우먼트를 모우먼트 방식에 따라 다시 유도하여 무한수심에 대한 Newman(1967)의 결과 및 유한수심에 대한 Faltinsen & Michelsen(1974)의 결과와 비교 검토하였다. 또한 이 결과를 slender ship에 응용하여 수치계산

접수일자: 1986년 10월 21일, 재접수일자: 1987년 1월 23일

\* 정회원, 서울대학교 공과대학 조선공학과

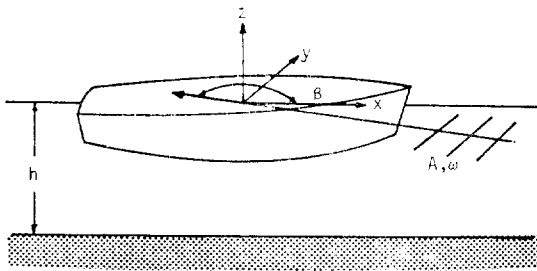


Fig. 1. Schematic Sketch

을 수행하였다.

2. 문제의 수식화

Fig. 1에 도시한 바와 같이 수심이  $h$ 인 해역에 놓인 부유체가 진폭  $A$ , 원동수가  $\omega$ 인 규칙파를 받는 경우를 생각하자. 우수직교 좌표계  $0(x, y, z)$ 를 도입하되  $z=0$ 는 경수면을 뜻하며, 입사파의 진행방향과  $x$ 축과의 교각을  $\beta$ 로 표시한다. 이상 유체인 물입자는 비회전운동을 하며 부유체는 강체로 입사파의 진동수로 조화운동을 한다고 가정한다.

유체입자의 속도벡터  $\vec{V}$ 는 속도포텐셜의 gradient로 얻어질 수 있다.

$$\vec{V} = \nabla\phi(x, y, z, t) = R_e\{\nabla\phi(x, y, z)e^{-i\omega t}\} \quad (1)$$

여기서  $R_e$ 는 실수부를 뜻한다.

속도포텐셜은 다음과 같이 나누어 표시할 수 있으며

$$\phi = \phi^I + \phi^B \quad (2)$$

입사파 포텐셜은 아래와 같다.

$$\phi^I = \frac{gA}{\omega} \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} e^{ik(x\cos\beta + y\sin\beta)} \quad (3)$$

여기서  $g$ 는 중력가속도이며  $k$ 는 입사파의 파수(wave number)로 선형 분산식(dispersion relation)의 해이다.

$$k = K \coth kh \quad (K = \omega^2/g) \quad (4)$$

한편 부유체에 의하여 교란된 유동을 표시하는 속도포텐셜  $\phi^B$ 는 연속방정식인 Laplace 방정식의 해로 선형화된 자유표면 경계조건, 해저면 조건과 방사조건(radiation condition) 그리고 다음의 물체표면 경계조건을 만족하여야 한다.

$$\frac{\partial\phi^B}{\partial n} = -\frac{\partial\phi^I}{\partial n} + U_n \quad (5)$$

여기서  $\vec{n}$ 은 유체영역 밖으로 향한 단위법선벡터를,

$U_n$ 은 부유체의 침수표면  $S_B$ 에서의 법선방향 속도론 의미한다.

Green 정리를 적용하면 교란포텐셜  $\phi^B$ 는 다음의 적분방정식으로 부터 얻어진다.

$$\phi^B = \frac{1}{4\pi} \iint_{S_B} \left( \frac{\partial\phi^B}{\partial n} - \phi^B \frac{\partial}{\partial n} \right) G dS \quad (6)$$

여기서  $G$ 는 식(5)를 제외한 나머지 경계조건을 만족하는 Green 함수이다.

수심  $h$ 에 대한 eigenvalue로 전개한 Green 함수는 다음과 같이 얻을 수 있다(부록 1 참조).

$$G = 2\pi ik \left( \frac{C_g}{C_p} \sinh 2kh \right)^{-1} \cosh k(z+h) \cosh k(\zeta+h) H_0^{(1)}(kR) + 4 \sum_{n=1}^{\infty} k_n \left( \frac{2}{2k_n h + \sin 2k_n h} \right) \cos k_n(x+h) \cos k_n(\zeta+h) K_0(k_n R) \quad (7)$$

여기서

- $C_g$ =군속도
- $C_p$ =위상속도
- $R^2 = (x-\xi)^2 + (y-\eta)^2$
- $H_0^{(1)}$ =제 1종의 Hankel 함수
- $K_0$ =제 2종의 수정된 Bessel 함수
- $k_n = -k \cot k_n h \quad (n=1, 2, \dots)$

상기식은 점  $(\xi, \eta, \zeta)$ 에 놓인 단위 체기의 소오스에 의한 점  $(x, y, z)$ 에서의 속도포텐셜이다. 부유체로 부터 멀리 떨어진 곳에서 ( $R \rightarrow \infty$ ) Green 함수의 점근식을 유도하여(부록 1 참조) 식(6)에 대입하면 교란속도 포텐셜의 근사식은 다음과 같다.

$$\phi^B \sim \sqrt{\frac{k}{2\pi R}} \left( 2 \frac{C_g}{C_p} \sinh kh \right)^{-1} \cosh k(z+h) e^{i(kR + \pi/4)} H(\theta + \pi) \quad (8)$$

여기서  $H(\theta)$ 는 다음의 식으로 정의한 Kochin 함수이다.

$$H(\theta) = \iint_{S_B} \left( \frac{\partial\phi^B}{\partial n} - \phi^B \frac{\partial}{\partial n} \right) (\cosh k\zeta + \sinh k\zeta \tanh kh) e^{ik(\xi \cos\theta + \eta \sin\theta)} dS \quad (9)$$

3. 시간평균 표류력

부유체의 침수표면  $S_B$ , 자유표면  $S_F$ , 해저면  $S_H$  그리고  $z$ 축에서 반경  $R$ 만큼 떨어져 해저면에서 자유표면까지 이어진 면  $S_\infty$ 로 둘러쌓인 유체장내의 모우먼트변화율의 시간평균을 취하면 수평방향 표류력 및 모우먼트를 얻게 된다(Newman, 1967).

$$\bar{F}_x = - \iint_{S_\infty} [\rho \cos\theta + \rho V_R (V_R \cos\theta - V_\theta \sin\theta)] R d\theta dx \quad (10)$$

$$\bar{F}_y = - \iint_{S_\infty} [\rho \sin\theta + \rho V_R (V_R \sin\theta + V_\theta \cos\theta)] R d\theta dx \quad (11)$$

$$\bar{M}_z = - \rho \iint_{S_\infty} V_R V_\theta R^2 d\theta dx \quad (12)$$

여기서 윗줄은 시간평균을 뜻하며, 압력  $p$ 와 유속  $\vec{V}$ 는 다음과 같다.

$$p = -Re \{ -i\omega \ell \phi e^{-\omega t} \} - \frac{1}{2} \ell |\vec{V}|^2 - \ell g z \quad (13)$$

$$V_R = Re \left\{ \frac{\partial \phi}{\partial R} e^{-i\omega t} \right\} \quad (14)$$

$$V_\theta = Re \left\{ \frac{1}{R} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} e^{-i\omega t} \right\} \quad (15)$$

$$V_z = Re \left\{ \frac{\partial \phi}{\partial z} e^{-i\omega t} \right\} \quad (16)$$

이제 입사파의 기울기가 작다고 가정하여  $0(kA)^2$ 항까지 취하면 다음의 결과를 얻는다(부록 2 참조).

$$\left\{ \begin{matrix} \bar{F}_x \\ \bar{F}_y \end{matrix} \right\} = \frac{\rho k^2}{8\pi} \left( 2 \frac{C_g}{C_p} \tanh kh \right)^{-1} \int_0^{2\pi} |H(\theta)|^2 \begin{Bmatrix} \cos\theta \\ \sin\theta \end{Bmatrix} d\theta + \frac{1}{2} \ell \omega A \coth kh \begin{Bmatrix} \cos\beta \\ \sin\beta \end{Bmatrix} I_m(H(\pi+\beta)) \quad (17)$$

$$\bar{M}_z = -\frac{\rho k}{8\pi} \left( 2 \frac{C_g}{C_p} \tanh kh \right)^{-1} I_m \int_0^{2\pi} H'(\theta) H(\theta)^* d\theta - \frac{1}{2} \ell \omega A \coth kh Re H'(\pi+\beta) \quad (18)$$

여기서  $H'(\theta)$ 는  $H(\theta)$ 의  $\theta$ 에 대한 미분치를,  $H^*(\theta)$ 는  $H(\theta)$ 의 공액복소수를 그리고  $I_m$ 는 허수부를 나타낸다.

이상의 결과를 무한수심에 대한 Newman(1967)의 표현식과 비교하면 각식의 첫항에서  $\left( 2 \frac{C_g}{C_p} \tanh kh \right)^{-1}$ 이 그리고 각식의 둘째항에서  $\coth kh$ 항이 첨가된 차이를 보이고 있다. 물론 무한수심의 경우  $k$  대신  $K$ 가 그리고 Kochin 함수에서  $(\cosh k\zeta + \sinh k\zeta \tanh kh)$  대신  $e^{K\zeta}$ 이 사용된다.

그러나 수심이 깊어지면  $(kh \rightarrow \infty)$

$$\begin{aligned} 2 \frac{C_g}{C_p} \tanh kh &\rightarrow 1 \\ \coth kh &\rightarrow 1 \\ \cosh k\zeta + \sinh k\zeta \tanh kh &\rightarrow e^{K\zeta} \end{aligned} \quad (19)$$

이 되므로 식(17)과 (18)은 무한수심에 대한 Newman의 결과가 된다. 한편 수심이 매우 얇아지면  $(kh \rightarrow 0)$  Kochin 함수는

$$H(\theta) \rightarrow \iint_{S_0} \left( \frac{\partial \phi^B}{\partial n} - \phi^B \frac{\partial}{\partial n} \right) e^{ik(\zeta \cos\theta + \eta \sin\theta)} dS \quad (20)$$

이 되며 수평방향 시간평균 표류력 및 모우먼트는  $0(1/kh)$ 로 증가하게 된다.

Faltinsen과 Michelsen(1974)은 본 논문에서의와 같은 방법으로 유한수심에 놓인 부유체에 작용하는 표류력 및 표류모우먼트를 유도하였으나 표현식들이 비교적 복잡하게 나타나 있다(부록 3 참조).

만약 부유체가 자유로이 떠 있거나 혹은 탄성계류되어 파 에너지를 흡수하지 않는다면 에너지 보존 법칙이

성립되어야 한다(Stoker, 1957).

$$\iint_{S_\infty} \overline{\frac{\partial \Phi}{\partial t} \frac{\partial \Phi}{\partial n}} dS = 0 \quad (21)$$

위에서 수행한 방식으로 적분하면

$$\begin{aligned} I_m H(\pi+\beta) \\ = \frac{k^2}{4\pi\omega A} \left( 2 \frac{C_g}{C_p} \right)^{-1} \int_0^{2\pi} |H(\theta)|^2 dS \end{aligned} \quad (22)$$

인 결과를 얻게 되므로 수평방향 표류력 식(17)은 더욱 간략하게 표시된다.

$$\begin{aligned} \left\{ \begin{matrix} \bar{F}_x \\ \bar{F}_y \end{matrix} \right\} &= \frac{\rho k^2}{8\pi} \left( 2 \frac{C_g}{C_p} \tanh kh \right)^{-1} \int_0^{2\pi} |H(\theta)|^2 \\ &\times \begin{Bmatrix} \cos\theta + \cos\beta \\ \sin\theta + \sin\beta \end{Bmatrix} d\theta \end{aligned} \quad (23)$$

#### 4. Slender Ship에의 응용

유한수심에 놓인 임의 형상의 부유체에 작용하는 시간평균 표류력 및 모우먼트를 계산하려면 일반적으로 물체표면에 소오스와 다브렛을 분포시켜 식(9)로 표시된 Kochin 함수를 계산하여 식(17)과 (18)에 대입하여야 한다.

본 논문에서는 복잡한 계산을 피하고 최소의 계산용 통하여 유한수심에서의 시간 평균 표류력 및 표류모우먼트의 특성을 파악하기 위하여 slender ship에 적용기로 한다. 즉, 선박의 폭  $B$ 나 흘수  $T$ 가 길이  $L$ 에 비하여 작으며  $0(kA)$ 의 크기를 갖는다 가정한다. 따라서 선체에서 멀리 떨어진 곳에서  $(R \rightarrow \infty)$  Kochin 함수는 다음과 같다.

$$H(\theta) \sim \int_L Q(x) e^{ikx \cos\theta} dx \quad (24)$$

여기서  $Q(x)$ 는 선박의 길이 방향 flux로 단면  $C$ 에 따른 적분으로 얻어진다.

$$Q(x) = \int_C \frac{\partial \phi^B}{\partial n} dl \quad (25)$$

선박의 6자유도 운동을  $\zeta_j e^{-i\omega t}$  ( $j=1, 2, \dots, 6$ )로 표시하면  $0(kA)$ 의 선형 이론에서는 Froude-Krylov 힘과 복원력이 평형을 이루는 수직동요  $\zeta_3 e^{-i\omega t}$ 와 종동요  $\zeta_5 e^{-i\omega t}$ 를 얻게 된다(Newman & Tuck, 1964).

$$\begin{aligned} \int_L B(x) (\zeta_3 - x\zeta_5) dx \\ = iA \int_L B(x) e^{ikx \cos\beta} dx \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \int_L xB(x) (\zeta_3 - x\zeta_5) dx \\ = iA \int_L xB(x) e^{ikx \cos\beta} dx \end{aligned} \quad (27)$$

여기서  $B(x)$ 는 선체길이 방향에 따른 선폭을 표시한다.

따라서 선체단면의 flux는 다음과 같다(Monacella, 1966).

$$Q(x) = -\omega B(x) \{Ae^{ikx \cos\beta} + i(\zeta_3 - x\zeta_5)\} \tag{28}$$

이제 식(24)를 식(23)과 (18)에 대입하고  $\theta$ 에 대한 적분을 수행하면

$$\begin{aligned} \bar{F}_x = & \frac{1}{4} \rho g k^3 \left(2 \frac{C_g}{C_p}\right)^{-1} \int_L B(x) \{Ae^{ikx \cos\beta} + i(\zeta_3 - x\zeta_5)\} \int_L B(\xi) \{Ae^{ik\xi \cos\beta} - \\ & - i(\zeta_3^* - x\zeta_5^*)\} \{J_0(k(x-\xi)) \cos\beta + iJ_1(k(x-\xi))\} d\xi dx \end{aligned} \tag{29}$$

$$\begin{aligned} \bar{F}_y = & \frac{1}{4} \rho g k^3 \left(2 \frac{C_g}{C_p}\right)^{-1} \sin\beta \int_L B(x) \{Ae^{ikx \cos\beta} + i(\zeta_3 - x\zeta_5)\} \times \\ & \times \int_L B(\xi) \{Ae^{ik\xi \cos\beta} - i(\zeta_3^* - x\zeta_5^*)\} J_0(k(x-\xi)) d\xi dx \end{aligned} \tag{30}$$

$$\bar{M}_z = -\frac{1}{2} \rho g k A \sin\beta R_e \int_L x B(x) (\zeta_3 - x\zeta_5) e^{-ikx \cos\beta} dx \tag{31}$$

을 얻게 된다.

이상의 결과를 무한수심에 대한 Newman(1967)의 결과와 비교하던 표류력에서는 인자  $\left(2 \frac{C_g}{C_p}\right)^{-1}$ 의 차이물 보이고 있으나, 표류모우먼트에서는 아무런 차이도 나타나지 않는다. 물론 전술한 바와 같이 Kochin 함수에서 수직축에 대한 변화와 파수  $k$ 와  $K$ 의 차이는 논의로 하자. 이 차이에 대한 원인은 표류력의 경우 수평방향 파 모우먼트 flux가 영향을 미치므로 인자  $\left(2 \frac{C_g}{C_p}\right)^{-1}$ 가 나타나나, 수직축에 대한 표류 모우먼트의 경우, 특히  $0(T/L) = 0(kA)$ 인 slender ship의 경우 수심의 영향이

leading order에서 나타나지 않기 때문이다.

수선면적의 모우먼트를 정의하면

$$I_n = \int_L x^n B(x) dx \tag{32}$$

수직동요와 중동요의 복소수 진폭은 쉽사리 얻어진다.

$$\zeta_3 = \frac{iA}{I_0 I_2 - I_1^2} \int_L B(x) (I_2 - x I_1) e^{ikx \cos\beta} dx \tag{33}$$

$$\zeta_5 = \frac{iA}{I_0 I_2 - I_1^2} \int_L B(x) (I_1 - x I_0) e^{ikx \cos\beta} dx \tag{34}$$

이들을 식(29)~(31)에 대입하면

$$\bar{F}_x = \frac{1}{4} \rho g k^3 A^2 \left(2 \frac{C_g}{C_p}\right)^{-1} \int_L B(x) R(x) \int_L B(\xi) R(\xi)^* \{J_0(k(x-\xi)) \cos\beta + iJ_1(k(x-\xi))\} d\xi dx \tag{35}$$

$$\bar{F}_y = \frac{1}{4} \rho g k^3 A^2 \left(2 \frac{C_g}{C_p}\right)^{-1} \sin\beta \int_L B(x) R(x) \int_L B(\xi) R(\xi)^* J_0(k(x-\xi)) d\xi dx \tag{36}$$

$$\bar{M}_z = -\frac{1}{2} \rho g k A^2 \sin\beta \int_L x B(x) I_m P(x) dx \tag{37}$$

여기서

$$R(x) = e^{ikx \cos\beta} - \frac{1}{I_0 I_2 - I_1^2} \int_L B(u) \{I_2 - (x+u)I_1 + xuI_0\} e^{iku \cos\beta} du \tag{38}$$

$$P(x) = \frac{1}{I_0 I_2 - I_1^2} \int_L B(u) \{I_2 - (x+u)I_1 + xuI_0\} e^{ik(x-u) \cos\beta} du \tag{39}$$

이 된다.

이들을 힘은  $\rho g (kA)^2 B^2 L$ 로 모우먼트는  $\rho g B L A^2$ 로 무차원화시키면 무차원의 표류력 계수 및 표류모우먼트 계수는 다음과 같다.

$$C_{F_x} = \frac{\bar{F}_x}{\rho g (kA)^2 B^2 L} = \frac{\pi}{8} \left(2 \frac{C_g}{C_p}\right)^{-1} \left(\frac{L}{\lambda}\right) f_x \tag{40}$$

$$\begin{aligned} C_{F_y} &= \frac{\bar{F}_y}{\rho g (kA)^2 B^2 L} \\ &= \frac{\pi}{8} \left(2 \frac{C_g}{C_p}\right)^{-1} \left(\frac{L}{\lambda}\right) f_y \sin\beta \end{aligned} \tag{41}$$

$$C_{M_z} = \frac{\bar{M}_z}{\rho g B L A^2} = -\frac{\pi}{4} \left(\frac{L}{\lambda}\right) f_z \sin\beta \tag{42}$$

여기서

$$\begin{aligned} f_x = & \int_{-1}^1 b(x) R(x) \int_{-1}^1 b(\xi) R(\xi)^* \\ & \{J_0(k(x-\xi)) \cos\beta + iJ_1(k(x-\xi))\} d\xi dx \end{aligned} \tag{43}$$

$$f_y = \int_{-1}^1 b(x) R(x) \int_{-1}^1 b(\xi) R(\xi)^* J_0(k(x-\xi)) d\xi dx \tag{44}$$

$$f_z = \int_{-1}^1 x b(x) I_m P(x) dx \tag{45}$$

이며  $b(x)$ 는  $B(x)$ 를 최대폭  $B$ 로 나눈 값이며  $\lambda$ 는 파장을 뜻한다.

식(40), (41) 그리고 (42)에서 보는 바와 같이 선장과 파장의 비  $L/\lambda$ 를 파라미터로 택하면 표류모우먼트 계수  $C_{M_z}$ 는 수심에 전혀 영향을 받지 않게 되며, 표류력 계수  $C_{F_x}$ 와  $C_{F_y}$ 의 경우에는 인자  $\left(2 \frac{C_g}{C_p}\right)^{-1}$ 로 수심의 영향이 나타나나 이는 적분에는 전혀 영향을 주지 않는다. 즉, 무한수심의 결과에 단순히  $\left(2 \frac{C_g}{C_p}\right)^{-1}$ 만을 곱하여 유한 수심에 대한 결과를 얻을 수 있다.

5. 수치계산 및 토론

Slender ship에 작용하는 시간평균 표류력과 표류모우먼트를 얻으려면 식 (38)과 (39)에 제시된 적분  $R(x)$ 와  $P(x)$ 를 계산하여야 한다. 이 적분은 입사파의 파장이 짧아지면  $\exp(ikucos\beta)$  항이 심하게 진동하여 수치적으로 불안정하게 된다. 이 성질을 파악하기 위하여 취급이 간편한 포물선 수선면을 갖는 수학 선형을 생각한다.

$$b(x) = 1 - x^2, \quad |x| \leq 1$$

이 표현식을 대입하여 적분을 수행하면 다음과 같이 간단한 결과를 얻는다.

$$R(x) = \cos\gamma x + \frac{4}{i_0\gamma^2} (\cos\gamma - \sin\gamma/\gamma) + i \{ \sin\gamma x + \frac{4x}{i_2\gamma^2} (\sin\gamma + 3\cos\gamma/\gamma - 3\sin\gamma/\gamma^2) \}$$

$$I_m P(x) = \frac{4x \cos\gamma x}{i_2\gamma^2} (\sin\gamma + 3\cos\gamma/\gamma - 3\sin\gamma/\gamma^2) - \frac{4 \sin\gamma x}{i_0\gamma^2} (\cos\gamma - \sin\gamma/\gamma)$$

여기서

$$\gamma = \pi \frac{L}{\lambda} \cos\beta$$

$$i_n = I_n/B \left( \frac{L}{2} \right)^{n+1}$$

포물선 수선면을 갖는 경우  $i_0 = \frac{4}{3}$ ,  $i_1 = 0$ ,  $i_2 = \frac{4}{15}$ 가 된다. 배의 길이를 21개의 station으로 나누어 Simpson 적분법, Filon 적분법 그리고 해석해를 이용하여  $C_{Fx}$ 와  $C_{Mx}$ 를 계산한 결과를 Table 1과 2에 제시하였다.

Table 1에서 볼 수 있듯이 선수 입사각 ( $\beta = 180^\circ$ )에

Table 1 Longitudinal Drift Force Coefficient for a Parabolic Slender Ship

$\beta = 180^\circ$			
$\lambda/L$	SIMPSON	ANALYTIC	FILON
0.01	0	-8.06	-7.88
0.05	0	-2.45	-2.43
0.1	-1.17	-1.52	-1.52
0.15	-0.07	-0.07	-0.09
0.2	-0.14	-0.14	-0.02
0.4	-0.04	-0.04	-0.05
0.6	-0.04	-0.04	-0.06
1.0	-0.03	-0.03	-0.03
1.4	0	0	0
2.0	0	0	0

$\beta = 120^\circ$

$\lambda/L$	SIMPSON	ANALYTIC	FILON
0.01	-1.44	-2.31	-2.26
0.05	-0.24	-0.44	-0.44
0.1	-0.03	-0.03	0
0.15	-0.10	-0.10	-0.07
0.2	0	0	-0.01
0.4	0.02	0.02	-0.01
0.6	0	0	-0.06
1.0	0	0	0
1.4	0	0	0
2.0	0	0	0

Table 2 Drift Moment Coefficient for a Parabolic Slender Ship

$\beta = 150^\circ$

$\lambda/L$	SIMPSON	ANALYTIC	FILON
0.01	0	0	0
0.05	-0.04	0	0
0.1	-0.07	0	-0.08
0.15	0	0	0.02
0.2	0	0	-0.03
0.4	0	0	0
0.6	0.08	0.08	0.05
1.0	0.09	0.09	0.08
1.4	0.04	0.04	0.04
2.0	0.01	0.01	0.01

$\beta = 120^\circ$

$\lambda/L$	SIMPSON	ANALYTIC	FILON
0.01	-0.04	0	-0.49
0.05	0	0	-0.07
0.1	0	0	0.01
0.15	0	0	0
0.2	0.03	0.03	0.01
0.4	0.34	0.34	0.25
0.6	0.25	0.25	0.23
1.0	0.06	0.06	0.06
1.4	0.02	0.02	0.02
2.0	0	0	0

서는 배길이의 10%보다 짧은 범위에서는 Filon 적분법이 좋은 수치 결과를 보이나, 그보다 긴 파장의 범위에서는 오히려 간단한 Simpson 적분법의 결과가 더 정확하다. 이러한 경향은 입사각  $\beta = 120^\circ$ 에서도 볼 수 있으

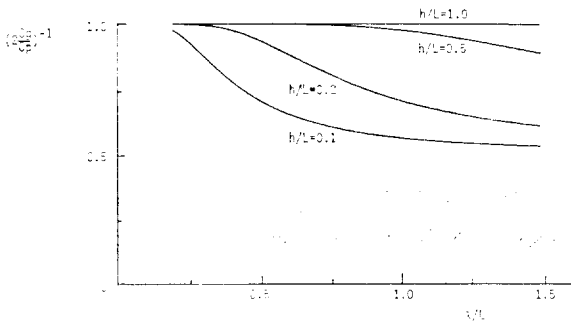


Fig. 2. Water Depth Attenuation Factor

며 표류모우먼트에서도 마찬가지다. 따라서 파장이 매우 짧은 입사파를 제외한 경우에는 Simpson 적분법의 이용이 권장된다. 일반 선형에 Filon 적분법을 적용할 경우에는 수심의 3차 미분치가 오히려 수치의 안정을 저해하는 문제점이 있다. 앞에서 언급한 바와 같이 slender ship의 경우 표류력은 무한수심의 결과에 인자  $(2 \frac{C_g}{C_p})^{-1}$  만을 곱하여 유한 수심에 대한 결과를 얻을 수 있다. 이 인자는 0.5보다 크며 1보다 작다. 이 인자의 파장-선장비에 따른 수심비 ( $h/L$ )를 파라미터로 Fig.2에 도시하였다. 수심이 선장보다 깊을 때에는 거의 모든 파장에서 수심의 영향이 나타나지 않는다. 그러나 수심이 선장의 반보다 얇을 때에는 수심의 영향을 무시할 수 없다.

다음 그림들에는 무한수심에 놓인 Series 60 ( $C_B=0.6$ )에 작용하는 평균 표류력 및 표류모우먼트를 도시하였다. Simpson 적분법을 이용하여  $\lambda/L=0.2 \sim 1.5$  구간에 대하여 계산을 수행하였다.

Fig. 3에는 x방향 표류력을 도시하였다. 선수입사각에서 제일 큰 값을 보이며  $\beta=150^\circ$ 와  $120^\circ$ 의 경우 단파 영역에서 표류력은 오히려 파가 입사하는 방향으로 작용함을 볼 수 있다. Slender ship의 leading order 해

만을 취급하였으므로 이 결과는 단순한 기하학에 기인하는 현상이다. 한편 Newman(1967)의 논문에서는  $C_{Fx}$ 에 10배가 곱하여진 잘못된 결과가 도시되어 있으나 대체로 본 논문의 결과와 일치한다.

Fig. 4에는 y방향 표류력을 도시하였다.  $\beta=150^\circ$ 와  $120^\circ$ 두 경우 모두 비슷한 경향을 보인다. 이 경우 선박의 횡동요에 기인하는 영향이 있을 것으로 사료되나 slender ship 이론에서 이 영향은  $O(kA)^3$ 의 크기를 갖기 때문에 본 논문에서는 고려하지 않았다. Fig. 5에는 표류모우먼트 계수  $C_{Mz}$ 를 도시하였다. 입사각  $\beta=120^\circ$ 에서 큰 표류모우먼트가 발생하여 선박의 heading angle이 바뀌게 됨을 알 수 있으며,  $\lambda/L=0.25$  근처에서 불안정한 방향안정성을 보이고 있다.

이상의 결과로 부터 다음의 몇가지 결론을 내릴 수 있다.

(1) 전진속도 없이 유한 수심에 놓인 부유체에 작용하는 시간 평균 표류력 및 표류모우먼트는 모우먼트 이론을 이용하여 간단히 표시할 수 있다. 본 논문에서 유도한 식은 Faltinsen & Michelsen이 유도한 식보다 간결하며 사용이 편리하고, 특히 무한수심에 대한 결과와

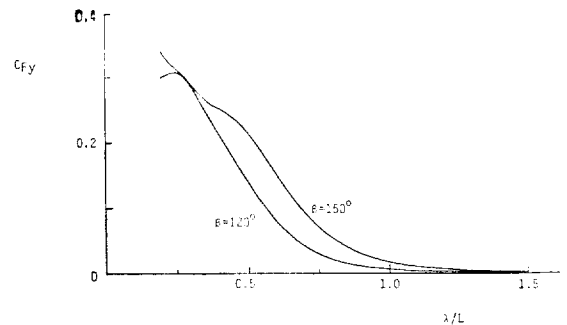


Fig. 4 Lateral Drift Force Coefficient for Series 60 ( $C_B=0.6$ ) in Deep Water

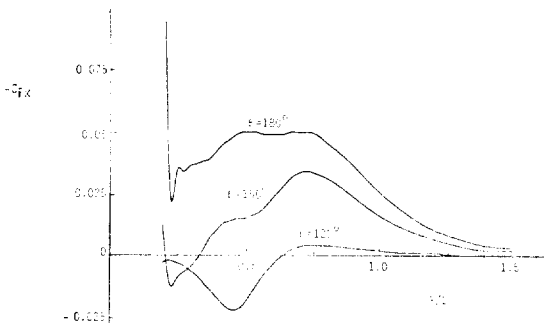


Fig. 3 Longitudinal Drift Force Coefficient for Series 60 ( $C_B=0.6$ ) in Deep Water

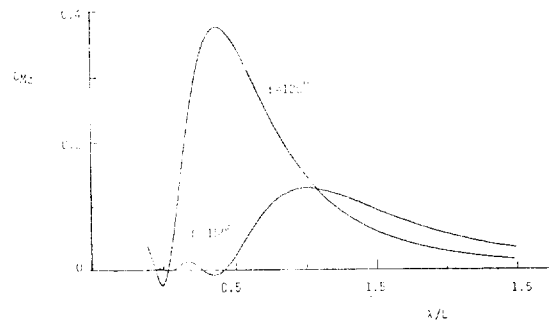


Fig. 5 Drift Moment Coefficient for Series 60 ( $C_B=0.6$ )

확연히 비교할 수 있다.

(2) Slender ship에 적용하여  $0(kA)$  항까지 구한 결과에는 유체입자와의 상호작용없이 heave와 pitch만에 기인하여 표류력 및 표류모우먼트가 발생한다. 특히  $\lambda/L$ 을 파라미터로 취하면 표류모우먼트 계수는 무한수심의 결과와 같아진다.

끝으로 본 연구는 한국기계연구원 대덕 선박분소의 재정지원을 받아 수행하였음을 밝히며, 이 자리를 빌어 상기 기관에 심심한 사의를 표합니다.

### 6. 참고문헌

Abramowitz, M. and I.A. Stegun(1964): Handbook of Mathematical Functions, National Bureau of Standards; Dover Edition(1965), Dover Publ., Inc., New York.

Choi, H.S. and T.M. Oh (1983), "Drift Forces on a Freely-Floating Sphere in Water of Finite Depth (I)—Momentum Theorem Method—," (in Korean), J. Soc. Naval Arch. Korea, Vol. 20, No. 4, pp. 33-40.

Faltinsen, O.M. and F.C. Michelsen(1974), "Motions of Large Structures in Waves at Zero Froude Number," Proc. Intern. Symp. on Dynamics of

Marine Vehicles and Structures in Waves, Univ. Coll. London, pp.99-114.

John, F. (1950), "On the Motion of Floating Bodies II," Commun. Pure & Appl. Math., Vol. 3.

Maruo, H. (1960), "The Drift of a Body Floating on Waves," J. Ship Research, Vol. 4, pp. 1-10.

Monacella, V.J. (1966), "The Disturbance Due to a Slender Ship Oscillating in Waves in a Fluid of Finite Depth," J. Ship Research, Vol. 10, No. 4, pp. 242-252.

Newman, J.N. (1967), "The Drift Force and Moment on Ships in Waves," J. Ship Research, Vol. 11, No. 1, pp. 51-60.

Newman, J.N. and E.O. Tuck (1964), "Current Progress in the Slender Body Theory for Ship Motions," Proc. 5th Symp. on Naval Hydrodyn., Bergen, Norway.

Pinkster, J.A. and G. van Oortmerssen (1977), "Computation of the First and Second Order Wave Forces on Oscillating Bodies in Regular Waves," Proc. 2nd Intern. Conf. on Numer. Ship Hydrodyn., pp. 136-159.

Stoker, J.J. (1957): Water Waves, Interscience Publ. Co., New York.

### 부 록 1

John(1950)은 수심  $h$ 에 대한 eigenvalue로 전개한 Green 함수를 다음과 같이 유도하였다.

$$G(x, y, z) e^{-i\omega t} = 2\pi \frac{K^2 - k^2}{hk^2 - hK^2 + K} \cosh k(z+h) \cosh(\zeta+h) \{ Y_0(kR) \cos \omega t - J_0(kR) \sin \omega t \} + 4 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{k_n^2 + K^2}{hk_n^2 + hK^2 - K} \cos k_n(z+h) \cos k_n(\zeta+h) K_0(k_n R) \cos \omega t \quad (A1)$$

선형분산식  $K = k \tanh kh$ ,  $-K = k_n \tanh k_n h$ 를 뮌식에 대입하면 위치만의 함수  $G$ 는

$$G = 2\pi i k \left( \frac{C_g}{C_p} \sinh 2kh \right)^{-1} \cosh k(z+h) \cosh k(\zeta+h) H_0^{(1)}(kR) + 4 \sum_{n=1}^{\infty} k_n \left( \frac{2}{2k_n h + \sin 2k_n h} \right) \cos k_n(z+h) \cos k_n(\zeta+h) K_0(k_n R) \quad (A2)$$

이 된다. 여기서 군속도와 위상속도의 비는 아래와 같다.

$$\frac{C_g}{C_p} = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{2kh}{\sinh 2kh} \right) \quad (A3)$$

이제  $R \rightarrow \infty$ 인 경우를 생각하면  $H_0^{(1)}(kR)$ 과  $K_0(k_n R)$ 의 점근식은

$$H_0^{(1)}(z) \sim \sqrt{\frac{2}{\pi z}} e^{i(kz - \pi/4)} \quad (A4)$$

$$K_0(z) \sim \sqrt{\frac{2}{\pi z}} e^{-z}$$

로 주어지므로(Abramowitz & Stegun, 1964)  $G$ 의 점

근식은

$$G \sim 2\sqrt{\frac{2\pi}{kR}} \left( \frac{C_g}{C_p} \sinh 2kh \right)^{-1} \cosh k(z+h) \cosh k(\zeta+h) e^{i(kR - \pi/4)} \quad (A5)$$

이 된다.

이를 원통좌표계  $(r, \theta, z)$ 로 바꾸어 표시하면

$$x = R_0 \cos \theta, \quad y = R_0 \sin \theta \quad (A6)$$

이므로 수평거리  $R$ 의 근사식은 아래와 같다.

$$R \sim R_0 - \xi \cos \theta - \eta \sin \theta \quad (A7)$$

따라서 Green 함수는

$$G \sim 2\sqrt{\frac{2\pi}{kR_0}} \left( \frac{C_g}{C_p} \sinh 2kh \right)^{-1} \cosh k(x+h) \cosh k(\zeta+h) \exp \left\{ i \left[ k(R_0 - \xi \cos \theta - \eta \sin \theta) + \frac{\pi}{4} \right] \right\} \quad (A8)$$

이 된다.

부 록 2

우선 압력  $p$ 의  $z$ 에 대한 적분을 수행하면 아래의 같다.

$$\int_{-h}^{\zeta} \overline{p} dz = \int_{-h}^{\zeta} [-\rho R_e \{-i\omega \phi e^{-i\omega t}\} - \rho g z] dz - \frac{\rho}{2} \int_{-h}^{\zeta} |V|^2 dz = \frac{\rho \omega^2}{4g} \phi \phi^* |_{z=0} - \frac{\rho}{2} \int_{-h}^{\zeta} |V|^2 dz + O(kA)^3 \quad (A9)$$

수평방향 표류력은 식(10)과 (11)에 식(14)~(16)을 대입하여 시간 평균을 취하면 다음과 같다.

$$\left\{ \begin{array}{l} \overline{F_x} \\ \overline{F_y} \end{array} \right\} = -\frac{\rho \omega^2}{4g} \int_0^{2\pi} \phi \phi^* |_{z=0} R \left\{ \begin{array}{l} \cos \theta \\ \sin \theta \end{array} \right\} d\theta - \frac{\rho}{4} \int_{-h}^0 \int_0^{2\pi} \left( \frac{\partial \phi}{\partial R} \frac{\partial \phi^*}{\partial R} - \frac{1}{R^2} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \frac{\partial \phi^*}{\partial \theta} - \frac{\partial \phi}{\partial z} \frac{\partial \phi^*}{\partial z} \right) R \left\{ \begin{array}{l} \cos \theta \\ \sin \theta \end{array} \right\} d\theta dz \\ - \frac{\rho}{4} \int_{-h}^0 \int_0^{2\pi} \left( \frac{\partial \phi}{\partial R} \frac{\partial \phi^*}{\partial \theta} + \frac{\partial \phi^*}{\partial R} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \right) \left\{ \begin{array}{l} \cos \theta \\ -\sin \theta \end{array} \right\} d\theta dz \quad (A10)$$

$R \rightarrow \infty$ 에서 유효한 속도포텐셜의 점근식은 식(3)과 (8)에 주어진 바와 같이

$$\phi \sim \left[ \frac{gA}{\omega} \frac{e^{ikR \cos(\beta-\theta)}}{\cosh kh} + \left( 2 \frac{C_g}{C_p} \tanh kh \right)^{-1} \sqrt{\frac{k}{2\pi R}} e^{i(kR + \pi/4)} H(\theta + \pi) \right] \cosh k(z+h) \quad (A11)$$

이므로 식(A10)의 두번째 적분식에 있는  $\phi_i \phi_j^*$  항은  $O\left(\frac{1}{R}\right)$ 이 되어 적분에 기여하지 않는다.

한편  $z$ 에 관련되는 항은  $\phi_i \phi_j^*$ 에서만  $\sinh^2 k(z+h)$ 이며 나머지 2중 적분에서는  $\cosh^2 k(z+h)$ 이므로  $z$ 에 대한 적분을 먼저 수행하는 것이 편리하다.

$$\int_{-h}^0 \sinh^2 k(z+h) dz = \frac{1}{4k} (\sinh 2kh - 2kh) \quad \text{이를 이용하고 또한 stationary phase 적분을 수행하면 식(17)을 얻게된다. 한편 표류모우먼트 표현식중}$$

$$\int_{-h}^0 \cosh^2 k(z+h) dz = \frac{1}{4k} (\sinh 2kh + 2kh) \quad \phi^I \text{와 } \phi^B \text{의 교차적분에 대하여 부분적분을 수행하면}$$

$$\overline{M_z} = -\frac{\rho}{2} \int_{-h}^0 \int_0^{2\pi} \left[ \frac{\partial \phi^B}{\partial R} \frac{\partial \phi^{B*}}{\partial \theta} + \left( \frac{\partial \phi^{I*}}{\partial R} \frac{\partial \phi^B}{\partial \theta} - \phi^{I*} \frac{\partial^2 \phi^B}{\partial R \partial \theta} \right) \right] R d\theta dz \quad (A13)$$

와 같이 얻어지므로(Newman, 1967) 위에서의와 같은 방식에 따라 식(18)을 얻게 된다.

부 록 3

Faltinsen & Michelsen(1974)도 같은 방식으로 수평방향 표류력 및 표류 모우먼트를 유도하였다.

$$\left\{ \begin{array}{l} \overline{F_x} \\ \overline{F_z} \end{array} \right\} = -\frac{\rho}{2} \frac{\omega A}{\sinh kh} \sqrt{\frac{2\pi}{k}} \left( \frac{1}{4} \sinh 2kh + \frac{kh}{2} \right) 2F(\beta) \cos \left( \phi(\beta) + \frac{\pi}{4} \right) \left\{ \begin{array}{l} \cos \beta \\ \sin \beta \end{array} \right\} \\ - \frac{\rho k}{2} \left( \frac{1}{4} \sinh 2kh + \frac{kh}{2} \right) \int_0^{2\pi} F(\theta)^2 \left\{ \begin{array}{l} \cos \theta \\ \sin \theta \end{array} \right\} d\theta \quad (A14)$$

$$\overline{M_z} = \left( \frac{\sinh 2kh}{4k} + \frac{h}{2} \right) \left\{ -\frac{\omega A}{\sinh kh} \sqrt{\frac{2\pi}{k}} F'(\beta) \sin \left( \phi(\beta) + \frac{\pi}{4} \right) \right. \\ \left. - \frac{\omega A}{\sinh kh} \sqrt{\frac{2\pi}{k}} \phi'(\beta) F(\beta) \cos \left( \phi(\beta) + \frac{\pi}{4} \right) - \frac{k}{2} \int_0^{2\pi} F(\theta)^2 \phi'(\theta) d\theta \right\} \quad (A15)$$

여기서 Kochin 함수는 다음과 같이 정의되었다.

$$F(\theta)^{i\phi(\theta)} = \frac{2\pi(K^2 - k^2)}{k^2 h - K^2 h + K} \sqrt{\frac{2}{\pi k}} e^{-i\frac{3}{4}\pi} \iint \sigma \cosh k(\zeta+h) e^{-ik(\zeta \cos \theta + \eta \sin \theta)} dS \quad (A16)$$

소오스 분포만을 고려하면  $\sigma = \frac{1}{4\pi} \phi_B$ 가 되므로 식(9)에서 정의된  $H(\theta)$ 와의 관계는 다음과 같다.

$$F(\theta) e^{i\phi(\theta)} = \left( 2 \frac{C_g}{C_p} \sinh kh \right)^{-1} \sqrt{\frac{k}{2\pi}} e^{i\frac{\pi}{4}} H(\pi + \theta) \quad (A17)$$

이제 식(A17)을 식(A14)·(A15)에 대입하면 본 논문에서 유도한 식(17) 및 (18)과 같은 결과를 얻게된다. 다만 Faltinsen & Michelsen의 모우먼트표현식에는 밀도  $\rho$ 가 빠져있다.