

비모형화 특성을 갖는 기준모델 적응제어 시스템의 견고성 해석

Robustness Analysis of MRAC System in the Presence of Unmodelled Dynamics

金 成 德* · 梁 海 元**
 (Sung-Duck Kim · Hai-Won Yang)

ABSTRACT

A robustness analysis for model reference adaptive control(MRAC) system with plant uncertainty is discussed in this paper. The adaptive control system is designed under assumptions that the controlled plant is represented by a 1st order nominal model and that the system is driven by a constant reference signal. When using general gradient method(GGM), it is shown that unmodelled dynamics in plant model can cause the instability of the overall control loop during the adaptation process. However, as the algorithm of least square method(LSM) is introduced, the global stability of the system can be hold. And it is also given that the boundedness of adjustable parameters may be verified using the concept of an equilibrium point analysis.

1. 서 론

일반적으로 적응시스템에 대한 설계문제는 적응 루우프의 안정도를 유지해가면서 설정된 적응목적 을 달성할 수 있도록 제안된 이론이지만, 고정이득 으로 설계되는 선형제어 방법에 비하여 설계조건이 아주 엄격하게 제한되어 있다. 적응제어 시스템은 파라미터의 불확실성 또는 가변성에 대응할 수 있 도록 구성되어야 하므로, 적응신호들의 안정화 및 수 령성 확립은 대단히 중요한 문제중의 하나이다. 이 와 같이 대국적 안정도를 보장하기 위하여 적응모 델에 주어지는 전형적인 설계기준으로는 크게 2가 지로 분류할 수 있다. 이러한 조건들은 외형적인 구조 에 직접 관여되는 사항으로 임·출력 특성 및 내부 상태 사이의 특성을 지배하는 SPR(strictly positive

real)조건과 파라미터의 유계성을 보장하기 위한 적 응신호의 PE(persistent excitation)성질이다. 특 히, 제어대상이 선형·시불변 공칭모델로 적절하게 표현되었다고 하는 경우일지라도 구성된 전체 적응 루우프의 특성은 비선형·시변성을 띠게 되므로, Lyapvov 안정도 이론에 의해 적응오차의 수렴성 을 보장하기 위해서는 SPR조건이 반드시 성립되 어야 한다. 그러나, 이와 같은 SPR조건은 MRAC (model reference adaptive control)구조의 임의성 을 크게 제한하고 있다. 한편, 적응시스템의 PE조 건은 가조절 파라미터를 설정치에 수렴시키는데 필 요한 조건으로, 적응시스템의 지수적 안정도를 보 장한다.

적응시스템의 대국적 안정도를 파괴하는 원인은 여러가지가 있지만, 구조적인 측면에서 (i) 비모형 화 특성에 의한 고차파오차, (ii) 저차모델 설정에 의한 제어변수의 부족 및 (iii) 고차모델 설정에 의 한 제어파라미터의 과잉 등으로 분류될 수 있다. 설 계시 이용되는 공칭모델과 실제플랜트 사이에는 항 상 모델오차가 존재하므로, 선형유한차원으로 설계

*正 會 員 : 漢陽大 工大 電氣工學科 博士課程
 **正 會 員 : 漢陽大 工大 電氣工學利 助教授 · 工博
 接授日字 : 1987年 6月 8日
 1次修正 : 1987年 8月 27日

된 제어구조로는 대국적 안정도를 완벽하게 유지할 수 없다. 예컨대, 공칭모델로 표현되지 않은 고주파 모드를 갖는 극이 1개라도 존재하는 경우에는 SPR조건이 성립되지 않으며, 따라서 고주파 오차가 증가되어 만족스런 제어특성을 기대할 수 없다. 물론, 실제 응용문제에 항상 존재할 수 밖에 없는 플랜트의 불확실성의 종류나 정도에 따라 설계방법이 다르게 결정될 수 있다. 그렇지만 불확실성 모델을 처리하는 적응제어기법의 고유한 성격이외에 비모형화 특성 등의 성질이나 형태를 일반적인 수리적 방법에 의하여 처리하기는 곤란하다. 이와 같은 문제들은 대국적 안정도 개념을 확립하는 SPR 조건과 PE조건들과 상호 매우 밀접한 관계를 갖고 있으므로 해석하기 곤란하지만 적응제어기를 견고하게 설계하는 방법으로서 부분적이거나 해결책이 제시되었다.^{1)~3)}

본 논문은, 실제플랜트에 공칭모델로 설계된 적응구조에 대하여 실제플랜트에 항상 존재하는 비모형화 특성이 안정도에 미치는 영향에 대하여 설명하였다. 아주 간단한 예이기는 하지만 제어될 플랜트가 1차 공칭모델로 표현된다는 가정하에 적응구조를 구성하고 이때, 지수적 수렴성질에 직접 관여되는 기준입력신호를 일정한 직류성분으로 제한한다. 이와 같이 설계된 적응제어시스템을 실제 응용하는 경우에, 비모형화 특성의 안정한 극들의 위치에 따라 변화되는 안정도의 영역을 검토하였다. 이 경우의 적응시스템은 대국적 안정조건이 성립되지 않으므로, 특이하게 외부입력의 진폭에 따라 안정영역이 변화된다. 이때 이 특성을 근계적 해석법에 의해 밝힌다. 한편, 직류 기준입력을 인가함으로써 PE조건이 상실된다. 이 경우에 나타나는 파라미터 유계영역을 평형점의 개념을 도입하여 규명한다.

2. 오차모델과 비모형화특성^{4), 5)}

적응제어는 일반적으로 제한된 조건하에서 플랜트의 불확실성에 대응하도록 적응루우프의 파라미터들을 연속적으로 조정해가는 on-line 파라미터 적응방법이 사용된다. 특히, MRAC방법은 대국적안정도를 유지해가면서 설정된 기준모델의 특성을 추적할 수 있는 제어신호를 발생시키는 문제로서, 유한차원의 가조절적응파라미터들이 설정된다. 물론, 플랜트에 대한 사전정보, 적응모델의 설정방법에 따라 제어구조는 다양하게 나타나지만, 대부분의

적응시스템은 유계성 외부입력 w와 파라미터들을 조정해가는 적응신호 z에 의해 동작된다. 플랜트의 출력력을 y_p , 기준모델의 출력력을 y_r 이라 할 때 출력오차를 $e = y_p - y_r$ 이라 정의하면 일반적인 적응모델은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \dot{e} \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{Hew}(\theta_*) & \text{Hev}(\theta_*) \\ \text{Hzw}(\theta_*) & \text{Hzv}(\theta_*) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ v \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\dot{\hat{\theta}} = F(e, z) \quad (2)$$

여기서 $v = \theta^T z$ 는 제어입력오차를 나타내고 파라미터는 $\hat{\theta} = \theta_* + \theta$ 로서 θ 는 적응파라미터 오차이며, θ_* 는 $\hat{\theta}$ 의 설정치이다. 이때, H(·)는 각 신호들 사이의 인산관계를 나타낸다.

적응시스템의 안정도 및 유계성은 식(1)과(2)로 설명되는 적응모델의 연산관계 H(·)특성과 적응칙 $\hat{\theta}$ 의 특성으로 규명할 수 있다. 일반적으로 실제플랜트가 정확하게 모델로서 표현된다는 가정하에 설계된 전형적인 적응구조는 항상 $\|\theta_*\|$ 가 유계되고 θ_* 의 유일해가 존재한다. 물론, $\text{Hew}(\theta_*) = 0$, $\text{Hev}(\theta_*) \in \{\text{SPR}\}$ 및 $\text{Hzv}(\theta_*) \in \{S\}$ 의 조건들이 성립하도록 적응구조를 설계한다. 이 때, {·}는 집합을 나타내고, {SPR}은 SPR이 성립되는 전달함수의 집합을, {S}는 안정한 전달함수의 집합을 각각 나타내는 것이다. 여기서, 이러한 조건들을 만족하는 적응칙(2)를 적용하면 오차모델 $e = e_* + \text{Hev}(\theta_*)v$ 에 대하여 오차의 설정치 $e_* = \text{Hew}(\theta_*)w$ 는 유계된 w에 대하여 0이 되며 $\text{Hev}(\theta_*) \in \{\text{SPR}\}$ 이므로 $e \rightarrow 0$ 이 만족된다. 특히 z가 PE에 속하는 신호 라면 $\|\hat{\theta}\| = \|\theta_*\|$ 가 되어 적응파라미터의 유일해가 항상 존재하게 된다.

실제로, 공칭모델에 의한 적응구조는 매우 엄격한 제약조건하에서 설계된 것이므로, 이러한 조건들이 충족되지 않는 실제문제에는 여러가지 문제가 나타난다. 다시 말해서, 실제 플랜트와 공칭모델 사이에는 항상 모델오차가 존재하게 마련이므로, 전형적인 MRAC의 적응구조로는 대국적 안정도를 보장할 수 없다. 공칭모델은 플랜트에 관한 근본적인 성질을 근사화된 수식으로 표현한 것이다. 따라서, 플랜트의 모형화되지 않은 특성은, (i) 공칭모델보다 고주파특성의 극을 갖고 (ii)이 극이 안정하며, (iii) 곱해지거나 더해지는 형태로 표현될 때 가능한한 "unit ball"내에 속해야 한다. 적응구조의 설계는 공칭모델 등의 필수적인 몇가지 제한된 정보에 근거를 두지 않으면 안되지만 비모형화 특성의 존재로 말미암아 적응구조의 해석·설계법은 전혀 다른 국면에 처하게 된다. 비모형화 극이 존재한다

는 것은 예측가능하지만, 그 수나 위치는 정확히 알 수 없으므로 기존의 전형적인 모델과 같은 가조절 파라미터 유계성의 해석을 적용할 수 없다.

이와 같은 적응제어시스템에 관계하는 문제는 적응특성을 감소시키는 원인이 되며, 다시 말해서, SPR 및 PE조건으로 보장되던 안정도의 충분조건이 파괴됨을 의미한다. 실제로, $z \in \{PE\}$ 는 파라미터 식별문제로부터 설명되는 일치조건이 존재하기 위한 필요조건이다. 그렇지만, 시스템의 불확실성, 구조적인 비모형화 특성과 외란 등의 개입에 의하여 적응상태의 변화를 초래하지만 실제문제에 있어서는 제어능력을 상실하지 않는 범위에서 파라미터 유계성만 보장하면 된다. 비모형화 특성을 Δ 로 정의할 때⁴⁾, 적응시스템의 안정도는 Δ 의 개입에 의해 변화된 $\text{Hev}(\theta_*, \Delta)$ 특성으로 결정된다. 특히, 기준입력이 일정한 신호인 경우의 SPR 조건은 $\text{Hev}(\theta_*, \Delta)$ 의 안정여부에만 관계되므로 외형적인 상대차수등에 대한 제한조건은 완화된다. 결국 $\|e\| \rightarrow 0$ 및 $\|\theta_*\| < \infty$ 의 특성은 적응모델의 e 와 적응칙 $\hat{\theta}$ 의 안정도 문제로 취급될 수 있다.

3. 비모형화특성과 안정도

제어될 플랜트가 선형·시불변 SISO 시스템이라고 하고 1차 공칭모델로 표현된다고 가정한다. 이때 적응구조는 일반적인 MRAC 설계에 사용하는 전형적인 구조로 설계한다. 한편 [NP]를 공칭모델을 사용하는 전형적인 적응구조라 하고 [UP]를 비모형화특성이 존재하는 경우의 적응시스템이라 하자. 또한, GGM(general gradient method)을 일반 구배법, LSM(least square method)을 최소자승법 알고리즘이라 표기한다. [NP]에 대한 적응구조를 다음과 같이 설정한다.

- (a) 기준 모델 : $\dot{y}_m = -a_m y_m + b_m r$, $a_m, b_m > 0$ (3)
- (b) 플랜트 : $\dot{y} = -a_1 y + b_1 u$, $b_1 > 0$ (4)
- (c) 제어 신호 : $u = \hat{\theta}_1 r + \hat{\theta}_2 y = \hat{\theta}^T z$ (5)
- (d) 적응칙 : GGM ; $\dot{\hat{\theta}} = -\Gamma e z$, $\Gamma > 0$ (6)
- LSM ; $\dot{\hat{\theta}} = -\Gamma e z / (1 + z^T z)$ (7)
- (e) 오차방정식 : $\dot{e} + a_m e = (b_1 \hat{\theta}_1 - b_m) r + (a_m - a_1 + b_1 \hat{\theta}_2) y$ (8)

비모형화 특성이 존재할 경우의 적응구조는 [NP]와 동일한 구조를 사용하며, 해석할 목적으로 실제 플랜트의 모델과 오차방정식이 다음과 같이 주어진다

다고 가정한다.

- (b)' 플랜트 : $\dot{y} = -(a_1 + a_2) \dot{y} - a_1 a_2 y + b u$, (9)
- (e)' 오차방정식 : $\ddot{e} + (a_1 + a_2) \dot{e} + (a_1 + a_2 - a_m) a_m e = [b \hat{\theta}_1 - (a_1 + a_2 - a_m) b_m] r + [(a_1 + a_2 - a_m) a_m - (a_1 a_2 - b \hat{\theta}_2)] y$ (10)

공칭모델을 사용하는 경우에 오차모델 $\text{Hew}(\theta_*) = 0$ 이고 $\text{Hev}(\theta_*) \in \{\text{SPR}\}$ 이지만 비모형화 특성을 갖는 경우에는 $\text{Hew}(\theta_*, \Delta)$ 및 $\text{Hev}(\theta_*, \Delta)$ 는 이와 같은 조건을 만족하지 못한다. 그러나 기준입력을 일정한 직류신호로 인가하는 경우에는, 과도상태의 적응특성을 해석하기 곤란하지만 정상상태에서는 $e_* = 0$ 이 만족된다. 따라서, 적응모델 [NP] 및 [UP]에 대한 오차모델과 파라미터 적응칙에 평형점이 존재한다고 가정하여 선형화하면 다음과 같은 특성방정식이 얻어진다.

- [NP] : $s(s^2 + a_m s + b_1 \delta_*) = 0$ (11)
- [UP] : $s[s^3 + (a_1 + a_2)s^2 + (a_1 + a_2 - a_m)a_m s + b \delta_*] = 0$ (12)
- GGM : $\delta_* = \gamma_1 r^2 + \gamma_2 y_m^2$ (13)
- LSM : $\delta_* = (\gamma_1 r^2 + \gamma_2 y_m^2) / (1 + r^2 + y_m^2)$ (14)

여기서 y_m^* 는 y_m 의 정상상태 값으로 $(b_m/a_m)r$ 값이며, Γ 에 대하여 $\gamma_1 = \gamma_1$, $\gamma_2 = \gamma_2$ 이라 하고, $\gamma_{12} = \gamma_{21} = 0$ 이다. 식 (11), (12)에서 알 수 있는 바와 같이 오차 모델은 항상 원점에 1개의 극이 존재하는데, 이 사실은 적응칙이 적분방식임을 의미한다. 이때, 이 고정극은 파라미터 수렴특성에 관계되지만 오차 방정식에는 극-영점소거가 이루어지므로, 이 극의 영향은 나타나지 않게 된다. 결국, 오차모델의 근 위치는 $\delta_* = f(\gamma, r)$ 로 표현되는 변수들에 의해 변화되므로 안정도 역시 γ 와 r 의 영향을 받게 됨을 알 수 있다.

그림 1의 (a), (c)는 GGM의 적응칙을 사용하는 경우의 근궤적을 나타낸다. 그림 1(a)에서 알 수 있듯이, 기준신호의 크기가 증가함에 따라 진동현상이 증가되지만 불안정하지 않다. 그러나, [UP]인 경우에는 안정한 모드의 극이 1개만 추가되더라도, δ_* 를 구성하는 요소들의 크기에 민감하게 동작하게 되어 어느 범위를 벗어나면 불안정하게 된다. 이때, 이 비모형화극이 안정한 영역으로 확대되면 불안정 영역은 감소된다. 그러나, 비모형화 특성은 미지이고 기준입력을 설계자가 임의로 제한할 수 있는 것이 아니므로 불안정 특성을 제거할 수는 없다.

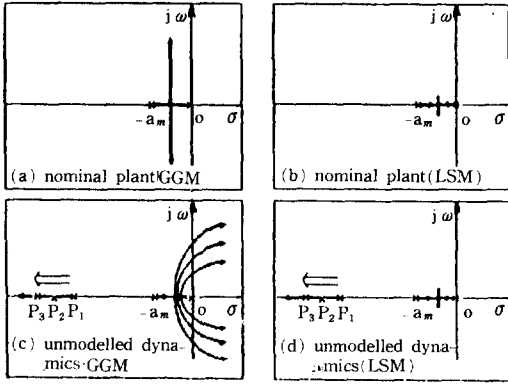


그림 1. 공칭플랜트 및 비모형화 특성에 대한 근궤적.

Fig.1. Root loci for a nominal plant and an unmodelled dynamics.

그림 1(c)는 이러한 특성을 보여주고 있다. 그렇지만, LSM을 도입하는 경우에 진동특성을 지배하는 d 값은, 적응이득 또는 기준입력의 크기에 따라 선형적인 비례관계를 갖지 않는다. 예컨대, $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma$ 이고, $a_m = b_m$ 이라하면, $\max(\delta^*) = r$ 로 고정되므로 기준입력의 크기가 증가하는데 따른 과도한 진동 또는 포화현상은 억제됨을 알 수 있다.

안정도 특성은 결국 적응치의 설정에 따라 변화됨을 알 수 있다. 이때 GGM 및 LSM의 적응치를 사용하는 경우의 안정영역을 규명하기 위하여 $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma = \text{일정}$, $a_m = b_m$ 이라 가정하고, 식(11)에 대한 임계제동점에 대한 해공간 특성을 나타내면

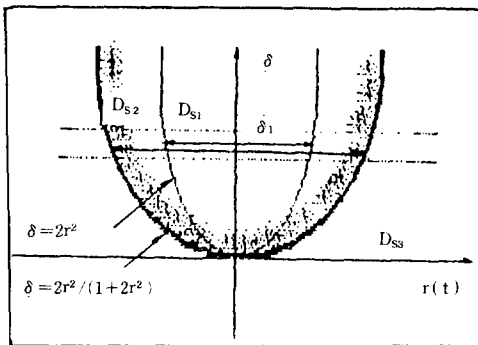


그림 2. 공칭모델에 GGM 및 LSM을 사용하는 경우의 중근관계

Fig.2. Double roots relations in nominal model for GGM and LSM.

그림 2와 같다. 결국, 진동현상의 발생한계 영역을 GGM에 대하여 D_{S1} , LSM에 대하여 D_{S2} 라 표현하면

$$D_{S1} = \{(\delta^*, r) : \delta^* = (a_m/2)/\gamma b, \delta_1 > 2r^2\} \quad (15)$$

$$D_{S2} = \{(\delta^*, r) : \delta^* = (a_m/2)/\gamma b, \delta_1 > 2r^2 / (1 + 2r^2)\} \quad (16)$$

로 D_{S2} 임을 알 수 있다. 또한, 일정한 적응치에 대해서는 값을 줄임으로서 입력진폭의 수용범위를 증대시킬 수 있음을 알 수 있다. 물론, LSM을 사용하므로써 거의 대부분의 기준입력에 대해서 지나친 진동현상을 억제할 수 있는 특성이 있음을 확인할 수 있다. 여기서 D_{S3} 는 그래프의 1, 2상한으로 안정영역을 나타낸다.

4. 적응 파라미터의 유계성

일반적으로 전형적인 MRAC는 플랜트가 정확히 모형화되고, SPR조건 및 PE성질이 만족되므로 출력오차 및 파라미터오차의 수렴성이 확립된다. 이러한 가정들은 대국적 접근 안정도 개념으로 유도되는 적응시스템의 해석상 매우 엄격한 제한이지만 파라미터 공간내에서의 해의 존재성 및 유일성을 보장해주는 하나의 방편이라 할 수 있다. 그러나, 비모형화 특성이 존재하는 실제 적응제어 시스템에 대해서는 적응구조, 적응신호의 종류 및 외란의 유부 또는 주파수 특성에 의하여 적응파라미터의 유일성 또는 존재성에 대한 해석방법을 그대로 적용할 수 없다. 실제로, 비모형화 모델이 존재하는 경우의 적응구조 형태는 저차모델 특성을 갖게 마련이므로, $\|\theta^*\|$ 의 유계범위를 정하기란 쉽지 않다. 그러나, 3절에서 설명한 것과 같이 LSM방식을 도입하는 경우나 또는 GGM을 사용하여 안정한 적응특성을 얻을 수 있는 범위에서는 특히 설정오차 $e^* = 0$ 이 보장되고, 따라서 $\|\theta^*\|$ 의 유계영역이 항상 존재한다. 물론, 구조가 간단하게 주어지는 전형적인 MRAC에서는 평형상태해석으로 추정가능하지만^{2,3)}, 설정파라미터를 정확히 알 수 없는 경우에 대해서는 θ^* 에 대한 유계성만 규명할 수 밖에 없다. 그러나, 외란특성 해석에 사용하였던 manifold방법(6)을 확장 적용하여 해공간의 존재성과 유계영역을 정하므로써 파라미터의 수렴성을 밝힐 수 있을 것이다. 이미 3절에서 밝힌바와 같이 LSM이 비모형화 특성에 존재하는 경우에 매우 양호한 특성을 가지므로 이 절에서는 이 적응치에

대한 파라미터 유계성만 검토한다.

오차모델식 (8), (10) 과 적응칙식 (7) 을 다음과 같은 정의식들로 좌표변환한다.

$$[NP] : g \phi_1 = b_0 \hat{\theta}_1 - b_m \quad (17)$$

$$g \phi_2 = b_0 \hat{\theta}_2 - a + a_m \quad (18)$$

$$[UP] : g \phi_1 = b_0 \hat{\theta}_1 - (a_1 + a_2 - a_m) b_m \quad (19)$$

$$g \phi_2 = (a_1 + a_2 - a_m) a_m - (a_1 a_2 - b_0 \hat{\theta}_2) \quad (20)$$

$$g = \sqrt{b \gamma} \quad (21)$$

여기서 b_0 는 [NP]인 경우에 b_1 , [UP]인 경우에 b 를 나타낸다. 이 때 ϕ_1, ϕ_2 는 보조변환변수이다. 식 (17~18) 의 관계를 식 (7) 및 (8) 에 적용하면 적응모델은 다음과 같이 변환된다.

$$\dot{e} = -a_m e + g \phi^T z \quad (22)$$

$$\dot{\phi} = -g e z / (1 + z^T z) \quad (23)$$

여기서 $\phi^T = [\phi_1, \phi_2]$ 이다. 따라서, [NP]에 대하여 평형점 해석방법을 이용하면 다음과 같은 해가 구해진다.

$$[NP] : S_1 = \{ (e^*, \theta_{1*}, \theta_{2*}) : e^* = 0, (a_m/b_m) \theta_{1*} + \theta_{2*} = a_1/b_1 \} \quad (24)$$

한편, 비모형화 특성을 갖는 경우에도 [NP] 와 동일한 방법을 사용하면 다음과 같은 파라미터 해 집합을 얻을 수 있다.

$$[UP] : S_2 = \{ (e^*, \theta_{1*}, \theta_{2*}) : e^* = 0, (a_m/b_m) \theta_{1*} + \theta_{2*} = a_1 a_2 / b \} \quad (25)$$

이 식에서 알 수 있는 바와 같이, 파라미터 해공간은 일종의 직선군으로 형성된다. 그러나, 이와 같은 해 집합으로 공칭파라미터의 존재성을 확인할 수 있지만 해의 영역은 결정할 수 없다. 따라서 다음과 같은 보조함수를 정의한다.

$$V(e, \phi) = (e^2 + \phi^T \phi) / 2 \quad (26)$$

이 때, [NP]에 대해서는

$$V(e, \phi) = ee - g \phi \cdot e z / (1 + z^T z) < 0 \quad (27)$$

의 관계가 성립되므로, $V(e, \phi)$ 는 단조감소함수가 되어 $V(e, \phi) \leq V(e_0, \phi_0)$ 가 만족된다. 여기서 $V(e_0, \phi_0) = R_0^2$ 라 놓으면, 다음과 같은 해 집합을 얻을 수 있다.

$$S_3 = \{ (e^*, \theta_{1*}, \theta_{2*}) : e^* = 0, (\theta_{1*} - b_m/b)^2 + (\theta_{2*} - a/b + a_m/b)^2 \leq R^2 \} \quad (28)$$

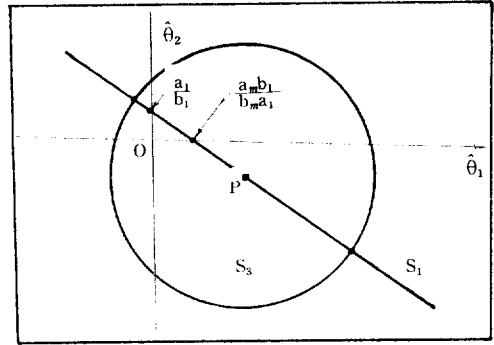


그림 3. 평형점 집합에 관한 특성.

Fig. 3. Characteristics for the equilibrium point set.

이 때 $R^2 = 2(g/b)^2 R_0^2$ 이다. 따라서 공칭모델로 설계된 적응구조에 대하여 일정 기준입력을 사용하면 정상상태에서의 파라미터 해 집합을 식 (24) 및 (28) 로 결정할 수 있다. 그림 3은 이러한 파라미터 해공간을 나타낸다. 이 경우에 원의 중심점은 $(b_m/b, a/b - a_m/b)$ 으로 플랜트 및 기준모델의 특성에 따라 변화된다. 결국, 파라미터 유계영역은 $S_1 \cap S_3$ 로 된다는 사실을 확인할 수 있다. 한편, [UP]인 경우에는 상태공간 해석법에 의한 오차모델을 선정하지 않으면 Lyapunov 안정도 해석이 곤란해진다. 그렇지만 $b = a_2 b_1$ 인 경우에 대해서는 [NP]나 [UP]나 동일한 해영역이 결정된다는 것은 시뮬레이션으로 확인할 수 있으므로 일반적인 구조에 대한 이론을 추론할 수 있으리라 생각된다. 이 문제는 좀 더 연구되어야 하겠다.

5. 시뮬레이션 및 검토

앞에서 설명한 SPR특성이 상실되는 경우의 안정도 및 파라미터 수렴성을 검토하기 위하여 공칭모델 및 기준모델을 다음과 같이 1차로 선정하였다.

$$\text{기준모델} : W_m(s) = 3/(s+3)$$

$$\text{플랜트} : W_p(s) = 2/(s+1)$$

이 때 플랜트에 공액복소극 $s = -1.5 \pm j2$ 를 갖고 직류이득이 1로 지정되는 2차의 비모형모델이 존재한다고 가정하였다. 이 모델은 비모형화 특성에 파괴되는 안정도 특성에 대하여 설명한 문헌 (1) 의 예제를 그대로 사용하였다.

그림 4는 공칭모델에 GGM을 사용하는 경우의

출력오차 및 파라미터의 추정결과를 나타낸다. 그림 4(a)는 적응이득을 고정시켜 놓고 기준입력의 크기를 변화시키는 경우로 입력진폭의 증가로 적응 초기에는 출력오차뿐만 아니라 파라미터 추정치의 진동현상이 증가됨을 알 수 있다. 그림 4(b)는 기준입력을 고정시키고 적응이득을 변화시키는 경우이다. 한편 이와 같은 설계된 구조에 비모형화 특

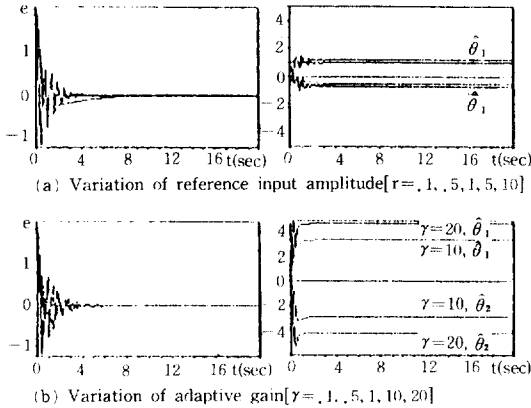


그림 4. GGM에 의한 출력추적오차 및 가조절 파라미터의 수렴성에 대한 시물레이션 결과.
 Fig. 4. Simulation results of output tracking error and adjustable parameter convergence by GGM.

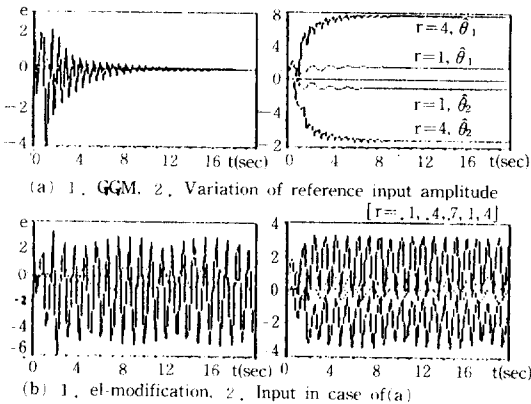


그림 5. 비모형화 특성이 존재하는 경우의 출력추적오차 및 가조절 파라미터의 수렴성에 대한 시물레이션 결과.
 Fig. 5. Simulation results of output tracking error and adjustable parameter convergence in the case of unmodelled dynamics.

성이 존재하는 경우에 입력진폭에 대한 추정특성을 그림 5에 나타낸다. 그림 5(a)는 GGM을 사용하는 경우로 입력의 크기가 어느 한계를 벗어나면 불안정특성을 나타내고 결국 제어능력을 상실하게 된다. 그림 5(b)는 외란이 존재하는 경우에 파라미터 유계성을 확립시키기 위한 el-modification 알고리즘³⁾에 대한 결과로 r 값의 증가에 의해 심한 진동현상과 아울러 안정도가 파괴됨을 알 수 있다. 이러한 동일한 제어조건하에서 적응치를 LSM으로 변형시키면 안정도해석에서와 같이 r 값이 증가하여도 불안정특성은 전혀 나타나지 않고, 수렴속도 및 오버슈트 등의 특성이 입력의 진폭에 거의 무관하게 나타나는 사실을 그림 6의 결과로 알 수 있다. 특히 이 경우에는 파라미터의 수렴값도 기준신호의 크기가 작은 경우에만 약간의 차이를 보이고 입력이 어느정도 커지면 거의 특징없게 일치된다.

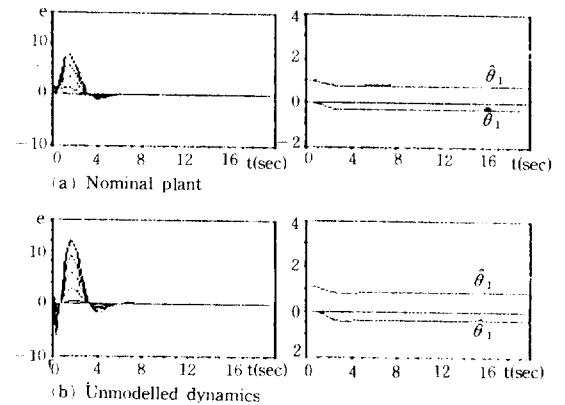


그림 6. LSM에 의한 출력추적오차 및 가조절 파라미터의 수렴성에 대한 시물레이션 결과.
 Fig. 6. Simulation results of output tracking error and adjustable parameter convergence by LSM [$r=1, 5, 10, 15, 20$].

6. 결 론

본 논문은, 공칭모델이외에 비모형화특성이 존재하고 일정한 기준입력신호로 구동되는 기준모델 적응제어 시스템의 설계방법에 대한 연구이다. 실제 플랜트에 비모형화특성이 존재하므로써, 적응구조는 저차모델이 되어 오차모델의 SPR조건이 파괴됨을 설명하였다. 또한, 직류 기준입력이 적응시스템의 안정도에 미치는 영향을 근계적해석법에 의해

규명하고, 일반적인 구배법 (GGM)과 최소자승법 (LSM)에 의하여 나타나는 적응특성을 이용하므로서 진동현상과 불안정특성을 제거할 수 있음을 밝혔다. 특히, 공칭모델로 설계된 적응구조에 나타나는 파라미터 수렴영역을 평형상태해석에 의해 밝혔다. 본 논문에서 해석된 구조는 1차 공칭모델로 표현되는 간단한 것이지만, LSM을 사용하므로서 비모형화 특성 및 직류 기준신호에 의한 적응구조의 불안정요인을 제거할 수 있다는 사실을 컴퓨터 시뮬레이션에 의해 확인하였다.

◦

REFERENCE

- 1) C. E. Rohrs, L. S. Valavani, M. Athans and G. Stein, "Robustness of continuous time adaptive control algorithms in the presence of unmodelled dynamics", *IEEE trans. on Autom. Contr.*, vol. AC-30, No. 9, pp. 881 ~ 889, 1981.
- 2) K. S. Narendra and A. M. Annaswamy, "Robust adaptive control in the presence of bounded disturbances," *IEEE Trans. on Autom. Contr.*, vol. AC-31, No. 4, pp. 360~315, 1986.
- 3) K. S. Narendra and A. M. Annaswamy, "A new adaptive law for robust adaptation without persistent excitation," *IEEE Trans. on Autom. Contr.*, vol. AC-32, No. 2, pp. 134~145, 1987.
- 4) R. L. Kosut and B. Friedlander, "Robust adaptive systems: passivity and global stability," *IEEE Trans. on Autom. Contr.*, vol. AC-30, No. 7, pp. 610~624, 1985.
- 5) B. D. O. Anderson et al. *Stability of adaptive systems: passivity and averaging analysis*, MIT Press, 1986.
- 6) B. Riedle et al. "Disturbance instabilities in an adaptive system." *IEEE Trans. on Automat. Contr.*, vol. AC-29, No. 29, pp. 822~824, 1984.