

고압 수은방전의 교류 아아크 모델에 관한 연구

論 文
36~9~7

A Study on the AC Arc Model of High Pressure Mercury Discharge

池 哲 根* · 金 燾** · 李 相 禹***
(Chol-Kon Chee · Hoon Kim · Sang-Woo Lee)

ABSTRACT

This study presents a model of the electrical characteristics of the high-pressure mercury vapour arc discharge.

Energy balance equation per unit volume of the arc tube is converted into the one per unit length by assuming the parabolic radial temperature distribution and integrating over the cross-section of the tube. Using this energy balance equation, together with the circuit equation and Ohm's law, the arc voltage and current variation for 1 cycle is numerically calculated and a good result is obtained. A simple method to calculate the axis temperature of the arc tube and the radiation output is also presented.

1. 서 론

방전등과 안정기로 구성된 시스템을 연구하는 경우에 방전등의 전기적 특성을 사전에 알아야 할 필요가 있으며, 이 특성은 기체의 아아크방전에 관한 적당한 모델의 형태로 제시되는 것이 바람직하다. 특히 방전등의 최적설계, 방전등 내부의 물리적 현상의 구명과 응용, 그리고 효율적인 안정기의 설계를 위하여는 방전등의 전기적 특성에 관한 시뮬레이션이 필수적이다.

교류전원으로 방전등을 동작시킬 경우, 방전등은 비선형, 시변화의 저항으로 볼 수 있으며, 이 저항의 순시치는 방전관의 기하학적 형태, 봉입된 물질의 종류 및 양, 인가전압의 크기와 파형, 그리고 점등회로의 구성등 여러 변수들의 복합적인 영향을

받아 결정된다.¹⁾

이러한 방전등의 저항 특성을, 특정한 모델을 이용하여 수식적으로 표현하려는 시도가 계속되어 왔으나^{2), 10)}, 이 방법들은 경험과 직관에 의존하여 광범위한 적용이 어렵거나^{2), 6)} 복잡한 실험과 이론의 전개를 필요로 하여 실제 적용상의 어려움을 갖게 되는 등의 문제점이 있었다.^{7), 10)}

본 논문에서는 고압 방전등 내부에서 일어나는 제 현상을 근거로 타당성 있는 전제조건들을 가정하여 비교적 간략한 모델방정식을 구성하고, 이를 이용하여 고압 수은방전의 교류 1주기 동안의 전류, 전압, 관중심 온도의 변화를 계산하였다. 고압 수은 방전등의 시뮬레이션에 있어서 특히 어려운 것은 방사에너지의 자기흡수(Self-Absorption) 현상때문에 이를 온도의 함수로 유도하는 것이 용이하지 않다는 것이다.^{6), 10)} 따라서 기존의 모델들에서는 자기흡수현상을 완전히 무시하거나 복잡한 실험을 반복하여 방사에너지를 온도의 함수로 유도하고 있다.^{5)~10)}

본 연구에서는 이러한 방사에너지의 유도를 비교적 간단한 실험과 계산으로 간명하게 수행하는 방법을 개발하여 적용하였다.

*正 會 員 : 서울大 工大 電氣工學科 教授 · 工博
**正 會 員 : 서울大 工大 電氣工學科 博士課程
***正 會 員 : 서울大 工大 電氣工學科 碩士課程 修了
接受日: 1987年 4月 14日
1次修正: 1987年 7月 6日
2次修正: 1987年 8月 14日

2. 모델방정식의 구성

고압방전등의 경우 방전관 내부에서 국부적인 열평형(Local thermal equilibrium)이 성립한다고 가정할 수 있으며⁷⁾, 따라서 아아크 구성입자의 밀도에 관한 Saha 방정식과 Boltzmann 방정식을 사용할 수 있다. 또한 수직침등된 실린더 형태의 방전관 내에서 아아크의 특성온도 축방향으로는 균일하고 관 중심에 대하여는 대칭이며⁸⁾, 따라서 단위 체적당 성립된 에너지 평형식을 적절한 온도분포를 가정한 상태에서 방전관 단면에 대하여 적분한 뒤 방전관의 길이를 곱하여 방전관 전체에 대한 에너지 평형식으로 바꿀 수 있다. 방전관 벽의 열관성은 매우 크므로 관벽온도는 점등중 항상 일정(1,000°K)한 것으로 본다.

이와같은 전체조건하에서 방전관의 모델 방정식을 구성하면 다음과 같다.

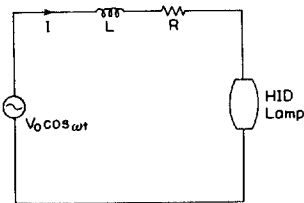
첫째, 그림 1의 고압방전등 점등회로에서 회로방정식은 정현파의 전원전압과, 저항 및 인덕턴스로 구성된 안정기와 방전 아아크에 걸리는 전압과의 관계를 규정한다.

$$V_0 \cos \omega t = L \frac{dI}{dt} + RI + hE \quad (1)$$

- I = 회로전류(아아크전류) [A]
- h = 방전아아크의 길이 [cm]
- E = 방전아아크 내부의 축방향 전계 [V/cm]

여기에서 h는 전극에서의 전압강하를 고려하여 아아크 실제 길이에 일정한 값을 더한 값으로 되어야 하며, h와 E를 곱한 값은 아아크의 전압강하가 된다. 본 논문에서는 전극간 거리 3.4cm, 반경 0.467cm의 방전관을 사용하여 실험하였으며, 아아크의 길이는 4.2cm로 놓고 계산하였다.¹¹⁾

둘째, 방전관에 오옴의 법칙을 적용하여 회로전류와 전계의 관계를 결정한다.



$V_0 = 275 [V]$
 $\omega = 2\pi f$
 $f = 350 [Hz]$
 $L = 64.3 [mH]$
 $R = 15.3 [\Omega]$

그림 1. 고압방전등의 점등회로
 Fig. 1. Operation Circuit of HID Lamp

$$I = E \int_0^{R_w} 2\pi r \sigma dr = EG \quad (2)$$

- G = 아아크의 단위 길이의 콘덕턴스 [$U \cdot cm$]
- σ = 도전률 [U/cm]
- R_w = 방전관의 반경 [cm]

셋째, 아아크의 단위체적 내에서 에너지 평형식은 다음과 같다.^{7), 10)}

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \sigma E^2 - U + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(rk \frac{dT}{dr} \right) \quad (3)$$

- ρ = 질량밀도 [g/cm^3]
- C_p = 전압비열 [$J/g^\circ K$]
- T = 단위체적내의온도 [$^\circ K$]
- U = 방사에너지 [W/cm^3]
- k = 열전도율 [$W/cm^\circ K$]

여기에서 (3) 식의 우변 각 항은 순서대로 전기적 입력, 방사손실, 열전도손실이며 수직침등상태에서 대류손실은 매우 적으므로 무시하였다.¹¹⁾

위 (3) 식에서 ρ , C_p , σ , k는 방전관내에 봉입된 물질의 종류 및 증기압, 온도에 의하여 결정되는 물질함수이다. 따라서 봉입가스의 압력이 일정한 경우 이 값들은 온도 T의 함수로 된다.

3. 온도분포를 가정한 에너지 평형식

단위 체적당의 에너지 평형식을 모델방정식으로 사용할 경우, 교류 1 주기에서 전압 전류특성을 계산하기 위해서는 시간적분뿐 아니라 방전관 반경에 대한 공간적분까지 행하여야 하며, 각 온도에 따른 물질함수의 값도 정확히 알아야 한다. 그러나 방사 에너지 U에는 단위체적에서 방사되는 에너지뿐 아니라, 자기흡수현상에 의하여 단위체적내에서 흡수되는 에너지도 포함되므로, 결과적으로 U는 단순한 온도의 함수로는 결정되지 않고 방전관 내부의 온도분포에도 의존하게 되어, 이론이나 실험으로 그 값을 계산하는 것이 매우 복잡하게 된다.

따라서 본 논문에서는 방전관 내부에서의 반경방향에 대한 온도분포를 일정하게 가정하여 반경에 대한 식분을 행함으로써 단위 체적당의 에너지 평형식을 단위 길이당의 에너지 평형식으로 바꾸어 모델방정식으로 사용하였다.

고압방전관에서는 아아크가 관 중심에 집중되는

contraction 효과 때문에 관 중심온도 T_0 (4,000-7,000°K) 와 관벽온도 T_w (1,000°K) 사이의 온도 gradient가 존재한다. 교류 1주기동안의 온도분포는 시간에 따라 그 형태가 조금씩 변화되지만, 평균적으로 parabolic 형태를 취하고 있다.¹⁾

방전관 내의 온도분포를 r 에 대한 2차식으로 놓고, 이 분포형태가 시간적으로 변화하지 않는 것으로 보면, 방전관내 임의의 점 r 에서의 온도 $T(r)$ 은

$$T(r) = T_0 - (T_0 - T_w) (r/R_w)^2 \quad (4)$$

로 된다.

또한 식(3)을 방전관 단면적에 대하여 적분하면, 방전관의 단위길이당 에너지평형식으로 되어

$$A_H \frac{\partial T_0}{\partial t} = P_E - P_R + P_C \quad (5)$$

와 같이되며 여기에서

$$A_H = \int_0^{R_w} 2\pi r \rho C_p \left(1 - \frac{r^2}{R_w^2}\right) dr \quad (5-1)$$

$$P_E = E^2 \int_0^{R_w} 2\pi r \sigma dr = E^2 G \quad (5-2)$$

$$P_R = \int_0^{R_w} 2\pi r \cdot U dr \quad (5-3)$$

$$P_C = \int_0^{R_w} 2\pi r \left[\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(rk \frac{dT}{dr} \right) \right] dr \\ = -4\pi (T_0 - T_w) k r_w \quad (5-4)$$

k_{r_w} = 관벽온도 T_w 에서의 열전도율

이다. 이식에서 ρ , C_p , σ 의 온도에 따른 값을 알

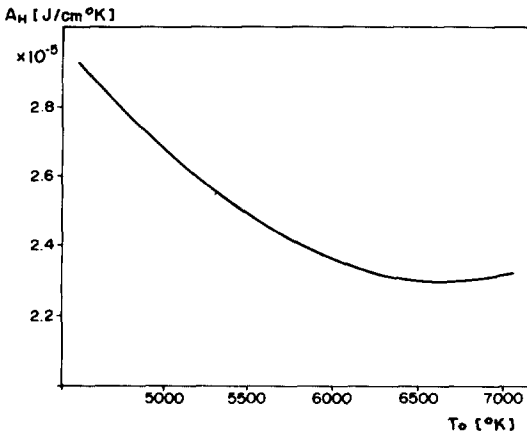


그림 2. 관중심온도 변화에 따른 A_H 의 변화
Fig. 2. A_H curve with varying arc axis temperature

면 식 내의 적분을 해석적으로 계산하여 간략화할 수 있다.

수은증기 1기압, 온도범위 1,000-10,000°K에서의 ρ , C_p , 그리고 관벽온도 1,000°K에서의 k 의 값은 Lowke등이 유도한 값을 온도의 다항식으로 회귀하여 사용하였다.⁷⁾ 도전률 σ 의 값은 Morris와 Walker의 방법을 이용하여 계산하였다.¹⁰⁾ 이 값들을 이용하여 반경 0.467cm, 온도분포가 식(4)와 같은 방전관의 A_H , G 를 관 중심온도 4,500~7,000°K에 대하여 계산하면 그림 2, 3과 같다.

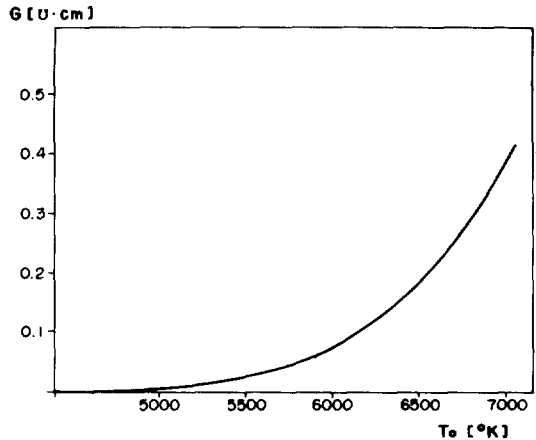


그림 3. 관중심온도의 변화에 따른 G 의 곡선
Fig. 3. G curve with varying arc axis temperature

4. P_R 의 계산

식(5)에서 P_R 만이 온도의 함수로 계산되지 않았으며, 이값을 유도하는 과정은 다음과 같다.

방전아아크의 전압 V 와 전류 I 의 순시치를 교류 1주기동안 측정하여 단위길이당 콘덕턴스 G 를 계산하면

$$G(t) = \frac{I(t)}{E(t)} = \frac{I(t)}{V(t)} h \quad (2)$$

로 된다. 그림 1의 회로에서 점등한 100W 고압 수은방전관의 전압, 전류파형을 디지털스토리지스코우프로 5 μ sec마다 측정하여 572개의 순시치값을 컴퓨터에 전송하여 $G(t)$ 의 값을 계산하였다. 이 값을 그림 3에서 관 중심온도의 함수로 구하였던 G 의 값과 비교하면 교류 1주기동안의 T_0 의 변화를 역산해낼 수 있으며, 계산된 T_0 의 값은 그림 4와 같

다. 그림에서 전류의 zero-crossing부근에서 T_0 의 값이 급격히 떨어지는 것은 이 순간에는 열 평형이 성립하지 않기때문인 것으로 생각된다.

이렇게하여 계산해낸 T_0 와 이에 따른 A_H, D_C, P_E 의 값을 식(5)에 넣으면 시간에 따른 P_R 의 변화를 구할 수 있고 P_R 과 T_0 의 관계식도 회귀하여 얻을 수 있다. P_R 과 T_0 의 관계와, 1차식으로 회귀한 결과를 그림 5에 도시하였다. 또한 그림 5에 Lowke등

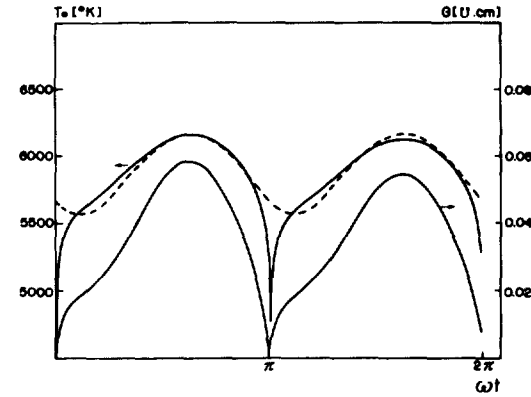


그림 4. (6) 식에 의해 계산된 G(우측좌표)와 G의 비교로 계산된 T_0 (왼쪽좌표, 실선), 점선은 시뮬레이션의 결과로 계산된 T_0 .

Fig. 4. G(right scale) calculated using equation (6) and T_0 (left scale, solid line) calculated from the comparison of G. The dotted line is T_0 calculated as a result of the simulation.

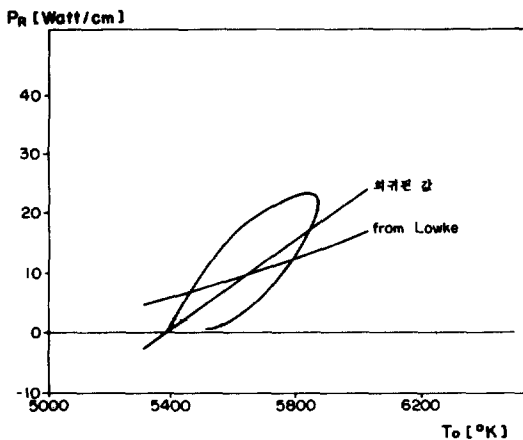


그림 5. T_0 의 함수로 표현된 P_R
Fig. 5. P_R as a function of T_0 .

이 반경 0.9cm, 소비전력 150W의 고압수은등에 대하여 실험하여, 온도의 함수로 유도한 단위체적당 방사에너지 U값을 이용하여, P_R 의 값을 계산하고 함께 도시하여 비교하였다.⁷⁾ 본 논문에서 제시한 방법으로 P_R 을 구하는 경우에는, 실제로 그 값에 방사에너지뿐 아니라 이론적 유도와 계산이 어려운 대류손실 및 전극에서의 손실등도 포함되게 된다.

5. 교류 1 주기의 특성계산

모델방정식은 식(1)의 회로방정식, 식(2)의 오음의 방정식, 식(5)의 에너지 평형식으로 구성된다. 식(1)은 전류에 관한 미분 방정식, 식(5)는 온도에 관한 미분 방정식이며, 식(2)를 이용하여 전류와 온도에서 전계의 값을 계산해낼 수 있다. 이러한 모델방정식과, 3,4절에서 T_0 의 변화에 따라 구한 물질함수의 값을 이용하면 교류 1주기동안의 고압수은방전의 전기적 특성을 계산할 수 있다. 그림 1의 회로에서 점등한 고압수은등의 1주기동안의 전기적 특성을 컴퓨터를 이용하여 계산하였다. 미분방정식의 해법으로는 Runge-Kutta Method를 사용하였다. 임의의 초기치를 주고 교류 1주기 동안의 아크전압과 전류의 변화를 계산한 뒤 전압, 전류의 실효치와 소비전력을 계산하였다. 다시 다음 주기의 전압, 전류변화를 계산하고 그 실효치를 전주기의 실효치와 비교하여 그 차이가 0.1% 보다

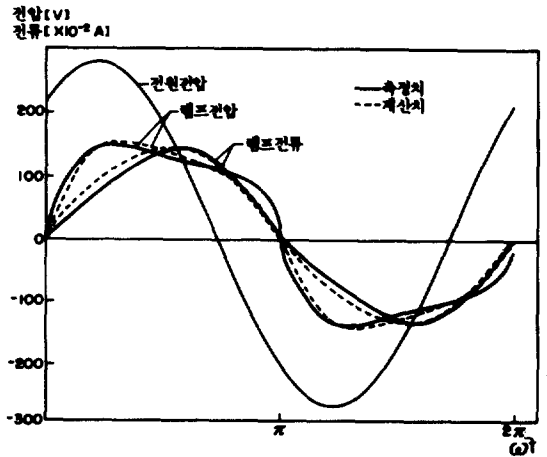


그림 6. 시간에 따른 아크 전압, 전류의 계산치와 측정치 비교

Fig. 6. Comparison of the calculated and the measured values of the arc voltage and the current as a function of time

적으면 수렴하는 것으로 보고 계산을 중단하였다. 대략 4~5주기의 계산으로 1주기동안의 전압, 전류의 실효치가 수렴하게 된다. 계산된 전압, 전류의 파형과 그림 1의 회로에서 측정된 파형을 비교하여 그림 6에 도시하였다.

6. 결 론

고압 방전아아크의 특성을 고려하여 구성된 단위 길이당의 에너지 평형식과 회로방정식을 이용하여 교류 1 주기 동안의 전기적 특성을 계산하였다. 그림 6에서 알 수 있듯이 계산된 아아크전압과 전류의 형태는 측정된 파형과 유사하다. 전압, 전류의 실효치는 측정치와 비교하여 볼 때 3%, 1% 정도의 오차를 가지며, 아아크에서의 소비전력도 측정치와 비교하여 1.3%의 오차를 갖는다. 또한 그림 4에서 보듯이 측정된 파형에서 구한 T_0 와 시뮬레이션의 결과로 구해진 T_0 도 거의 비슷하다. 다만 전압이 감소하는 부분에서 파형이 일치하지 않고 계산값이 급격히 감소하는데, 이는 전류가 0으로 되는 부분에서는 국부적 열평형이 성립하지 않는 것과 시뮬레이션에서 Argon의 영향을 고려하지 않은 것에 기인한 것으로 생각된다.

본 논문에서는 방전등 내부의 온도분포를 parabolic한 형태로 가정하여 단위체적당의 에너지 평형식을 단위길이당의 에너지 평형식으로 변환함으로써 Lowke나 Waymouth, Dakin의 모델에서 방사에너지를 구하기 위하여 수행하여야 했던 복잡한 실험을 간략한 전압, 전류의 측정으로 대체할 수 있도록 하였으며, 전기적 특성을 계산하기 위한 프로그램의 계산시간도 단축하였다. 또한 Bo, Herrick 등의 직관적인 모델과는 달리 방전등 내부의 물리적 제한상들을 고려하여 모델방정식을 만들었으므로 계산의 정확도가 높으며, 범용성이 있는 모델로 사용될 수 있을 것이다.

앞으로는 방전에 사용되는 가스의 종류와 구성에 따라 물질간수의 값을 유도하고, 인가전압의 주파수 및 회로구성소자의 종류에 따라 온도와 방사에너지의 관계를 구하여 모델의 범용성을 획득하고,

전류의 zero-crossing부분에서 계산파형의 오차를 해소하는 것이 과제로 남아있다. 또한 이러한 결과를 이용하여 실제로 효율적인 방전등과 안정기의 시스템을 개발하는 것이 궁극적인 목적이 될 것이다.

REFERENCE

- 1) W. Elenbaas, Light Sources, MacMillan, 1972, pp. 125-171
- 2) H. Bo and K. Masumi, "Analysis of operating circuits for discharge lamps by the simulation method", Journal of IES, Vol.5, No.1, p.92, 1976
- 3) R. Hall, "Operation of metal-halide lamps on square wave supply", Lighting Research & Technology, Vol.10, No.2, p.106, 1978
- 4) P. R. Herrick, "Mathematical models for high-intensity discharge lamps", IEEE Trans. on Ind. App., Vol. IA-16, No.5, p.648, 1980
- 5) E. L. Laskowski and J. F. Donoghue, "A model of a Mercury arc lamp's terminal V-I behavior", IEEE Trans. on Ind. App., Vol. IA-17, No.4, p.419, 1981
- 6) 尾崎進, 片山正一, 坊博, "プラズ마 온도分布を考慮した放電ランプ 數式モデル", 照明學會誌, Vol.67, No.2, p.49, 1983
- 7) J. J. Lowke, et al., "Theoretical description of ac arcs in Mercury and Argon", J. Appl. Phys., Vol. 46, No.2, p.650, 1975
- 8) J. F. Waymouth, "An elementary arc model of the high pressure Sodium lamp", Journal of IES, Vol. 6, No.4, p.131, 1977
- 9) W. M. Keeffe, "Semi-empirical model for the electrical conductivity of the Scandium-Sodium Iodide arc lamp", Journal of IES, Vol.7, No.7, p.249, 1978
- 10) J. T. Dakin and T. H. Rautenberg, Jr., "Frequency dependence of the pulsed high-pressure sodium arc spectrum", J. Appl. Phys., Vol.56, No.1, p.118, 1984
- 11) J. C. Morris and J. H. Walker, "Electron-neutral transport cross section of Mercury", J. Appl. Phys., Vol.44, No.10, p.4558, 1973