

# 견실한 적응제어를 위한 구조 및 적응 방법에 관한 연구와 시뮬레이션

## A Study on the Structure and Adaptive Methods for Robust Adaptive Control and its Simulation

尹 泰 雄\* · 崔 棕 鎬\*\*  
(Tae-Woong Yoon · Chong-Ho Choi)

### ABSTRACT

A sufficient condition for the robust control of the adaptive control system is presented under the convergence of the parameters of the adaptive system. The plant in the adaptive control system is a stable system which includes the unmodelled dynamics and can be approximated by a minimum phase system. It is shown that modified structure which Kosut and Friedlander suggested satisfies the sufficient condition more easily than the original structure without modification. It is also shown by computer simulation that the modified structure and/or the adaptation method using the normalized input and output data or filtered input and output data can improve the robustness of the adaptive control system.

### 1. 서 론

플랜트의 매개변수가 정확히 알려져 있지 않거나 시간과 주변상황에 따라서 천천히 변화하는 경우, 그 미지의 값이나 변화에 스스로를 적응시켜 나갈 수 있도록 하는 적응제어의 기능이 요구된다. 이러한 적응 제어시스템에 대한 연구가 지난 몇해 동안 꾸준히 이루어져 특정한 가정하에서 적응제어시스템의 안정성을 입증하였다.<sup>1)~5)</sup> 그러나 플랜트가 모델화되지 않은 운동을 포함하고 있거나 시스템에 잡음이 들어가게 되는 경우 전체시스템의 안정성을 입증하는데 사용된 주요 가정들이 더 이상 성립할 수 없게 되어 실제의 시스템은 불안정예의 가능성을 지니게 되는데, 최

근들이 바로 이러한 견실성이란 입장에서의 적응제어시스템 연구가 활발히 이루어지고 있다.<sup>6)~13)</sup>

본 논문에서는 최소위상시스템으로 근사화시킬 수 있는 안정한 플랜트를 적응제어하는 경우의 견실성을 향상시키기 위하여 먼저 최<sup>6)</sup> Astrom<sup>11),12)</sup> Ortega<sup>13)</sup>에서처럼 매개변수의 수렴을 전제한 견실한 제어를 위한 충분조건을 구한다. 그로부터 Kosut와 Friedlander<sup>10)</sup>가 제시한 수정된 구조가 이러한 조건을 보다 쉽게 만족시키는 구조임을 보인다. 또한 견실성을 향상시키기 위한 적응방법으로 입·출력 데이터를 정규화한 최소자승법<sup>15)</sup>과 입·출력데이터를 filtering한 최소자승법의 우월성을 시뮬레이션을 통해 보인다. Rohrs<sup>7),8)</sup>에 의하면 적응이득이 커져감에 따라서 불안정하여지는 가능성도 높아지는데, 입·출력 데이터를 정규화한 최소자승법은 입·출력데이터들이 커짐에 따라 적응이득이 커지는 것을 방지하기 위해 사용한 것이다. 아울러 입·출력데이터를 filtering한 최소자승법은 Rohrs<sup>9)</sup>에서와 같이 플랜트의 특성을

\*正 會 員 : 韓國科學技術院 電氣制御研究室 研究員

\*\*正 會 員 : 서울대 工大 制御計測工學科 教授 · 工博

接受日字 : 1986年 11月 14日

1次修正 : 1987年 4月 2日

2次修正 : 1987年 5月 2日

지배하는 주파수 영역에 중점을 두고 적용시키기 위해 사용한 것이다.

2. 견실한 제어를 위한 충분조건

적용제어 문제에 있어서 그 제어대상인 단일 입·출력이고 시불변인 미지의 플랜트에 대해 일반적으로 적용되는 가정은 다음과 같다.

- i) 플랜트 전달함수의 분모다항식의 차수  $n$ 과 분자다항식의 차수  $l (\leq n)$ 은 알려져 있다.
  - ii) 플랜트는 전달함수의 분자다항식이 안정한 최소위상시스템이다.
- 위의 두가지 가정하에서 여러 적용제어시스템들이 그 안정성을 입증하였다.

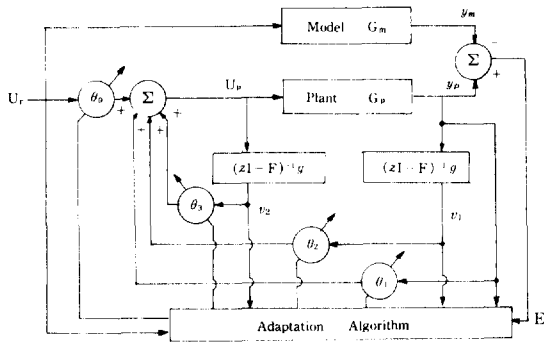


그림1. 적응제어시스템의 구조  
Fig. 1. Structure of adaptive control systems

그림1의 적응제어 구조는 최<sup>5),6)</sup>에서 서술된 구조와 유사한 것으로서 플랜트 및 기준모델의 상태변수들  $x_p(k)$ ,  $x_m(k)$  전달함수들  $G_p(z)$ ,  $G_m(z)$ , 보조신호들  $v_1(k)$ ,  $v_2(k)$ , 제어기 매개변수들  $\theta_0(k)$ ,  $\theta_1(k)$ ,  $\theta_2(k)$  및  $\theta_3(k)$ 라 할 경우 다음과 같은 방정식으로 표현된다.

$$\begin{aligned} x_p(k+1) &= A_p x_p(k) + b_p u_p(k) \\ y_p(k) &= c_p^T x_p(k) \\ G_p(z) &= k_p \frac{N_p(z)}{D_p(z)} = c_p^T (zI - A_p)^{-1} b_p \quad (2.1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_m(k+1) &= A_m x_m(k) + b_m u_r(k) \\ y_m(k) &= c_m^T x_m(k) \end{aligned}$$

$$G_m(z) = k_m \frac{N_m(z)}{D_m(z)} = c_m^T (zI - A_m)^{-1} b_m \quad (2.2)$$

$$\begin{aligned} v_1(k+1) &= F v_1(k) + g y_p(k) \\ v_2(k+1) &= F v_2(k) + g u_p(k) \\ y_p(k) &= \theta^T(k) v(k) \end{aligned}$$

$$\theta(k) = \begin{Bmatrix} \theta_0(k) \\ \theta_1(k) \\ \theta_2(k) \\ \theta_3(k) \end{Bmatrix} \quad v(k) = \begin{Bmatrix} u_r(k) \\ y_p(k) \\ v_1(k) \\ v_2(k) \end{Bmatrix} \quad (2.3)$$

여기서  $\theta_0(k)$  와  $\theta_1(k)$ 는 스칼라,  $\theta_2(k)$ 와  $\theta_3(k)$ 는 특정한 알고리즘에 따라 적절한 차원을 갖는 벡터이고,  $F$ 는  $\theta_2(k)$  및  $\theta_3(k)$  와 같은 차원  $j$  갖는 정방행렬로서  $\det(zI - F)$ 가  $N_m(z)$ 를 인수를 포함하고 있어야 하며,  $(F, g)$ 는 제어가능한 쌍(Controllable pair)이 되도록 한다.

(2.1), (2.2), (2.3)을 종합하면

$$\begin{bmatrix} x_p(k+1) \\ v_1(k+1) \\ v_2(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_p + b_p \theta_1 c_p^T & b_p \theta_2^T & b_p \theta_3^T \\ g c_p^T & F & 0 \\ g \theta_1 c_p^T & g \theta_2^T & F + g \theta_3^T \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

$$\begin{bmatrix} x_p(k) \\ v_1(k) \\ v_2(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_p \\ 0 \\ g \end{bmatrix} \theta_0 u_r(k)$$

가 되는데, 이와 같은 적응제어 시스템에서 제어기 매개변수  $\theta(k)$ 가 어떤 상수벡터인 경우에 대한 전체시스템의 전달함수를 이용하여 최<sup>6)</sup>, Åström<sup>12)</sup>, Ortega<sup>13)</sup>에서처럼 안정한 플랜트인 경우의 매개변수의 수렴을 전제한 견실한 제어를 위한 충분조건을 구해보자.

우선  $P(z) = \det(zI - F)$ 라 하고 제어기 매개변수  $\theta(k)$ 가 어떤 특정한 값  $\theta$ 로 수렴하여 변하지 않는 경우에

$$\begin{aligned} \frac{Q_1(z)}{P(z)} &\triangleq \theta_2^T (zI - F)^{-1} g + \theta_1 \\ \frac{Q_2(z)}{P(z)} &\triangleq \theta_3^T (zI - F)^{-1} g \end{aligned} \quad (2.5)$$

로 하면,

$$y_p(k) = \frac{\theta_0 G_p(z)}{1 - \frac{Q_2(z)}{P(z)} - G_p(z) \frac{Q_1(z)}{P(z)}} u_r(k) \quad (2.6)$$

가 된다.

따라서  $y_p(k) = y_m(k)$  이려면

$$\frac{\theta_0 G_p(z)}{1 - \frac{Q_2(z)}{P(z)} - G_p(z) \frac{Q_1(z)}{P(z)}} = G_m(z) \quad (2, 7)$$

이어야 하는데, 가정 i), ii)가 성립하는 경우  $P(z)N_m(z)$ 로 나뉘어지고  $P(z)Q_1(z)$  및  $Q_2(z)$ 가 적절한 차수를 갖는다면 (2,7)을 만족시키는 유일한  $\theta$ 가 존재할수 있다. 예컨대 Monopoli의 구조<sup>5)</sup>에서는  $P(z)$ 의 차수가 플랜트의 차수와 같으며  $\theta_1$ 이 항상 0이어서  $Q_1(z)$ 의 차수가  $P(z)$ 의 차수보다 작게 된다. 또한 Godwin의 구조<sup>4)</sup>는  $\theta_1$ 이 0이 아니어서  $P(z)$ 와  $Q_1(z)$ 의 차수가 같으며  $P(z)$ 가  $z^{(n-1)}$ 이고 기준모델  $G_m(z)$ 가  $z^{-d}$ 인 구조이다. (여기서  $n$ 과  $d$ 는 각각 플랜트의 차수와 상대차수(relative degree)이다.

그러나 플랜트가 모델화되지 않은 운동을 지닌 경우, 제한된 차수의 플랜트 모델로는 플랜트의 특성을 완벽하게 표시할 수 없게 된다. 여기서 모델화되지 않은 운동이 전체 시스템의 안정도에 미치는 영향을 살펴보기 위해, 추정된 플랜트의 전달함수를  $G_p(z)$ 가 아닌  $\hat{G}(z)$ 라 하자.

그러면 (2-7)은

$$1 - \frac{Q_2(z)}{P(z)} - \hat{G}(z) \frac{Q_1(z)}{P(z)} = G_m(z) \quad (2, 8)$$

가 되고, 이를 이용하여 (2,6)을 정리하면<sup>16)</sup>

$$y_p(k) = \frac{\theta_0 G_p(z)}{\theta_0 \frac{\hat{G}(z)}{G_m(z)} + [\hat{G}(z) - G_p(z)] \frac{Q_1(z)}{P(z)}} u_r(k) \quad (2, 9)$$

가 되어, 다음과 같은 정리가 성립한다.

정리1. 전달함수가  $G_p(z)$ 인 안정한 플랜트를 분모와 분자다항식이 모두 안정한 전달함수인  $\hat{G}(z)$ 로 추정하고, 이에 기초하여 (2,8)을 만족시키도록 제어할 때  $z$ 가 단위원상 및 무한대에서  
이면 전체 시스템은 안정하다.

$$|\hat{G}(z) - G_p(z)| \leq |\hat{G}(z)| \left| \frac{\theta_0 P(z)}{G_m(z) Q_1(z)} \right| \quad (2, 10)$$

증명) (2,9)로부터 전체시스템의 극(pole)은 다음과 같은 함수  $H(z)$ 의 영점(zero)임을 알 수 있다.

$$H(z) = \theta_0 \frac{\hat{G}(z)}{G_m(z)} + [\hat{G}(z) - G_p(z)] \frac{Q_1(z)}{P(z)} \quad (2, 11)$$

여기서  $\theta_0 \frac{\hat{G}(z)}{G_m(z)}$ 와  $[\hat{G}(z) - G_p(z)] \frac{Q_1(z)}{P(z)}$ 는 모두 단위원의 외부에서 해석적(analytic)이며 (2,10)으로 부터  $z$ 가 단위원상 및, 무한대에 있을때 다음이 성립한다.

$$\left| [\hat{G}(z) - G_p(z)] \frac{Q_1(z)}{P(z)} \right| \leq \left| \theta_0 \frac{\hat{G}(z)}{G_m(z)} \right| \quad (2, 12)$$

(2,12)로부터 Rouché의 정리<sup>17)</sup>에 의해  $H(z)$ 는  $\theta_0 \frac{\hat{G}(z)}{G_m(z)}$ 와 단위원 외부에서 같은 수의 영점(zero)를 갖게된다. 그런데 가정에 의해  $\theta_0 \frac{\hat{G}(z)}{G_m(z)}$ 는 단위원 외부에서 영점을 갖지 않으므로  $H(z)$  역시 단위원 외부에서는 영점을 갖지 않게 되고 따라서 전체 시스템은 안정하게 된다.

(2,10)의 좌변은 추정된 플랜트와 실제 플랜트간의 모델오차를 나타내고 우변은 추정된 플랜트 및 기준모델에 따라 결정되므로 정리1은 적응제어시스템뿐만 아니라 일반적 제어시스템의 견실성을 고찰하는데 상당히 유익하리라 생각된다. 즉 모델오차가 특정한 제어방식에 따라 결정되는 어떤 값 이내에만 있으면 시스템의 안정성이 유지될 수 있다는 것인데, 따라서 (2,10)의 좌변을 작게해 주거나 혹은 우변을 크게해 줌으로써 시스템의 견실성을 향상시킬 수 있게 된다. Ortega<sup>13)</sup>는 관측자 다항식의 조정을 통해 (2,10)과 유사한 관계식의 우변을 크게해줌으로써 견실성을 향상시켰으며 최<sup>6)</sup>는 플랜트에 첨가된 feedforward path를 통해 관계식의 좌변을 작게하여 시스템의 견실성을 향상시킬 수 있었다.

### 3. 견실한 제어기의 구성

앞의 논의에서 보았듯이 전체 시스템의 견실성은 얼마나 정확히 플랜트의 매개변수들을 추정하느냐 하는 문제와 깊이 관련되어 있다. 그런데 모델화되지 않은 운동이 있는 경우 모든 주파수 영역에서  $G_p(z)$ 와

같은 크기 및 위상을 갖는  $G(z)$ 는 존재할 수 없으므로 플랜트를 정확히 추정한다고 함은 플랜트의 특성을 지배하는 주파수 영역에서  $G_p(z)$ 와 비슷한 크기 및 위상을 갖는  $G(z)$ 를 찾는다는 것을 뜻한다.

한편, 플랜트를 추정하는데 있어서 관건이 되는 요소는 플랜트에 인가된 입력신호의 성질이라 할 수 있다. 예컨대 저주파영역에서 지배적인 특성을 갖는 플랜트에 고주파 성분의 에너지를 많이 갖는 입력신호가 인가되었을 경우 이때 추정된 플랜트는 정확한 모델이 될 수 없을것이다. 따라서 플랜트  $G_p(z)$ 의 특성을 지배하는 주파수 성분의 입력신호가 계속 인가되어야 비교적 정확한 모델을 얻을 수 있는데, 고주파 성분의 기준입력이 인가되거나 큰 적용이득으로 인해 고주파성분의 되먹임 신호가 플랜트에 인가되는 경우에는 부정확한 플랜트추정이 야기되고 그 결과 전체시스템이 불안정하게 된다.

본 논문에서는 이러한 문제점을 구조의 수정과 적용방법의 개선이라는 두측면에서 해결하고자 한다.

3.1 구조의 수정

여기서는 2장에서 언급된 매개변수의 수렴을 전제한 견실한 제어를 위한 충분조건이 좀 더 쉽게 만족되도록 하기위하여 Kosut와 Friedlander<sup>10)</sup>에서와 같은 플랜트의 수정을 생각한다.

그림2 (a)의 플랜트를 (b)와 같이 수정했을때 플랜트의 전달함수는

$$G_p W + \hat{G}(1-W) = \hat{G} + (G - \hat{G})W \quad (3, 1)$$

로 바뀌게되고 그 결과 수정된 구조에서의 매개변수의 수렴을 전제한 견실한제어를 위한 충분조건은 아래와 같이된다.

$$|\hat{G} - G_p| |W| \leq |\hat{G}| \left| \frac{\theta_0 P}{G_m Q_1} \right| \quad (3, 2)$$

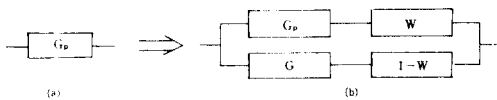


그림2. 수정된 플랜트  
Fig.2. Modified Plant

따라서  $W$ 가 0에서 1사이의 크기를 갖는 경우에(3,2)를 만족시키는  $|\hat{G} - G_p|$ 의 범위가 (2,10)을 만족시키는 그것보다 크게 되어, 수정된 구조는 원래의 구조보다 매개변수에 대한 추정치가 어떤 특정한값으로 수렴한다는 조건하에 더욱 견실한 제어구조가 된다.

이제  $W$ 에 대하여 알아보자.  $W$ 는 실제 플랜트와 추정된 플랜트간의 차이가 전체 시스템에 미치는 영향력을 배제하기 위해 사용되는데, 일반적으로 플랜트는 고주파성분의 모델화되지 않은 운동을 지니고 있으므로 실제 플랜트와 추정된 플랜트의 상대적 차이는 고주파영역에서 현저하게 나타난다. 따라서  $W$ 는 고주파 영역에서 0에 가까운 값을 가져야 하며 그에 따라 우리는 0에 가까운 스칼라나 Low-pass filter(LPF)을  $W$ 로 쓸 수 있을것이다.

한편 LPF를 사용하는데 있어서도 LPF의 위치에 따라 다음 그림과 같은 두 가지 방법이 있다.

그림3의 (b)와 같이 LPF를 플랜트의앞에 놓으면 플랜트에는 제한된 주파수성분의 신호만이 인가된다. 그러므로 LPF가 플랜트의 지배적인 주파수 영역을 포함하고 있으면 이 경우 되먹임 되는 신호나 기준 입력의 주파수성분에 무관하게 적절한 플랜트 추정을 할 수 있게 된다.

결론적으로 수정된 구조는 그림1과 같은 원래의 구조보다 매개변수의 수렴을 전제한 견실한 제어를 위한 충분조건을 보다 쉽게 만족시키는 견실한 시스

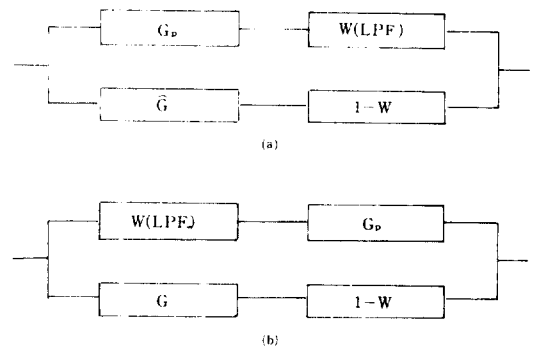


그림3.  $G_p$ 와  $W$ 의 상대적 위치가 다른 수정된 플랜트  
Fig.3. Different relative positions of  $W$  with respect to  $G_p$  in the modified plant

템이며 플랜트 추정이 모든 주파수영역에서 같은 가중치로 이루어 진다 라고 했을때 뒤의 시뮬레이션에서 나타나듯이 W가 플랜트의 앞에 위치한 LPF인 경우 가장 견실한 적응제어 시스템을 이룰 수 있었다.

### 3.2 적응방법

본 논문에서는 다음과 같은 두가지의 적응방법을 소개하고, 이러한 방법들이 보통의 최소자승법 보다는 적응제어 시스템의 견실성을 향상시킨다는 것을 4장에서 시뮬레이션을 통하여 보이겠다.

#### A. 입·출력 데이터들을 정규화(Normalize)한 최소자승법

적응제어시스템의 매개변수 추정에 있어서 많은 경우 그 추정방법으로 다음과 같은 최소자승법(Least-squares Method)을 사용 하고 있다.<sup>14)</sup>

$$\begin{aligned} \hat{\theta}(k) &= \hat{\theta}(k-1) + P(k) \phi(k-1) [y_p(k) - \phi^T(k-1) \hat{\theta}(k-1)] \\ P(k) &= P(k-1) - \frac{P(k-1) \phi(k-1) \phi^T(k-1) P(k-1)}{1 + \phi^T(k-1) P(k-1) \phi(k-1)} \end{aligned} \quad (3.3)$$

여기서  $\phi(k-1)$ 는  $(k-1)$ 스텝이전 까지의 입력과 출력 데이터들로 이루어진 벡터이며  $\theta(k-1)$ ,  $\theta(k)$ 는 각각  $(k-1)$ 스텝과  $k$ 스텝에서 추정된 매개변수이다. 이로 부터 플랜트의 입·출력이 커져 갈수록 적응이득도 점차 커지게 됨을 알 수 있는데, 이를 방지하기 위해 Lozano 와 Goodwin<sup>15)</sup>은 다음과 같은 정규화된 최소자승법(Normalized Least-Squares Method)을 제안 하였다.

$$\begin{aligned} n(k-1) &= \max(1, \|\phi(k-1)\|_2) \\ (\phi^T &= (\phi_1 \ \phi_2 \ \dots \ \phi_n) \text{인 경우} \\ \|\phi\| &= (\phi_1^2 + \phi_2^2 + \dots + \phi_n^2)^{\frac{1}{2}} \\ &\text{라 정의한다}) \\ y_n(k) &= y_p(k) / n(k-1) \\ \phi_n(k-1) &= \phi(k-1) / n(k-1) \\ \hat{\theta}(k) &= \hat{\theta}(k-1) + P(k) \phi_n(k-1) [y_n(k) - \phi_n^T(k-1) \hat{\theta}(k-1)] \\ P(k) &= P(k-1) - \frac{P(k-1) \phi_n(k-1) \phi_n^T(k-1) P(k-1)}{1 + \phi_n^T(k-1) P(k-1) \phi_n(k-1)} \end{aligned} \quad (3.4)$$

(3,4)는 (3,3)에서의  $y_p(k)$ ,  $\phi(k)$ 가  $y_n(k)$ ,  $\phi(k)$ 로 바뀐 형태로서,  $y_n(k)$ 와  $\phi_n(k)$ 가 입·출력 데이터들의 크기에 관계없이 일정한 수준을 유지하게 되어있다. 따라서 데이터들이 커져감에 따라 이득도 점차 커져가게 되는 문제를 해결할 수 있게 되었고 그 결과 뒤의 시뮬레이션에서 보여지듯이 적응제어시스템의 견실성을 향상시킬 수 있었다.

한편 일정한 크기의 입력(step input)이 인가되는 경우에는 어느정도 매개변수 추정이 이루어져서 플랜트의 출력과 기준모델의 출력차이가 어느 작은범위 이내로 되었을때 플랜트 매개변수 추정을 중지하도록 하였다.

#### B. 입·출력 데이터를 filtering 한 최소자승법

(3,3)과 (3,4)는 모든 주파수 영역에서 같은 가중치를 두는 방법인데 비해 입·출력 데이터를 filtering한 최소자승법은 저주파영역에서 보다 큰 가중치를 두어 적용시키는 방법이다.

$$\begin{aligned} \hat{\theta}(k) &= \hat{\theta}(k-1) + P(k) \phi_f(k-1) [y_f(k) - \phi_f^T(k-1) \hat{\theta}(k-1)] \\ P(k) &= P(k-1) - \frac{P(k-1) \phi_f(k-1) \phi_f^T(k-1) P(k-1)}{1 + \phi_f^T(k-1) P(k-1) \phi_f(k-1)} \end{aligned} \quad (2.5)$$

여기서  $\phi_f(k)$ 와  $y_f(k)$ 는 Low pass filter에  $\phi(k)$ 와  $y_p(k)$ 를 통과시켜서 얻은 신호들이다.

이러한 적응방법을 사용하면 고주파영역에서는 적응이득( $P(k) \phi_f(k-1)$ )이 매우 작아지게 되어 저주파영역에서의 적절한 플랜트모델이 추정될 수 있게된다.

## 4. 시뮬레이션 및 검토

본 연구에서는 Monopoli 의 구조에서 단위계산신호가 기준입력으로 인가되는 경우를 시뮬레이션하였으며, Rohrs<sup>8)</sup>에서와 같이 다음과 같은 플랜트를 사용하였다.

$$G_p(s) = \left( \frac{2}{s+1} \right) \left( \frac{229}{s^2 + 30s + 229} \right) \quad (4.1)$$

(4.1)은 고주파 성분의 모델화되지 않은 운동을 지닌 1차 모델의 플랜트를 가정한 것으로서, 비지배적인

극이  $-15 \pm 2j$ 에 있다.

또한 W로 LPF를 사용할 때나 혹은 입·출력 데이터를 filtering하여 적용시키는 경우에 사용되는 Lowpass filter에는 다음과 같은 2차의 Butter worth filter (대역폭  $3\text{rad/sec}$ )가 사용되었다.

$$\text{LPF}(s) = \frac{1}{\left(\frac{s}{3}\right)^2 + \sqrt{2}\left(\frac{s}{3}\right) + 1} \quad (4.2)$$

(4.1)과 (4.2)를 0.04초로 샘플링하면 다음과 같다.

$$G_p(z) = \frac{0.00361(z+0.196)(z+2.763)}{(z-0.961)\{z-(0.547+j0.044)\}\{z-(0.547-j0.044)\}} \quad (4.3)$$

$$\text{LPF}(z) = \frac{0.007z+0.006}{z^2-1.831z+0.844} \quad (4.4)$$

그리고 기준모델  $G_m(z)$ 는

$$G_m(z) = \frac{0.12}{z-0.88} \quad (4.5)$$

로서, 기준입력신호  $U_i$ 이 단위계단신호인 경우, 기준모델의 출력신호는  $-\frac{0.04}{\ln 0.88} = 0.313$  (=8 step)의 시정수를 갖는 1차지연신호가 되는데, 본 절에서는 이러한 기준모델의 출력과 플랜트 출력사이의 오차를 통해 시스템 구조 및 적응방법의 변화에 따른 플랜트 출력의 수렴성 여부를 살펴보기로 한다.

그림 4,5,6은 원래의 구조에 대해 적응방법으로 각

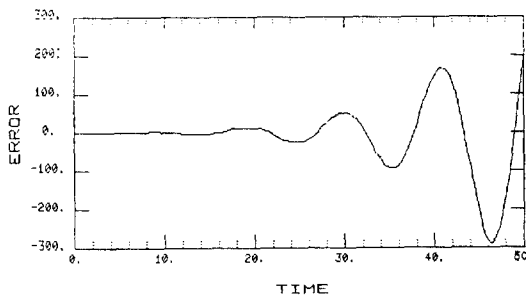


그림4. 원래의 구조에 최소자승법을 사용한 경우의 출력오차( $P_0=10$ )

Fig.4. Output error in the unmodified adaptive control system using the least-squares method( $P_0=10$ )

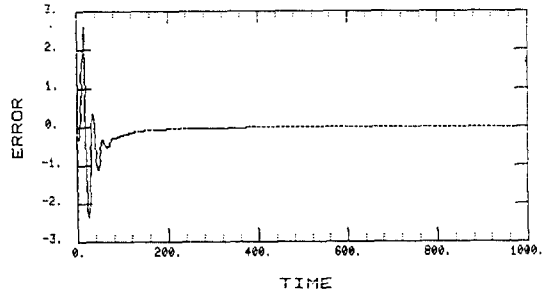


그림5. 원래의 구조에 정규화한 최소자승법을 사용한 경우의 출력오차( $P_0=10$ )

Fig.5. Output error in the unmodified adaptive control system using the normalized least-squares method( $P_0=10$ )

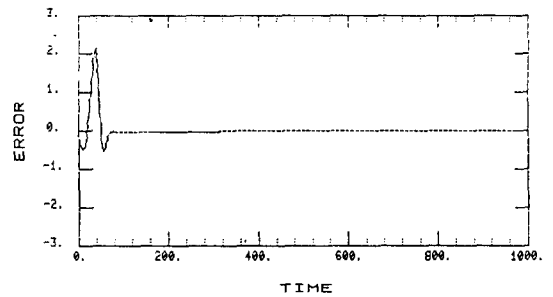


그림6.원래의 구조에 filtering한 최소자승법을 사용한 경우의 출력오차( $P_0=10$ )

Fig.6. Output error in the unmodified adaptive control system using the least-squares method with filtered data( $P_0=10$ )

각 최소자승법, 입·출력 데이터를 정규화한 최소자승법, 입·출력 데이터를 filtering한 최소자승법을 사용한 경우의 시뮬레이션이다. 그림4는 발산하였으나 그림5와 그림6은 수렴하였는데, 이로부터 입·출력 데이터를 정규화하거나 filtering하여 적용시킴으로써 견실성을 향상시킬 수 있음이 나타났다. 한편, 원래의 구조에 고주파 성분의 기준입력이 인가되는 경우에는 입·출력 데이터를 filtering하여 적용시키는 경우에만 안정성을 유지할 수가 있었는데, 이는 기준입력의 주파수 성분에 관계없이 적절한 플랜트 추정이 이루어졌기 때문이다.<sup>16)</sup>

다음으로 (3.3),(3.4)및(3.5)에서의 P의 초기치를

크게 잡은 경우 (이 경우 시스템의 불안정 가능성은 더욱 높아지게 된다). 전체 시스템의 견실성이 구조에 따라 어떠한 차이를 나타내는가 살펴본다.

그림 7, 8, 9는 각각 원래의 구조, W가 Lowpass filter(LPF)인 경우의 수정된 구조(그림 3(a), W가 플랜트앞에 위치한 Lowpass filter(Pre LPF)인 경우의 수정된 구조(그림 3(b))에 대해 입·출력데이터를 정규화하여 적응시켰을 때의 시뮬레이션이다. 그림7은 발산하였으며, 그림8과 그림 9는 수렴하였는데, 역시 이들로부터 수정된 구조를 통해 시스템의 견실성이 향상되었음을 알 수 있다.

그림4와 그림7에서처럼 출력이 발산하는 경우는 매개변수에 대한 추정치가 플랜트의 특성을 잘 표현해 주지 못하는 경우로서 이 추정치에 근거한 제어가 전체시스템을 불안정하게 하고 있다. 그러므로 출력이 발산한다고 해서 반드시 매개변수에 대한 추정치가 발산하는것은 아니다. 즉, 매개변수에 대한 추정치가 플랜트의 특성을 잘 표현하지 못하는 값으로 수렴하거나 혹은 발산하는 경우, 전체시스템이 불안정하게 된다.

한편 적응방법으로 입·출력 데이터를 filtering한 최소자승법을 사용한 경우에는 원래의 구조도 안정성을 유지하는 것으로 나타났다.<sup>16)</sup> 그런데 다음과 같은플랜트에 대해 그 안정성을 살펴보자.

$$G_p(z) = \frac{0.00396z + 0.00395}{(z - 0.961)(z - (0.95 + j0.315))} \cdot \frac{1}{z - (0.95 - j0.315)} \quad (4.6)$$

(4.6)은 극이 s-domain에서  $-1$ 과  $-0.01 \pm 8j$ 에 있는 플랜트를 impulse invariance 방법에 의해 z-domain으로 변환시킨 것으로서, 모델화되지 않은 운동의 영향력이 (4.3)에 비해 더욱 큰 플랜트이다. 이 경우의 시뮬레이션에 있어서, 원래의 구조에서는 입·출력 데이터를 filtering하여 적응시키더라도 불안정해지는데, 수정된 구조에서는 안정성을 유지할 수 있었다. 즉, 수정된 구조를 통해 견실성이 향상되었음이 나타났다.

본 논문에서는 주로 계단입력에 대한 시뮬레이션 결과가 언급되었지만 고주파성분의 pulse train이 가

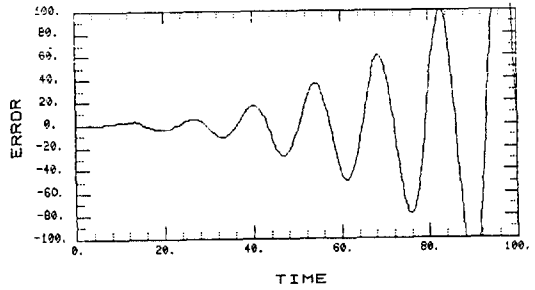


그림7. 원래의 구조에 정규화한 최소자승법을 사용한 경우의 출력오차( $P_0=20$ )

Fig.7. Output error in the unmodified adaptive control system using the normalized least-squares method( $P_0=20$ )

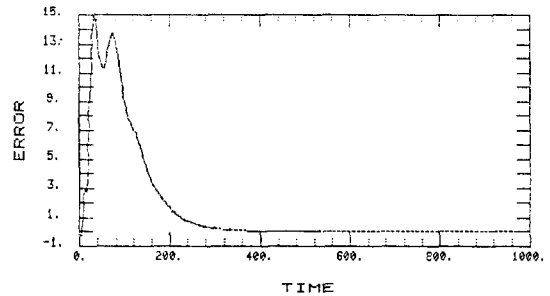


그림8. 수정된 구조에 정규화한 최소자승법을 사용한 경우의 출력오차.( $P_0=20$ , W:LPF)

Fig. 8. Output error in the modified adaptive control system using the normalized least-squares method( $P_0=20$ , W:LPF)

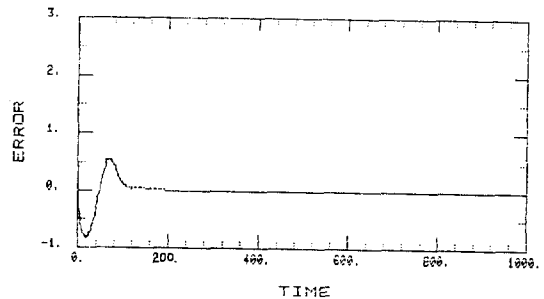


그림9. 수정된 구조에 정규화한 최소자승법을 사용한 경우의 출력오차.( $P_0=20$ , W:Pre LPF)

Fig. 9. Output error in the modified adaptive control system using the normalized least-squares method ( $P_0=20$ , W:Pre LPF)

해지더라고 거의 비슷한 결과가 얻어지는데<sup>16)</sup> 결론적으로 입·출력데이터를 정규화하거나 filtering함으로써 그리고 수정된 구조를 사용함으로써 적응제어시스템의 견실성을 향상시킬 수 있음이 나타났다.

### 5. 결 론

본 논문에서는 최소위상시스템으로 근사화될 수 있는 안정한 플랜트에 대한 적응제어시스템에 있어서, 매개변수의 수렴을 전제한 견실한 제어를 위한 충분조건을 제시하였으며, 이를 만족시키는 추정오차의 영역이 수정된 구조에서는  $|W|$ 에 반비례하여 커짐을 보였다. 모델화되지 않은 운동이 있는 경우 본 논문에서 채택한 수정된 구조를 사용하면 기존의 구조보다 적응제어시스템의 견실성이 향상된다는 사실을 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 보였다. 또한 적응방법의 측면에서는 최소자승법 보다는 입·출력 데이터를 정규화한 최소자승법 입·출력 데이터를 정규화한 최소자승법 보다는 filtering한 최소자승법이 더욱 견실한 것으로 나타났다. 시뮬레이션 결과  $W$ 가 PreLPF인 수정된 구조와 입·출력데이터를 filtering하여 적용시킨 수정된 구조가 가장 견실한 것으로 나타났는데, 이는 이때에 고주파 영역에서의 모델화되지 않은 운동의 영향력을 감소시킨 플랜트의 추정이 이루어 졌기 때문이다.

### REFERENCE

- 1) K.S.Narendra, L.S.Valavani, "Stable Adaptive Controller Design-Direct Control", IEEE Trans. Automat. Contr, Vol. AC-23, pp.570~583, Aug. 1978
- 2) K.S.Narendra, Y.H.Lin, "Stable Adaptive Controller Design, Part II : Proof of Stability", IEEE Trans. Automat. Contr., Vol. AC-25, pp.440-448, Jun. 1980
- 3) K.S.Narendra, Y.H.Lin, "Stable Discrete Adaptive Control", IEEE Trans. Automat. Contr., Vol AC-25, pp456~461, Jun. 1980
- 4) G.C.Goodwin, P.J.Ramadge, P.E.Caines, "Discrete-time Multivariable Adaptive Control", IEEE Trans. Automat. Contr., Vol AC-25, pp.447~456, Jun. 1980
- 5) 최종호, "목적함수를 사용한 적응제어의 확장", 전기학회 논문지, 제33권 2호, pp.10~15, 1984년 2월
- 6) 최종호, "Feedforward path에 상수이득을 첨가한 견실한 적응제어", 서울대학교 공대연구보고 제17권 1호, pp.77~84, 1985년 4월
- 7) C.E.Rohrs, L.Valavani, M.Athans, G.Stein, "Robustness of Adaptive control algorithms in the presence of unmodelled dynamics", proc. 21th IEEE C.D.C. pp.3~11, Dec. 1982
- 8) C.E.Rohrs, "Adaptive Control in the presence of unmodelled dynamics", ph. D Thesis, MIT, Aug, 1982
- 9) C.E.Rohrs, "A Frequency selective Adaptive Controller", Proc. 22nd IEEE C.D.C. pp.991~996, Dec. 1983
- 10) R.L.Kosut, B.Friedlander, "Robust Adaptive Control, Conditions for Global Stability", IEEE Trans Automat. Contr. Vol. AC-30, No.7, pp 610~624, July 1985
- 11) K.J.Åström, "Analysis of Rohrs counterexamples to Adaptive Control", Proc. 22nd IEEE C.D.C., pp.982-987, Dec. 1983
- 12) B.Wittenmark, K.J.Åstrom, "Practical Issues in the Implementation of Self-tuning Control", Automatica, Vol.20, No.5, pp.595-605, 1984
- 13) R.Ortega, "Assessment of Stability Robustness for Adaptive Controller", IEEE Trans Automat. Contr., Vol. AC-28, No.12, pp.1106~1109, Dec. 1983
- 14) G.C.Goodwin, K.S.Sin, Adaptive Filtering, Prediction and Control, Prentice-Hall, 1984
- 15) R.Lozano, G.C.Goodwin, "Globally Convergent Adaptive Pole Placement Algorithm without a Persistency of Excitation Requirement", IEEE Trans. Automat. Contr., Vol. AC-30, No. 8, pp.795~798, Aug. 1985
- 16) 윤태웅, "적응제어 시스템의 견실성 향상에 관한 연구", 서울대학교 석사학위논문, 1986년 2월
- 17) H.Silverman, Complex variables, Houghton Mifflin Company, 1975, p226