論 文
36～4～7

컴퓨터 처리를 위한 대규모 시스템의 간략법에 관한 연구.

A Study on the Large Scale Systems Simplification for computer processing

黃 炯 秀* · 權 五 臣** · 李 昌 求***
(Hyung Soo Hwang · Oh Shin Kwon · Chang Koo Lee)

ABSTRACT

A new method is presented for obtaining redced-order model for time-invariant systems.

This method does not require the calculation of the reciprocal transformation, the alpha table, the beta-table and the alpha-beta expansion which should be calculated in Routh approximation method, hence it is computationally very attractive better than Routh approximation method, furthemore the stability of the reduced-order model is guaranted if the original system is stable.

This method starts with the continued fraction expansion of auxiliary-denominator polynomial. In this paper, the polynomial of the ratio of the even and odd part of the denominator of original system is called axiliary-denominator polynomial.

Truncation of the continued fraction expansion of axiliary denominator polynomial give for the denominator polynomial of the reduced-order model. The coefficients of the numerator polynomial are then obtained by equating moment of the original and the redced-order medel.

1. 서 론

현대사회는 점점 복잡하여져서 대도시교통망, 정보통신망, 화학공정, 국가경제시스템 혹은 최신 미사일 유도, 우주 항공여행등의 시스템모델은 그 차수가 100～500차 정도까지 되었다. 이에따라 대규모 시스템모델을 컴퓨터 시뮬레이션 한다거나 최적 제어기의 설계 그리고 온-라인 컴퓨터 처리등이 대단히 어렵게 되었다. 그리하여 주파수 영역에서 고차수 단일입력 단일출력(SISO) 시스템의 저차수의 축소모델을 구하는 방법이 많이 연구 되었다.

그중 M. Hutton, B. Friedland에 의해 제시된 Routh 간략법은[1] 시스템모델의 고유치를 계산할 필요가 없고 원 시스템이 안정하면 축소모델도 반듯이 안정하다는 중요한 장점을 갖고 있다. 따라서 계산적으로는 간단하나 원 스시템이 안정할 경우 축소모델이 반드시 안정한 것만은 아닌 커다란 단점을 가지고 있는 고유치계산 방법, 연분수 전개에의한 우세고유치 방법등, 이외에 제시된 모든 방법들보다 우수하다고 평가되고 있다.[2)~7)] 그러나 Routh 간략법은 고차수의 전달함수를 역수변환을 한후, 역수변환된 식을 이용하여 Alpha 및 Beta 표를 만들고 이표들을 이용하여 Alpha-Beta 전개식의 형태로 변환한후 적당한 차수 만큼을 취해서 유리식으로 정리한 다음 이 식을 다시 역수변환을하여 저주파에서 원 시스템 모델과 특성이 거의 일치하는

*正 會 員：群山開放大學 電子計算學科 專任講師
**正 會 員：全州工專大 電子計算學科 助敎授
***正 會 員：韓國電子通信硏究所 硏究員
接受日字：1986年 9月 4日
1次修正：1986年 12月 8日
2次修正：1987年 2月 26日

축소모델을 얻는 방법으로 그 계산방법이 복잡하다.

이처럼 복잡한 계산과정을 개선하기 위하여 S.V. Rao는 Alpha-Beta 전개식 대신 Gamma-Delta 전식을 제시하여 Routh 간략법의 역수변환을 제거하려고 시도했다[9),10)]

즉 Gamma 및 Delta 표를 만들때 원 시스템 전달함수의 계수를 역순으로 적용함으로써 역수변환과정을 한번 제거하고 Gamma-Delta 전개식에 또 한번의 역수변환 과정을 포함시켜 역수변환을 두번 해야하는 Routh 간략법의 계산과정을 간단히 하려고 했다. 그러나 실제로 역수변환을 제거했다기 보다는 역수변환과정을 Gamma 표 및 Delta표와 Gamma-Delta 전개식에 포함시킴으로써 역수변환의 계산과정을 변경했을 뿐 결국 같은 방법이다. 이 방법들은 우수한 특성을 갖고는 있으나 계산과정이 대단히 복잡하여 대규모 시스템에 적용할 경우 컴퓨터 처리가 절실히 요구되나 프로그램화 하기가 대단히 곤란하다.

본 논문에서는 역수변환이 필요없고 계산과정이 간단하며 축소 모델의 분모, 분자식 계산을 컴퓨터 처리 할 수 있도록 일반식을 제시하여 간단하게 축소 모델을 얻을 수 있는 새로운 방법을 제시한다.

이 방법은 원 시스템 모델의 전달함수의 분모 식을 기수차 부분과 우수차 부분으로 나누어 보조분모분수식을 만들고 이 식을 연분수 전개한 다음 이 연분수 전개식에서 간략화 할 원하는 차수 만큼을 취하여 축소 모델의 전달함수의 분모식을 얻고 축소 모델의 전달함수의 분자식은 원 시스템 모델의 모멘트와 이미 얻어진 축소 모델의 분모식을 이용하여 정의한 축소 모델의 모멘트를 일치 하도록 하여 분자식을 결정하는 방법이다.

2. 새로운 대규모 시스템 간략법

선형 시불변 시스템을 동태 방정식으로 나타내면

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{X}} &= \mathbf{AX}+\mathbf{BU}\\ \mathbf{Y} &= \mathbf{CX}\end{aligned} \tag{1}$$

여기서 $\mathbf{X}\in R^n$는 상태 벡터
$\mathbf{Y}\in R^m$는 출력 벡터
$\mathbf{U}\in R^p$는 입력 벡터 이다.

또한 간략화된 축소 모델을 동태 방정식으로 나타내면 식(2)와 같이 표시 할 수 있다.

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{X}}_r &= \mathbf{FX}_r+\mathbf{GU}\\ \mathbf{Y}_r &= \mathbf{HX}_r\end{aligned} \tag{2}$$

여기서 $\mathbf{X}_r\in R^r$이며 $r\ll n$ 이다. 그리고 초기치가 0인 상태의 시스템 전달함수를 얻기 위하여 다음처럼 표시 한다.

$$\mathbf{Y}(S)=\mathbf{G}(S)\ \mathbf{U}(S) \tag{3}$$

또한 축소 모델의 전달함수 $\mathbf{G}_r(S)$는 식(4)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{Y}_r(s)=\mathbf{G}_r(s)\ \mathbf{U}(s) \tag{4}$$

2.1 축소 모델의 분모식 결정

고 차수의 원 시스템의 전달함수 G(s)를 식(5)와 같이 표시하자.

$$G(s)=\frac{b_1s^{n-1}+b_2s^{n-2}+\cdots\cdots\cdots\cdots+b_n}{a_0s^n+a_1s^{n-1}+a_2s^{n-2}+\cdots\cdots\cdots+a_n} \tag{5}$$

전달함수 식(5)에서 분모식 만을 취하여 기수항과 우수항으로 나누어 우수차항을 분자로 기수차항을 분모로 하는 식(6)과 같은 분수식 A(s)를 만들고 이 식을 본 논문에서는 보조분모분수식이라 한다.

$$A(s)=\frac{a_0s^n+a_2s^{n-2}+\cdots\cdots\cdots\cdots+a_n}{a_1s^{n-1}+a_3s^{n-3}+\cdots\cdots\cdots\cdots+a_{n-1}s} \tag{6}$$

원 시스템과 축소 모델이 저주파에서 특성이 근사하도록 하는 간략화 모델을 얻기 위하여 보조분모분수식 식(6)을 오름차순으로 정리하면 식(7)과 같다.

$$A(s)=\frac{a_n+a_{n-2}s^2+\cdots\cdots\cdots\cdots a_0s^n}{a_{n-1}s+a_{n-3}s^3+\cdots\cdots\cdots\cdots a_1s^{n-1}} \tag{7}$$

식(7)을 연분수 전개하면 식(8)과 같다.

$$A(s)=\frac{k_1}{s}+\cfrac{1}{\cfrac{k_2}{s}+\cfrac{1}{\cfrac{k_3}{s}+\cfrac{1}{\ddots\, \cfrac{k_n}{s}}}} \tag{8}$$

식(8)을 이용하여 얻고저 하는 적당한 차수 만큼을 취해서 유리식으로 전개하며, 이렇게하여 얻은 분수식의 분모항과 분자항을 합한후 차수순으로 정리하여 축소 모델의 분모식으로 정한다.

이때 보조분모분수식(7)을 연분수 전개한 식(8)의

계수 k_i는 Routh 간략법의 역수변환을 개선하기 위해서 Rao가 제시한 방법의 Gamma 표의 r값과 일치한다. 그러므로 보조분모분수식을 이용하여 얻어진 간략화 모델의 분모식은 Rao가 제시한 Gamma-Delta 전개식을 원시스템의 특성을 유지하는 범위내에서의 축소 모델의 차수 만큼을 취하여 유리식으로 전개하여 얻어진 축소 모델의 전달함수의 분모식과 일치한다.

2.2 연분수 전개식의 계수 k_i 계산을 위한 일반식.

대규모 시스템의 분모식을 이용하여 보조분모분수식을 만들어 연분수 전개를 해야만 축소모델의 분모식을 얻을 수 있는데, 연분수 전개가 거듭될수록 그 계산을 직접 수행하기는 대단히 어려워 지므로 연분수 전개식의 계수 k_i값만 계산하여 대입하면 된다.

그리하여 연분수 전개식의 계수 k_i의 계산을 컴퓨터를 이용하여 쉽게 할 수 있도록 일반식(9)를 유도 하였다.

일반식 유도

$$
\begin{array}{lllll}
 & a_0^0 = a_n & a_2^0 = a_{n-2} & a_4^0 = a_{n-4} & a_6^0 = a_{n-6}\cdots\cdots \\
k_1 = \dfrac{a_0^0}{a_0^1} & & & & \\
 & a_0^1 = a_{n-1} & a_2^1 = a_{n-3} & a_4^1 = a_{n-5} & a_6^1 = a_{n-5}\cdots\cdots \\
k_2 = \dfrac{a_0^1}{a_0^2} & & & & \\
 & a_0^2 = a_2^0 - k_1 a_2^1 & a_2^2 = a_4^0 - k_1 a_4^1 & a_4^2 = a_6^0 - k_1 a_6^1 & \\
k_3 = \dfrac{a_0^2}{a_0^3} & & & & \\
\vdots & a_0^3 = a_2^1 - k_2 a_2^2 & a_2^3 = a_4^1 - k_2 a_4^2\cdots & & \\
k_n & a_0^4 = a_2^2 - k_3 a_2^3 & a_2^4 = a_4^2 - k_3 a_4^3 & & \\
\vdots & \vdots & & &
\end{array}
$$

이와같은 과정으로 얻어지는 연분수 전개식의 계수 k_i는 다음과 같은 일반식으로 표시된다.

연분수 전개식의 계수 k_i의 계산 일반식.

(단, 초기치 $\begin{pmatrix} a_0^0 = a_n & a_2^0 = a_{n-2} & a_4^0 = a_{n-4}\cdots\cdots \\ a_0^1 = a_{n-1} & a_2^1 = a_{n-3} & a_4^1 = a_{n-5}\cdots\cdots \end{pmatrix}$는 보조분모분수식의 분자, 분모식의 계수이다.)

$$
\begin{bmatrix} a_l^i = a_{l+2}^{i-2} - k_{i-1} a_{l+2}^{i-1} \begin{pmatrix} i = 2.\ 3.\ 4.\ \cdots\cdots n \\ l = 0.\ 2.\ 4.\ \cdots\cdots \end{pmatrix} \\ k_i = a_0^{i-1}/a_0^i \quad 단\ k_1 = a_0^0/a_0^1 \end{bmatrix} \tag{9}
$$

2.3 축소 모델의 분자식 결정

축소 모델의 분자식은 원 시스템 모델의 정상상태 응답과 축소 모델의 정상상태 응답이 근사 하도록 하기 위해서 모멘트 매칭(Moment Matching) 방법[12]을 이용한다. 축소 모델의 전달함수의 분자식은 앞에서 이미 얻어진 축소 모델의 분모식을 이용하여 다음과 같이 결정된다.

원 시스템 모델의 전달함수와 보조분모분수식을 연분수 전개하여 얻은 축소 모델의 분모식을 이용한 축소 모델의 전달함수의 모멘트가 일치하도록 축소 모델의 분자식의 계수를 구 하므로써 두 모델의 정상상태 응답이 근사한 축소 모델을 얻는다.

먼저 전달함수 $G(s)$의 모멘트 함수는 식(10)과 같다.

$$
T_i = \frac{(-1)^i}{i\,!} \int_0^\infty t^i g(t)\,dt \tag{10}
$$

여기서 $g(t)$는 전달함수 $G(s)$의 역라프라스 변환이다.

이 식을 이용하여 모멘트 값을 얻기 위해서는 적분을 해야 되는데 이것은 대단히 복잡 하므로 식(10)과 같이 적분할 필요없이 모멘트 값을 얻는 방법을 이용한다.[12] 전달함수 $G(s)$를 오름차순으로 정리한 후 역급수로 전개하고 전개된 식의 계수를 이용하면 쉽게 모멘트 값을 구할 수 있다.

멱급수 전개식의 계수를 이용한 모멘트 함수는 식(11)과 같다.[12]

$$
T_i = \frac{(-1)^i}{i\,!} \int_0^\infty t^i g(t)\,dt = \frac{(-1)^i}{i\,!} M_{i\,(i=0,\,1,\,2,\,3\cdots)} \tag{11}
$$

여기서 M_i는 전달함수 $G(s)$의 멱급수 전개식의 i번째 항의 계수 이다.

2.3.1 원 전달함수의 모멘트 결정

차수가 높은 원 전달함수 식(5)를 오름 차순으로 정리하여 다시쓰면 식(12)와 같다.

$$
G(s) = \frac{b_n + b_{n-1}s + b_{n-2}S^2 + \cdots\cdots\cdots\cdots b_1 s^{n-1}}{a_n + a_{n-1}s + a_{n-2}s^2 + \cdots\cdots\cdots\cdots + a_0 s^n} \tag{12}
$$

식(12)를 멱급수로 전개하면 식(13)과 같이 표시할 수 있다.

$$
G(s) = M_0 + M_1 s + M_2 s^2 + \tag{13}
$$

식(13)의 각 항의 계수 M_0, M_1, $M_2\cdots$를 이용하여 각 항의 모멘트를 식(11)을 이용하여 구하면 식(14)와 같다.

$$
\begin{aligned}
T_0 &= M_0 \\
T_1 &= -M_1 \\
T_2 &= \frac{1}{2\,!} M_2 \\
&\vdots
\end{aligned} \tag{14}
$$

2.3.2 축소 모델의 모맨트 결정

2.1에서 이미 얻어진 축소 모델의 분모식을 이용하여 축소 모델의 전달함수 $G_r(s)$가 식(15)와 같다고 가정하고 축소 모델의 전달함수 $G_r(s)$의 모멘트 값을 얻기 위해서 2.3.1과 같은 방법으로 먼저 $G_r(s)$를 오름차순으로 표시하면 식(15)와 같다.

$$G\,G_r(s)=\frac{\beta_n+\beta_{n-1}s+\beta_{n-2}s^2+\cdots\cdots\cdots\beta_1 s^{n-1}}{\alpha_n+\alpha_{n-1}s+\alpha_{n-2}s^2+\cdots\cdots\cdots\alpha_0 s^n} \quad (15)$$

여기서 $G_r(s)$의 분모식은 이미 보조분모 분수식의 연분수 전개식 식(8)을 원하는 차수 만큼을 취해서 얻어진 간략화된 분모식이다.

식(15)를 멱급수로 전개하면 식(16)과 같이 된다.

$$G_r(s)=M_{r0}+M_{r1}s+M_{r2}s^2+\cdots\cdots\cdots \quad (16)$$

이와같이 얻어진 멱급수 전개식의 계수 M_{r0}, M_{r1}, M_{r2}, …… 를 식(11)에 대입하여 축소 모델의 모멘트를 구하면 식(17)과 같다.

$$\begin{aligned} T_{r0}&=M_{r0}\\ T_{r1}&=-M_{r1}\\ T_{r2}&=\frac{1}{2}M_{r2}\\ &\vdots \end{aligned} \quad (17)$$

2.3.3 축소 모델 분자식의 계수 계산

축소 모델의 분모식은 이미 구해졌으므로 분자식만 구하면 완전한 축소 모델이 되는데 이것은 이미 얻어진 축소 모델의 분모식을 이용하여 정의된 축소 모델의 전달함수, 식(15)의 분자식의 계수 β_n, β_{n-1}, β_{n-2}… 만을 구하여 대입하면된다.

이것은 원 시스템 모델의 전달함수의 모멘트, 식(14)와 축소 모델의 전달함수의 모멘트, 식(17)을 같게 함으로써 쉽게 얻어진다.

즉, 식(14)와 식(17)의 각 모멘트를 식(18) 처럼 일치시키면 각 분자식의 계수를 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} T_0&=T_{r0}\\ T_1&=T_{r1}\\ T_2&=T_{r2}\\ &\vdots \end{aligned} \quad (18)$$

2.4 분자식 결정을 위한 멱급수 전개식의 계수 일반식

원 시스템 모델과 축소 모델의 모멘트를 계산하기 위해서는 시스템 모델의 전달함수를 멱급수 전개식으로 전개해야 한다.

그러나 멱급수 전개식의 계수를 얻기 위해서는 전달함수의 분자를 분모로 직접 나누면 된다. 그러나 직접계산하는 방법은 차수가 증가 함에 따라 그 계산이 대단히 어려워 진다.

그래서 멱급수 전개식의 계수를 쉽게 구할 수 있도록 일반식을 유도한다.

먼저 전달함수 $G(s)$를 오름차순으로 정리한 일반식, 식(12)를 다시쓰면

$$G(s)=\frac{b_n+b_{n-1}s+b_{n-2}s^2+\cdots\cdots\cdots+b_1 s^{n-1}}{a_n+a_{n-1}s+a_{n-2}s^2+\cdots\cdots\cdots+a_0 s^n} \quad (12)$$

이다.

식(12)의 분모, 분자를 a_n으로 나누면 식(19)와 같다.

$$G(s)=\frac{\frac{b_n}{a_n}+\frac{b_{n-1}}{a_n}s+\frac{b_{n-2}}{a_n}s^2+\cdots\cdots\cdots\frac{b_1}{a_n}s^{n-1}}{1+\frac{a_{n-1}}{a_n}s+\frac{a_{n-2}}{a_n}s^2+\cdots\cdots+\frac{a_0}{a_n}s^n} \quad (19)$$

식(19)의 계수를 정리하여 다시쓰면 식(20)과 같다.

$$G(s)=\frac{A_{21}+A_{22}s+A_{23}s^2+\cdots\cdots+A_{2,n}s^{n-1}}{1+A_{12}s+A_{13}s^2+\cdots\cdots\cdots+A_{1,n+1}s^n} \quad (20)$$

식(20)을 직접나누어 정리하면 식(21)과 같다.

$$G(s)=A_{21}+(A_{22}-A_{21}\cdot A_{12})s+[\{(A_{23}-A_{21}\cdot A_{13})-(A_{12}\cdot A_{22}-A_{21}\cdot A_{12}^2)\}]s^2+\cdot \quad (21)$$

식(21)을 간단히 쓰면 식(22)와 같다.

$$G(s)=A_{21}-A_{31}s+A_{41}s^2-A_{51}s^3+A_{61}s^4-\cdots \quad (22)$$

식(22)의 A_{21}은 식(20)의 A_{21}이며 A_{31}, A_{41}, A_{51}, …은 식(23)과 같은 일반식에 의해서 표시할 수 있다.

$$A_{k,l}=A_{k-1,1}\cdot A_{1,l+1}-A_{k-1,l+1} \quad (23)$$

즉 식(13)과 식(16)의 M_0 및 M_{r0}는 A_{21}이며 M_1 및 M_{r1}는 A_{31}이고 M_2 및 M_{r2}는 $-A_{41}$… 이다.

3. 수치예

본 논문에서 제시한 새로운 선형 시스템 간략법의 수치예는 Routh 간략법과 결과를 비교하기 위하여 Routh 간략법에서 수치예로 이용한 수치와 동일한 식(24)를 이용한다.[1]

$$G(s)=\frac{\begin{bmatrix}28\\12\end{bmatrix}s^3+\begin{bmatrix}496\\528\end{bmatrix}s^2+\begin{bmatrix}1800\\1440\end{bmatrix}s+\begin{bmatrix}2400\\4320\end{bmatrix}}{2s^4+36s^3+204s^2+360s+240} \quad (24)$$

식(24)를 오름차순으로 다시쓰면 식(25)와 같다.

$$G(s)=\frac{\begin{bmatrix}2400\\4320\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1800\\1440\end{bmatrix}s+\begin{bmatrix}496\\528\end{bmatrix}s^2+\begin{bmatrix}28\\12\end{bmatrix}s^3}{240+360s+204s^2+36s^3+2s^4} \quad (25)$$

식(25)의 분모식을 이용하여 보조분모수식 $A(s)$ 를 만들면 식 (26)과 같다.

$$A(s)=\frac{240+204s^2+2s^3}{360s+360s^3} \quad (26)$$

3.1 축소 모델의 분모식 결정

보조분모분수식, 식(26)을 연분수 전개하면 식 (27)과 같다.

$$A(s)=\frac{240+204s^2+2s^4}{360s+36s^3}=\frac{2}{3s}+\cfrac{1}{\cfrac{2}{s}+\cfrac{1}{\cfrac{45}{8s}+\cfrac{1}{\cfrac{16}{s}}}} \quad (27)$$

2차의 축소 모델을 구하기 위해서 식(27)을 2차 만큼을 취하여 유리화 하면 식(28)을 얻으면 이를 다시 분모식과 분자식을 합하여 차수 순으로 정리하면 식(29)와 같은 축소 모델의 분모식을 얻는다.

$$H_2(s)=\frac{2}{3s}+\cfrac{1}{\cfrac{2}{s}}=\frac{4+3s^2}{6s} \quad (28)$$

축소 모델의 분모식은 다음과 같다.

$$3s^2+6s+4 \quad (29)$$

식(29)를 이용하여 축소 모델의 전달함수 $G_r(s)$ 를 표시하면 식 (30)과 같이 쓸 수 있다.

$$G_{r2}(s)=\frac{a_0+a_1s}{4+6s+3s^2} \quad (30)$$

3.2 축소 모델의 분자식 결정

축소 모델의 분자식 결정은 식(30)의 분자식의 계수 a_0 및 a_1만 구하여 대입하면 된다. 축소 모델의 분자식 계수 a_0 및 a_1을 구하기 위해서는 원 전달함수 $G(s)$, 식(25)와 이미 결정된 축소 모델의 분모식을 이용한 축소 모델의 전달함수 $G_r(s)$, 식(30)의모멘트를 같게 함으로써 얻어진다.

먼저 원 전달함수 식(25)를 멱급수로 전개하면 식(31)과 같다.

$$G(s)=18-21s+18.4-12.4s^3+\cdots\cdots \quad (31)$$

2차의 축소 모델을 구하기 위해서는 모멘트를 2개만 구하면 되므로 식(11)에 의해서 모멘트를 구하면 식(32)와 같다.

$$T_0=M_0=18,\ T_1=-M_1=-M_1=21,$$
$$T_2=\frac{1}{2}M_2=\frac{18.4}{2} \quad (32)$$

축소 모델 $G_r(s)$의 모멘트를 구하기 위하여 식 (30)을 멱급수로 전개하면 식(33)과 같다.

$$G_r(s)=\frac{a_0}{4}+\frac{\left(a_1-\frac{6}{4}a_0\right)}{4}s+\cdots\cdots \quad (33)$$

식(11)에 의해서 $G_r(s)$의 모멘트를 구하면 식(34) 와 같다.

$$T_{r0}=M_{r0}=\frac{a_0}{4},\ T_{r1}=-M_{r1}=-\frac{\left(a_1-\frac{6}{4}a_0\right)}{4} \quad (34)$$

위와같이 구해진 원 전달함수의 모멘트, 식(32)와축소 모델의 모멘트, 식(34)를 $T_0=T_{r0}$, $T=T_{r1}$으로각각 일치시켜 계산하면 분자식의 계수 $a_0=72$ 및 $a_1=24$가 각각 구해진다.

위에서 구해진 값을 이용하여 2차 축소 모델을 나타내면 식(35)와 같다.

$$G_{r2}(s)=\frac{\begin{bmatrix}30\\24\end{bmatrix}s+\begin{bmatrix}40\\72\end{bmatrix}}{3s^2+6s+4} \quad (35)$$

같은 방법으로 1차 및 3차의 축소 모델을 구하면 식(36)과 (37)처럼 된다.

$$1차\ 축소\ 모델:\frac{\begin{bmatrix}20\\36\end{bmatrix}}{3s+2} \quad (36)$$

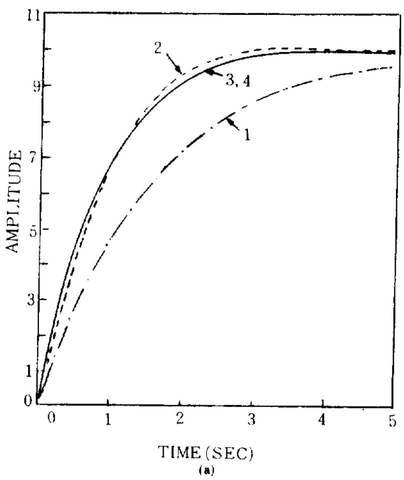
$$3차\ 축소\ 모델:\frac{\begin{bmatrix}352\\360\end{bmatrix}s^2+\begin{bmatrix}1350\\1080\end{bmatrix}s+\begin{bmatrix}1800\\3240\end{bmatrix}}{24s^3+151s^2+270s+180} \quad (37)$$

이와같이 얻어진 축소 모델의 분모식은 Routh간략법을 이용한 축소 모델의 분모식과 완전히 일치한다.

4. 축소 모델의 특성 고찰

4.1 과도응답 특성

과도응답 특성을 측정하기 위하여 원 시스템 모델과 간략화된 축소 모델에 단위계단입력을 인가하고 그 응답 결과를 그림 1에 나타내었다. 그림 1



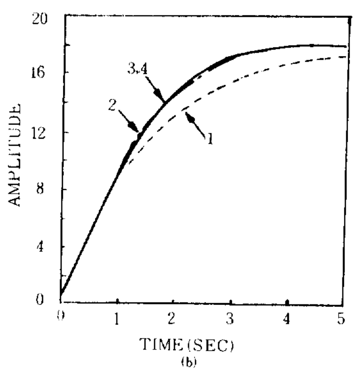


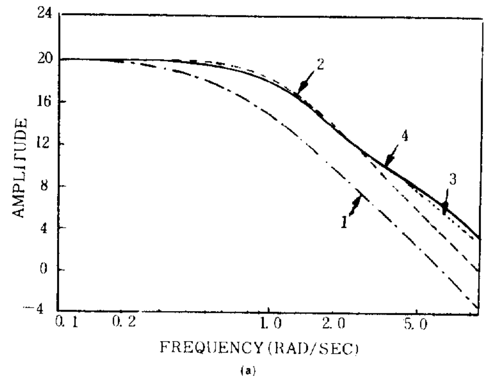
그림1. (a) (b) 첫번째 출력과 두번째 출력의 과도 응답

Fig. 1. (a) Step responses for first output.
(b) step responeses for second output.

그림 1 —a는 첫번째 예의 응답이고 그림 1—b는 두번째 예의 응답이다. 그림에서 축소 모델의 차수가 3일 때는 원 시스템(4차)의 응답과 거의 일치하여 하나의 곡선으로 나타남을 알 수 있다.

4.2 주파수 응답 특성

주파수 응답 특성을 측정하기 위하여 원 시스템



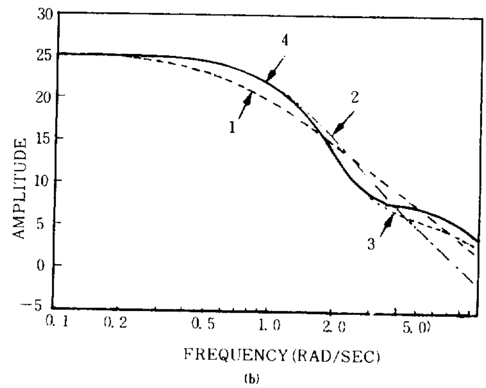


그림2. 예의 첫번째 출력과 두번째 출력의 주파수 응답

Fig. 2. Frequency responses for first output and second output.

과 축소 모델의 보드선도를 그림 2에 나타내었다.

그림 2—a는 첫번째 예의 응답이고 그림 2—b는 두번째 예의 응답 곡선 이다. 각 축소 모델의 응답이 저주파에서는 거의 원 시스템 모델의 응답에 일치하며 차수가 증가함에 따라 고주파에서도 근사한 특성을 나타낸다.

5. 결 론

M. Hutton과 B. Friedland가 제시한 Routh 간략법은 원 시스템이 안정하면 간략화된 시스템도 안정하다는 우수한 장점을 갖고 있으나 계산적으로는 원 시스템 모델의 전달함수를 역수변환을 한 후에 Alpha 표 및 Beta 표를 만들고 이 표의 값을 이용하여 Alpha - Beta 전개식을 만들어 원하는 차수 만큼을 취하여 유리화한후 다시 역수변환을 해야하는 방법으로 그 과정이 대단히 복잡하다. 그리하여 본

논문에서는 Routh 간략법에 의하여 얻어진 축소 모델의 분모식과 본 논문의 방법에 의해서 얻어진 축소 모델의 분모식이 정확하게 일치하기 때문에 원 시스템 모델이 안정하면 간략화된 축소 모델도 안정하며 Routh 간략법에서는 2번 해야하는 역수변환이 전혀 필요없기 때문에 계산적으로 간편하고 편리한 새로운 방법을 제시 하였다.

즉 보조분모분수식을 연분수 전개하여 분모식을 결정하고 원 시스템 모델과 축소 모델의 모멘트가 같도록 분자식을 결정하는 방법이다.

이때 축소 모델의 분모식을 구하기 위해서는 보조분모분수식을 연분수 전개해야 하는데 연분수 전개를 쉽게 컴퓨터를 이용하여 할 수 있도록 연분수 전개식의 계수 일반식을 유도하였으며 분자식을 계산하기 위해서는 각 시스템의 모멘트를 계산해야 하는데 이것은 전달함수를 멱급수로 전개하여 그 계수를 이용 하므로써 쉽게 구해지는데 멱급수 전개는 차수가 증가함에 따라 그 계산이 복잡하다. 그래서 이 계산을 컴퓨터를 이용하여 쉽게 할 수 있도록 멱급수 계수 일반식을 유도 하였다.

그리고 축소 모델의 특성을 고찰하기 위해서 과도응답 특성 곡선과 주파수 응답특성 곡선을 그림 1과 2에 나타내었는데 저주파에서는 우수한 특성을 나타냄을 알 수 있다.

참 고 문 헌

1) M.F. Hutton and B. Friedland, "Rouch approximation for reducing order of linear time-invarient systems", IEEE Trans on Atomatic Control Vol. AC 20 1975, pp 329-337.

2) E.J. Davison, "A method for simplifying linear dynamic systems", IEEE Trans on Automatic control, Vol. AC-11, 1966 pp.93-101,

3) M. Aoki, "Control of Large scale dynamic systems by aggregation", IEEE Trans on. Atomatic control. Vol. AC-13, No.3, pp.246-253 1968.

4) Y. Shamash, "Model reduction using Routh stability criterion and the Pade'approximation techniqe", Int, J. Control. Vol.21, No.3, pp.475-484. 1975.

5) D.J. Wright, "The continued fraction representation of transfer function and model simplification", Int. J, Control. Vol.18, No.3, pp.449-454, 1973.

6) L.S. Shieth and M.J. Goldman, "A mixed cauer form for linear system reduction" IEEE Trans Sys. man. cyb. Vol.SMC-4, pp.584-588. 1974.

7) C.F. Chen and L.S. Shieh, "A novel approach to linear model simplification" Int. J. Control Vol.8, No.6, pp561-570. 1968.

8) D.S. Rane, "A simplified transformation to canonical form" IEEE Trans on Automatic control, Vol.AC-11, pp.608-609. 1966.

9) a.S. Rao, S.S. Lamba and S.V. Rao, "Routh approximant time-domain reduced-order models for single-input single-output systems" Proc. IEEE Vol. 125, No.9, pp.1059-1063. 1978.

10) S.V. Rao, "Structural properties of Routh approximantation Method" Proc, JACC, Charlottes-Ville.Va 1981.

11) S.S Lamba and S.V. Rao, "Aggregation matrix for the reduced order continued fraction expansion model for Chen and Shieth" IEEE Trans on. Automatic control. Vol. AC-23. pp.81-83. 1978.

12) M. Jamshid, "Large-Scale systems. : Modeling and Control" North-Holland, pp.67-71 1983.