

Pisarenko Harmonic Decomposition 에 의한 배경 뇌파 파워 스펙트럼 추정에 관한 연구

정명진* · 황수용** · 최갑석*

= Abstract =

A Study on Power Spectral Estimation of Background EEG with Pisarenko Harmonic Decomposition

Myung-Jin Jung* · Soo-Young Hwang** · Kap-Seok Choi*

The power spectrum of background EEG is estimated by the Pisarenko Harmonic Decomposition with the stochastic process which consists of the nonhamonic sinus oid and the white nosie.

The estimation results are examined and compared with the results from the maximum entropy spectral extimation, and the optimal order of this from the maximum entropy spectral extimation, and the optimal order of this model can be determined from the eigen value's fluctuation of autocorrelation of background EEG. From the comparing results, this method is possible to estimate the power spectrum of background EEG.

1. 서 론

인간의 대뇌피질에서는 불규칙한 전위의 변동현상이 일어난다. 이러한 변위현상을 전기적인 신호로 측정된 것을 뇌파(electroencephalogram: EEG)라 한다. 정상인의 안정제안상태에서 취한 기본적인 배경뇌파는 크기가 수십 마이크로볼트(μV)이며 δ -대역(1-3.99Hz), θ -대역(4-7.99Hz), α -대역(8-12.99Hz), β -대역(13-30Hz)으로 나눌 수 있으며 주성분은 α -대역으로 알려져 있다.¹⁾²⁾

뇌파의 특징을 고찰하는데 있어서 상관함수법이나 FFT(Fast Fourier transform)법에 의한 스펙트럼 추정은 창함수를 씌우므로써 관측 데이터 혹은 상관함수의 창외의 값은 영이라고 가정하고 있다. 그러나 실제의 데이터는

무한히 계속되고 있으므로 이 가정은 부적합하기 때문에 뇌파의 통계적 성질로부터 뇌파의 특징을 파악하고 있다.³⁾⁻⁵⁾

이러한 연구로써는 뇌파의 시계열 데이터에 대해서 선형 예측 모델을 가정하고 모델의 극에 따라 뇌파의 특징을 나타내는 방법과 모델의 파라미터를 얻은 후 그 값에 따라 뇌파의 파워스펙트럼을 얻는 방법등 여러가지 방법이 연구되고 있다.⁶⁾⁷⁾

뇌파의 발생과정을 모델링할 때 모델의 입력을 백색잡음으로 뇌는 많은 비선형 진동자의 집합체로 보고 모델의 출력을 정현함수의 합성파로 가정하면 즉 뇌파의 확률 과정이 정현함수와 백색잡음으로 이루어졌다고 가정할 수 있다.

따라서 본 논문에서는 배경뇌파의 시계열 데이터를 복합정현함수와 백색잡음으로 이루어진 확률과정으로하여 배경뇌파의 파워 스펙트럼 추정을 ARMA(Autoregressive moving average) 모델중 AR부분과 MA부분의 차수와 파라미터가 같다고 본 Pisarenko Harmonic Decomposition (PHD)으로 시도한다.

(접수 : 1987년 5월 25일)

* 명지대학교 전자공학과
** 경기개발대학 전자공학과

2. Pisarenko Harmonic Decomposition에 의한 뇌파 파워스펙트럼 추정

배경뇌파의 시계열 데이터를 복합정현함수와 백색잡음으로 이루어진 확률과정으로 하여 PHD에 의한 파워스펙트럼을 추정하기 위하여 먼저 다음과 같은 등식을 생각한다.⁸⁾

$$\sin(\Omega n) = 2\cos\Omega \sin\{\Omega(n-1)\} - \sin\{\Omega(n-2)\} \quad (1)$$

여기서 $\sin(\Omega n)$ 은 시점 n 에서의 정현파 샘플치이고 $\Omega = 2\pi f\Delta t$ ($-1/2\Delta t < f < 1/2\Delta t$)는 샘플링 주기이다.

만약, $\sin(\Omega n)$ 을 시점 n 에서의 샘플 데이터 X_n 으로 놓으면 식 (1)은 다음과 같은 2차 차분방정식이 된다.

$$X_n = (2\cos\Omega) X_{n-1} - X_{n-2} \quad (2)$$

즉, 현재의 정현함수의 값은 두개의 과거시점 X_{n-1} , X_{n-2} 값으로 표시할 수 있다. 그러므로 p 개의 정현함수 $\sin(2\pi f_i \Delta t)$ ($i=1, \dots, p$)로 이루어진 과정은 $2 \times P$ 차차분방정식 식(3)으로 나타낼 수 있다.

$$X_n = -\sum_{m=1}^{2P} A_m X_{n-m} \quad (3)$$

식 (3)을 Z -변환시켜 Z 의 근들을 구해보면

$$\begin{aligned} Z^{2P} + A_1 Z^{2P-1} + \dots + A_{P-1} Z^{P+1} + A_P Z^P + \dots + A_{2P} \\ = \sum_{i=1}^P (Z - Z_i)(Z - Z_i^*) \\ = \sum_{i=1}^P \{Z - \exp(j2\pi f_i \Delta t)\} \{Z - \exp(-j2\pi f_i \Delta t)\} = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

이다. 여기서 Z_i 와 Z_i^* 는 공액 복소수이다. 그리고 P 개의 정현함수의 주파 f_i ($i=1, 2, \dots, P$)는 다음 식으로 주어진다.

$$f_i = \{\tan^{-1}\{Im(Z_i)/Re(Z_i)\}\}/2\pi\Delta t, i=1, 2, \dots, P \quad (5)$$

따라서 P 개의 정현함수의 주파수 f_i 를 구하기 위해서는 식 (3)의 계수들을 알아야만 한다.

만약 뇌파가 P 개의 정현함수의 합성파로 이루어졌다고 가정하고 뇌파의 시계열 데이터를 X_n 으로 뇌파의 생성원인을 백색잡음 W_n 으로 하여 ARMA 모델로 모델링할 때 AR(Autoregressive) 부분과 MA(Moving average) 부분의 차수와 파라미터를 동일하게 놓으면 모델식은 다음과 같은 식이 된다.

$$X_n = -\sum_{m=1}^{2P} A_m X_{n-m} + \sum_{m=0}^{2P} A_m W_{n-m} \quad (6)$$

여기서 $A_0 = 1$ 이다.

뇌파의 시계열 모델식인 식 (6)을 행렬식으로 나타내면,

$$X^T A = W^T A \quad (7)$$

이고, 여기서

$$X^T = [X_n, X_{n-1}, \dots, X_{n-2P}]$$

$$A = [1, A_1, \dots, A_{2P}]$$

$$W = [W_n, W_{n-1}, \dots, W_{n-2P}]$$

이다.

식 (7)에 벡터 X 를 곱하고 기대치를 취하면

$$E[XX^T] A = E[XW^T] A \quad (8)$$

이다. 여기서 $E[\]$ 는 기대치를 말한다. 식 (8)의 우변을 위해서는 식 (6)을 다음과 같이 나타내 본다.

$$\begin{aligned} X_n &= -\sum_{m=1}^{2P} A_m X_{n-m} + \sum_{m=1}^{2P} A_m W_{n-m} + W_n \\ &= Y_n + W_n \end{aligned} \quad (9)$$

여기서

$$Y_n = -\sum_{m=1}^{2P} A_m X_{n-m} + \sum_{m=1}^{2P} A_m W_{n-m}$$

이다. 따라서 벡터 X 는

$$X = Y + W \quad (10)$$

이고, 여기서

$$Y = [Y_n, Y_{n-1}, Y_{n-2}, \dots, Y_{n-2P}]$$

이다. 백색잡음은 무상관 관계를 갖고 평균치가 영이고 분산이 δ_w^2 이라면 식 (8)의 우변은

$$\begin{aligned} E[XW^T] A &= E[(Y+W)W^T] A \\ &= (WW^T) A = \delta_w^2 A \end{aligned} \quad (11)$$

이고 좌변은

$$E[XX^T] = R_{xx} = \begin{vmatrix} R_{xx}(0), \dots, R_{xx}(-2P) \\ \vdots \\ R_{xx}(2P), \dots, R_{xx}(0) \end{vmatrix} \quad (12)$$

이다. 여기서 $R_{xx}(i)$ 는 시계열 X_n 의 자기상관함수이고 R_{xx} 는 자기상관행렬이다. 따라서 식 (8)은

$$R_{xx} A = \delta_w^2 A \quad (13)$$

이다. 식 (13)은 뇌파의 시계열 데이터 자기상관함수 행렬 R_{xx} 의 고유값이 백색잡음 분산인 고유방정식이다. 식 (13)의 파라미터 벡터 A 는 첫번째 원소가 "1"이고 고유값이 δ_w^2 일때의 고유벡터이다. 파라미터 A 를 구하기 위해서는 δ_w^2 값을 알아야 하나 P 개의 정현함수와 백색잡음으로 이루어진 과정에서는 R_{xx} 의 차원이 $(2P+1) \times (2P+1)$ 이거나 또는 그보다 클 때는 R_{xx} 의 고유값 중 제일 작은 것에 해당된다. 다시 말하면 R_{xx} 의 최소 고유값은 차수가 증가함에 따라 일정한 값으로 수렴된다.

그러나 뇌파는 불규칙한 신호이므로 뇌파 시계열 자

기상관 행렬의 최소 고유값은 임의의 값으로 수렴이 되지 않으므로 임의의 차수 m 개에서의 최소 고유값과 차수 $m+1$ 의 최소 고유값이 거의 변화가 없을 때 최적 차수 m 을 선택한다. 이렇게 구한 차수 m 과 그에 대응되는 파라미터 A 를 식(4)에 대입하여 근을 구하고 식(5)로부터 m 개의 정현함수들의 주파수를 구할 수 있다. 그리고 파워 스펙트럼은 다음 식으로 주어진다.

$$R_{xx}(k) = \sum P_i \cos(2\pi f_i k \Delta t), k=1,2,\dots,p \dots\dots (14)$$

여기서 P_i 는 주파수 f_i 에 대응되는 파워 스펙트럼이다.

따라서 뇌파의 파워 스펙트럼을 추정하기 위해서는 모델의 차수선택, 그에 따른 파라미터 벡터 A 를 구하는 것이 필요하다.

3. 실험 시스템 및 실험 결과

3-1. 실험 시스템

PHD에 의한 배경뇌파의 파워 스펙트럼 추정을 위하여 구성한 시스템 계통도는 그림 1과 같다.

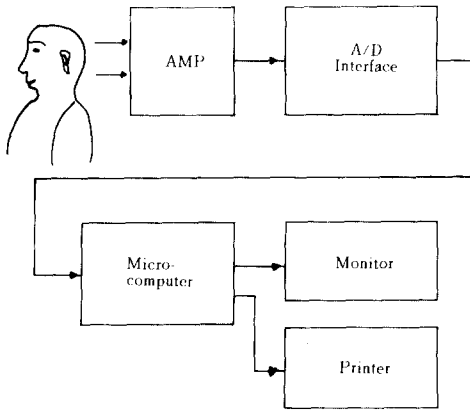


Fig. 1. The diagram of system for estimating the Power spectrum of background EEG.

배경뇌파를 검출하기 위한 전극으로써는 두피전극중 원판형 전극(disk electrode)을 사용하였으며 전극을 고정하기 위하여 식염수에 정진 면과 전극물(electrode past)를 사용하였다. 배경뇌파의 전기적인 현상은 신호 레벨이 낮고 외부로부터 전기적 방해받기 쉬우므로 뇌파의 증폭부는 불필요한 외부잡음을 제거하기 위한 필터가 필요하다. 뇌파는 $[\mu V]$ 단위의 크기이고 생체에서의 전류는 $10^{-7} \sim 10^{-8} [A]$ 정도이므로 증폭기의 입력 임피던스는 $50[M\Omega]$ 이상 되어야 하며 A/D 인터페이스

의 입력이 되기 위해서는 $120[dB]$ 이상 되어야 한다. 배경뇌파의 주파수는 $30[Hz]$ 미만이므로 필터의 차단주파수 $30[Hz]$ 인 저역통과 필터가 필요하다. 그래서 본 실험에서는 이러한 조건을 갖춘 4 채널 생체 신호기록기 360시스템(日本 三栄社)을 사용하였다. A/D 인터페이스는 증폭기로부터 출력되는 아날로그 신호를 디지털 신호로 변환하여 컴퓨터에 입력시키기 위한 것으로 써 A/D 컨버터는 12비트 A/D 컨버터 MD574A를 사용하였고 샘플링 주기는 배경뇌파의 주파수가 $30[Hz]$ 미만이므로 $1.56 \times 10^{-2} [sec]$ 로 표본화 하였다. 마이크로 컴퓨터는 IBM PC-AT를 사용하였다.

3-2. 실험 결과

배경뇌파를 검출하기 위하여 정상 성인남자(남, 10명, 24~27세)를 암실에서 편안히 누힌 다음 전기적으로 불활성인 귀불(A1, A2)와 활성인 후두부(O1, O2)에 전극을 부착하여 두 전극간의 전위차 변동을 단극도출법으로 검출하였다. 그림 2는 검출된 배경뇌파의 일부이다.

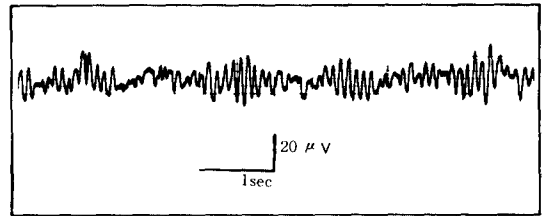


Fig. 2. Law background EEG.

이러한 뇌파들로부터 파워 스펙트럼추정을 하기 위해서 우선 모델의 차수를 선택해야 하는데 모델의 차수는 뇌파의 시계열 데이터에 대한 자기상관함수의 최소 고유값이 일정한 값으로 수렴되기 시작하는 차수로 결정해야 하나 뇌파는 불규칙 신호이기 때문에 일정한 값으로 수렴이 되지 않는다. 그림 3은 피검자중 세사람의 차수에 따른 최소 고유값을 나타낸 것이다.

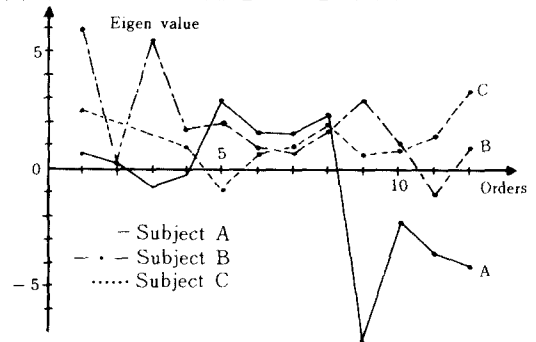


Fig. 3. The eigen value in accordance with orders.

그림 3에서 보는 바와 같이 고유값은 일정한 값으로 수렴이 되지 않았으며 다른 7명의 피검자들에게서도 같은 현상이 나타났다. 그리고 피검자들의 고유값이 서로 다른 것은 사람마다 뇌파의 크기가 같지 않기 때문이다. 그러나 차수 6,7에서 고유값이 변동이 다른 차수에서 보다 작게 나타났으며 이러한 현상은 다른 피검자들도 같았다. 따라서 제 2장에서 언급한대로 불규칙한 신호에 대해서는 고유값의 변화가 적을 때의 차수를 선택한다면 배경뇌파에 대한 모델의 차수는 6차로 선택되어야 한다.

그림 4,5,6과 그림 7,8,9는 그림 3의 피검자 A의 배경뇌파로부터 차수를 5,6,7차로 하여 각각 얻은 파라미터 벡터를 식 (5)의 Z-변환식에 대입하여 얻은 근들과 근들로부터 구한 주파수와 자기상관함수들로부터 얻은 파워 스펙트럼 분포도이다. 그림 4에서 근의 위치는 틀리지만 위상이 같은 근의 주파수는 동일한 주파수로 간주한다.

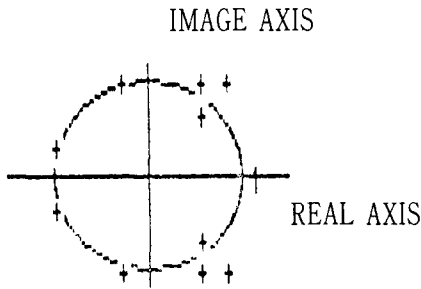


Fig. 4. The roots distribution for order 5.

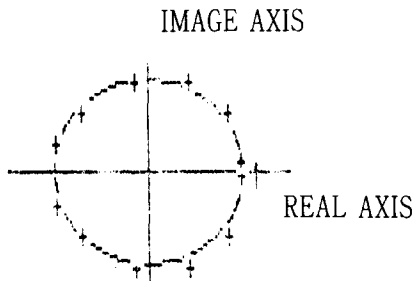


Fig. 5. The roots distribution for order 6.

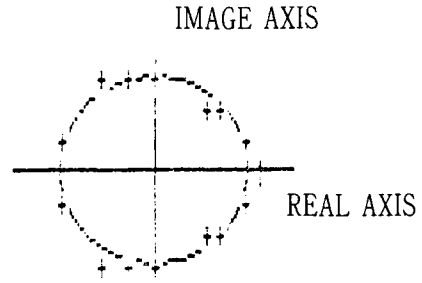


Fig. 6. The roots distribution for order 7.

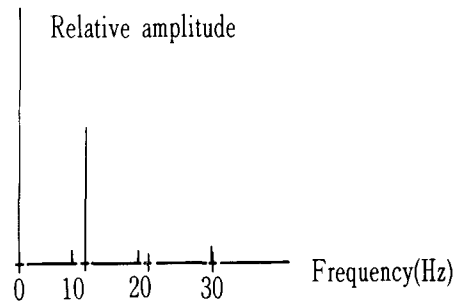


Fig. 7. Power spectrum of background EEG for order 5.

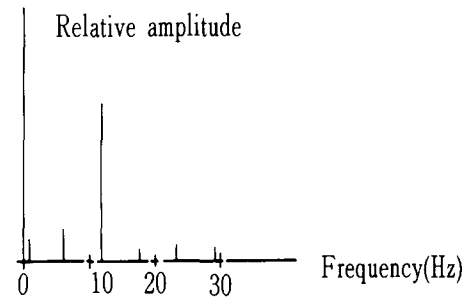


Fig. 8. Power spectrum of background EEG for order 6.

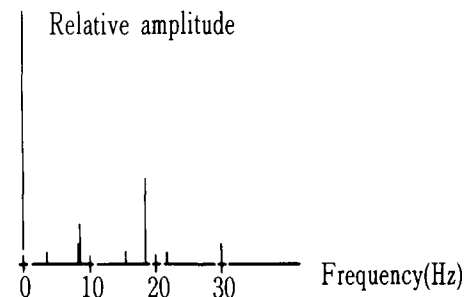


Fig. 9. Power spectrum of background EEG for order 7.

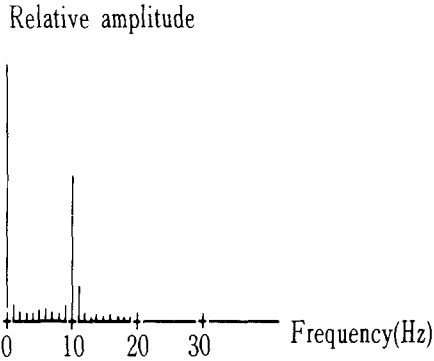


Fig. 10. The Power spectrum by MESE.

그림 10은 그림 7,8,9에서 이용되었던 배경뇌파에 AR 모델을 설정하여 최대 엔트로피 스펙트럼 추정법(Maximum Entropy Spectral Estimation; MESE)으로 구한 파워 스펙트럼이다. 그림 10은 전형적인 배경뇌파의 파워 스펙트럼 분포를 나타내고 있으며, 그림 7,8에서 파워 스펙트럼 분포가 유사하게 나타나지만 고유값을 고려할 때 모델의 차수 5차는 적합한 차수로 선택할 수 없다. 그림 8과 그림 10을 비교하면 각 주파수에 대한 파워의 크기는 차이가 있으나 같은 데이터에 대한 파워 스펙트럼을 단지 6개의 주파수로 나타낸 것이며 배경뇌파의 주파수 대역을 고려할 때 각 대역에서의 파워를 대표하는 것으로 볼 수 있다. 그리고 차수 7의 그림 9는 같은 배경뇌파의 데이터로 처리하였음에도 불구하고 그림 10 또는 그림 8의 스펙트럼분포와 다른 것은 차수의 선택이 잘못되었기 때문이다. 그러므로 PHD에 의한 파워 스펙트럼 추정시 최적 차수는 6차이다.

표 1과 표 2는 피검자 10명을 대상으로 하여 MESE으로 구한 각 대역별 평균 파워 스펙트럼 백분율과 모델의 차수를 6차로 설정하고 PHD에 의해 구한 각 대역별 평균 파워 백분율을 나타낸 것이다.

표 1과 표 2에서 보는 바와 같이, MESE에 의한 스펙트럼 추정과 마찬가지로 PHD방법도 각 대역에서 파워 스펙트럼을 추정했으며 추정결과 대역에서 파워 스펙트럼이 가장 크게 나타났다. 이와같은 현상은 배경뇌파의 주성분이 1대역이라는 사실과 부합된다.

따라서 PHD에 의해서도 배경뇌파의 파워 스펙트럼 추정이 가능하다.

Table 1. Average band power centesimal rate(%) for 10 subjects by MESE.

SUBJECT NO.	DELTA BAND	THETA BAND	ALPHA BAND	BETA BAND
A	9.14	9.35	65.64	15.85
B	4.54	5.00	83.18	7.36
C	23.68	11.76	53.39	11.16
D	7.42	14.43	65.17	12.96
E	14.85	14.10	61.15	10.72
F	7.30	12.81	69.15	10.72
G	7.98	7.71	77.38	6.91
H	7.56	23.66	58.02	10.73
I	11.77	15.05	60.50	12.66
J	11.01	14.65	62.62	11.71

Table 2. Average band power centesimal rate(%) for 10 subjects by PHD.

SUBJECT NO.	DELTA BAND	THETA BAND	ALPHA BAND	BETA BAND
A	10.31	12.51	66.46	10.71
B	7.55	8.80	86.66	8.36
C	14.90	24.11	45.49	15.47
D	7.94	14.19	67.32	9.23
E	8.85	13.42	67.09	10.62
F	7.35	9.49	74.24	8.82
G	6.17	10.57	76.90	6.35
H	8.78	8.92	69.54	13.53
I	11.54	12.64	63.61	12.19
J	10.90	16.27	61.96	10.86

4. 결 론

배경뇌파의 시계열 데이터를 복합정현함수와 백색잡음으로 이루어진 확률과정으로 하여 PHD로 배경뇌파의 파워 스펙트럼을 추정한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 뇌파 시계열 데이터에 대한 자기 상관함수의 고유값의 변동차를 고려할 때 모델의 최적차수는 6차로 선택되어야 한다.

(2) 모델의 차수를 6차로 설정하고 PHD에 의해 구한 스펙트럼과 MESE에 의해 구한 스펙트럼을 비교하면 PHD는 단지 6개의 주파수로 배경뇌파의 주파수 성분을 나타내고 있으며 각 대역에서의 파워를 대표하는 값으로 나타내고 있다.

(3) 대역별 평균 파워 스펙트럼 백분율을 분석하여 본 결과 일반적으로 배경뇌파에서 파워 스펙트럼이 가장 크게 나타나는 α -대역이 PHD에 의해서도 다른 대역보다 큰 값으로 추정되므로 PHD는 배경뇌파의 파워스펙트럼을 추정할 수가 있다.

참 고 문 헌

- 1) Bunichi Fujimori M.D, "Analysis of Electrical Phenomena of the Brain, Method and their Application", Iga-ku Sho-in Ltd., 1966
- 2) G.Kiloh, A.J.McComas, "Clinical Electroencephalography", pp.64 - 87, Butterworths Ltd., 1981
- 3) John Makhoul, "Linear Prediction : A Tutorial Review", Proc. IEEE, Vol.63, pp.5 61 - 580, 1975
- 4) Anders Isaksson, A. Wennberg, L.H. Zetterberg, "Computer Analysis of EEG Signal with Parametric Models", Proc. IEEE, Vol.69, No.4 pp.451 - 461, 1981
- 5) J.A. Cadzow, "Spectral Estimation : An Overdetermined Rational Model Equation Approach", Proc. IEEE Vol.70, pp.907 - 939, 1982.
- 6) M. Nakamura, S. Nishida, "Quantitative Analysis of 'ORGANIZATION' by Feature Extraction of the EEG Power Spectrum", Electroencephalogr. Clin. Neurophysiol., Vol.60, pp.84 - 89, 1985
- 7) Nirode Mohanty, "Random Signals Estimation and Identification", pp.359 - 369, Van Nostrand Reinhold Co. Ltd., 1986
- 8) Steven M.Kay, S.L.Marple, JR. "Spectrum Analysis-A Modern Perspective", Proc.IEEE, Vol.69, No.11, pp.1380 - 1419, 1981
- 9) 崔甲石 "EEG 計測 시스템과 信號處理", 전자공학회지-의공 생체 공학 특집, Vol.13, No. 3, pp.20 - 28, 1986.