

<論 文>

축대칭 왕복 엔진의 흡입 및 압축과정에서
유동 및 열전달의 수치해석

강 신 형* · 이 창훈**

(1987년 1월 19일 접수)

Numerical Calculations of Flow and Heat Transfer in an Axisymmetric Reciprocating Engine at It's Suction and Compression Stage

Shin-Hyoung Kang and Chang-Hoon Lee

Key Words: $k-\epsilon$ Model($k-\epsilon$ 난류모델), Reciprocating Engine(왕복엔진), Unsteady Viscous Flow(비정상점성유동), Turbulent Flow(난류유동), Numerical Calculation(수치계산)

Abstract

Turbulent flows in an axisymmetric reciprocating engine are numerically simulated at it's suction and compression stage. Amounts of heat transfer through the wall of the cylinder are also estimated. $k-\epsilon$ turbulence model is adopted and the law of the wall is applied at grid-points near the wall.

More than 40×40 grids are required to reasonably predict flows and the 3-level finite difference scheme for the time derivative term appears to be effective rather than the 2-level scheme. Calculated mean velocity distributions shows good agreements with an available experimental data. The program reasonably simulates flow patterns and pressures throughout the suction and the compression stages of the reciprocating engine. Predicted intensities of turbulence are still deviated from measured data. Further researches for turbulence modeling are expected.

기호설명

a_n, a_p	: 유한차분식의 계수	R	: 기체상수
$C_\mu, C_D, C_1, C_2, C_3$: 난류모델상수	S	: 선회도
C_d	: 오리피스 유량계수	$S_\#$: 소스항
k	: 난류운동에너지	T	: 온도
l	: 벨브 양정	t	: 시간
P	: 압력	U, V, W	: (Z, r, θ) 방향의 평균속도
		U_{IN}	: 유입속도의 축방향성분
		$U_\#$: 피스톤속도
		$\bar{U}_\#$: 피스톤 평균속도
		U_r	: 벨브속도

* 정회원, 서울대학교 공과대학 기계공학과

** 서울대학교 대학원

V_{IN}	: 유입 속도의 반경 방향 성분
W_{IN}	: 유입 속도의 선회 방향 성분
(Z, r, θ)	: 원통좌표계
$Z,$: 피스톤 축방향 위치
Z_r	: 벨브 축방향 위치
α	: 벨브시트 각도
Γ_s	: 확산계수
γ	: 비열비
ϵ	: 난류운동에 너지 소산율
μ	: 점성계수
ξ	: 축방향 무차원좌표
ρ	: 밀도
σ	: 프란틀 수
σ_e, σ_k	: 난류 모델상수

1. 서 론

디젤엔진 등 직접분사식 엔진의 실린더내에서 발생하는 현상 즉, 흡기과정을 통한 공기의 유입·압축후 연료의 분사·확산·연소현상 및 열전달의 규명에 관한 연구는 엔진의 성능 향상 및 배기ガ스의 유해성 분석 등에 관한 연구의 필수적인 도구이다. 실제로 흡입구 및 벨브의 형태에 따른 선회 및 난류량은 압축과정을 통하여 연료와 공기의 혼합 및 연소현상에 직접 영향을 미치고 아울러 배기들의 성분에 많은 영향을 미치고 있다. 또한 흡입시의 실린더 벽면을 통한 열전달은 체적효율에 영향을 미치며 압축시의 열손실은 엔진의 열효율에 적지 않은 영향을 미치고 있다. 새로운 엔진의 개발 및 엔진성능의 향상을 위해서 그 동안 주로 실험에 의존하였으며 해석을 하더라도 열역학 제1법칙에 의존한 간단한 해석만을 해왔다. 그러나 컴퓨터 및 수치해석방법의 발달로 다차원 해석이 가능해졌으며 점차 엔진의 개발 및 설계에 응용되고 있다.

이에 관한 연구는 70년대 중반부터 여러 그룹들에 의해서 꾸준히 연구되어 오고 있으며 70년대의 연구 현황은 참고문헌⁽¹⁾, 그 이후 최근까지의 연구현황은 Gosman^{(2), (3)} 등에서 잘 다루고 있다. 실제 엔진은 연소실 구조 및 벨브의 편심 등에 의하여 기하학적으로 3차원이나 2차원 축대칭 모델엔진에 대하여 상당한 연구^{(4)~(22)}가 이루어져 있으며 3차원 유동에 관한 연구^{(23)~(29)}로 확장되고 있다. 2차원해석의 초기 단계로서 벨브가 없는 실린더 헤드의 중심에 흡입구가 있는 모델엔진에 대해서 비압축성 층류유동의 계산 및 실험이 Gosman 등⁽⁴⁾에 의하여 시도되었다. 곧이어 연소현상

이 수반되지 않은 압축 및 패창과정의 시뮬레이션으로 확장되었다⁽⁵⁾. Gosman and Watkins⁽⁶⁾는 비압축성 유동에서 개발된 $k-\epsilon$ 난류모델 및 벽법칙을 사용하여 축대칭 모델엔진에서의 유동장 및 온도장을 계산하였으며 이로부터 실린더 벽면에서의 열전달 계수를 구하여 기존의 실험에 의한 실험식과 비교하였다.

Ramos 등⁽⁷⁾은 벨브가 없는 모델엔진에 대해서 층류 및 난류유동의 계산을 통해 압축성 유동해석에 대한 새로운 알고리즘을 제시하였다.

Gosman, Johns and Watkins⁽⁸⁾는 여러 가지 모델엔진에 대해서 열선이나 LDV에 의한 실험과의 비교를 통해 수치예측의 정확도의 향상을 시도하였으며 El Tahry⁽⁹⁾는 압축 초기의 선회속도의 분포 및 난류량이 TDC(상사점)에서의 평균유동 및 난류량에 미치는 영향을 bowl-in-piston type의 모델엔진에 대해서 고찰하였다. Morel and Mansour⁽¹⁰⁾는 TDC에서의 난류 length scale의 고찰로부터 $k-\epsilon$ 난류모델의 압축성유동에서의 확장에 따른 새로운 상수 ' C_3 '의 합리적인 값을 제시하였다. Ahamdi-Befrui 등⁽¹¹⁾은 축대칭 모델엔진에 대하여 흡입 및 압축과정을 수치 시뮬레이션하여 실험치와 정성적으로 비교하였다. Grasso and Bracco⁽¹²⁾는 CONCHAS 코드⁽⁹⁾를 이용하여 화학종 방정식을 고려하여 이상화된 보울인피스톤형(bowl-in-piston type)의 엔진에서 TDC에서의 난류량 등을 계산하였다.

El Tahry⁽¹³⁾는 등방성가정 아래 압축성유동에서의 $k-\epsilon$ 난류모델의 상수 ' C_3 '의 새로운 값을 제시하였다. Jondoh 등⁽¹⁴⁾, Shimoda 등⁽¹⁵⁾, Ikegami 등⁽¹⁶⁾은 압축 및 패창과정에서 Swirl-Squish Interaction을 수치계산을 통해 고찰했다. Gosman and Johns⁽¹⁷⁾는 기존의 방법을 액체연료분사 시뮬레이션으로 확장하였으며 Ahamdi-Befrui 등⁽¹⁸⁾은 이를 더 확장하여 화학반응까지 포함하여 연소과정의 해석을 시도하였으며 Gosman and Harvey⁽¹⁹⁾는 난류영향을 고려한 연소모델로 확장하여 계산하였다. El Tahry^{(20), (21)}는 CONCHAS 코드를 Reynolds 응력 난류모델로 확장하여 $k-\epsilon$ 난류모델에 의한 결과와의 비교를 통해 난류모델의 수정을 시도하였으며, Kido 등⁽²²⁾은 $k-\epsilon$ 난류모델의 상수 C_1, C_2, C_3 의 새로운 값을 제시하였다. Griffin 등⁽²³⁾은 3차원 계산을 시도했으며, Duggal 등⁽²⁴⁾은 PICALO 코드를 이용하여 연료의 분사과정을 3차원 해석하였다. Gosman 등⁽²⁵⁾은 계산시간을 줄일 수 있는 새로운 알고리즘을 이용하여 벨브가 편심된 3차원 엔진에서의 흡입 및 압축과정을 수치시뮬레이션하여 실험과 정

Table 1 Definitions of coefficients in eq. (3)

Equation	ϕ	Γ_*	S_*
Continuity	1	0	0
z -momentum	U	μ_{eff}	$-\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \mu_{\text{eff}} \frac{\partial V}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu_{\text{eff}} \frac{\partial U}{\partial z} \right) - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial z} (\mu_{\text{eff}} \Theta + \rho k)$
r -momentum	V	μ_{eff}	$-\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \mu_{\text{eff}} \frac{\partial V}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu_{\text{eff}} \frac{\partial U}{\partial r} \right) - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial r} (\mu_{\text{eff}} \Theta + \rho k) - 2 \mu_{\text{eff}} \frac{V}{r^2} + \frac{\rho W^2}{r}$
θ -momentum	W	μ_{eff}	$-\frac{W}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r \mu_{\text{eff}}) - \frac{\rho V W}{r}$
Energy	T	$\frac{\mu + \mu_t}{\sigma + \sigma_t}$	$\frac{1}{C_p} \left(\frac{\partial p}{\partial t} + V \frac{\partial p}{\partial r} + U \frac{\partial p}{\partial z} \right) + \frac{1}{C_p} G$
Turbulence energy	k	$\frac{\mu_{\text{eff}}}{\sigma_k}$	$G - C_D \rho \epsilon$
Dissipation rate	ϵ	$\frac{\mu_{\text{eff}}}{\sigma_\epsilon}$	$(C_1 G - C_2 \epsilon) \frac{\epsilon}{k} + C_3 \rho \epsilon \Theta$
$G = \mu_{\text{eff}} \left[2 \left(\left(\frac{\partial V}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{V}{r} \right)^2 + \left(\frac{\partial U}{\partial z} \right)^2 \right) + \left(r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{W}{r} \right) \right)^2 + \left(\frac{\partial W}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial z} + \frac{\partial U}{\partial r} \right)^2 \right] - \frac{2}{3} \Theta (\mu_{\text{eff}} \Theta + \rho k)$			
$\Theta = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r V) + \frac{\partial U}{\partial z}$			
$C_\mu = 0.09 \quad C_D = 1.0 \quad C_1 = 1.44 \quad C_2 = 1.92 \quad C_3 = 1.0 \quad \sigma_k = 1.0 \quad \sigma_\epsilon = \kappa^2 / (C_2 - C_1) C_\mu^{1/2}$			

성적으로 비교하였다. Ikegami 등⁽²⁷⁾은 Shrouded 뱀브가 부착된 엔진내에서의 유동을 계산하여 실험과 비교하였다. Johns⁽²⁸⁾는 편심된 보울인퍼스톤 엔진내에서의 압축과정에서의 Swirl-Squish interaction을 수치시뮬레이션하였다. Amsden 등⁽²⁹⁾은 CONCHAS 코오드를 3차원으로 확장하여 연료혼합 및 화학반응을 고려하여 해석을 시도하였다. 위에서 열거한 바와 같이 3차원 유동의 해석이 여러 그룹들에 의해 시도되고 있으나 비교할 실험자료의 빈곤 및 계산의 비경제성 등으로 인해 아직 신빙성 있는 결과를 내놓고 있지는 못한 실정이다. 오히려 2차원 축대칭 엔진에 대해서 기존의 실험자료^(11, 30~34)와의 비교를 통해 수치시뮬레이션의 예측능력을 향상시키는 연구가 현 단계에서 바람직하다.

본 연구는 이러한 예측능력 향상에 중점을 두어 2차원 축대칭 모델엔진 실린더내의 유동장 및 열전달특성을 예측할 수 있는 새로운 코오드를 개발하여 실험자료⁽¹¹⁾와의 비교를 통해 프로그램을 검증하고 흡입 및 압축과정을 수치시뮬레이션한 결과를 보고하고자 한다. 아울러 선회속도의 영향도 고찰하였다. 난류모델은 $k-\epsilon$ 난류모델을 압축성 효과가 고려되도록 수정된 모델⁽⁶⁾을 사용하였으며 TEACH 코오드⁽³⁵⁾를 기본으로 하여 비정상 압축성 유동을 풀 수 있는 새로운 알고리즘을 개발하여 수정하였다.

2. 지배방정식 및 경계조건

2.1 지배방정식

축대칭 유동의 경우 지배방정식은 연속방정식, 운동량(축방향, 반경방향, 선회방향)보존방정식, 에너지보존방정식, 난류에너지 및 난류소산을 전달방정식 그리고 이상기체 방정식이 되며 종속변수는 축방향속도성분 U , 반경방향 속도성분 V , 선회방향 속도성분 W , 압력 p , 온도 T , 난류에너지 k , 소산율 ϵ 등이다. 비정상 압축성 축대칭 유동에 대한 지배방정식은 다음과 같이 일반적인 형태로 쓸 수 있다⁽⁸⁾.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\rho \phi) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho U \phi) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \rho V \phi) \\ = \frac{\partial}{\partial z} \left(\Gamma_* \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \Gamma_* \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) + S_* \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 ϕ, Γ_*, S_* 는 Table 1에 각각 요약하였다.

유효점성계수 μ_{eff} 는 다음과 같이 표시될 수 있다.

$$\mu_{\text{eff}} = \mu + \mu_t \quad (2)$$

여기서 난류 점성계수 μ_t 는 $k-\epsilon$ 난류모델에 의하여 다음과 같이 주어진다.

$$\mu_t = C_\mu \rho k^2 / \epsilon \quad (3)$$

2.2 경계조건 및 초기조건

비정상 타원형 편미분 방정식을 해석하기 위해서는 경계조건과 초기조건이 필요하다. Fig. 1에서 실린더헤드, 실린더벽, 퍼스톤면, 뱀브면 그리고 흡입과정에

서 유량이 유입되는 유입면에서 적절한 경계조건이 필요하다. 우선 유입면에서의 경계조건을 살펴보면 먼저 유입유량이 결정되어야 한다. 유입유량은 압축성효과를 고려하여 가역단열 팽창과정으로 가정하여 다음의식으로부터 구할 수 있다⁽⁶⁾.

$$\dot{m} = C_d \rho_u A_d \sqrt{\gamma R T_*} \\ \sqrt{\frac{2}{\gamma-1} \left(\frac{P_d}{P_u} \right)^{2/\gamma} \left(1 - \left(\frac{P_d}{P_u} \right)^{1/\gamma} \right)} \quad (4)$$

여기서 유량계수 C_d 는 일반적인 오리피스 방정식의 유량계수의 0.6의 값을 사용한다. 하첨자 u 는 상류 d 는 하류를 의미한다. 이러한 C_d 값의 사용에 대해서는 Bicen 등⁽³⁶⁾의 실험에서 어느정도 근거를 제시하고 있다. 유입속도 V_{IN} 은 윗 식에 의한 유량으로부터 유입면에 걸쳐 일정하게 가정한다. 벨브시트 각도 α 에 의하여 축방향 유입속도 성분 U_{IN} , 선회속도 성분 W_{IN} 은 다음과 같이 유입면에 걸쳐 일정하게 가정한다.

$$U_{IN} = V_{IN} \tan \alpha \\ W_{IN} = \sqrt{U_{IN}^2 + V_{IN}^2} \cdot S = U_0 S \quad (5)$$

여기서 α 는 벨브시트면과 실린더 헤드가 이루는 각이며 S 는 벨브입구에서 선회량을 나타내 매개변수이다. 흡입난류에너지 k_{IN} 은 $0.01 U_0^2$, 흡입소산율 ϵ_{IN} 은 $3.65 k_{IN}^{3/2}/l$ 로 가정하였으며 l 는 순간적인 벨브 간격이다⁽¹¹⁾. 흡입온도는 295K로 일정하게 가정하였다.

그 외에 실린더헤드, 실린더벽, 피스톤면 그리고 벨브면에서는 온도는 340K의 동온으로 가정했으며 벽면에 평행한 속도성분에 대해서는 벽법칙을 사용하였다. 선회속도가 있을 경우까지 고려하였으며 구체적인 경계조건은 참고문헌^(37, 38)에 상세히 설명되었다.

실제 엔진에서의 초기조건은 연소, 팽창 및 배기과정 이후 잔여가스의 상태가 되겠으나 본연구에서는 이를 다루지 않았다. 특히 본 연구에서는 참고문헌⁽¹¹⁾의 실험치와 계산치를 비교하고 있기 때문에 초기조건으로서

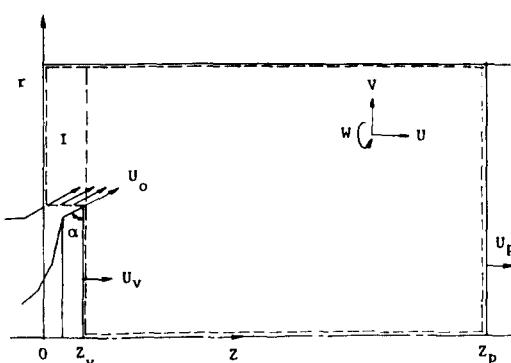


Fig. 1 Coordinate system

유동은 정체되어있고 온도는 295K로 일정하다고 보았다.

2.3 좌표변환

움직이는 경계(피스톤, 벨브)를 갖는 영역에서 계산이 이루어져야 하므로 Fig. 1에서와 같이 영역으로 나누어 다음과 같이 좌표축을 취한다.

$$\xi = \frac{Z - Z_s}{Z_r - Z_s}, \quad \xi \geq 0$$

$$\xi = \frac{Z - Z_r}{Z_s}, \quad \xi \leq 0 \quad (6)$$

즉 ξ 라는 무차원 변수를 이용하여 피스톤이나 벨브의 움직임에 따라 수축, 팽창하는 좌표계를 취한다. 새로운 변수 (t, ξ, r) 에 대하여 지배방정식을 변환시키면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{1}{Z_r} \frac{\partial}{\partial t} (\rho Z_r \phi) + \frac{1}{Z_r} \frac{\partial}{\partial \xi} (\rho \tilde{U} \phi) \\ + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \rho V \phi) = \frac{1}{Z_r} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{I_s \partial \phi}{Z_r \partial \xi} \right) \\ + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r I_s \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) + S_s \end{aligned} \quad (7)$$

여기서 $\tilde{U} = U - U_r - \xi U_r$ 로서 움직이는 좌표계에 대한 상대속도이고 U_r, Z_r 은 다음과 같다.

$$U_r = U_p - U_s, \quad Z_r = Z_p - Z_s, \quad \xi \geq 0 \text{ 일 때}$$

$$U_r = U_s, \quad Z_r = Z_s, \quad \xi < 0 \text{ 일 때} \quad (8)$$

S_s 도 좌표변환에 따라 적절히 수정되나 나타내지 않았다.

여기서 하첨자 p, s 는 각각 피스톤, 벨브를 나타낸다. 벨브가 닫힌 경우 즉 순수한 압축행정 시에는 Fig. 1에서 영역 I은 없어지게 되고 $0 \leq \xi \leq 1.0$ 이 된다.

피스톤 벨브의 위치 (Z_p, Z_s) 속도 (U_p, U_s) 등은 회전수(rpm)에 따라 크랭크각의 함수로 주어진다.

3. 수치해석

3.1 유한차분 방정식

변환된 지배방정식을 공간에 대해서 계어체적에 대하여 적분하고 시간에 대해서는 Taylor 시리아즈로 전개하여 차분화된 대수방정식을 얻는다. 일반적으로 많이 쓰이는 엇갈림 격자를 사용하였다. 공간에 대해서는 hybrid scheme을 사용하였으며 시간에 대해서는 1차 정확도(2 베벨 시간단계) 차분화 및 2차 정확도(3 베벨 시간단계) 차분화 비교 사용되었다. 1차 정확도 차분화의 경우는

$$\frac{\partial}{\partial t} (r \rho Z_r \phi) = \frac{(\rho Z_r \phi) - (\rho Z_r \phi)^0}{\Delta t} \quad (9)$$

로 차분화하였다. 2차 정확도 차분화의 경우에는

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho Z, \phi) = \frac{3(\rho Z, \phi) - 4(\rho Z, \phi)^0 + (\rho Z, \phi)^{00}}{24t} \quad (10)$$

로 하였다. 이들을 이용하면 결국 차분화된 지배방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$a_s \phi_s = \sum a_n \phi_n + S_{ss} \bar{V}_s + a_s^0 \phi_s^0 + a_s^{00} \phi_s^{00} \quad (11)$$

여기서의 계수 a_s, a_n 등은 대류와 확산을 고려한 계수이며 \bar{V}_s 는 제어체적이며 상첨자 0은 한 시간단계 이전에서의 값을 상첨자 00은 두시간 단계이전에서의 값을 의미한다. 압력의 계산은 연속방정식, U, V 운동량 방정식으로부터 국부적인 압력수정을 하는 SIMPLE 알고리즘⁽⁴⁰⁾을 압축성을 고려하도록 수정하여 사용하였으며 이상의 자세한 내용은 참고문헌⁽³⁹⁾에 설명되어 있다.

3.2 수치해석 알고리즘

차분화된 대수방정식을 time-marching 해가며 풀게 되며 각 시간간격마다 다음과 같은 단계에 따라 해를 구해나갔다.

(1) 가정되거나 또는 이전 시간단계에서 얻어진 압력장에 의해 오리피스방정식에 의하여 입구유량이 결정되고 경계조건이 결정된다.

(2) 이러한 경계조건 하에 U, V 운동량 차분방정식을 푼다.

(3) 구해진 속도장으로 연속방정식이 만족되도록 압력을 보정하고 또한 속도·밀도 등이 보정된다.

(4) 기타변수(k, ε, T, W)에 대한 차분방정식을 푸다.

(5) 구해진 온도장과 압력장에 의하여 다시 밀도가 보정된다.

과정 (1)~(5)가 비선형 연립 차분방정식을 만족시킬 때까지 반복된다. 수렴을 빨리시키기 위해 block correction 방법을 사용했으며 line by line 방법에 의하여 왕복 TDMA를 각각 축방향, 반경방향으로 사용했다.

계산을 통해 수렴조건은 다음의 식을 이용하여 반복계산에 따른 변수 즉 축방향속도, 반경방향속도, 압력의 변화량의 최대값으로 사용하였다.

$$\frac{\text{MAX}|\phi - \phi^*|}{\text{MAX}|\phi|} \leq 0.01 \quad (12)$$

4. 계산결과 및 검토

본 계산에서 사용된 격자체를 Fig. 2에 나타내었다. 반경방향·축방향으로 각각 기본적으로 20개의 격자점을 취했으며 격자수에 따른 변화를 살펴보기 위해 각 30개, 40개로 늘려서 계산하였다. 모델엔진의 기하학적 변수는 Table 2에 나타내었다. 실험치와의 비

교를 위해서 참고문헌⁽¹¹⁾의 모델엔진을 취하였다. 시간간격은 기본적으로 크랭크 각 (DCRAN) 5°로 하였으며 회전수는 200rpm이며 따라서 시간간격 At 는 0.00417초에 해당한다. 대기의 밀도·점성계수·실린더 직경 그리고 퍼스톤 평균속도에 의한 Reynolds 수는 2.796×10^3 이다. 작동 유체는 공기로 하여 이상기체로 취급하였고 유체의 점성계수와 비열은 일정하다고 보았다.

유량계수 C_d 는 0.6을 사용하였으나 실제로 C_d 는 계산상 유량보다는 실린더내의 압력에 영향을 미치는 것에 관찰되었다. 전체적인 연속방정식을 만족시키기 위해 흡입유량은 거의 C_d 의 값에 의존하지 않으나 사용한 오리피스 방정식에 의해 실린더내의 압력의 크기는 C_d 의 값에 의존하였다. 따라서 합리적인 압력의 예측을 위해 유량계수에 대한 연구가 필요하다.

선회속도가 없는 경우 시간 미분항의 1차 정확도의 차분화에 의한 결과와 2차 정확도의 차분화에 의한 결과를 비교하기 위해 유입되는 유량을 Fig. 3에 비교도시하였다. 경계면(퍼스톤·밸브)이 움직이는 상황에서 연속방정식이 만족되기 위한 흡입유량이 시간 미분항과 밀접한 관계를 가지기 때문에 흡입초기의 유량의 비교에 의하여 시간미분항 차분화의 정확도를 조사할

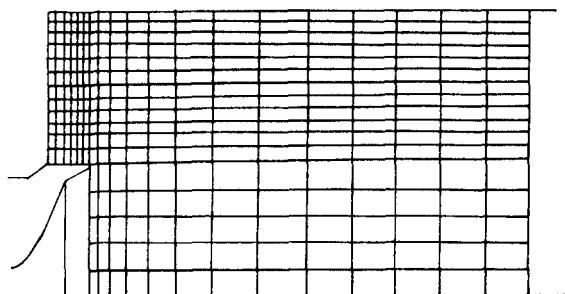


Fig. 2 Grid arrangement for numerical calculations

Table 2 Characteristics of piston-cylinder assembly⁽¹¹⁾

Bore	75.0mm
Stroke	94.0mm
Compression ratio	3.5
Connecting rod length	363.5mm
Intake valve:	
Diameter	34.0mm
Maximum lift	7.3mm
Seat angle	60.0deg
Opens at	6.0deg BTDC
Closes at	44.0deg ATDC

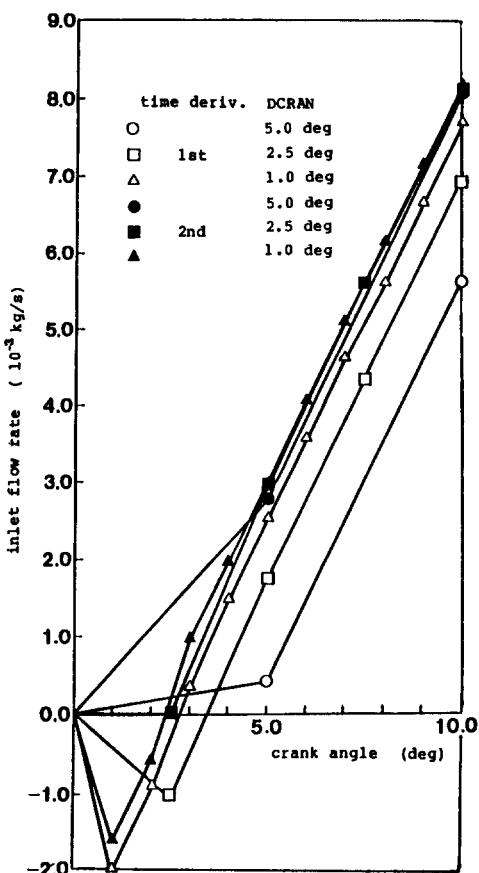
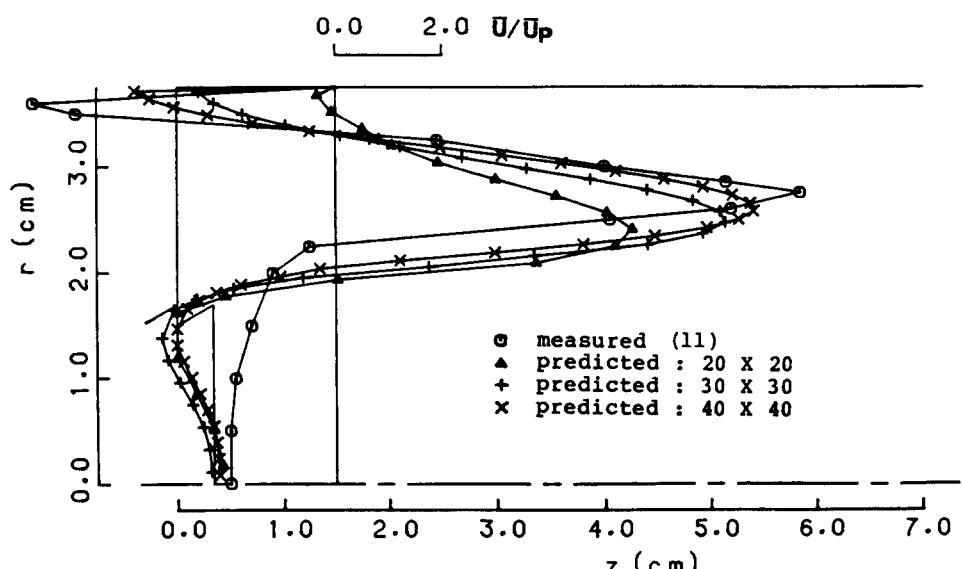


Fig. 3 Effects of 2nd order accurate temporal scheme

수 있다. 시간간격 즉 DCRAN의 세분화에 따라 2차 정확도의 3-level scheme이 훨씬 빨리 수렴되고 있음을 알 수 있다. 초기의 흡입유량이 음수가 되는 것은 벨브의 압축이 피스톤의 팽창을 앞지르기 때문이다. 위의 비교로부터 계산시간 등을 고려할 때 2차정확도의 차분화와 DCRAN이 5.0deg에 의한 계산이 어느 정도 만족스러운 결과를 보여준다고 생각된다.

Figs. 4~7은 격자의 세분화에 따른 영향을 실험치⁽¹¹⁾와 비교해서 나타낸 것이다. 이때 시간에 대해서는 2차정확도 차분화와 시간간격 5.0deg로 하였다. Figs. 4, 5는 크랭크각 36deg에서 축방향위치 $Z=15\text{mm}$ 에서의 평균축방향속도, 난류강도의 반경 방향 분포를 각각 나타낸 것이다. 격자수를 점차 증가시킴에 따라 평균 속도분포는 실험치에 접근해감을 알 수 있다. 그러나 계산된 난류강도($=\sqrt{2k/3}/\bar{U}_s$)는 실험치와 상당한 차이가 있음을 알 수 있다. Figs. 6, 7은 크랭크각 90deg에서의 비교를 나타낸 것이다. 마찬가지로 정성적으로는 비슷한 경향을 나타내고 있으나 정량적으로는 상당한 오차가 있다.

격자수의 증가에 따른 흡입유량의 변화를 Table 3에 비교하였다. 시간간격의 세분화에 따라 수렴치에 점차 증가해서 접근했던 경향에 비해 격자수를 증가시킴에 따라 점점 감소하여 수렴치에 접근하는 경향을 나타내고 있다. 이는 벽면에서의 열전달과 관련이 있다. Table 4에 나타낸 바와 같이 실린더·의 체적평균온도(bulk temperature)의 격자수에 따른 변화로부터 알 수

Fig. 4 Effects of grid refinement-radial profiles of axial mean velocity at $z=15\text{mm}$ at crank angle=36deg.

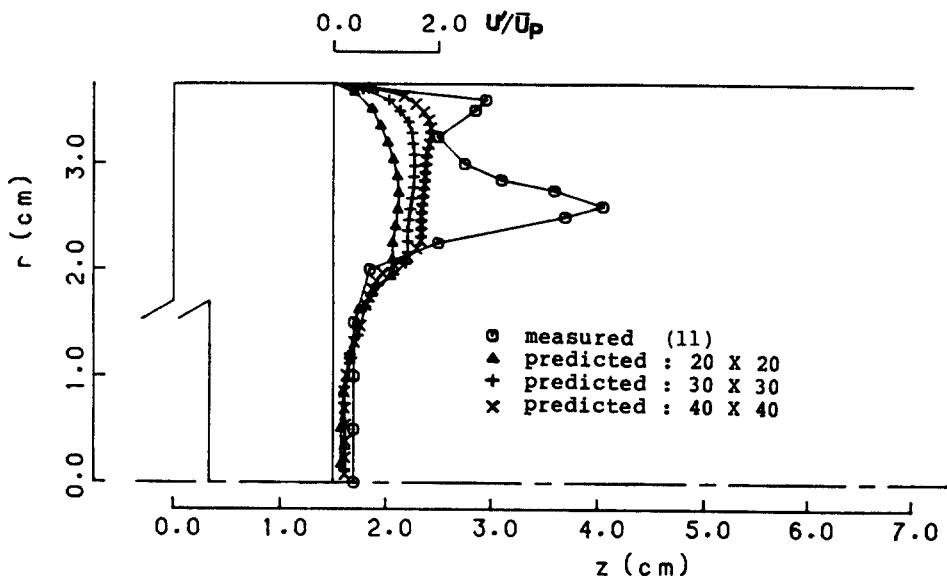


Fig. 5 Effects of grid refinement-radial profiles of turbulence intensity at $z=15\text{mm}$ at crank angle=36deg.

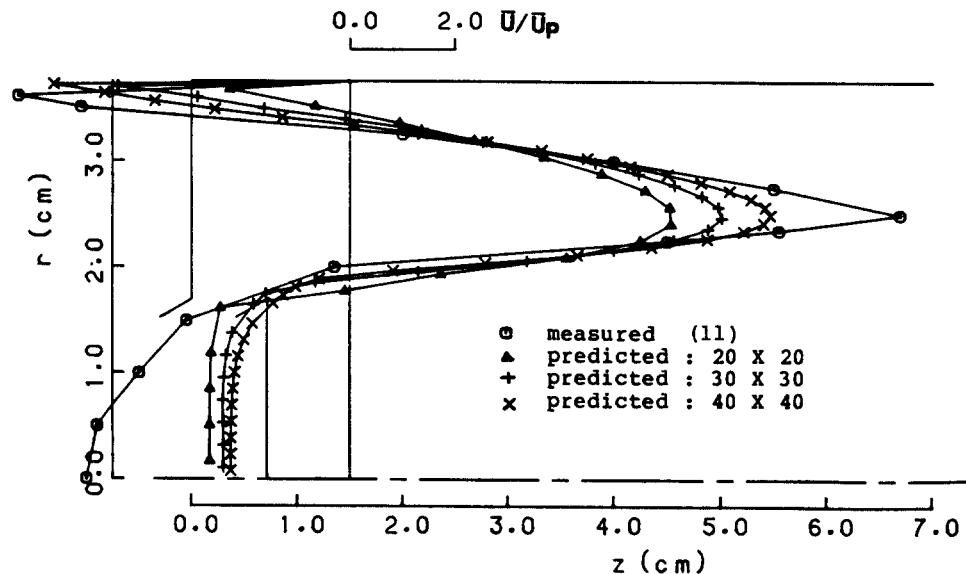


Fig. 6 Effects of grid refinement-radial profiles of axial mean velocity at $z=15\text{mm}$ at crank angle=90deg.

있다. 즉 벽면(실린더헤드·실린더벽)을 통한 총 열량이 격자수의 증가에 따라 점차 증가하여 수렴치에 접근하는 것을 볼 수 있다. 따라서 평균온도가 격자수에 따라 증가하여 실린더내의 공기가 팽창하여 따라서 흡입유량이 감소하고 있다. 이러한 흡입유량은 채적효율과 관련되므로 흡입유량을 정확히 예측하는 것이 필요하고 이를 위해서는 벽면에서의 열전달 현상을 합리적으로 고려해야 한다. 계산상으로 격자수의 증가에 따

라 변하지 않는 수렴된 해를 얻기 위해서는 격자수가 적어도 각 방향으로 40개이상이 필요한 것으로 짐작된다. 본 연구에서는 다루지 못하였으나 기존연구 결과를 종합할 때 다음 몇가지의 오차요인을 생각할 수 있다. 우선 주된 요인으로 유입면에서의 부정확한 경계조건을 들 수 있다. 계산상으로는 반경방향, 축방향 및 선회방향 속도성분을 유입면에 걸쳐 일정하게 분포하였으며 유입각도도 벨브시트각 60° 를 벨브간격의 변

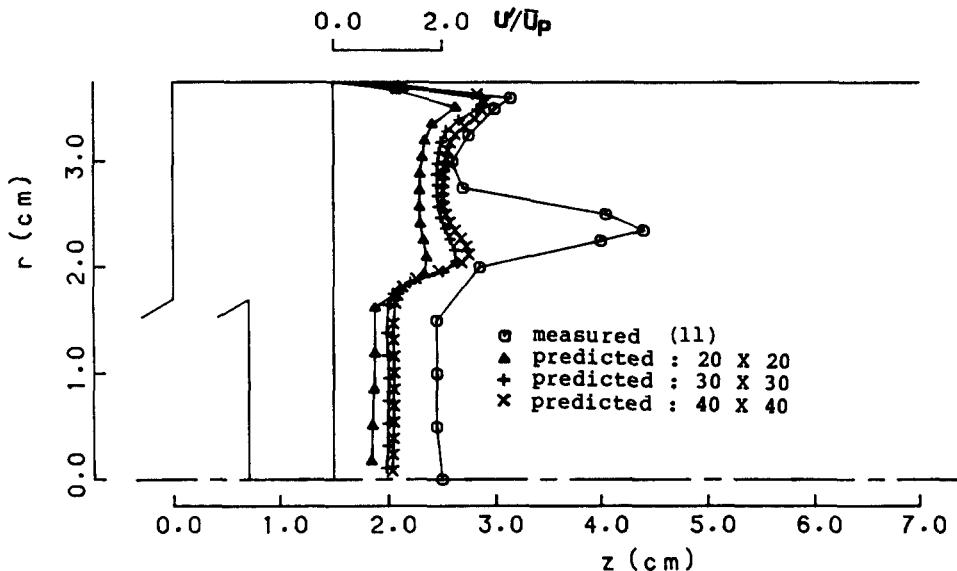


Fig. 7 Effects of grid refinement-radial profiles of turbulence intensity at $z=15\text{mm}$ at crank angle=90deg.

Table 3 Effects of grid refinement on the inlet flow rate

Crank angle (deg)	Inlet flow rate (10^{-3}kg/s)		
	20×20	30×30	40×40
5.0	0.281	0.252	0.233
10.0	0.811	0.791	0.782
15.0	1.33	1.31	1.30
20.0	1.81	1.80	1.79
25.0	2.28	2.27	2.26
30.0	2.72	2.71	2.70
35.0	3.13	3.11	3.10
40.0	3.50	3.48	3.47
45.0	3.84	3.82	3.80
50.0	4.15	4.11	4.09
55.0	4.40	4.37	4.34
60.0	4.62	4.58	4.55
65.0	4.80	4.75	4.72
70.0	4.93	4.88	4.85
75.0	5.07	5.02	4.99
80.0	5.10	5.06	5.02
85.0	5.11	5.06	5.02
90.0	5.08	5.03	4.99

Table 4 Effects of grid refinement on bulk temperature and total wall heat flow rate

Crank angle (deg)	Bulk temp. K (heat flow rate 10W)		
	20×20	30×30	40×40
5.0	295.5(2.983)	295.6(3.650)	295.7(4.128)
10.0	296.0(2.183)	296.3(2.615)	296.4(2.814)
15.0	296.5(2.035)	296.8(2.323)	297.1(2.377)
20.0	296.9(1.963)	297.3(2.142)	297.6(2.135)
25.0	297.3(1.920)	297.8(2.047)	298.0(2.050)
30.0	297.6(1.917)	298.1(2.055)	298.4(2.155)
35.0	297.9(1.947)	298.5(2.166)	287.7(2.434)
40.0	298.1(2.006)	298.7(2.349)	299.1(2.770)
45.0	298.3(2.085)	299.0(2.580)	299.4(3.105)
50.0	298.5(2.182)	299.3(2.833)	299.8(3.443)
55.0	298.7(2.284)	299.5(3.071)	300.1(3.769)
60.0	298.8(2.383)	299.7(3.266)	300.4(4.041)
65.0	298.9(2.477)	299.9(3.431)	300.7(4.267)
70.0	299.0(2.572)	300.1(3.586)	300.9(4.472)
75.0	299.1(2.682)	300.3(3.754)	301.2(4.678)
80.0	299.2(2.793)	300.5(3.918)	301.4(4.867)
85.0	299.3(2.906)	300.6(4.075)	301.6(5.040)
90.0	299.4(3.018)	300.8(4.224)	301.9(5.198)

화에 무관하게 일정하게 가정하였다. 또한 유량계수 C_d 의 벨브간격에 따른 변화를 무시하였다. 그러나 실제로 벨브의 형상 및 유입각도, 벨브간격에 따라서는 벨브시트 또는 벨브 텁 근처에서 박리현상이 발생하는

것이 Bicen 등⁽³⁶⁾의 실험에서 관찰되었다. 이러한 박리상은 유입면적을 감소시키는 효과를 나타내므로 실제 유입속도의 최대값은 오리피스 방정식으로부터 유입면에 일정하게 구해진 유입속도보다 큰 값을 가질

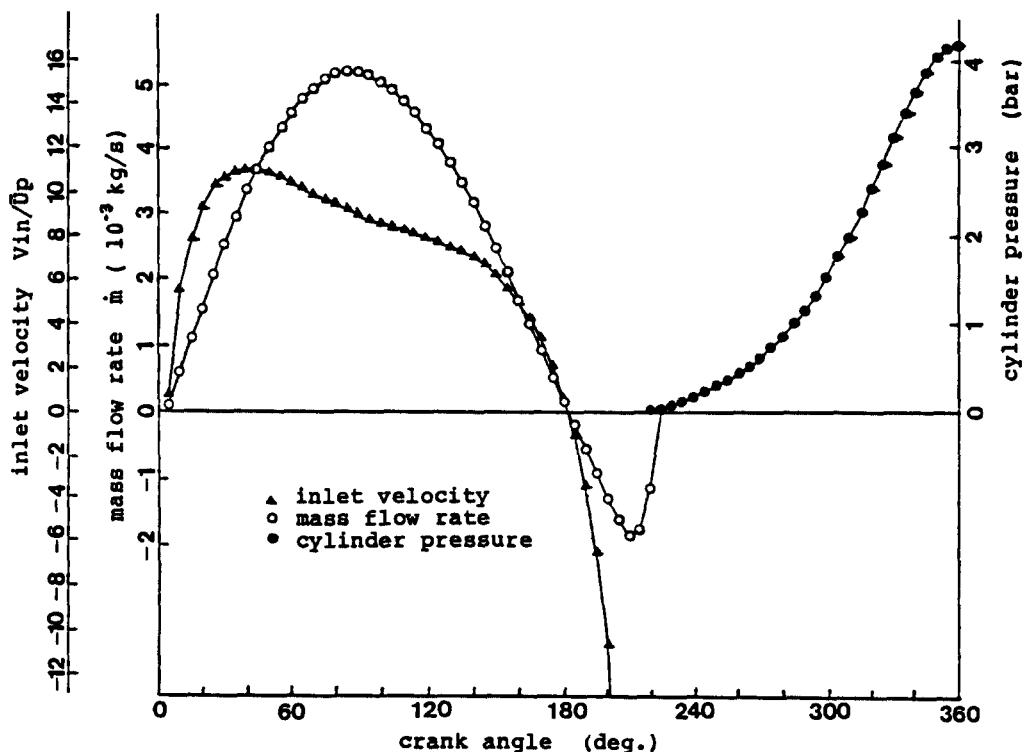


Fig. 8 Variation of mass flow rate, inlet velocity, cylinder pressure with crank angle

것이다. 또 다른 오차요인으로는 수치계산시 발생하는 오차를 들 수 있다. 유입속도가 격자와 경사를 이루고 있으므로 격자의 세분화에 따른 비교로 부터 알 수 있듯이 수치확산이 상당히 포함되어 있을 것으로 보인다⁽²⁰⁾. 또 다른 커다란 오차의 원천은 난류모델링의 불완전성을 들 수 있다. $k-\epsilon$ 난류모델의 압축성유동에서의 확장 사용에 따른 문제, 예를 들어 ϵ -방정식에서의 새로운 상수 ' C_3 '에 대하여는 아직도 많은 논란이 있다^(6,7,10,13,22,41). 또한 벽법칙의 사용에도 문제점이 제기되고 있다⁽⁴¹⁾.

계산으로서 선회속도가 없는 경우와 있는 경우에 대해서 각각 크랭크각 0deg.(흡입전 TDC)에서부터 360 deg.(압축후 TDC)까지 수행되었다. 이 때에는 정성적인 특성을 파악하는 데 관심을 두었기 때문에 격자수는 20×20 으로 하였다. Fig. 8에 선회속도가 없는 경우의 흡입유량, 유입속도 및 압력의 크랭크각에 따른 변화를 도시하였다. 흡입과정에서의 압력은 압축과정에 비해 상당히 작으며 공간상의 분포를 가지기 때문에 표시하지 않았다. 압축과정에서의 압력은 벽면에서의 열손실 및 내부의 열소산등에 의하여 단열 가역과

정에서의 폴리트로픽 지수 1.4에 못미치는 1.37에 의하여 증가하고 있다.

Fig. 9는 선회속도성분이 없을 때의 계산결과를 몇몇 선택된 시간에서의 속도장을 베틀량으로 나타낸 것이다. Fig. 10은 그 시간에서의 난류강도의 분포를 나타낸 것이다. 속도베틀의 분포로부터 흡입과정 초기에 두개의 와류가 실린더헤드와 실린더벽이 만나는 모서리와 가운데에 각각 형성되는 것을 관찰할 수 있다. 실린더헤드와 벽사이의 시계반대방향의 작은 와류는 크랭크각 180deg.에서는 거의 소멸해 가고 있음을 알 수 있다. 그 이후 압축과정에서 거의 소멸되며 가운데의 시계방향의 큰와류는 압축과정을 거쳐서 상사점에 이르렀을 때도 미세하나마 세력을 유지하고 있다. 난류강도는 흡입과정 초기를 통하여 대체로 웰브팀에서 전단에 의하여 증가하다가 흡입과정 말기에는 크게 감쇠하고 있다. 그러나 압축과정을 통하여는 크게 감쇠하지 않고 거의 일정한 값을 유지하고 있음을 관찰할 수 있다. 압축후 상사점에 도달했을 때 대체로 0.5~0.7 \bar{U} ,의 분포를 갖게 된다.

선회속도가 있는 경우 계산결과를 Figs. 11~13에

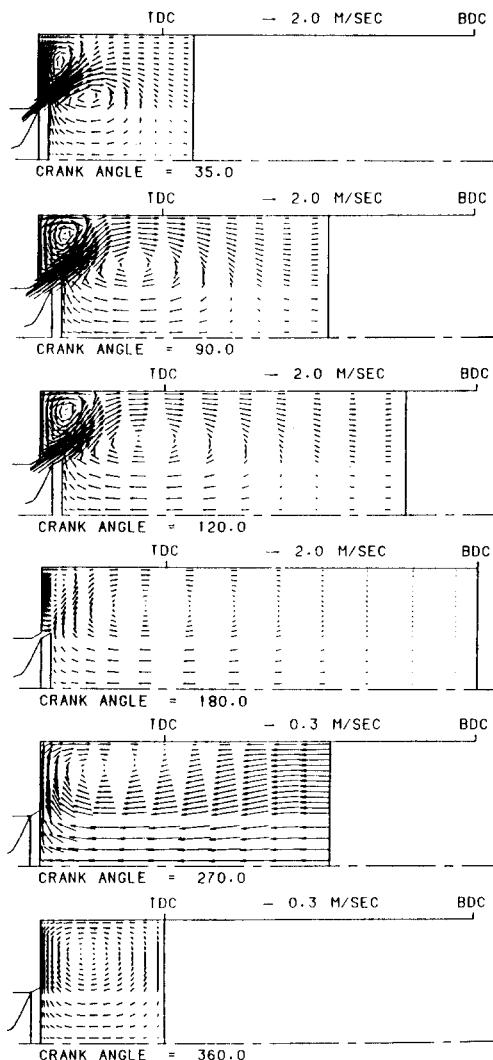


Fig. 9 Predicted mean velocity vectors at selected angles without swirl

도시하였다. Fig. 11은 $r-z$ 평면에서의 속도분포를 빼더로 나타낸 것이며 Fig. 12는 난류강도의 분포를 그리고 Fig. 13은 선회속도 성분을 선택된 위치에서 나타낸 것이다. 선회속도가 없는 경우와 비교해 볼 때에 가운데의 큰 악류의 중심이 약간 반경 방향으로 밀려나 있으며 와류의 강도가 선회속도에 의하여 약해져 있다. 크랭크각 20deg. 부근에서는 중심선 부근에서 또 다른 반시계방향의 작은 와류들이 벨브면 및 피스톤면과 만나는 부근에서 형성되는 것을 볼 수 있다. 크랭크각 180deg. 즉 하사점에 이르렀을 때 가운데의 큰 와류는 거의 소멸하고 오히려 실린더헤드와 벽사이의 작은 와

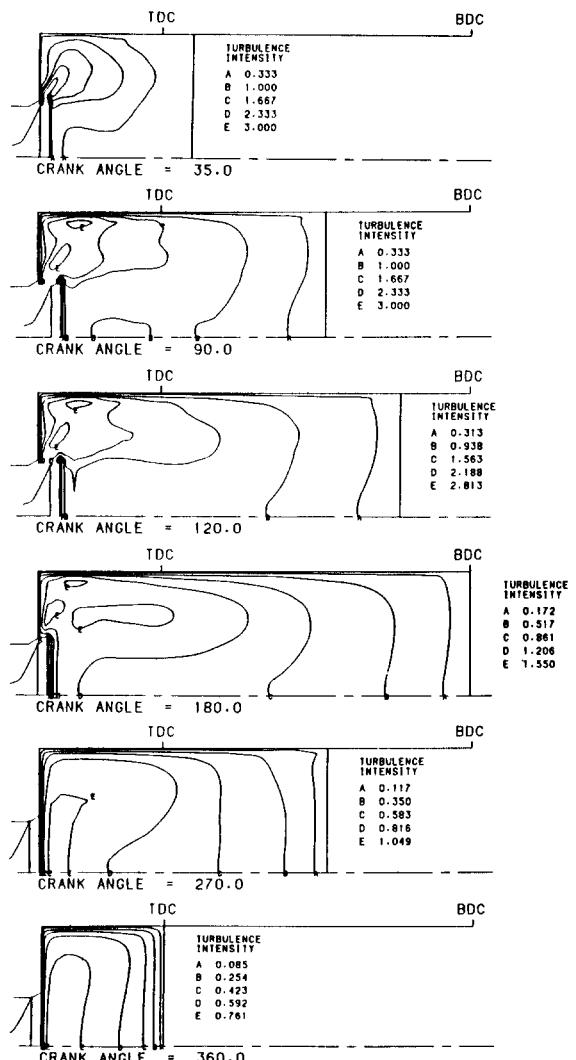


Fig. 10 Predicted turbulence intensity contours at selected angles without swirl

류가 어느정도 강도를 가지고 남아 있음을 볼 수 있다. 압축과정을 통하여는 모서리의 작은 악류들이 감쇠하면서 거의 축방향으로 선형적인 속도의 분포를 갖게되며 상사점에서는 $r-z$ 평면에서의 평균유동은 거의 소멸된다. 난류강도의 분포는 흡입초기에는 선회속도가 없는 경우와 유사한 분포를 취하나 선회속도에 의하여 약간 큰 값을 갖는다. 압축과정에는 난류강도의 최대값의 위치가 피스톤 벽으로 약간 접근하고 있고 상사점에서는 $0.5 \sim 0.8 \bar{U}_e$ 의 분포를 가진다. 피스톤면 근처는 흡입초기에는 거의 0에 가까운 선회속도를 가지나 120deg.에서는 최대값을 갖는다. 90~120deg.에서는

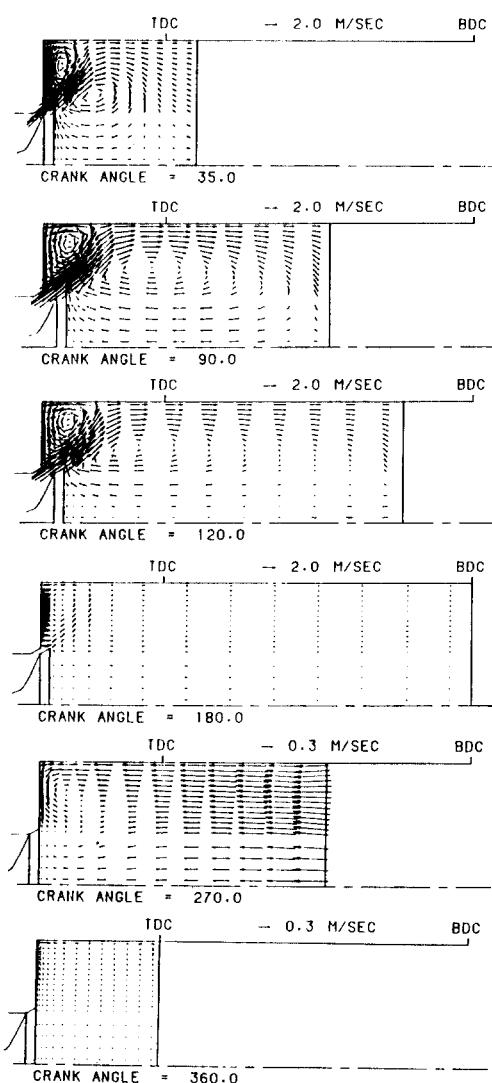


Fig. 11 Predicted mean velocity vectors at selected angles with swirl

$r-z$ 평면에서의 평균운동의 분포를 살펴보면 유체입자가 벨브근처에서는 중심선에서 멀어지고 피스톤근처에서는 중심선을 향하는 운동을 하고 있다. 따라서 각 운동량 보존에 의하여 벨브면 근처에서는 회전반경이 짚어짐에 따라 선회속도 성분이 감소하고 피스톤근처에서는 반대로 회전반경이 짚어짐에 따라 선회속도가 증가하는 것을 관찰 할 수 있다. 그러나 압축과정을 통해서 선회속도는 고체회전의 분포를 갖는 것을 볼 수 있다. 압축과정을 통하여 거의 일정한 강도를 유지하고 있다. 360deg.에서는 최대선회속도는 약 $3\bar{U}$,

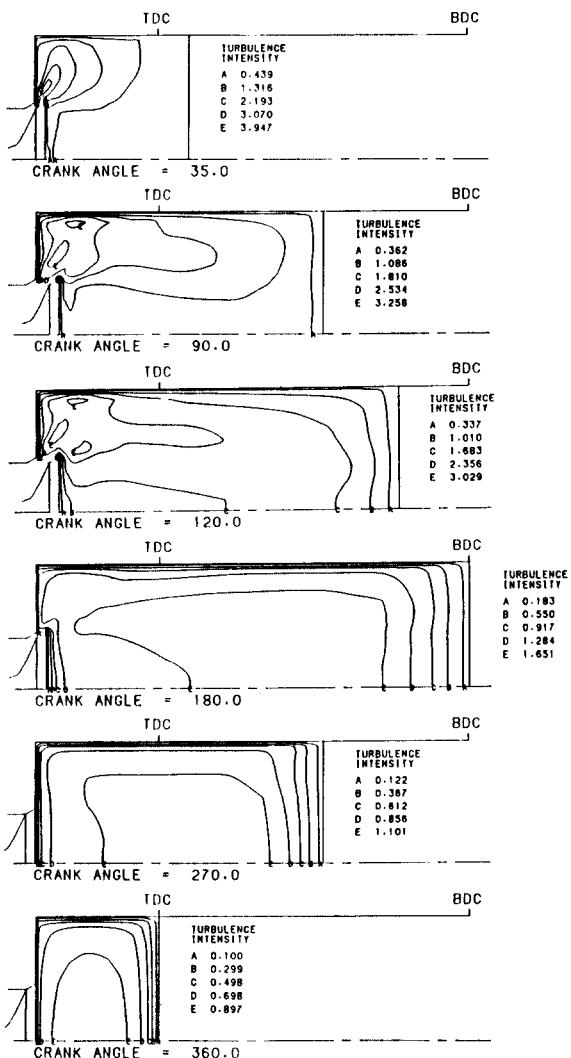


Fig. 12 Predicted turbulence intensity contours at selected angles with swirl

의 값을 가지고 축방향으로 거의 일정한 분포를 갖는다.

5. 결 론

엔진 실린더내의 유동장 및 열전달특성을 예측할 수 있는 새로운 코드를 개발하고 검증을 거쳐 흡입 및 압축과정에 대하여 선회속도가 없는 경우와 있는 경우의 유동을 계산하였다. 실험과의 비교 및 제 현상의 물리적인 고찰로부터 다음과 같은 결론을 얻을 수 있다.

(1) 축대칭 엔진의 흡입 및 압축과정에서의 실린더내의 유동의 합리적인 수치시뮬레이션은 가능하며 모델

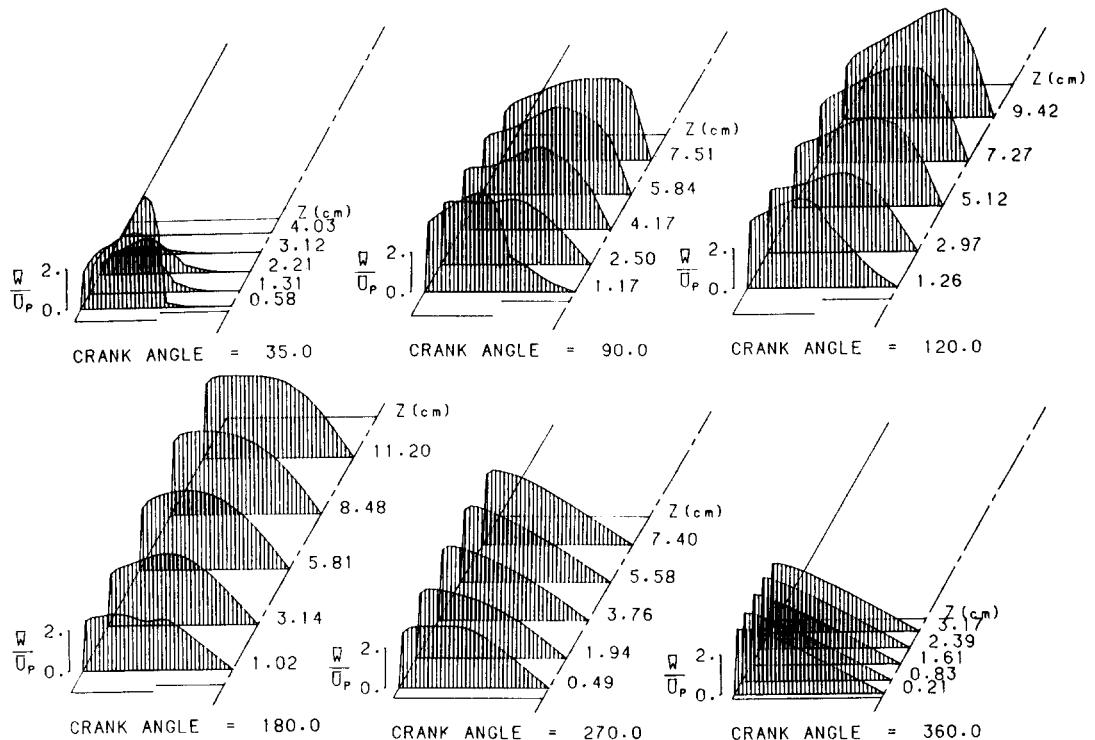


Fig. 13 Distributions of swirl velocity at selected angles

엔진의 실험결과와의 정상적인 비교 및 정량적인 비교도 가능하다.

(2) 차분화 과정에서 시간간격의 세분화 및 고차 Scheme의 Test로부터 2차정확도의 Scheme으로 시간간격 크랭크각 5deg에 의해 계산하는 것이 경제적인 면을 고려하여 가장 적절하다.

(3) 공간에 대해서는 수치확산에 의한 오차를 고려할 때 적어도 각방향으로 40개이상의 격자를 필요로 하여 계산시간을 줄일 수 있는 새로운 수치 알고리즘의 연구가 요구된다.

(4) 선회속도가 없는 경우 흡입과정에서 유도된 서로 반대방향의 두 외류는 벨브가 닫힌 후 압축과정에서 가운데의 큰 외류만이 미세하나마 남아 있음을 알 수 있다. 난류강도는 흡입과정에서 증가하다가 압축과정에서는 약간 감소한다.

(5) 선회속도가 있는 경우 가운데의 커다란 외류의 중심이 반경방향으로 약간 밀려나며 선회속도가 없는 경우에 비해 강도가 작아서 압축과정에서 거의 소멸된다. 그러나 난류강도는 선회속도가 없는 경우에 비해 약간 증가된 분포를 가지고서 비슷한 경향을 나타내고 있다.

(6) 실린더 벽면 및 헤드에서의 미소한 열손실에 의하여 압축과정에서 압력은 polytropic 지수 1.37로 증가하였다.

(7) 3 가지 주요한 오차요인 즉 유입면 경계조건의 부정확성, 수치해석의 차분화오차 및 컴퓨터의 numerical truncation 오차 그리고 난류모델의 불완전성을 극복할 수 있는 연구가 필요하다.

후 기

본 연구의 수행을 위하여 물심 양면으로 지원하여 주신 대우중공업(주) 관계자 여러분들께 깊은 감사를 드립니다. 함께 본 연구를 위해 토론과 조언을 통해 도와주신 김응서, 정석호 및 이준식 교수에게 감사를 드립니다.

참 고 문 헌

- J.M. Mattavi and C.A. Amann, 1980, "Combustion Modeling in Reciprocating Engines", Plenum Press, New York.

- (2) A.D. Gosman, 1985, "Multidimensional Modeling of Cold Flows and Turbulence in Reciprocating Engines", SAE Paper No. 850344.
- (3) A.D. Gosman, 1985, "Computer Modeling of Flow and Heat Transfer in Engines, Progress and Prospects", Proceedings of International Symposium on Diagnostics and Modeling of Combustion in Reciprocating Engines, Sep.
- (4) A.D. Gosman, A. Melling, J.H. Whitelaw and A.P. Watkins, 1978, "Axisymmetric Flow in a Motored Reciprocating Engine", Proc. Instn. Mech. Engrs. Vol. 192, p. 213.
- (5) A.D. Gosman and R.J.R. Johns, 1978, "Development of a Predictive Tool for In-Cylinder Gas Motion in Engines", SAE Paper No. 780315.
- (6) A.D. Gosman and A.P. Watkins, 1979, "Predictions of Local Instantaneous Heat Transfer in Idealized Motored Reciprocating Engines", Imperial College Mech. Eng. Dept. Fluid Section Report FS 79/28.
- (7) J.I. Ramos, J.A.C. Humphery and W.A. Sirignano, 1979, "Numerical Prediction of Axisymmetric Laminar and Turbulent Flows in Motored, Reciprocating Internal Combustion Engines", SAE Paper No. 790356.
- (8) A.D. Gosman, R.J.R. Johns and A.P. Watkins, 1980, "Development of Prediction Methods for In-Cylinder Processes in Reciprocating Engines", Combustion Modeling in Reciprocating Engines.
- (9) S.H. El Tahry, 1982, "A Numerical Study on the Effects of Fluid Motion at Inlet Valve Closure on Subsequent Fluid Motion in a Motored Engine", SAE Paper No. 820035.
- (10) T. Morel and N.N. Mansour, 1982, "Modeling of Turbulence in Internal Combustion Engines", SAE Paper No. 820040.
- (11) B. Ahmadi-Befrui, C. Arcoumanis, A.F. Bicen, A.D. Gosman, A. Jahanbakhsh and J.H. Whitelaw, 1982, "Calculations and Measurements of the Flow in a Motored Model Engine and Implications for Open-Chamber, Direct-Injection Engines", in Three Dimensional Shear Flows.
- (12) F. Grasso and F.V. Bracco, 1983, "Computed and Measured Turbulence in Axisymmetric Reciprocating Engines", AIAA J., Vol. 21, No. 4.
- (13) S.H. El Tahry, 1983, " $k-\epsilon$ Equation for Compressible Reciprocating Engine Flows", J. Energy, Vol. 7, No. 4.
- (14) T. Jondoh, A. Fukumoto, K. Ohsawa and Y. Ohkubo, 1985, "An Assessment of a Multidimensional Numerical Method to Predict the Flow in Internal Combustion Engines", SAE Paper No. 850500.
- (15) M. Shimoda, M. Shigemori and S. Tsuruoka, 1985, "Effect of Combustion Chamber Configuration on In-Cylinder Air-Motion of D.I. Diesel Engine", Proc. Int. Sympo. on Diagnostics and Modeling of Combustion in Reciprocating Engines.
- (16) M. Ikegami, K. Horibe and G. Komatsu, 1986, "Numerical Simulation of Flows in an Engine Cylinder (2nd Rep. Flow in a Deep-Bowl Combustion Chamber)", Bull. JSME, Vol. 29, No. 250.
- (17) A.D. Gosman and R.J.R. Johns, 1980, "Computer Analysis of Fuel-Air Mixing in Direct-Injection Engines", SAE Paper No. 800091.
- (18) B. Ahmadi-Befrui, A.D. Gosman, F.C. Lockwood and A.P. Watkins, 1981, "Multidimensional Calculation of Combustion in an Idealized Homogeneous Charge Engine, Progress Report", SAE Paper No. 810151.
- (19) A.D. Gosman and P.S. Harvey, 1982, "Computer Analysis of Fuel Air Mixing and Combustion in an Axisymmetric D.I. Diesel", SAE Paper No. 820036.
- (20) S. El Tahry, 1985, "Application of a Reynolds Stress Model to Engine-like Flow Calculations", Trans. ASME, J. Fluids Eng., Vol. 107.
- (21) S.H. El Tahry, 1985, "A Comparison of Three Turbulent Models in Enginelike Geometry", Proc. Int. Sympo. on Diagnistics and Modeling of Combustion in Reciprocating Engines.
- (22) H. Kido, K. Nakashima, H. Tajima and T. Kitagawa, 1985, "A Modified $k-\epsilon$ Turbulence Model for In-Cylinder Gas Flow," Proc. Int. Sympo. on Diagnostics and Modeling of Combustion in Reciprocating Engines.
- (23) M.E. Griffin, R. Diwaker, J.D. Anderson and E. Jones, 1978, "Computational Fluid Dynamics

- Applied to Flows in an Internal Combustion Engine", AIAA 16th Aerospace Science Meeting, Huntsville, Alabama.
- (24) V.K. Duggal and T.W. Kuo, T. Mukerjee, A. J. Przekwas and A.K. Singhal, 1984, "Three-Dimensional Modeling of In-Cylinder Processes in DI Diesel Engines", SAE Paper No. 840227.
- (25) A.D. Gosman, Y.Y. Tsui and A.P. Watkins, 1984, "Calculation of Three Dimensional Air Motion in Model Engines", SAE Paper No. 840229.
- (26) M. Ikegami, G. Komatsu and K. Nishiwaki, 1986, "Numerical Simulation of Flow in an Engine Cylinder", Bull. JSME, Vol. 29, No. 248.
- (27) A.D. Gosman, Y.Y. Tsui and C. Vafidis, 1985, "Flows in a Model Engine with a Shrouded Valve -a Combined Experimental and Computational Study", SAE Paper No. 850498.
- (28) R.J.R. Johns, 1985, "The Effect of Piston Bowl Offset on the Compression-Induced Air Motion in Direct Injection Diesel Engine Combustion", Proc. Int. Sympo. On Diagnostics and Modeling of Combustion in Reciprocating Engines.
- (29) A.A. Amsden, T.D. Butler, P.J. O'Rourke and J.D. Ramshaw, 1985, "-KIVA-A Comprehensive Model for 2-D and 3-D Engine Simulations", SAE Paper No. 850554.
- (30) C. Arcoumanis, A.F. Bicen and J.H. Whitelaw, 1982, "Measurements in a Motored Four-Stroke Reciprocating Model Engine", Trans. ASME, J. Fluids Eng. Vol. 104.
- (31) C. Arcoumanis, A.F. Bicen and J.H. Whitelaw, 1982, "Effects of Inlet Parameters on the Flow Characteristics in a Four-Stroke Model Engine", SAE Paper No. 820750.
- (32) C. Arcoumanis, A.F. Bicen, N.S. Vlachos and J.H. Whitelaw, 1982, "Effects of Flow and Geometry Boundary Conditions on Fluid Motion in a Motored IC Model Engine", Proc. Instn. Mech Engrs., Vol. 196, p. 1.
- (33) C. Arcoumanis, A.F. Bicen and J.H. Whitelaw, 1983, "Squish and Swirl-Squish Interaction in Motored Model Engine", Trans. ASME, J. Fluids Eng., Vol. 105, p. 105.
- (34) C. Arcoumanis, A.F. Bicen and J.H. Whitelaw, 1982, "Squish and Swirl-Squish Interaction in Motored Model Engines", in Flows in Internal Combustion Engine.
- (35) A.D. Gosman and F. Idieriah, 1976, "TEACH-2E: A General Computer Program for Two-Dimensional, Turbulent, Recirculating Flows", Dept. Mech. Eng. Emperial College.
- (36) A.F. Bicen, C. Vafidis and J.H. Whitelaw, 1985, "Steady and Unsteady Airflow Through the Intake Valve of a Reciprocating Engine", Trans. ASME J. Fluids Eng., Vol. 107.
- (37) 강신형, 김옹서, 정석호, 1985, "디이젤엔진 흡입구 및 실린더내의 유동연구," 서울대학교 공과대학 부설 생산기술연구소 보고서.
- (38) 강신형, 김옹서, 정석호, 송명호, 1986, "디이젤 엔진 흡입과정에서 실린더내의 시뮬레이션, I. 선회하는 축대칭 정상 난류유동계산," 자동차공학회지, 제 8권, 제 2호.
- (39) 김옹서, 강신형, 정석호, 이준식, 이창훈, 오희근, 이종수, 1986, "디이젤엔진 흡입구 형상에 따른 체적효율 측정 및 실린더내의 유동계산에 관한 연구," 서울대학교 생산기술 연구소 보고서.
- (40) S.V. Patankar, 1980, "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", McGraw Hill.
- (41) W.C. Reynolds, 1980, "Modeling of Fluid Motions in Engines-Introductory Overview", in Combustion Modeling in Reciprocating Engines, Plenum Press, London.