

<論 文>

가중잔류항법을 이용한 곡면금형의 축대칭 전방압출해석

조 종 래* · 양 동 열**

(1987년 3월 16일 접수)

Analysis of Axisymmetric Extrusion through Curved Dies by Using the Method of Weighted Residuals

Jong-Rae Cho and Dong-Yol Yang

Key Words: Axisymmetric Extrusion(축대칭 압출), Method of Weighted Residuals(가중잔류항법), Method of Least Squares(최소자승법), Conical and Curved Dies(원추형 및 곡선금형), Distribution of Stresses and Strains(응력 및 변형도의 분포)

Abstract

The paper is concerned with the analysis of axisymmetric forward extrusion by using the method of weighted residuals. In the method of weighted residuals, the flow function and the stress functions are assumed so as to cover the global control volume. The derived stress and strain components are used to formulate a constitutive equation in the error form, so that the error is minimized to determine the stress and strain components. The method of least squares is then chosen for the minimization of errors. The distribution of stresses and strains and the forming load are determined for the workhardening material considering the frictional effect at the die surface. The computed results are very similar to those obtained by the finite element method. The method is simpler in application and requires less computational time than the finite element method. Experiments are carried out for aluminum and steel specimens using conical and curved dies. It is found that the experimental observation is mostly in agreement with the computed results by the method of weighted residuals.

기 호 설 명

A_i : 미지수	D_1, D_2 : 미분 연산자
A_{ij} : 유동함수에서 미지수	$dt, \Delta t$: 시간 간격
B_{nn} : 응력함수 ϕ_1 에서 미지수	$F(x)$: 오차함수(error function)
C_{ϕ_2} : 응력함수 ϕ_2 에서 미지수	F_1, F_2, F_3 : 구성방정식의 오차함수
	f_1, f_2 : 국소 좌표계의 함수
	$f^*(x)$: 근사해
	J_2' : 편차 응력의 둘째 불변항(second invariant)
	k : 변형상태의 전단항복응력

* 正會員, 韓國重工業株式會社

** 正會員, 韓國科學技術院 生産工學科

m	: 마찰 상수(friction factor)
$r_*(z)$: 다이의 형상을 나타내는 함수
r, θ, z	: 원통좌표계의 좌표
V_r, V_z	: r, z 방향의 속도 성분
$W_i(x)$: 가중함수(weighting function)
Y_0	: 초기 항복응력
$\bar{\epsilon}$: 유효 변형도(effective strain)
$\dot{\bar{\epsilon}}$: 유효 변형도율(effective strain rate)
$\dot{\epsilon}_{ii}$: 변형도율(strain rate)
λ	: 비례 상수
$\bar{\sigma}$: 유효응력
σ_{ii}'	: 편차 응력
$\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_z$: r, θ, z 방향의 응력
τ_{rz}	: 전단 응력
ϕ_i	: 가정된 함수
ϕ_1, ϕ_2	: 응력함수(stress function)
ψ_1	: 유동함수(flow function)
ψ_0	: 다이 표면에서의 유선

1. 서 론

소성 변형은 비 선형적이고 변형 경로에 좌우되기 때문에 변형 영역에서 응력과 변형도를 구하는 데는 많은 어려움이 있다. 따라서 수치적 방법이 여러가지 소성 가공 공정에 적용되고 있는데, 이러한 방법중에 가중잔류항법(Method of Weighted Residuals)은 효과적인 방법들중 하나이다.

가중잔류항법이라는 말은 Crandall⁽¹⁾에 의해 불리어졌고, Ames⁽²⁾와 Collatz⁽³⁾는 Error-Distribution Principles 이라 불렀다.

소성 가공 공정에 가중잔류항법의 도입은 Adler⁽⁴⁾에 의해 이루어졌으며, Adler 는 유동함수(flow function)와 응력함수(stress function)을 동시에 도입하고 유한 차분법과 결합하여 인발(drawing)문제를 다루었으며, 그는 반복(iteration)을 통하여 λ 값의 변화를 허용하여 수렴하는 해를 얻었다. 이 방법에서는 처음에 충분히 넓은 영역을 택하여 반복법에 의해 소성 변형도가 충분히 적어지면 이 점을 강성(rigid)부분으로 취급하여 해를 얻었다. 그와 같은 시기에 Geiger, Steck⁽⁵⁾은 전방 압출에 대해 유동함수와 응력함수를 다항식으로 가정하여 해석하였다.

그러나 위의 방법들에서는 가공 경화를 고려하지 않았고, Geiger 와 Steck 은 경계 조건 및 마찰 계수를 충분히 고려하지 않았다.

축대칭 문제에 있어서 일반적으로 한개의 유동함수와 두개의 응력함수가 존재한다. 이 함수들을 전 영역에서 다항식으로 가정하고, 지배 방정식을 소위 Collocation 점에서 풀어 다항식들을 구하면, 여기서부터 속도, 변형도, 응력이 모두 유도된다.

본 연구는 냉간 축대칭 전방 압출에 가중잔류항법을 적용하여 재료의 가공 경화 및 강소성 경계를 고려하는 프로그램을 개발하여 변형도, 응력, 변형력, 강소성 경계등을 FEM과 동일한 조건에서 비교 해석하고 다른 공정에 적용할 수 있게 하고 또한 곡면다이와 원추형다이를 실제 제작하여 다이의 형상과 단면 감소율이 변형도와 응력 분포에 미치는 영향을 검토하고 압출된 제품의 성질을 분석하여 실제 공정에 이바지하며 이론 계산과 실험을 비교함이 목적이다.

2. 이론 해석

2.1 가중잔류항법(Method of Weighted Residuals)

연속체의 역학적 계산에 MWR 을 다음과 같이 적용할 수 있다.

연속체의 영역(region)에서 지배 방정식이

$$D_1(f(x)) = f_1(x) \quad (1)$$

이고, 경계 조건(boundary condition)이

$$D_2(f(x)) = f_2(x) \quad (2)$$

을 만족하는 함수 $f(x)$ 가 구해질 수 있다.

여기서 D_1, D_2 는 미분 연산자(differential operator)이고, $f_1(x)$ 와 $f_2(x)$ 는 국소 좌표계(local coordinates)의 주어진 함수이다.

미지해 $f(x)$ 에 대해 다음과 같이 근사해를 가정할 수 있다.

$$f^*(x) = \sum_{i=1}^N A_i \phi_i(x) \quad (3)$$

이 식은 미지수 A_i 와 곱해진 N 개의 가정된 함수 ϕ_i 들의 합으로 구성되어 있다.

근사해 식 (3)을 지배 방정식에 넣었을때, 물론 식 (1)과 (2)는 만족되지 않는다. 영역내에서 오차는 다음식으로 나타난다.

$$F(x) = \sum_{i=1}^N A_i D_i(\phi_i(x)) - f_1(x) \quad (4)$$

여기서 $F(x)$ 는 오차 함수이다.

문제는 오차 분포(error-distribution)가 먼저 정해져 어떤 필요 조건을 만족시키는 방법으로 계수를 정하는 것이다. 이 필요 조건은 다음 식으로 표현될 수 있다.

$$\int_R W_i(x) F(x) dR = 0, \quad i=1, 2, 3, \dots, N \quad (5)$$

식 (5)는 미지수 A_1, \dots, A_n 을 결정하기 위한 N 개의 식이고, 오차 분포 $F(x)$ 가 N 개의 가중 함수 $W_i(x)$ 로 하나씩 곱해져서 영역 R 을 통해 적분되는 것을 나타낸다.

• 최소 자승법(Method of Least Squares)

이 방법은 오차 분포의 적분(integral of the squared error distribution)이 영역 R 에서 최소값을 갖도록 하는 것이다.

즉, 계수 A_i 는 다음식으로 선택된다.

$$\int_R F^2(x) dR = \text{Min!} \quad (6)$$

N 개의 계수를 결정하기 위해 N 개의 식이

$$\frac{\partial}{\partial A_i} \int_R F^2(x) dR = 0, \quad i=1, 2, 3, \dots, N \quad (7)$$

$$\text{혹은} \int_R \frac{\partial F(x)}{\partial A_i} F(x) dR = 0, \quad i=1, 2, 3, \dots, N \quad (8)$$

로 주어진다.

식 (8)은 최소 자승법의 가중 함수가

$$W_i = \frac{\partial F(x)}{\partial A_i} \quad (9)$$

인 가중 잔류항(weighted residuals)이라는 것을 나타낸다.

변분법과 최소 자승법은 해의 함수가 적분함을 최소값으로 줄이는 공통점이 있다. 그러나 최소 자승법의 장점은 이 최소값이 0(zero)으로 알고 있고, 근사해의 수렴 정도를 적분식(6)을 통해 평가할 수 있다는 점이다.

2.2 소성이론의 기본식

본 연구에서 다루고자 하는 대상이 축대칭이므로 소성이론의 기본식들을 원통 좌표계로 나타내도록 한다. 또한 다음과 같은 가정을 하여 기본식을 고려한다.

- (1) 재료는 강소성체이며 비압축성으로 가정한다.
- (2) 금형은 강성체로 가정한다.
- (3) 구성방정식(constitutive equation)은 Levy-Mises 식을 사용한다.
- (4) 온도, 중력, 관성의 영향은 무시한다.

연속 방정식(continuity equation)은 다음과 같다.

$$\frac{\partial v_z}{\partial z} + \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_r}{r} = 0 \quad (10)$$

평형방정식(equilibrium equation)은 다음과 같다.

$$\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{\tau_{rz}}{r} = 0 \quad (11)$$

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0 \quad (12)$$

항복 조건(yield condition)은

$$J_2' = k^2 \quad (13)$$

이고, 여기서 J_2' 은 편차응력의 두번째 불변항(second invariant)이고 k 는 변형상태의 전단 항복 응력이다.

구성방정식(constitutive equation)은 Von-Mises 식으로 다음과 같다.

$$J_2' < k^2 \text{ 일때, } \epsilon_z = \dot{\epsilon}_r = \dot{\epsilon}_\theta = \dot{\epsilon}_{rz} = 0 \quad (14)$$

이고

$$J_2' = k^2 \text{ 일때, } \epsilon_r = \dot{\lambda} \sigma_r', \quad \epsilon_z = \dot{\lambda} \sigma_z' \\ \epsilon_\theta = \dot{\lambda} \sigma_\theta', \quad \epsilon_{rz} = \dot{\lambda} \tau_{rz} \quad (15)$$

이다.

여기서 비례상수 $\dot{\lambda}$ 는

$$\dot{\lambda} = \frac{3}{z} \frac{\dot{\epsilon}}{\bar{\sigma}} \quad (16)$$

이고, 유효 변형도율(effective strain rate) $\dot{\epsilon}$ 는

$$\dot{\epsilon} = \sqrt{\frac{2}{3} (\dot{\epsilon}_z^2 + \dot{\epsilon}_r^2 + \dot{\epsilon}_\theta^2 + 2\dot{\epsilon}_{rz}^2)} \quad (17)$$

이고, $\dot{\epsilon}$ 의 경로에 따른 시간 적분으로 유효 변형도(effective strain)는

$$\bar{\epsilon} = \int \dot{\epsilon} dt \quad (18)$$

으로 구해진다.

속도와 변형도(strain) 관계는 다음식으로 주어진다.

$$\dot{\epsilon}_r = \frac{\partial v_r}{\partial r}, \quad \dot{\epsilon}_\theta = \frac{v_r}{r} \\ \dot{\epsilon}_z = \frac{\partial v_z}{\partial z}, \quad \epsilon_{rz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{\partial v_r}{\partial z} \right) \quad (19)$$

재료의 비압축성 조건은 다음식으로 나타낸다.

$$\dot{\epsilon}_r + \dot{\epsilon}_z + \dot{\epsilon}_\theta = 0 \quad (20)$$

축대칭의 금속 성형공정은 속도장에서 한개의 유동 함수 ψ 가 요구되고, 응력장에서는 두개의 응력함수 ϕ_1 과 ϕ_2 가 요구된다. 속도, 변형도, 응력성분들은 연속방정식과 평형방정식을 만족시키면서 편미분식으로 유도된다.

유동 함수로부터 속도와 변형도율은 다음과 같이 나타낸다⁽⁴⁾.

$$v_z = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r}, \quad v_r = -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z} \quad (21)$$

$$\dot{\epsilon}_r = \frac{1}{r^2} \frac{\partial \psi}{\partial z} - \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \psi}{\partial r \partial z}, \quad \dot{\epsilon}_\theta = -\frac{1}{r^2} \frac{\partial \psi}{\partial z}$$

$$\dot{\epsilon}_z = \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \psi}{\partial r \partial z},$$

$$\dot{\epsilon}_{rz} = \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{r^2} \frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right) \quad (22)$$

응력함수로부터 응력성분은 다음과 같이 나타낸다.

$$\sigma_r = \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial z^2} + \frac{\phi_2}{r}, \quad \sigma_z = \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial r^2}$$

$$\sigma_\theta = \frac{\partial \phi_2}{\partial r}, \quad \tau_{rz} = -\frac{1}{r} \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial r \partial z} \quad (23)$$

2.3 오차식(Error Equation)

구성방정식 (15)로부터 연속 조건을 고려하여 3개의 독립적인 식을 표현할 수 있다.

$$F_1 = \dot{\epsilon}_\theta - \dot{\lambda}(\sigma_\theta - \sigma_m) \quad (24)$$

$$F_2 = \dot{\epsilon}_z - \dot{\lambda}(\sigma_z - \sigma_m) \quad (25)$$

$$F_3 = \dot{\epsilon}_{rz} - \dot{\lambda}\tau_{rz} \quad (26)$$

또 경계조건에 대한 오차식도 고려한다.

2.4 반복(Iteration)에 의한 비선형의 제거

구성방정식이 비선형이므로 해는 단지 반복법에 의해 구해질 수 있고 반복 과정은 다음과 같다.

첫 단계에서는 $\dot{\lambda}$ 를 가정하여 응력과 변형도를 동시에 구한다. 이 속도장에서 $\dot{\lambda}$ 를 다시 구한다.

$$\text{즉 } \dot{\lambda}^{(2)} = \frac{3}{2} \frac{\dot{\epsilon}^{(1)}}{\bar{\sigma}^{(1)}} \quad (27)$$

두번째 단계는 첫 단계의 속도장을 일정하게 유지하고 새로운 응력 상태가 다음식으로 나타난다.

$$\sigma_{ij}'^{(2)} = \frac{1}{\dot{\lambda}^{(2)}} \dot{\epsilon}_{ij}^{(1)} \quad (28)$$

으로 나타낼 수 있다.

이때 응력 상태의 경계 조건을 고려하게 된다.

세번째 단계는 두번째 단계의 응력상태를 일정하게 두고 새로운 속도장과 변형도가 구해진다. 이 단계에서 유선을 따라 유효 변형도율을 적분하여 유효 변형도를 구하고, 가공 경화를 고려한다. 또한 속도경계조건도 고려하여 다음식으로 간단히 나타낼 수 있다.

$$\dot{\epsilon}_{ij}^{(2)} = \dot{\lambda}^{(2)} \sigma_{ij}'^{(2)}, \quad \dot{\lambda}^{(3)} = \frac{3}{2} \frac{\dot{\epsilon}^{(2)}}{\bar{\sigma}^{(2)}} \quad (29)$$

수렴 할 때까지 두번째와 세번째 단계를 반복한다.

2.5 축대칭 압출에서의 경계 조건

진술한 과정에 의해 속도와 응력을 구하는데 있어서 다음과 같은 속도 및 응력에 대한 경계조건을 사용한다.

(1) 속도경계 조건

I. v_z 는 z 축에 대해 완전대칭(symmetry)이다.

v_r 은 z 축에 대해 반대칭(antisymmetry)이다.

$r=0$ (z 축)에서 $v_r=0$ 이고 유선이다.

대칭성 때문에 z 축 상부영역만 해석한다.

II. 소성 영역 전후에서 $v_r=0$ 이고, v_z 은 일정하다.

III. 다이 표면은 유선이다.

(2) 응력상태의 경계조건

IV. $\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_z$ 은 z 축에 대해 완전대칭이다.

τ_{rz} 은 z 축에 대해 반대칭이다. 따라서 $r=0$ 에서 $\tau_{rz}=0$ 이다.

V. 다이의 출구에서 $\sigma_z=0$ 이다.

VI. 다이표면에서는 다음과 같이 가정한다.

$$\tau = -mk \quad (30)$$

여기서 m 은 마찰상수로 링 압축시험에서 구한다.

2.6 다항식에 의한 유동함수 및 응력함수의 결정

경계조건 I, III과 IV를 고려하여 유동함수와 응력함수를 가정한다. 전체영역에서 특히 두드러진 부분영역이 다른 곳보다 더 큰 조건으로 주어지고 있을때, 그것을 고려하기 위해 성분별로 나누는 것도 중요하다. 유동함수 ϕ 는 다음과 같이 가정한다.

$$\phi = \phi_0 \frac{r^2}{r_*^2} + (r^2 - r_*^2) \sum_{i=1}^J \sum_{j=1}^J A_{ij} r^{2i} z^j \quad (31)$$

한편 두개의 응력함수 ϕ_1 과 ϕ_2 는

$$\phi_1 = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N B_{mn} r^{2m} z^{n-1} \quad (32)$$

$$\phi_2 = \sum_{p=1}^P \sum_{q=1}^Q C_{pq} r^{2p-1} z^{q-1} \quad (33)$$

으로 주어진다.

여기서 r_* 는 다이의 형상을 나타내는 z 의 함수이고, ϕ_0 는 다이표면에서의 유선의 값이다. $r_*(z)$ 의 형태와 계산과 실험에 사용한 다이형상은 Table 1에 나타내었다.

식 (33)을 식 (21)과 (22)에 대입하면 속도와 변형도 성분을 구할 수 있다. r -방향의 속도와 변형도 성분을 구해보면

$$v_r = \frac{2\phi_0}{r_*^3} \frac{\partial r_*}{\partial z} r + 2r_* \frac{\partial r_*}{\partial z} \sum_{i=1}^J \sum_{j=1}^J A_{ij} r^{2i-1} z^j - (r^2 - r_*^2) \sum_{i=1}^J \sum_{j=1}^J A_{ij} (j) r^{2i-1} z^{j-1} \quad (34)$$

$$\dot{\epsilon}_r = \frac{2\phi_0}{r_*^3} \frac{\partial r_*}{\partial z} + 2r_* \frac{\partial r_*}{\partial z} \sum_{i=1}^J \sum_{j=1}^J A_{ij} (2i-1) r^{2i-2} z^j - 2r \sum_{i=1}^J \sum_{j=1}^J A_{ij} (j) r^{2i-1} z^{j-1} - (r^2 - r_*^2) \sum_{i=1}^J \sum_{j=1}^J A_{ij} (2i-1) (j) r^{2i-2} z^{j-1} \quad (35)$$

식 (32)와 (33)을 식 (23)에 대입하면 응력분포를 구할 수 있다.

$$\sigma_r = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N B_{mn} (n-1) (n-2) r^{2m} z^{n-3}$$

Table 1 Die profiles for conical and curved dies

Reduction of area (%)	Inlet diameter (2R _c , mm)	Outlet diameter (2R _f , mm)	Die profiles
40	25.00	19.30	(i) Conical (ii) 4-th order polynomial curve (ln/L=0.438)
50	25.00	17.68	(i) Conical (ii) 4-th order polynomial curve (ln/L=0.437)
60	25.00	15.81	(i) Conical (ii) 4-th order polynomial curve (ln/L=0.44)
70	25.00	13.69	(i) Conical (ii) 4-th order polynomial curve (ln/L=0.447)

L=Die length=25mm

ln/L=Relative position for Inflection point

r*(z)=Intermediate die radius in terms of distance, z, from the inlet (z=0)

4-th order polynomial curve for die profile

$$r_*(z) = R_0 + \left[CL^2 - \frac{3(R_0 - R_f)}{L^2} \right] z^2 + \left[\frac{2(R_0 - R_f)}{L^3} - 2CL \right] z^3 + Cz^4,$$

$$C = 3 \left(1 - \frac{R_f}{R_0} \right) \left(1 - \frac{\ln}{L} \right) / \left[1 - 6 \left(\frac{\ln}{L} \right) + 6 \left(\frac{\ln}{L} \right)^2 \right] L^4$$

$$+ \sum_{p=1}^P \sum_{q=1}^Q C_{pq} r^{2p-2} z^{q-1} \quad (36)$$

$$\sigma_z = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N B_{mn} (2m+1) (2m) r^{2m-2} z^{n-1} \quad (37)$$

위에서 구한 식들을 오차식 (24), (25), (26)에 대입하고, 경계를 고려한 오차식을 다음과 같이 나타낸다.

$$F_1 = \sigma_\theta(r, z, B_{mn}) - \sigma_m(r, z, B_{mn}, C_{pq}) - \frac{1}{\lambda} \dot{\epsilon}_\theta(r, z, A_{ii}) \quad (38)$$

$$F_2 = \sigma_z(r, z, B_{mn}) - \sigma_m(r, z, B_{mn}, C_{pq}) - \frac{1}{\lambda} \dot{\epsilon}_z(r, z, A_{ii}) \quad (39)$$

$$F_3 = \tau_{rz}(r, z, B_{mn}) - \frac{1}{\lambda} \dot{\epsilon}_{rz}(r, z, A_{ii}) \quad (40)$$

여기서 r, z는 임의의 그리드점(grid point, collocation point)을 나타낸다.

경계조건 II를 고려한 오차식은 다음과 같다.

$$F_4 = v_z(r, z, A_{ii}) - \text{const.} \quad (41)$$

$$F_5 = v_r(r, z, A_{ii}) - 0 \quad (42)$$

경계조건 V를 고려하면

$$F_6 = \sigma_z(r, z, B_{mn}) - 0 \quad (43)$$

이 되고 경계조건 VI을 고려하면

$$F_7 = \tau_{rz}(r, z, B_{mn}, C_{pq}) - \tau_{rz}^* \quad (44)$$

가 된다. 여기서 τ_{rz}^* 는 다이 표면에서의 전단응력이다. 각 오차를 제곱하여 각 계수에 대해 다음과 같이 변분을 취한다.

$$\frac{\partial F^2}{\partial A_{ii}} = 0, \quad \frac{\partial F^2}{\partial B_{mn}} = 0, \quad \frac{\partial F^2}{\partial C_{pq}} = 0 \quad (45)$$

여기서 F는 오차를 나타낸다.

이 식을 행렬 형태로 나타내어 Gauss 알고리즘으로 풀어 A_{ii}, B_{mn}, C_{pq}의 계수를 구하고 속도, 응력분포를 구한다.

2.7 유효변형도의 계산

유효변형도(effective strain)는 유효변형도율(effective strain rate)을 변형경로, 즉, 유선(flow line)을 따라 적분하여 구해진다. 즉,

$$\bar{\epsilon} = \int \dot{\epsilon} dt \quad (18)$$

해의 모든 값이 그리드점(grid point)에서 구해지므로 그리드점사이의 임의의 유선은 보간법(interpolation)이 필요하다. 계산과정은 다음과 같다.

- (1) 어떤 유선을 택한다.
- (2) 유선을 보간법으로 구한다.

- (3) 유효변형도율($\bar{\epsilon}$)을 보간법으로 구한다.
- (4) 속도성분 V_r 과 V_z 을 구한다.
- (5) 두 점 사이의 거리와 속도로 시간간격(time interval, Δt)을 구한다.
- (6) 적분형태로 수치적분한다. 즉,

$$\bar{\epsilon} = \sum \dot{\epsilon} \Delta t \quad (46)$$
- (7) 다시 원래의 그리드점으로 $\bar{\epsilon}$ 을 구한다.

3. 실험

3.1 실험 장치 제작

알루미늄 합금 및 합금강 소재의 전방 압출을 위해 실험 장치들이 설계 제작되었다. 실험 장치는 펀치 및 펀치 홀더, 다이 및 콘테이너, 녹 아웃장치, 로우드셀 등의 4개의 주요부분으로 구성되어 있다. 원추형 다이는 선반가공하여 열처리와 열박음 한 후 연삭하였고, 꼭면다이는 템플렛을 와이어커팅방전기로 만들어 모방 선반에서 작업 후 열처리와 열박음을 하고 다시 방전 가공하여 최종 치수까지 가공하였다. 콘테이너는 재료가 정상 상태에 도달할 때 까지 작업이 가능하도록 충분히 긴 80mm로 설계하였다.

3.2 압축시험

압축시험에 사용한 재질은 Al2024 와 SCM4 를 각각 $\phi 18 \times 18$, $\phi 12 \times 12$ 로 가공하였다. 정확한 시험을 위해 MTS(유압식 만능시험기)자체의 탄성 변형량(0.076mm/ton)을 고려하였으며, 압축시험 결과는 최소 자승법을 이용하여 커브 피팅(curve fitting)하였다.

응력-변형도의 관계식은
 SCM4의 경우 $\bar{\sigma} = 42.7 + 71.25(\bar{\epsilon})^{0.2663} \text{ (kgf/mm}^2\text{)}$ (47)
 Al2024의 경우 $\bar{\sigma} = 12.1 + 23.38(\bar{\epsilon})^{0.2469} \text{ (kgf/mm}^2\text{)}$ (48)
 로 나타났다.

3.3 링 압축시험

압축공정의 이론 해석에서 금속면과 소재사이의 마찰을 고려하는데 상당히 어려운 점이 있으나 보통의 경우는 벽면의 최대 전단응력에 비례하는 다음과 같은 마찰 계수 m 을 정의하여 사용하고 있다.

$$\tau = -mk \quad (30)$$

링 압축시험을 하여 마찰상수를 구하는데 이 시편으로는 외경, 내경, 높이의 비가 6:3:2⁽⁶⁾가 되도록 하였다. 링 압축시험은 시편에 하중을 가하면서 시편의 높이 변화와 그때의 링의 내측 반경의 변화를 측정하여 시편 높이 변화와 내측반경의 변화를 구하여 기존

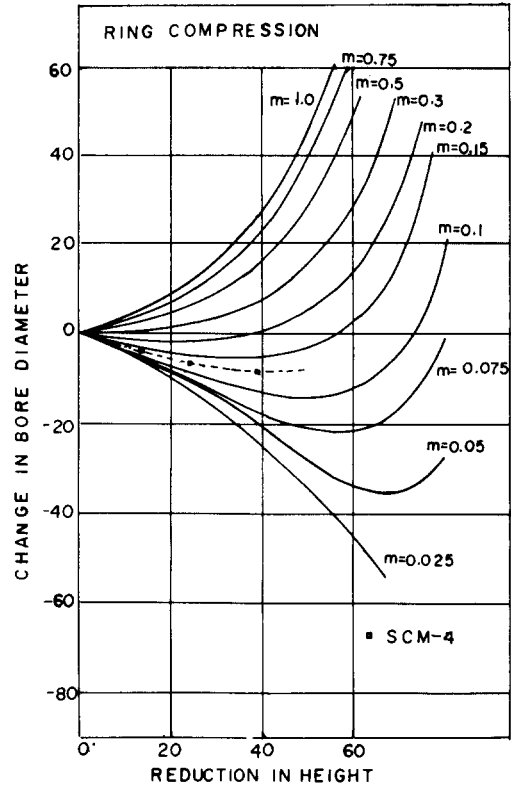


Fig. 1 Calibration curve for friction factor

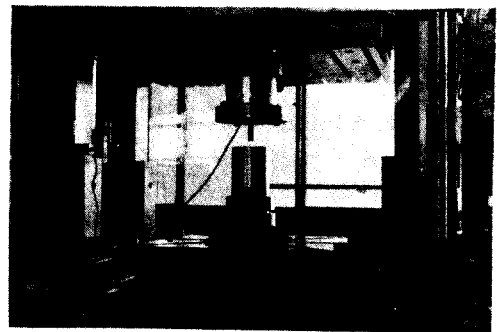


Fig. 2 Experimental set-up

의 이론치 계산^(7,8)에 의한 보정곡선(calibration curve, Fig. 1)에서 마찰계수를 구한다. Al2024 시편의 윤활은 칼슘그리스에 MoS₂ 분말을 중량비로 10%를 섞어 사용하였고, SCM4 시편의 윤활은 본더라이징(bonderizing)한 후 Al2024와 같은 윤활제를 사용하였다. 링압축시험의 결과로 Al2024와 SCM4는 모두 $m=0.12$ 로 구해졌다.

3.4 압출실험

압출실험은 제작된 Fig. 2의 장치로 400톤 유압식

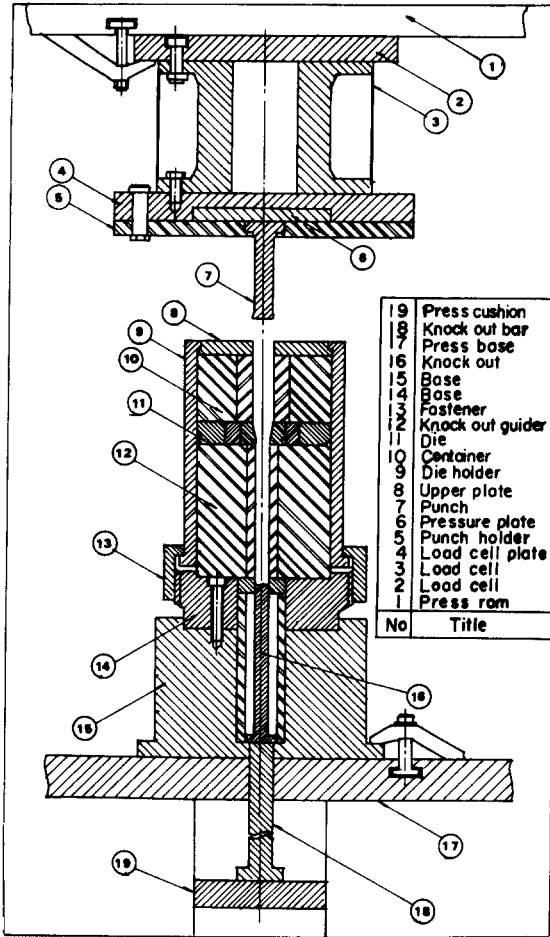
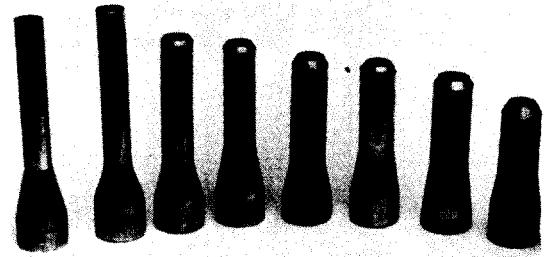


Fig. 3 Schematic diagram of experimental set-up

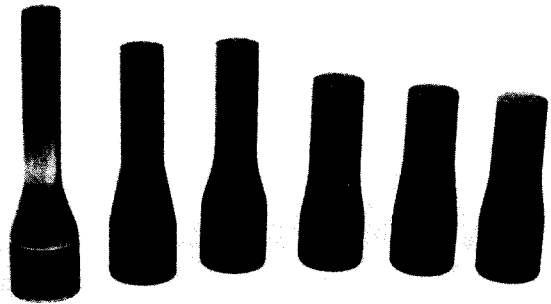
프레스에서 실험하였다. 압출실험에 사용된 금형 형조의 구조는 Fig. 3에 나타내었다. Al2024와 SCM4 시편은 각각 풀립처리(annealing)한 후 $\phi 24.5 \times 60\text{mm}$ 로 가공하고, 변형이 정상상태에 빨리 도달할 수 있도록 끝부분에 10mm 길이로 30° 의 기울기를 두었다. 윤활제는 링압축시험법과 동일하게 사용하였다. 압출력의 측정에는 자체 제작한 로드셀(용량 170톤)을 이용하였고 변위의 측정에는 선형변위측정기(linear displacement transducer)를 이용하였으며 이로부터 힘-변위곡선을 X-Y 레코더로 얻을 수 있었다. 이론과 비교하기 위해 힘-변위곡선에서 정상상태의 압출력을 구하였다. Fig. 4에 Al-2024 및 SCM4에 대한 압출된 시편들을 보였다.

3.5 소성유동의 가시화

압출실험시 소성유동형상을 실험적으로 구하는 방법



(a) Al-2024



(b) SCM-4

Fig. 4 Extruded specimens

으로 시편의 종단면에 그리딩하는 방법이 여러가지 있는데, 본 연구에서는 포토에칭(photoetching)방법을 사용하였다. 포토에칭은 포토그리딩에 비해 그리드가 지워지지 않고 그리드선폭의 확대가 더 적은 장점이 있다. 실험결과 포토에칭방법은 압출시 변형된 그리드를 시편단면에서 실험적으로 확인하는데 효과적인 방법임이 입증되었다. 포토에칭시 부식액은 FeCl_3 을 사용하였으며 Al-2024 시편의 경우는 물 100cc에 대해 FeCl_3 30g을 그리고 SCM4 시편의 경우는 물 100cc에 대해 50g의 FeCl_3 용액을 사용하였다.

4. 결과 및 토론

식(31), 식(32), 식(33)등에서 $I=4, J=7, M=3, N=7, P=3, Q=6$ 으로 두었다. 이러한 항수의 선택은 얼마간의 시행착오와 경험을 필요로 한다. 오차계산은 적분수행이 필요없기 때문에 계산시간이 단축된다. Fig. 5에 절점의 분포가 나와 있는데 이의 분포는 계산결과에 큰 영향을 미치지 않는다. Fig. 6은 반복횟수의 증가에 따른 평균자승오차의 감소를 나타낸 것으로 대단히 빨리 수렴함을 알 수 있다. Fig. 7은 반복횟수가 18일 때 평균자승오차(mean squared error)를 단면감소율의 변화에 따라 그린 것이다. 단면감소율이 커지면서 평균자승오차는 점차 증가하고 Al2024

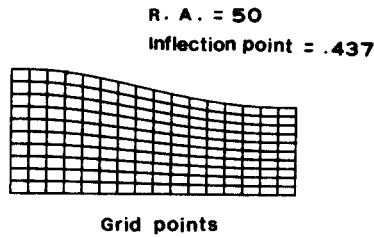


Fig. 5 Grid points for numerical computation

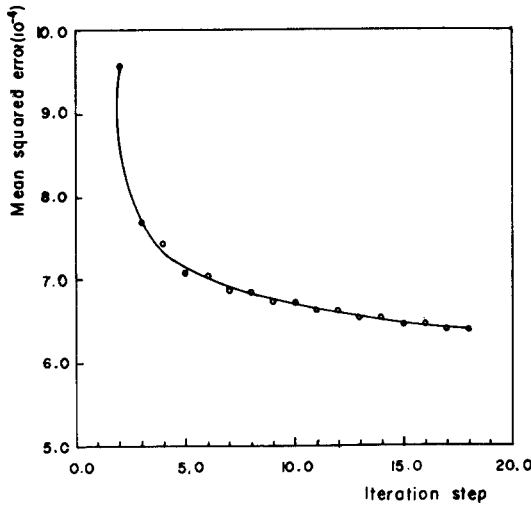


Fig. 6 Mean squared error vs. iteration step

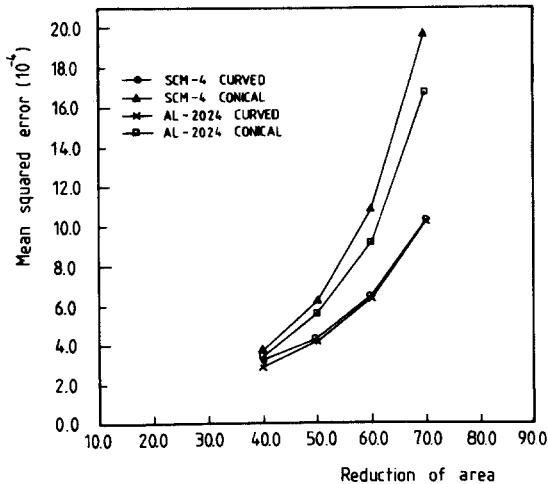


Fig. 7 Mean squared error vs. reduction of area

및 SCM4 모두 단면감소율이 증가함에 따라 곡면다이보다 원추형다이의 경우가 훨씬 더 큰 평균자승오차를 보이고 있다. Fig. 8은 SCM4의 경우 단면감소율에 따른 정상상태의 압출하중을 MWR, FEM⁽⁹⁾ 및 실험치

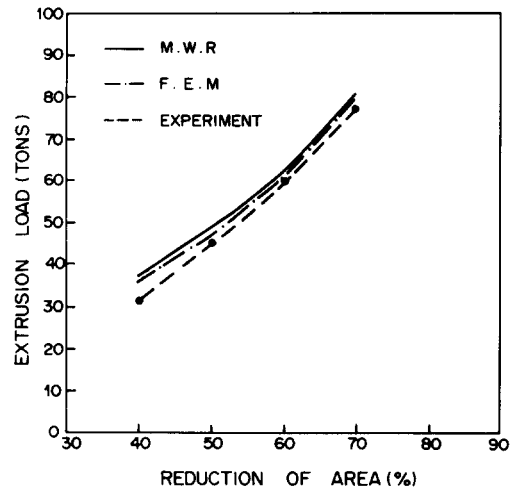


Fig. 8 Comparison of the present method with F.E.M and experiment

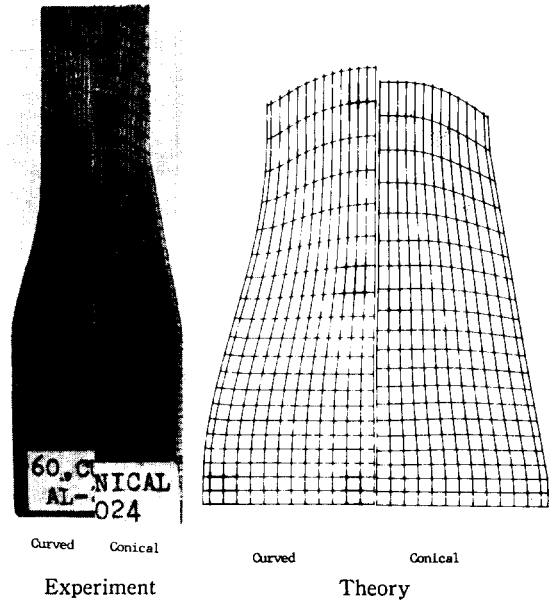


Fig. 9 (a) Comparison of the present method with F.E.M and experiment for Al-2024 (R.A = 60%)

간에 비교하였다. 이때의 금형은 곡면다이로 이에 대한 금형치수는 Table 1에 나타내었다. 여러가지 단면감축율에 대해 본 수치해석(MWR)에 의한 결과는 FEM보다는 약간 상회하지만 실험과 아주 양호한 일치를 보이고 있다. FEM보다 훨씬 짧은 계산시간으로 비교적 좋은 예측치를 주고 있음을 알 수 있다. Fig. 9(a)는 Al2024 시편의 단면감소율 60%인 경우에 대해 곡

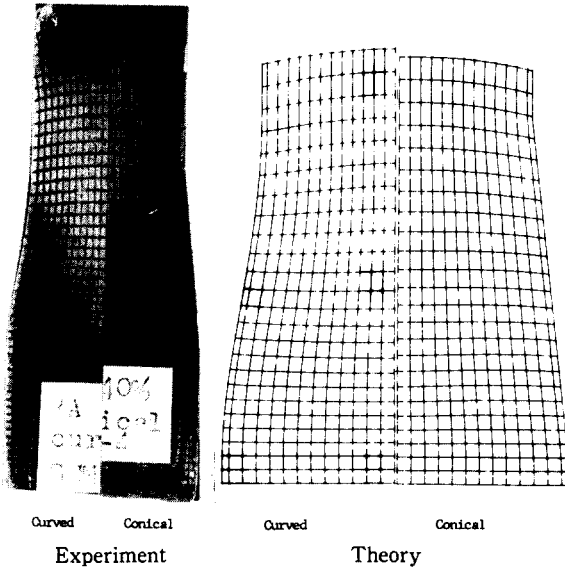


Fig. 9 (b) Comparison of flow pattern between computation and experiment for SCM4 (R.A=40%)

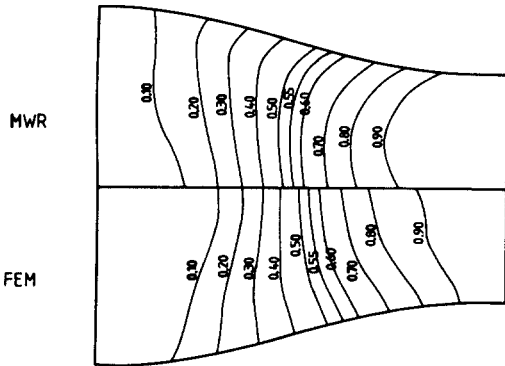


Fig. 10 Comparison between MWR and FEM for effective strain (ϵ) (SCM 4, R.A=60%, curved die)

면다이 및 원추형다이를 사용하여 계산된 이론적인 그리도변형패턴을 실험적인 변형패턴과 서로 비교하였다. 입구부근에서 약간의 차이를 보이고 있으나 전반적으로 비교적 좋은 일치율을 보이고 있다. Fig. 9(b)는 SCM4 시편의 단면감소율 40%인 경우에 대해 곡면다이 및 원추형다이를 이용하여 계산된 그리도변형패턴과 실험적인 변형패턴을 비교하였는데 비교적 좋은 일치율을 역시 보이고 있다. 이로써 MWR에 의한 수치해석방법이 변형패턴의 예측에 상당히 좋은 방법임을 알 수

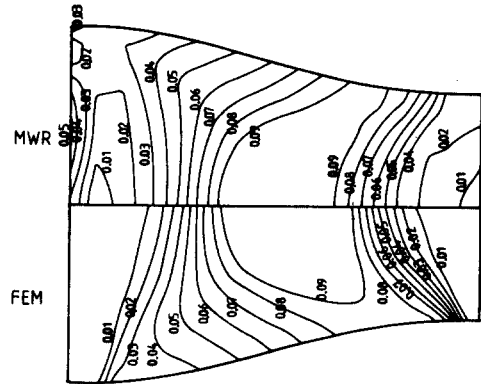


Fig. 11 Comparison between MWR and FEM for effective strain rate ($\dot{\epsilon}$) (SCM4, R.A=60%, curved die)

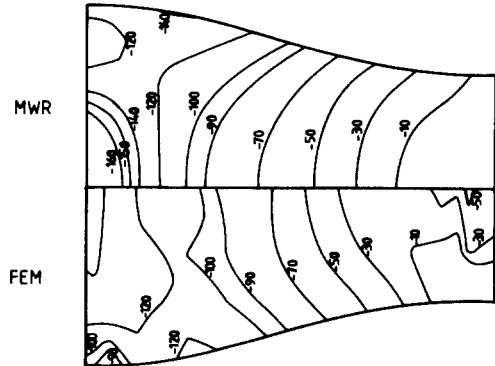


Fig. 12 Comparison between MWR and FEM for axial stress (σ_z) (SCM4, R.A=60%, curved die)

있다. Fig. 10, Fig. 11 및 Fig. 12는 SCM4 시편을 단면감소율이 60%이고 곡면다이를 이용한 동일한 조건에서 MWR에 의한 수치해석결과를 FEM 계산결과⁽⁹⁾와 유효변형도(ϵ), 유효변형도율($\dot{\epsilon}$) 및 측방향응력(σ_z) 각각에 대해 비교한 것으로 본 연구결과와 FEM 결과가 잘 일치하고 있다. Fig. 13(a)와 Fig. 13(b)는 SCM4 시편에 대해 곡면다이 및 원추형다이를 단면감소율 40% 및 60% 각각에 대해 유효응력분포를 비교한 것이다. 곡면다이의 경우가 원추형다이보다 가공경화정도가 보다 균일함을 알 수 있다. 이것은 경우에 따라 금형의 형상이 가공경화정도의 분포를 어느 정도 제어할 수 있음을 시사해 준다.

5. 결 론

(1) 가중잔류항법을 냉간에서의 측대칭 전방압출공정

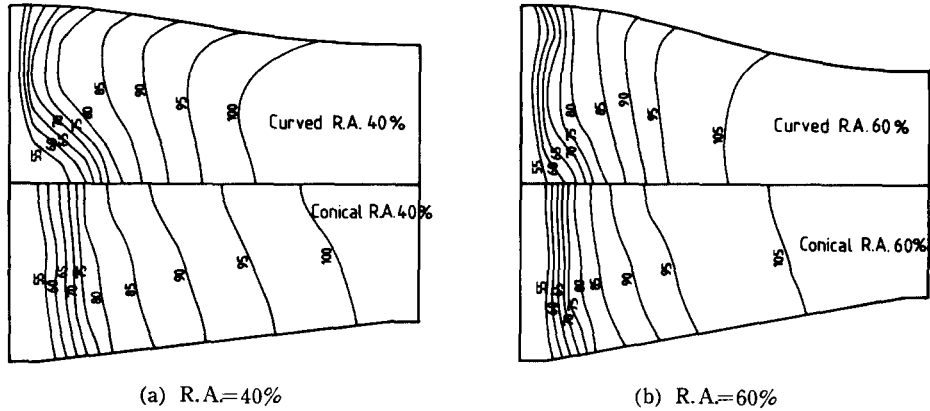


Fig. 13 Distribution of effective stress for SCM4 (unit : kgf/mm^2)

에 적용하여 곡면다이와 원추형다이를 통한 두 경우에 대해 압축하중, 유동패턴, 응력성분들, 변형도, 변형도율등의 제변형특성을 살펴보았다. 특히 이들 특성을 유한요소법의 경우와 비교 검토하고 압축력과 그리드 패턴을 실험과 비교한 결과가 잘 일치하였다.

(2) 가중잔류항법으로 계산한 결과 대체로 유한요소법의 절반정도 계산 시간으로 대등하게 좋은 해를 얻을 수 있었다.

(3) 가중잔류항법에 의한 계산에 있어서 계수(free parameter)는 응력과 변형도분포에 별로 큰 영향을 미치지 않았으며 계산시간은 항수와 결점수의 증가에 따라 달라졌다.

(4) 다이형상이 응력과 변형도분포에 미치는 영향을 비교한 결과 곡면다이의 경우가 원추형다이의 경우보다 훨씬 균일한 변형도분포를 보이고 있으며 특히 압축제품의 단면에 따른 가공경화특성이 보다 균일한 것으로 나타났다. 이것은 다이형상을 바꿈으로써 압축제품의 가공경화정도의 분포를 어느정도 제어할 수 있음을 시사하고 있다.

(5) 본 논문의 해석에 있어 금형면은 반드시 해석함수로 주어져야 하는 단점이 있는데 수치적으로 주어지는 일반적인 경우에 대해서도 해석이 가능하도록 이론의 확장이 요구된다.

참 고 문 헌

- (1) S.H. Crandall, 1956, "Engineering Analysis", McGraw-Hill.
- (2) W.F. Ames, 1965, "Nonlinear Partial Differential Equations in Engineering", Academic Press.
- (3) L. Collatz, 1966, "The Numerical Treatment of Differential Equations", Springer-Verlag.
- (4) G. Adler, 1969, "Ein Verfahren zur naerungsweise Berechnung des Spannungs-und Formaendenzustandes beim Fliessen starrplastischer Werkstoffe", Report No. 12, If U, Stuttgart University.
- (5) M. Geiger and E. Steck, 1967, "Naerungsrechnung zur Ermittlung des Spannungsund Bewegungszustandes beim Fliessen eines Starrplastischer Werkstoffes", Industrie Anzeiger, Vol. 89, No. 81, pp. 18~21.
- (6) E.G. Thomsen, C.T. Yang and S. Kobayashi, 1965, "Mechanics of Plastic Deformation in Metal Processing", MacMillan.
- (7) Y. Saida, C.H. Lee and S. Kobayashi, 1969, "Some Aspects of Friction in Forging Problem", Dept. of Mechanical Eng, Internal Report, University of California Berkeley.
- (8) C.H. Lee and T. Altan, 1972, "Influence of Flow Stress and Friction upon Metal Flow in Upset Forging of Rings and Cylinders", J. of Eng. Ind., Trans. ASME, Vol. 94, pp. 775~782.
- (9) 양동열·오병수·이중홍, 1985, "강소성유한요소법을 이용한 축대칭 전방압축해석," 대한기계학회 논문집, 제 9권 제 4호, pp. 452~462.