

<論 文>

자유 평면 제트유동 해석을 위한 간헐도 난류모델의 개발

조 지 룡\* · 정 명 균\*\*

(1987년 4월 4일 접수)

Development of the Intermittency Turbulence Model for a Plane Jet Flow

Ji Ryong Cho and Myung Kyoong Chung

**Key Words:** Intermittency(간헐도), Mass Entrainment(질량유입), Bulk Convection(체적대류)

**Abstract**

In a turbulent free shear flow, the large scale motion is characterized by the intermittent flow which arises from the interaction between the turbulent fluid and the irrotational fluid of the environment through the mean velocity gradient. This large scale motion causes a bulk convection whose effect is similar to the spatial diffusion process.

In this paper, the total diffusion process is proposed to be approximated by weighted sum of the bulk convection due to the large scale motion and the usual gradient diffusion due to small scale motion. The diffusion term in conventional  $k-\epsilon$  model equations are modified by such weighted sum of the two diffusion process. The present model requires one more equation of the intermittency transport equation. A production term of this equation means mass entrainment from the irrotational fluid to the turbulent one. In order to test the validity of the proposed model, a plane jet is predicted by this method. Numerical results of this model is found to yield better agreement with experiment than the standard  $k-\epsilon$  model and Byggstoyl & Kollmann's model(1986).

Present hybrid diffusion model requires further tests for the check of universality of model and for the model constant fix.

————— 기 호 설 명 —————

$b$	: 속도 반폭(velocity half width)	$F_{r_m}$	: 최대 간헐도 주파수
$C_s$	: $\phi$ 에 대한 난류 모델 상수	$f_1, f_2$	: 구배 확산 및 체적 대류에 대한 무게합수
$d$	: 제트 출구폭	$I(x, t)$	: 간헐도 함수(intermittency function)
$E(x)$	: 간헐도에 의한 질량 유입률	$k(x)$	: 난류 운동 에너지(turbulent kinetic energy = $1/2 \overline{u_i u_i}$ )
$F_r$	: 간헐도 주파수(intermittency frequency)	$L$	: 난류 길이 척도(turbulence length scale)
		$U, V$	: 주유동 방향의 평균 속도와 그에 수직 방향의 평균 속도

\* 한국과학기술원 기계공학과

\*\* 정회원, 한국과학기술원 기계공학과

$u, v$	: 주유동 방향의 평균 속도와 그에 수직 방향의 평균 속도
$Uc(x)$	: 제트 대칭축에서의 평균 속도
$Ue$	: 제트 출구 속도
$\bar{uv}$	: Reynolds 전단 응력
$V_\phi$	: $\phi$ 의 체적 대류 속도
$x$	: 위치 벡터
$\phi(x, t)$	: 난류장의 임의의 스칼라 량
$\gamma(x)$	: 간헐도(intermittency factor)
$\sigma_\phi$	: $\phi$ 의 난류 Prandtl 수
$\nu_t$	: 와점성 계수(eddy viscosity)
$\epsilon(x)$	: 난류 운동에너지의 소멸률(turbulent kinetic energy dissipation rate)

## 1. 서 론

공학적 문제에서 나타나는 유체의 유동은 대부분의 경우 난류유동이 되고, 경우에 따라서는 마찰, 혼합 또는 열전달을 강화하기 위하여 인위적으로 난류 유동 상태를 만들어야 하는 경우가 자주 나타나므로 난류 유동에 대한 이해는 중요한 현실적 문제이다. 이제까지 난류유동에 대한 이해는, 유동장을 지배하는 연속 방정식, 운동량 방정식 그리고 에너지 방정식을 시간 평균과 이 시간 평균으로 부티의 편위량으로 기술하는 Reynolds 분리법을 바탕으로 하여 발전되어 왔다. 그런데 Reynolds 분리를 지배 방정식에 적용시키면 Reynolds 응력과 같은 미지의 항이 나타나서 방정식을 직접 적분하는 것이 불가능하여 지므로 실험에서 얻어진 자료를 분석하여 Reynolds 응력을 평균 유동량으로 표현하여야 한다. 이때 관계식은 흔히 난류 전달 방정식으로 표현되는데 여기에 나타나는 교차항을 공식화 하는 것이 핵심적인 문제이며, 이런 교차항들 가운데 하나가 난류 확산항이다. 난류 확산은 많은 연구자들이 구배확산 과정 (gradient diffusion process)으로 생각하는데, Townsend<sup>(1)</sup>는 난류 에너지의 확산이 주로 큰 eddy에 의하여 지배를 받는다고 생각하였으며, 이러한 체적대류(bulk convection)개념을 이용하여 Bradshaw 등<sup>(2)</sup>은 경계층 유동을 비교적 정확하게 예측하였다. Keffer<sup>(3)</sup>는 반류유동(wake flow)의 실험으로부터 구배확산과 체적대류가 비슷한 크기를 가진다고 하였다. Bradshaw 등<sup>(2)</sup>은 난류 유동의 중심부에서는 체적대류와 함께 구배 확산도 함께 고려할 것을 추천하고 있다. Morel과 Torda<sup>(4)</sup>는 난류 전단응력의 확산에 체적대류 모델을 사용하고, 또한 길이 척도(length scale)에 대

한 전달 방정식을 사용하여 자유전단 유동을 수치해석하였고, Biringen<sup>(5)</sup>은 축대칭 제트 및 반류 유동을 수치계산 하였다. Biringen과 Levi<sup>(6)</sup> 그리고 Biringen과 Abdol-Hamid<sup>(7)</sup>는 자기 경계층과 제트유동에 대하여 구배확산과 체적대류를 함께 사용하여 수치계산을 하였는데, 구배확산을 난류유동의 내부와 체적대류가 큰 외부에 대하여 같이 적용하고 있다. 그런데 지금까지 사용된 체적대류 모델은 모두 체적대류 속도의 분포에 대한 경험적인 함수를 입력으로 요구하는 단점을 내포하고 있다.

제트유동, 경계층의 상층부, 반류 유동 그리고 혼합층유동 등의 자유전단 유동의 공통적인 특징은 내부의 완전한 난류성 유체와 외부의 비회전 유동이 강한 평균속도 구배 때문에 상호 간섭을 일으켜서 두 유체사이에는 매우 불규칙한 경계면이 형성되는 관계로 간헐적인 유동(intermittent flow)의 양상을 나타낸다<sup>(8-10)</sup>. 간헐적 유동의 결과로 어느 한편의 유체가 상대편 유체의 중심부에 이르기에도 하는데 이러한 것이 체적대류를 유발하는 주요한 요인이 된다.

이러한 간헐적인 유동을 난류 모델에 반영하여 유동장을 좀더 자세하게 해석하려는 연구가 지난 10여년간 이루어져 왔다. Libby<sup>(11,12)</sup>는 간헐도에 대한 전달 방정식(intermittency transport equation)을 추측하고, 조건부 지배방정식(conditioned governing equation)을 써서 유동장을 해석하였다. Dopazo<sup>(13)</sup>는 간헐도 전달 방정식과 조건부 지배방정식을 엄밀하게 유도하였다. Byggstoy과 Kollmann<sup>(14)</sup>은 조건부 운동량 방정식들을 풀기 위하여 난류 운동에너지 방정식과 그의 소멸률 방정식을 역시 조건부 방정식화하여 평면제트 유동과 수평 경계층에 적용시켰다. Byggstoy과 Kollmann<sup>(15)</sup>은 조건부 전단응력 모델(conditioned Reynolds stress model)을 사용하여 난류 전단 유동을 해석하였는바, 이들은 모두 구배 확산 모델을 사용하고 있다. Pope<sup>(16)</sup>는 조건부 모델이 된 확률밀도 함수(probability density function)의 전달 방정식을 Monte Carlo 방법에 의하여 난류 평면제트 유동을 예측하였다.

본 연구에서는 간헐적인 유동에 의거한 체적 대류 모델을 설정하고, 구배 확산 모델에 유동장의 중심부와 외부에서 서로 다른 무게값을 부여하는 혼성 확산 모델(hybrid diffusion model)을 제안하며, 이 모델을 검증하기 위하여 첫 단계로서 평면 제트 유동에 대하여 수치 계산을 수행한다. 여기에는 간헐도에 대한 난류 전달 방정식이 필요하데 이 방정식의 생성항(production term)은 곧 외부의 비회전 유동이 난류성 유체로 유입

되는 정도를 의미하게 된다.

## 2. 수학적 모델

### 2.1 평균 유동 방정식

정지 유체속으로 분출되는 평면 제트의 유동을 지배하는 운동량 방정식은 Navier-Stokes 방정식에 경계층 근사를 적용하여 얻어진다.

$$U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} = -\frac{\partial \bar{uv}}{\partial y} \quad (1)$$

여기서는 레이놀즈 수가 매우 크다고 가정하고, 벽을 포함하지 않으므로 층류 전단응력은 무시하였다. 통상의 경계층 근사에서와 같이 수직 응력항을 무시하였으며, 외부의 압력 변화도 없다고 가정하였다. 실제에 있어서는 경계층 근사는  $V$ 가  $U$ 보다도 큰 경우에는 타당하지 않으므로 제트의 가장자리에서는 계산 결과의 정확성을 기대하기 어렵다.

유체의 연속 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \quad (2)$$

### 2.2 간헐도의 전달 방정식 (Intermittency Transport Equation)

Fig. 1은 제트 유동의 가장자리에서의 간헐적 유동 상태를 시간의 흐름에 따라 나타내고 있다. 간헐도 함수(intermittency function)  $I(x, t)$ 는 다음과 같이 정의된다.

$I(x, t) = 1$  측정점  $(x, t)$ 가 난류 영역내에 있는 경우

0 측정점  $(x, t)$ 가 비난류 영역내에 있는 경우

간헐도(intermittency factor)  $\gamma(x, t)$ 는 측정점이 난류 영역내에 있을 확률을 나타낸다.

$$\gamma(x) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T I(x, t) dt \quad (3)$$

간헐도 함수를 식 (1)과 (2)에 자기 곱하고 시간 평균을 취하면 난류영역 또는 비난류영역만에 대한 운동량 방정식과 연속 방정식을 구할 수 있다. 본 연구에서는 조건부 연속 방정식(conditional continuity equation)만을 필요로 한다<sup>(13)</sup>.

$$+U_i \frac{\partial \gamma}{\partial x_i} = -\frac{\partial}{\partial x_i} [\gamma(1-\gamma)(\bar{U}_i - \tilde{U}_i)] + E \quad (4)$$

여기서  $\bar{U}_j$ 와  $\tilde{U}_j$ 는 자기 난류 영역 및 비난류 영역에서의 평균 속도를 나타내고  $E$ 는 단위 질량당의 질량 유입률(mass entrainment rate)을 나타낸다. 이 식은 일반적인 난류 전달방정식의 형태를 가지므로 간헐

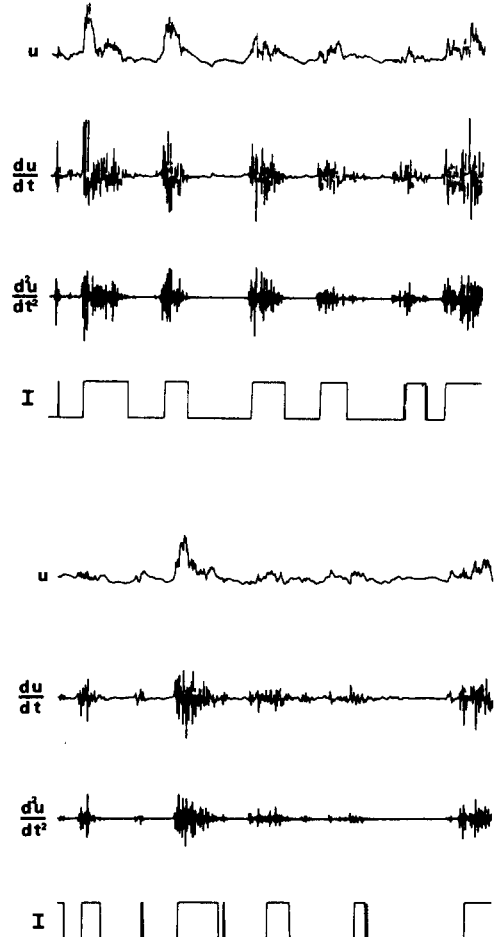


Fig. 1 Intermittent flows at the jetedge (ref. 17)

도 전달 방정식 (intermittency transport equation)이라고 한다. 본 연구에서는  $\bar{U}_j$ 와  $\tilde{U}_j$ 에 대한 조건부 운동량 방정식을 풀지 않을 뿐만 아니라 포물형 지배 방정식을 갖는 유동의 경우 식 (4)의 확산항은 경계층 근사를 취하면 주유동의 방향에 수직인 속도 성분 만을 갖게 되는데, 이 속도의 계산은 많은 수치적 오차를 발생시키므로 Byggstoyl과 Kollmann<sup>(14, 15)</sup>과 같이 모델을 사용하여 확산항을 다음과 같이 표현한다.

$$[\text{간헐도의 확산}] = \frac{\partial}{\partial y} \left[ (1-\gamma) \frac{\nu_t}{\sigma_r} \frac{\partial \gamma}{\partial y} \right] \quad (5)$$

여기서  $\nu_t$ 는 와점성 계수(eddy viscosity)이며  $\sigma_r$ 는 간헐도에 대한 난류 Prandtl 수이다.

질량 유입  $E$ 도 역시 모델을 세워야한다. Libby<sup>(11)</sup>는 Reynolds 응력이 질량유입(mass entrainment)을 일으키며 또한 질량유입이 비난류성 유체의 상대적 양에

비례한다고 생각하였다. Chevray 와 Tutu<sup>(10)</sup>는 간헐도 주파수에 의해서만 질량유입이 결정된다고 가정하였다. Byggstoyl 과 Kollmann<sup>(14,15)</sup>은 난류 운동에너지의 생성과 유동장의 비등방성에 의하여 질량유입이 유발된다고 하였으며 이러한 생성이 없는 경우에 일어나는 소멸 (destruction)을 고려하였다. Pope<sup>(16)</sup>는 평균속도 구배와 함께 비등방성을 고려한 모델을 제시하였다. 질량 유입은 난류성 유체와 비난류성 유체 사이의 표면에 대해 대체로 비례한다고 추측되며<sup>(18)</sup> 따라서 간헐도의 주파수 (intermittency frequency)  $F_i$ 에 비례한다. 자유 전단 유동에 대한 실험 결과들을 조사하여 볼때<sup>(8-10,17)</sup> 이 간헐도 주파수는 간헐도와 대체로 다음과 같은 관계를 가짐을 알 수가 있다.

$$F_i \propto \gamma(1-\gamma) \quad (6)$$

또한 Mobbs<sup>(19)</sup>의 실험 결과에 따르면 평균 속도 구배에 의하여 간헐적인 유동과 함께 질량 유입 (mass entrainment)이 발생되는 것으로 믿어진다. 지금까지 난류 유동에서는 평균 속도 구배가 있는 경우 비난류성의 유체가 난류성의 유체로만 유입되며 그 반대의 현상은 일어나지 않는 것으로 생각되고 있다<sup>(1)</sup>. 즉 식 (4)에서 질량 유입은 항상 생성항 (production term)이다. 이상의 생각에서 질량유입을 다음과 같이 근사적으로 공식화할 수 있다.

$$E = C_r \gamma(1-\gamma) \left| \frac{\partial U}{\partial y} \right| \quad (7)$$

여기서  $C_r$ 는 모델 상수이다. 따라서 간헐도 전달 방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$U \frac{\partial \gamma}{\partial x} + V \frac{\partial \gamma}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left[ (1-\gamma) \frac{\nu_i}{\sigma_r} \frac{\partial \gamma}{\partial y} \right] + C_r \gamma(1-\gamma) \left| \frac{\partial U}{\partial y} \right| \quad (8)$$

### 2.3 혼성 확산 모델 (Hybrid Diffusion Model)

평균 유동의 운동량 방정식을 풀기 위해서는 난류 전단응력  $\overline{uv}$ 을 알아야만 한다. 본 연구에서는 간단한 Boussinesque의 와점성 모델을 사용한다.

$$-\overline{uv} = \nu_t \frac{\partial U}{\partial y} \quad (9)$$

와점성 계수  $\nu_t$ 는 난류 운동 에너지  $k$ 와 그의 소멸을  $\epsilon$ 에 의하여 Kolmann-Prandtl과 같이 표현한다.

$$\nu_t = C_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (10)$$

여기서  $C_\mu$ 는 경험적으로 정하여지는 모델 상수이다. 유동장내에서  $k$ 와  $\epsilon$ 의 분포는 다음과 같은 역시 반 경험적인 전달 방정식에서 구한다.

$$U \frac{\partial k}{\partial x} + V \frac{\partial k}{\partial y} = [\text{Diff. } k] + \nu_t \left( \frac{\partial U}{\partial y} \right)^2 - \epsilon \quad (11)$$

$$U \frac{\partial \epsilon}{\partial x} + V \frac{\partial \epsilon}{\partial y} = [\text{Diff. } \epsilon] + C_{\epsilon 1} \frac{\epsilon}{k} \nu_t \left( \frac{\partial U}{\partial y} \right)^2 - C_{\epsilon 2} \frac{\epsilon^2}{k} \quad (12)$$

위 방정식들에서 오른쪽 첫째항인 확산항 (diffusion term)은 구배확산 (gradient diffusion) 또는 체적 대류 (bulk convection)의 형태로 모델을 세우는데, 본 연구에서는 2차원 포물선형 유동에 대하여 두 확산항의 선형 결합에 의한 혼성 확산 모델 (hybrid diffusion model)을 제시한다.

$$\overline{\phi v} = -f_1 u_r L_T \frac{\partial \phi}{\partial y} + f_2 \langle V_\phi \rangle \phi \quad (13)$$

여기서  $\phi$ 는 유동장의 스칼라 양이고,  $\phi$ 는  $\phi$ 의 시간 평균을 의미한다.  $u_r, L_T$ 는 구배 확산을 지배하는 난류 특성 속도 및 길이 척도이다.  $\langle V_\phi \rangle$ 는  $\phi$ 의 체적 대류 속도이다. 함수  $f_1$ 과  $f_2$ 는 자기 구배 확산과 체적 대류에 대한 무게 함수이다. 이러한 혼성확산 모델을 사용한 연구의 예는 Bringen<sup>(6,7)</sup>의 경우가 있는데, Bringen은 확산 구배항을 그대로 유지하면서, 즉  $f_1 = 1$ 을 사용하였고  $f_2$ 는 경험적으로 정한 함수를 사용하였다. 본 연구에서는  $f_1$ 과  $f_2$ 를 유동의 간헐도를 사용하여 정한다. 먼저 난류 유동에 의하여 지배되는 유동의 영역에서는 구배 확산이 전체 확산을 지배한 것으로 생각되는데 이것은 총류유동의 경우 확산이 분자운동에 의해 발생되고 구배 확산 방정식으로 잘 표현됨을 상기할 때 타당하다. Fig. 1에서 간헐도 함수가 1인 구간에서는 속도의 고차 미분항이 매우 커서 미세 운동이 활발함을 알 수 있다. 따라서 본 연구에서는 구배 확산에 대한 무게 함수  $f$ 이 간헐도에 비례한다고 가정하였다.

$$f_1 = \gamma \quad (14)$$

Fig. 2는 Park<sup>(20)</sup>에 의해서 얻어진 제트 가장자리의 유동장을 가시화한 사진인데 Fig. 1에서 이미 암시된 것처럼 구배 확산만으로는 설명할 수 없는 국부적으로 강한 난류 운동을 보이는 지역이 존재함을 보여주고 있다.

다음으로 체적 대류에 의한 확산의 무게함수  $f_2$ 를 정한다. 체적 대류를 일으키는 간헐적 유동이 제트 본류의 외부의 비난류성유체의 상호 작용에 의하여 발생되므로 체적대류에 의한 확산량은 간헐도 주파수  $F_i$ 에 비례한다고 생각된다. 2차원 자유 전단 유동의 경우 간헐도 주파수는 식 (6)에 의해서 간헐도와 대체로 다음의 관계를 갖는다.



Fig. 2 Flow visualization of jet flow with a smoke wire method. Main flow direction is from left to right. Arrowed flow region shows a bulk convective characteristics. (Photo courtesy of Dr. S.W. Park)

$$\frac{F_r(y; x)}{F_{rm}(x)} \propto \gamma(1-\gamma) \quad (15)$$

Fig. 3는 평면 제트 유동에서 최대 간헐도 주파수가 하류로 갈에 따라 변화하는 양상을 나타내는데 대체로 다음의 관계를 따른다<sup>(17, 21)</sup>.

$$F_{rm}(x) \propto x^{-\frac{3}{2}} \quad (16)$$

평면 제트 유동의 경우 평균속도 반폭  $b$ 와 제트 중심축에서의 평균 속도  $U_c$ 는

$$b \propto x \quad (17)$$

$$U_c \propto x^{-\frac{1}{2}} \quad (18)$$

과 같이 변한다<sup>(17, 22)</sup>.

식 (16), (17), (18)을 써서 무차원 수를 형성시키면

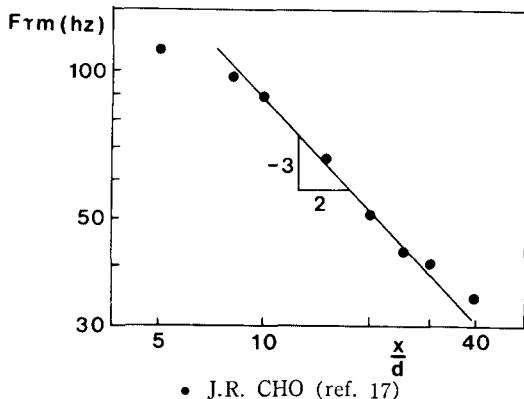


Fig. 3 Variation of the maximum intermittency frequency

$$\frac{F_{rm}b}{U_c} \propto \text{constant} \quad (19)$$

따라서 제략적으로

$$F_{rm} \propto \frac{U_c}{b} \propto \left. \frac{\partial U}{\partial y} \right|_{\max} \quad (20)$$

의 관계가 된다. 이 식은 유동장에 내재된 큰 vortex가 간헐적인 유동과 관계를 맺고 있음을 암시하고 있으며, 여기서 난류장에 내재하는 대규모 운동(large scale motion)의 특성 시간이 제공되고 있다. 체적 대류 속도는 이 특성 시간과 특성 길이  $L$ 에 의하여 결정될 수 있는데 본 연구에서는 특성 길이를 Townsend<sup>(1)</sup>와 같이 정의하였다.

$$L = \frac{k^{\frac{3}{2}}}{\epsilon} \quad (21)$$

$$\langle V_\phi \rangle \propto \left. \frac{\partial U}{\partial y} \right|_{\max} \frac{k^{\frac{3}{2}}}{\epsilon} \quad (22)$$

이상의 관계식과 함께, 체적 대류는 항상 평균적으로는 간헐도가 큰 영역에서 작은 영역으로 일어난다고 가정하면 체적 대류에 의한 확산은 다음과 같이 표현된다.

$$f_2 \langle V_\phi \rangle \Phi = -C_{b\phi} \gamma(1-\gamma) \left. \frac{\partial U}{\partial y} \right|_{\max}$$

$$\frac{k^{\frac{3}{2}}}{\epsilon} \text{sgn}\left(\frac{\partial \gamma}{\partial y}\right) \cdot \Phi \quad (C_{b\phi} \geq 0) \quad (23)$$

따라서 일반적으로 쓰이는 것과 같이 구배 확산항에  $\phi$ 에 대한 난류 프란틀 수  $\sigma_\phi$ 를 도입하여, 식 (13)을 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\overline{\phi v} = -\gamma \frac{\nu_t}{\sigma_\phi} \frac{\partial \phi}{\partial y} - C_{b\phi} \gamma(1-\gamma) \left. \frac{\partial U}{\partial y} \right|_{\max}$$

$$\frac{k^{\frac{3}{2}}}{\epsilon} \text{sgn}\left(\frac{\partial \gamma}{\partial y}\right) \cdot \Phi \quad (24)$$

Fig. 4에 구배 확산과 체적 대류를 개념적으로 도시

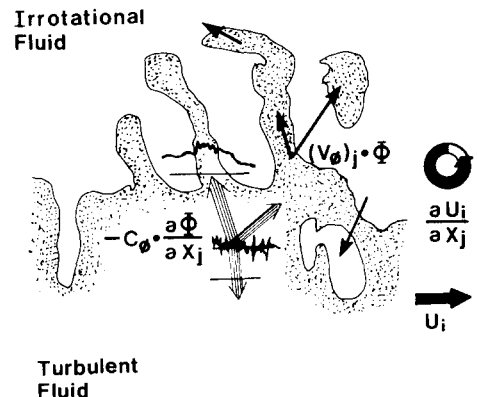


Fig. 4 Conceptual schematic drawing of the gradient diffusion and the bulk convection

하였는데, 소규모 운동이 지배하는 난류 영역내에서는 평균 유동량의 구배에 의하여 평균 유동량의 값이 큰 영역에서 적은 영역으로 구배확산이 일어나고, 비회전 유동내에서는 분자운동에 의한 확산이 지배적인데 Reynolds 수가 충분히 크고 벽이 가까이에 없는 경우는 분자운동에 의한 확산은 일반적으로 무시된다. 평균속도 구배는 전단층을 불안정하게 만들어서 유동장에 큰 eddy 운동을 유발시키는데 유동량은 자신의 값을 그대로 유지한채로 이 운동에 실려서 유동장의 다른 지점으로 이동하는 체적 대류가 일어난다. 이런 체적 대류에 의한 확산은 순간적으로 평균 유동량의 값이 적은 영역에서 큰 영역으로 역확산(inverse diffusion)이 일어날 수도 있다.

식 (24)를 이용하여 식 (11)과 식 (12)는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$U \frac{\partial k}{\partial x} + V \frac{\partial k}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left[ \gamma \frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial y} + C_{bk} \gamma (1-\gamma) \left| \frac{\partial U}{\partial y} \right|_{\max} \cdot \frac{k^{\frac{3}{2}}}{\epsilon} \operatorname{sgn} \left( \frac{\partial \gamma}{\partial y} \right) \right] + \nu_t \left( \frac{\partial U}{\partial y} \right)^2 - \epsilon \quad (25)$$

$$U \frac{\partial \epsilon}{\partial x} + V \frac{\partial \epsilon}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left[ \gamma \frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial y} + C_{b\epsilon} \gamma (1-\gamma) \left| \frac{\partial U}{\partial y} \right|_{\max} \cdot k^{\frac{3}{2}} \operatorname{sgn} \left( \frac{\partial \gamma}{\partial y} \right) \right] + C_{1\epsilon} \frac{\epsilon}{k} \nu_t \left( \frac{\partial U}{\partial y} \right)^2 - C_{\epsilon 2} \frac{\epsilon^2}{k} \quad (26)$$

Table 1에 본 연구에 사용된 모델 상수를 나타내었는데, 운동에너지의 체적 확산과 소멸률의 체적 확산이 같은 속도로 일어난다고 가정하였다.

### 3. 수치적 해석

본 연구에서 제안된 간헐도에 근거한 난류 확산 모델의 타당성을 검증하기 위하여, 널리 사용되고 있는 구배확산만을 가정하고 있는 표준형의  $k-\epsilon$  모델과 여기에 체적 대류항을 덧붙인 혼성 확산 모델을 써서 수치 계산을 수행하고 그 결과를 실험과 비교한다.

지배 방정식을 적분하기 위하여 Patankar와 Spalding의 방법을 쓰고 있는 STAN5 코오드를 기본으로하여

Table 1 Model constants

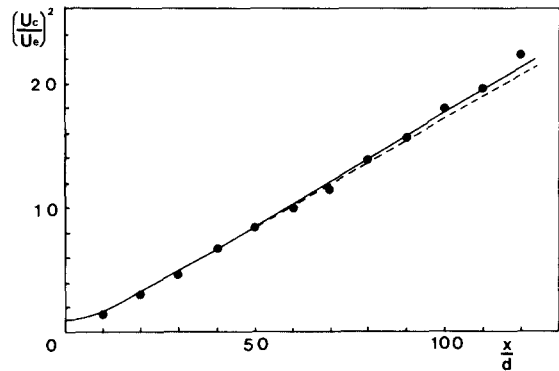
$C_\mu=0.090$	$C_{\epsilon 1}=1.440$	$C_{\epsilon 2}=1.920$	$C_\gamma=1.000$
$C_{bk}=0.312$	$C_{b\epsilon}=0.312$	$\sigma_\epsilon=1.000$	$\sigma_k=1.300$
$\sigma_\tau=1.000$			

본 연구에서 제안된 모델 방정식을 계산하였다. 혼성 확산 모델에서 발생하는 문제는 지배 방정식이 간헐도가 큰 영역, 즉 제트의 중심부에서는 포물선형인데 비하여 간헐도가 적은 제트의 가장자리에서는 쌍곡선형으로 바뀌어지고, 따라서 수치적 불안정성이 초래될 수 있다는 점이다(2,7). 본 연구에서는 체적 대류항을 이미 유동의 상태가 알려진 상류에서의 값으로 근사하여 전체 문제를 포물선형의 문제로 취급하였다(4). 따라서  $x$ 방향의 스텝 크기는 크게 잡을 수가 없다. 유동에 수직인 격자점의 수는 59점을 취하였으며 유동 방향의 스텝 크기는 속도 반폭의 5% 이내로 제한하였다. 이 경우에  $x/d=100$ 까지 계산하기 위하여서는 PRIME750의 경우 약 3분 30초의 CPU 시간을 필요로 한다.

제트 중심축에서의 경계 조건은 대칭조건을 부여하였으며 가장자리에서는 Dirichlet 조건을 부여하였다. 초기의 평균 속도는 가장자리의 두 격자점을 제외하고는 평탄하게 두었으며, 난류 운동에너지는 매우 적은 값을 주었다. 에너지의 소멸률은 처음에는 값을 주지 않았으며, 처음의 10 스텝까지는 혼합거리 가정과  $k$  방정식을 사용하여 문제를 풀고, 여기에서 난류 운동에너지의 소멸률을  $\epsilon=k^{3/2}/L$ 에 의하여 구한 뒤에  $k-\epsilon$  모델을 사용하며 나머지 유동장을 푼다.

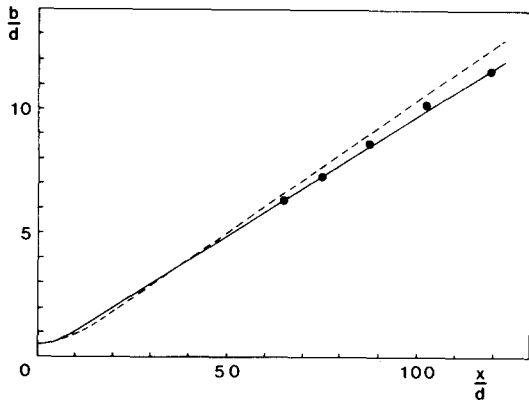
### 4. 계산 결과 및 토의

난류 모델을 검증하거나 수치 계산을 수행할 경우 초기 및 경계조건이 계산 결과에 영향을 주는 임의성을 줄이기 위해서는 먼저 실험 결과가 자체적으로 일관성



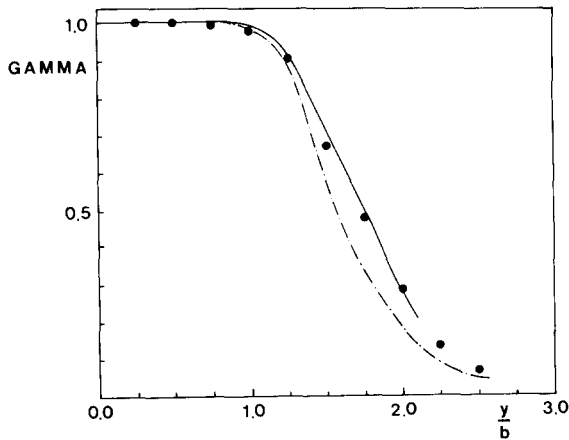
● Gutmark & Wagnanski (ref. 23)  
 Present Calculation  
 - - - standard  $k-\epsilon$  model  
 — present  $k-\epsilon$  model

Fig. 5 Predictions of the center-line mean velocity decay.



- Gutmark & Wygnanski(ref. 23)
- Present Calculation
- - - standard  $k-\epsilon$  model
- present  $k-\epsilon$  model

Fig. 6 Predictions of the velocity half width



- Gutmark & Wygnanski(ref. 23)
- - - Byggstoyl & Kollmann(ref. 15)
- Present calculation

Fig. 7 Predictions of the intermittency factor

(consistency)을 보이는 실험을 선정한 뒤에, 특정한 하나의 결과, 이를테면 중심선상의 속도 감소 등이 잘 맞도록 초기 조건과 경계 조건, 모델 상수등을 조절한 뒤 나머지 실험 결과들과 체계적인 비교를 하여야 한다.

수치 계산을 위하여 선택된 Gutmark와 Wygnanski<sup>(23)</sup>의 평면 제트 유동은 제트의 출구폭이 13mm이며 출구 속도는 35m/s이고 정지 유체 속도로 분사된다.

Fig. 5는 제트 중심선상의 평균 속도 감소를 나타내는데 실험결과와 잘 일치하도록 초기, 경계 조건, 모델 상수들을 미세하게 변화시켰는데 모델 상수의 경우 표준  $k-\epsilon$  모델의 상수들은 변화시키지 않았다.

Fig. 6은 속도 반폭(velocity half width)으로 제트

의 성장을 나타낸다. 두 모델 모두 실험 결과와 잘 맞으나 혼성 확산모델이 실험치에 좀 더 가깝게 예측을 하고 있다.

Fig. 7은  $x/d=100$ 에서 간헐도의 예측 결과를 나타낸다. 간헐도 예측을 위하여 사용된 모델 상수는  $C_r=1.0$ 이다.  $y/b$ 가 2.1보다도 큰 영역에서는 STAN5 프로그램의 성격상 격자점 생성이 되지 않아서 계산이 되지 않고 있다. 간헐도의 경계 조건을 변화시켜도 간헐도 예측의 형태는 크게 바뀌지는 않았다. 다른 연구자들은 간헐도의 예측을 위하여 난류영역 운동량 방정식과 비난류영역 운동량 방정식을 함께 풀었음에 비하여 이 결과는 이와 같은 조건부 운동량방정식(conditioned momentum equation)을 풀지 않고서도 간헐도를 충분히 예측한 수 있음을 보여주고 있다.

Fig. 8은  $x/d=100$ 에서의 평균 속도 분포를 나타낸다. 제트 내부에서는 표준  $k-\epsilon$  모델과 혼성 확산 모델 모두 실험과 잘 일치하며 제트의 가장자리에서는 혼성 확산 모델의 결과가 실험에 근접한 값을 주고 있다.

Fig. 9는 Reynolds 전단 응력을 비교한 그림이다. 최대 전단 응력의 경우 표준  $k-\epsilon$  모델은 실험치보다도 약 8% 낮게 평가하는데 비하여 혼합 확산 모델은 정확하게 예측을 하며 전체적인 형태면에서도 훨씬 좋은 모양을 갖추고 있다. 일반적으로 고차항은 평균 유동량보다도 난류변위에 대하여 민감한 반응을 보이는데 혼성 확산 모델의 경우 Reynolds 전단 응력이 매우 잘 예측되는 점으로 보아 물리적 과정(physical process)을 잘 반영하고 있다고 생각된다. 과거 제트의 바깥 영역에서의 난류량 측정은 유동의 역류 성분 등에 의하여 많은 오차를 지니는 것으로 생각되어 왔는데 역류를 검출할 수 있고 난류 강도가 매우 높은 지역에서도 신뢰성 있는 레이저 도플러 속도계(LDA: Laser Dopler Anemometer)를 사용한 Ramaprian과 Chandrasekhara<sup>(24)</sup>의 실험결과도 Gutmark와 Wygnanski의 열선 실험 결과와 거의 비슷한 Reynolds 전단 응력 분포를 보여주고 있다.

### 5. 결 론

자유전단 유동의 특징인 간헐도를 이용하여 체적 대류에 의한 확산 모델을 설정하고, 이와 함께 구배 확산모델에 간헐도에 의하여 무게합수를 부여하고, 이 두 확산 모델을 선형조합하는 혼성 확산 모델을 제시하였다. 이 모델의 타당성을 검증하기 위하여 평면 제트유동을 수치 해석하여 다음의 결론을 얻었다.





## 참 고 문 헌

- (1) A.A. Townsend, 1976, "The Structure of Turbulent Shear Flow", 2nd ed., Ch. 4, Ch. 6 and pp. 295~298, Camb. Univ. Press.
- (2) P. Bradshaw, D.H. Ferriss and N.P. Atwell, 1967, "Calculation of Boundary Layer Using the Turbulent Energy Equation", J. Fluid Mech., Vol. 28., No. 3, pp. 593~616.
- (3) J.F. Keffer, 1965, "The Uniform Distortion of a Turbulent Wake", J. Fluid Mech., Vol. 22, p. 135.
- (4) T. Morel and T.P. Torda, 1974, "Calculation of Free Turbulent Mixing by the Interaction Approach", AIAA J., Vol. 12, No. 4, pp. 535~540.
- (5) S. Biringen, 1978, "Calculation of Axisymmetric Jets and Wakes with a Three Equation Model of Turbulence", J. Fluid Mech., Vol. 86, No. 4, pp. 745~759.
- (6) S. Biringen and J. Levi, 1978, "Calculation of Two Dimensional Turbulent Boundary Layers", AIAA J., Vol. 16., No. 9, pp. 1016~1020.
- (7) S. Biringen and K. Abdol-Hamid, 1985, "A Turbulent Transport Model for Free-Shear Flows", AIAA J., Vol. 23., No. 10, pp. 1629~1631.
- (8) L.S.G. Kovaszny, V. Kibens and R.F. Blackwelder, 1970, "Large-Scale Motion in the Intermittent Region of a Turbulent Boundary Layer", J. Fluid Mech., Vol. 41, No. 2, pp. 283~325.
- (9) I. Wygnanski and H.E. Fiedler, 1970, "The Two-Dimensional Mixing Region", J. Fluid Mech., Vol. 41, No. 2, pp. 327~361.
- (10) R. Chevray and N.K. Tutu, 1978, "Intermittency and Preferential Transport of Heat in a Round Jet", J. Fluid Mech., Vol. 88, No. 1, pp. 133~160.
- (11) P.A. Libby, 1975, "On the Prediction of Intermittent Turbulent Flows", J. Fluid Mech., Vol. 68, No. 2, pp. 273~295.
- (12) P.A. Libby, 1976, "Prediction of the Intermittent Turbulent Wake of Heated Cylinder", Phys. Fluids, Vol. 19, No. 4, pp. 494~501.
- (13) C. Dopazo, 1977, "On Conditioned Averages for Intermittent Turbulent Flows", J. Fluid Mech., Vol. 81, No. 3, pp. 433~438.
- (14) S. Byggstoyl and W. Kollmann, 1981, "Closure Model for Intermittent Turbulent Flows, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 24, No. 11, pp. 1811~1822.
- (15) S. Byggstoyl and W. Kollmann, 1986, "A Closure Model for Conditioned Stress Equations and its Applications to Turbulent Shear Flows", Phys. Fluids, Vol. 29, No. 5, pp. 1430~1440.
- (16) S.B. Pope, 1984, "Calculations of a Plane Jet", AIAA J., Vol. 22, No. 7, pp. 896~904.
- (17) J.R. Cho, 1986, "Intermittency Measurement in Two-Dimensional Turbulent Plane Jet", M.S. Thesis, KAIST.
- (18) J.R. Lumley, 1980, "Second Order Modeling of Turbulent Flows", in Prediction Methods for Turbulent Flows, ed. by W. Kollmann, Hemisphere Publishing Corp.,
- (19) F.R. Mobbs, 1968, "Spreading and Contraction at the Boundaries of Free Turbulent Flows", J. Fluid Mech., Vol. 33, No. 2, pp. 227~239.
- (20) S.W. Park, KAIST Turbulence Lab. Note.
- (21) J.W. Oler and V.W. Goldschmidt, 1980, "Interfacing Crossing Frequency as a Self-Preserving Flow Variables in a Turbulent Plane Jet", Phys. Fluids, Vol. 23, No. 1, pp. 19~21.
- (22) N. Rajaratnam, 1976, "Turbulent Jets", pp. 1~26, Elsevier.
- (23) E. Gutmark and I. Wygnanski, 1976, "The Planar Turbulent Jet", J. Fluid Mech., Vol. 73, No. 3, pp. 465~495.
- (24) B.R. Ramaprian and M.S. Chandrasekhara, 1985, "LDA Measurements in Plane Turbulent Jets, Trans. ASME J. Fluid Engng., Vol. 107, pp. 264~271.