옵션모델에 의한 資本構造理論에 관한 硏究

鄭 炅 樹*

目 次

序 論

企業은 계획된 投資를 實現시키기 위하여 資金을 필요로 하며, 이 때 所要資金은 全額을 自己資本에 의할 수도 있으나 企業規模의 확대와 레버리지効果(leverage effect) 등으로 인하여 他人資本이 利用되고 있다. 이러한 資金調達의 形態 즉 資本構造는 企業價値와 어떤 관계가 있는가 하는 문제는 企業財務論에서 오래전부터 논란의 대상이 되어 왔다.

資本構造의 문제에 대해서 Modigliani와 Miller(1958)는 稅金이 고려되지 않는 完全資本市場에서 企業의 市場價値는 그 企業이 선택하는 投資案의 현금흐름에 따라 결정되며, 企業價値는 資本構造에 영향을 받지 않는다는 資本構造無關係理論(Irrelevancy theorem of Capital structure)을 提示하였다. 이후 그들은 負債이용시 支給利子에 대한 稅金控除効果를 감안하여 資本構造에 대한 새로운 修正理論(1963)을 提示하였으나, 이 理論은 100% 負債가 企業價値를 極大化시키는 資本構造라는 것을 의미하므로 現實性이 문제가 되었다.

M.M.修正理論이후 負債와 資本構造에 관한 많은 연구가 있었으며 특히 資本構造에 있어서 稅金効果 외에도 破産費用의 문제를 포함하는 理論이 제기되었다. 이 理論에 의하면 企業이 負債를 사용할 경우 利子支給에 대한 稅金控除効果가 있는 반면 破産危險을 증가시키는 効果가 있게 되어 이들의 相置關係(trade off)에 의해 最適資本構造가 존재한다는 것이다.

최근에는 Black and Scholes[1]에 의한 옵션價格決定模型(Option Pricing Model: OPM)이 발표된 이래 옵션理論이 條件附請求權(Contingent Claims)의 價格決定에 관한 一般理論으로 인정받게 됨에 따라 그 重要性이 커지고 있다. 株式, 社債 등이 條件附請求權으로 간주

*麗水水産大學 水産經營學科 助敎授

[1] Black, Fisher and Myron Scholes. "The Pricing of Option and Corporate Liabilities," *Journal of Political Economy, Vol.81* (May/June, 1973), pp.637~654.

될 수 있으므로 이들의 價格決定 및 企業價値, 投資決定 등 財務管理의 거의 모든 分野에서 옵션이론이 적용될 수 있다.

本 硏究에서는 負債의 利子支給으로 인한 稅金控除利得이 있으며 負債利用으로 인한 破産關係費用이 있다는 狀況下에서, 옵션모델을 利用하여 負債, 自己資本 및 企業價値에 대한 評價모델을 提示하고자 한다. 또한 이 모델을 利用하여 企業이 使用하는 負債의 量을 制限하는 負債受容限度(Debt Capacity)를 고찰하고자 한다.

本 論文의 構成은 제2장에서 破産費用과 稅金効果를 고려한 여러가지 企業價値모델을 고찰하고, 제3장에서 옵션을 이용한 企業價値모델을 도출하였으며 제4장에서 負債受容限度를 다루었다.

資本構造理論에 관한 諸見解

完全資金市場의 假定에는 현실적으로 많은 制約이 따르게 되는바, 이같은 制約要因중 破産費用과 稅金控除効果를 고려 할 경우 負債와 自己資本의 最適配合이 存在한다는 最適資本構造理論이 提示되었다. 이러한 연구중 企業價値모델에 대한 중요한 내용을 소개하면 다음과 같다.

1. 狀態選好모델

Kraus & Litzenberger는 企業의 資本配合에 따라 支給不能의 狀態가 발생할 수도 있다는 假定下에서 企業價値는 資本構造에 따라 변화될 수 있으며, 狀態에 따른 最適레버리지 수준이 存在하고 있음을 주장하였다.[2]

그들은, 最適資本構造의 存在에 있어서는 傳統的 資本構造理論에 동조하고 있으나 그 내용에 있어서는 見解를 달리하고 있다. 즉 傳統的 理論에 의하면 企業의 總價値는 레버리지 수준에 대하여 連續函數(Continuous function)이며 오목함수(Concave function)를 취하고 있다고 주장하나, 이들의 狀態選好모델에 의하면 企業價値는 레버리지에 대하여 반드시 連續函數도 아니고 오목함수(∩型)도 취하지 않는다고 한다. 다만 最適資本構造의 決定은 多數의 狀態중에서 企業價値를 最大化시키는 狀態를 결정하는 것이라고 하며 이의 決定을 위해 動的計劃法(Dynamic Programming)을 제시하였다.

(1) 假定의 設定

① n개의 가능한 狀態가 존재한다.

② 企業은 有限責任이다($0 \leq G_j \leq X_j$).

---

[2] Kraus, A. and R. Litzenberger, "A State-Preference Model of Optimal Financial Leverage," *Journal of Finance*, **28** (September 1973), pp.911~922.

③ D: 負債使用에 따른 固定支給額
④ $P_j(0 \leq P_j \leq 1)$: 金額1단위에 대한 請求權
⑤ X_j: EBIT$(X_1 \leq X_2 \cdots X_n)$
⑥ G_j: 破産費用
⑦ Y_j: 債權者 請求權
⑧ T_j: 稅率

(2) 企業價値評價모델

負債所有者에게 支給될 金額은

$$Y_j = \begin{cases} D & (D \leq X_j) \\ X_j - G_j & (D > X_j) \end{cases} \cdots\cdots(2-1)$$

결국 채권자의 企業에 대한 請求權은 負債使用에 따른 固定支給額D에 의존하므로 負債의 市場價値$B(D)$는 다음과 같이 표시된다.

$$B(D) = \sum_{j=1}^{n} Y_j P_j = \begin{cases} D\sum_{j=1}^{n} P_j & \text{for } 0 \leq D \leq X_1 \\ \sum_{j=1}^{k-1}(X_j - G_j)P_j + D\sum_{j=k}^{n} P_j \\ \text{for } X_{k-1} < D \leq X_k (k=2, \ldots, n) \\ \sum_{j=1}^{n}(X_j - G_j)P_j \text{ for } D > X_n \end{cases} \cdots\cdots(2-2)$$

상태j가 발생할 때 株主에게 支給될 금액을 Z_j라 하면

$$Z_j = \begin{cases} X_j(1-T_j) + T_j D - D & \text{for } D \leq X_j \\ 0 & \text{for } D > X_j \end{cases} \cdots\cdots(2-3)$$

$$\begin{pmatrix} X_j(1-T_j): \text{企業의 稅金控除後利益} \\ T_j D \quad : \text{稅金控除効果} \end{pmatrix}$$

式(2—3)에서 株主에게 支給되는 금액은 納稅後利益 $X_j(1-T_j)$에 負債使用으로 인한 稅金節約額 T_jD를 더하고 債權者에 대한 支給額 D를 控除한 것이며 破産이 발생될 경우에는 0이 된다.

企業의 自己資本의 市場價値 $S(D)$는 다음과 같이 표시된다.

$$S(D) = \sum_{j=1}^{n} Z_j P_j = \begin{cases} \sum_{j=1}^{n}[X_j(1-T_j) + T_j D - D]P_j & \text{for } D \leq X_1 \\ \sum_{j=k}^{n}[X_j(1-T_j) + T_j D - D]P_j & \text{for } X_{k-1} < D \leq X_k (k=2, \ldots, n) \\ 0 & \text{for } D > X_n \end{cases} \cdots\cdots(2-4)$$

企業의 總市場價値 $V(D)$는 負債의 市場價値 $B(D)$와 自己資本의 市場價値 $S(D)$를 合한 것이므로

$$V(D)=\sum_{j=1}^{n}(Y+Z_j)P_j$$

$$=\begin{cases}\sum_{j=1}^{n}[(1-T_j)X_j+T_jD]P_j & \text{for } 0\leq D\leq X_1\\ \sum_{j=1}^{k-1}(X_j-G_j)P_j+\sum_{j=k}^{n}[(1-T_j)X_j+T_jD]P_j & \\ & \text{for } X_{k-1}<D\leq X_k(k=2,\ldots,n)\\ \sum_{j=1}^{n}(X_j-G_j)P_j & \text{for } D>X_n\end{cases} \qquad \cdots\cdots(2\text{—}5)$$

또한 負債를 使用치 않는 企業의 價値 $V(0)$는

$$V(0)=\sum_{j=1}^{n}(1-T_j)X_jP_j \cdots\cdots(2\text{—}6)$$

式(2—6)을 式(2—5)에 代入하면

$$V(D)=V(0)+\begin{cases}D\sum_{j=1}^{n}T_jP_j & \text{for } 0\leq D\leq X_1\\ \sum_{j=1}^{k-1}(T_jX_j-G_j)P_j+D\sum_{j=k}^{n}T_jP_j & \text{for } X_{k-1}<D\leq X_k(k=2,\ldots,n)\\ \sum_{j=1}^{n}(T_jX_j-G_j)P_j & \text{for } D>X_n\end{cases}$$

$$\cdots\cdots(2\text{—}7)$$

式(2—7)에서 알 수 있듯이

負債使用企業의 價値=負債使用이 없는 企業의 價値+稅金利得의 現在價値
—破産費用의 現在價値

모든 狀態에서 稅率이 일정하다고 가정하고 負債의 市場價値 $B(D)$를 式(2—7)에 代入하면

$$V(D)=V(0)+TB(D)-(1-T)\begin{cases}0 & \text{for } 0\leq D\leq X_1\\ \sum_{j=1}^{k-1}G_jP_j & \text{for } X_{k-1}<D\leq X_k(k=2,\ldots,n)\\ \sum_{j=1}^{n}G_jP_j & \text{for } D>X_n\end{cases} \qquad \cdots\cdots(2\text{—}8)$$

만약 破産費用이 存在치 않는다고 가정한다면 式(2—8)은 MM의 修正模型(1963)과 일치

한다. 결국 企業價値는 레버리지수준의 增加에 따른 稅金控除効果와 破産費用의 相置關係에 의해 결정됨을 알 수 있다.

2. 多期間 企業評價모델

James, H. Scott는 破産費用이 存在하고, 破産時의 市場이 不完全하다는 假定하에 多期間 企業評價모델(Multiperiod Model of Firm Valuation)을 提示하였다. 그는 投資者들이 위험중립적인 態度를 취한다고 가정하고 다음과 같은 前提하에 企業價値評價모형을 전개하였다.[3]

(1) 모델의 假定

① 株式은 완전히 분리되며 仲介費用, 發行費用 등이 없음.

② 投資者는 未來에 대하여 동일한 期待를 가지며, 危險에 대하여 中立的임.

③ 債權者 우선원칙(Me First Rule)이 적용된다.

④ 破産時 市場狀態는 不完全하며 破産費用이 存在함.

⑤ 個人稅率은 0임.

⑥ ρ: 正常利子率

⑦ T: 法人稅率

⑧ R: 利子費用

⑨ X: EBIT

⑩ $V(D)$: 企業價値, $S(D)$: 自己資本의 市場價値, $B(D)$: 負債의 市場價値

(2) 企業評價模型

次期의 自己資本市場價値 Y_e는 다음과 같이 표현된다.

$$Y_e=\begin{cases}0 & [X\leq R-S(D)/(1-T)] \\ S(D)+(1-T)(X-R) & [X>R-S(D)/(1-T)]\end{cases} \qquad \cdots\cdots(2\text{—}9)$$

投資者들이 危險中立的 態度를 취한다고 하는 경우 自己資本의 市場價値는 Y_e를 正常利子率 ρ로 割引한 것이 된다.

$$S(D)=\frac{(1-T)E_b(X-R)}{\rho+F} \qquad \cdots\cdots(2\text{—}10)$$

$$\begin{cases} E: \text{기대치 부호} \\ F: \text{破産의 確率}=\int_{-\infty}^{b} f(x)dx, \quad E_b(X-R)=\int_{b}^{\infty}(X-R)f(x)dx \\ b: R-V_e/(1-T)\end{cases}$$

[3] Scott, James H. Jr. "A Theory of Optimal Capital Structure," *Bell Journal of Economics, Vol.7*, No.1 (Spring, 1976), pp.33~54.

式(2—10)은 破産費用의 存在를 認定하는 경우 自己資本의 價値評價模型이다.

또한 負債의 市場評價模型은 負債가 充分히 補償될 수 있는 경우와 그렇지 못한 경우에 따라 다음과 같이 2가지로 分類될 수 있다.

① 負債가 充分히 補償될 수 있는 경우($LA>B(D)+R$)

$$B(D)=\frac{R+B(D)}{1+\rho}=\frac{R}{\rho} \quad \cdots\cdots (2\text{—}11)$$

(LA: 企業의 淸算價値)

② 負債가 充分히 補償될 수 없는 경우($LA<B(D)+R$)

$$B(D)=\frac{R(1-F)+LAF}{\rho+F} \quad \cdots\cdots (2\text{—}12)$$

따라서 企業價値評價模型은 負債의 使用規模에 따라 다음과 같이 定立될 수 있다.

① 모든 負債를 補償할 정도로 적은 規模의 負債를 사용하는 경우

$$V(D)=B(D)+S(D)=\frac{R}{\rho}+\frac{(1-T)E_b(X-R)}{\rho+F} \quad \cdots\cdots (2\text{—}13)$$

② 過多한 負債의 사용으로 인하여 補償할 수 없는 負債가 存在하는 경우

$$V(D)=B(D)+S(D)=\frac{(1-T)E_b(X)+TR(1-F)+LAF}{\rho+F} \cdots\cdots (2\text{—}14)$$

위 式에서 企業이 破産할 確率이 0이라면, 이는 MM의 企業評價模型과 동일한 다음모형으로 표시된다.

$$V(D)=\frac{(1-T)\bar{X}}{\rho}+TB(D) \quad \cdots\cdots (2\text{—}15)$$

또한 企業價値를 最大化시키는 最適레버리지수준의 결정은 式(2—13, 14)를 微分하여 얻어질 수 있으며, 만약 企業의 負債가 充分히 補償되어질 수 있다면 企業은 負債를 追加使用함으로써 企業價値를 增大시킬 수가 있다. 過多負債使用의 경우 企業은 保證附負債(Secured Debt)의 受容能力을 모두 使用하고 얼마간의 無保證負債(Unsecured Debt)를 使用함으로써 企業價債를 最大化시킬 수 있다.

3. 平均—分散모델

E. H. Kim[4]은 Sharp-Lintner-Mossin에 의하여 發展되어온 CAPM을 利用하여 破産費用

---

[4] Kim, E. Han, "A Mean-Variance Theory of Optimal Capital Structure and Corporate Debt Capacity; *Journal of Finance*, 33 (Mach 1978), pp.45~63.

과 稅金効果를 고려하는 경우 企業의 負債受容限度와 最適資本構造에 관한 모형을 提示하였다.

(1) 假定과 定義

投資로 인하여 實質資産을 획득하는 費用을 A라하고 最終價値를 X라 하면 營業利益은 $X-A$이다. 만약 企業이 投資資金全額을 自己資本으로 調達한다면 自己資本單位當收益率 R_u은

$$\begin{aligned}\tilde{R}_u &= [\tilde{X}-T(\tilde{X}-A)]/S_u \\ &= [(1-T)\tilde{X}+AT]/S_u \quad\cdots\cdots(2\text{—}16)\end{aligned}$$

S_u: 負債使用이 없는 企業의 自己資本價値

T: 稅率

이때 企業價値는 自己資本價値와 같다($V_u \equiv S_u$).

企業이 負債에 의해 일부投資資金(D)을 調達한다면 企業의 市場價値는 $V_L \equiv S_L + D$이다. 負債使用企業의 自己資本價値를 S_L이라 하면 自己資本單位當收益率 R_L은

$$\tilde{R}_L = \begin{cases} [(1-T)(\tilde{X}-\bar{r}D)+T(A-D)]/S_L & \text{if } \tilde{X} \geq \bar{r}D \\ 0 & \text{if } \tilde{X} < \bar{r}D \end{cases} \quad\cdots\cdots(2\text{—}17)$$

$\bar{r}$: 1+負債利子率

$\bar{r}D$: 負債에 대한 利子+元金(債權者에 대한 現金흐름)

負債에 대한 收益率은 다음과 같이 나타난다.

$$\tilde{r} = \begin{cases} \bar{r} & \text{if } \tilde{X} \geq \bar{r}D \\ (\tilde{X}-\tilde{G})/D & \text{if } \tilde{X} < \bar{r}D \end{cases} \quad\cdots\cdots(2\text{—}18)$$

($\tilde{G}$: 破産費用)

여기서 破産費用 $\tilde{G}$는

$$\tilde{G} = \begin{cases} 0 & \text{if } \tilde{X} \geq \bar{r}D \\ G(\tilde{X}) & \text{if } \tilde{X} < \bar{r}D \end{cases} \quad\cdots\cdots(2\text{—}19)$$

즉 企業의 最終價値 $\tilde{X}$가 債權者에 대한 現金흐름 $\bar{r}D$보다 최소한 크다면 破産費用 $\tilde{G}$은 0이 되고, 반대이면 破産費用은 企業의 最終價値에 따라 $G(\tilde{X})$로 남게 된다.

한편 危險證券 i의 價格은 均衡期待收益率을 나타내는 CAPM에 따라 결정되므로 證券 i의 期待收益率은 다음과 같다.

$$E(R_i) = R_f + \lambda \mathrm{cov}(R_i, R_m) \quad \cdots\cdots (2\text{—}20)$$

R_f: 1+無危險收益率

R_m: 1+市場 Portfolio의 期待收益率

λ: $[E(R_m)-R_f]/\sigma_m^2$: 위험의 市場價格

(2) 企業價値評價模型

破産符號(Bankruptcy Operator)를 다음과 같이 정의하면

$$\tilde{g} = \begin{cases} 0 & \text{if } \tilde{X} \geq \bar{r}D \\ 1 & \text{if } \tilde{X} < \bar{r}D \end{cases} \quad \cdots\cdots (2\text{—}21)$$

企業의 市場價値는 CAPM을 이용하여 다음과 같이 표시될 수 있다.

$$V_L = V_u + TD(R_f - 1)/R_f - T(A-D)V(\tilde{g}) - (1-T)V(\tilde{G}) \quad \cdots\cdots (2\text{—}22)$$

$V(\tilde{g}) = [E(\tilde{g}) - \lambda \,\mathrm{cov}(\tilde{g}, \tilde{R}_m)]/R_f$: 破産時 單位當 危險調整後 現在價値

$V(\tilde{G}) = [E(\tilde{G}) - \lambda \,\mathrm{cov}(\tilde{G}, \tilde{R}_m)]/R_f$: 破産費用의 危險調整後 現在價値

$TD(R_f-1)/R_f$: 利子支給額에 대한 法人稅節約額의 現價

$T(A-D)V(\tilde{g})$: 破産時 稅控除(tax credit)損失額의 現價

$(1-T)V(\tilde{G})$: 稅控除後 破産費用의 現價

위 式(2—22)에서

負債使用企業의 價値

=負債使用이 없는 企業의 價値+稅金控除效果의 現價

−稅金控除損失額의 現價−破産費用의 現價

만약 稅金과 破産費用이 없고(즉 $T=0$, $\tilde{G}=0$) 다만 破産이 일어날 確率만 있다면 $V_L = V_u$이다. 즉 企業의 價値는 資本構造와 無關하게 되어 M.M理論과 一致하게 된다.

(3) 企業의 負債受容限度

그러나 破産費用이 存在하게 되면 企業의 負債受容限度(Corporate Debt Capacity)가 있게 되며 最適資本構造가 存在한다면 最適負債는 企業의 負債受容限度보다 적은 상태에서 결정되어야 한다(Optimal Debt<Debt Capacity).

負債受容限度는 企業이 完全資本市場에서 借入할 수 있는 最大限의 금액을 말하며 이에 도달하지 않았다면 企業은 잠재적인 사채소유자들로부터 더 많이 借入할 수 있으나 일단 도달하게 되면 더 이상 借入할 수 없게 된다.

貸與者가 危險中立性이란 假定하에 負債受容能力을 표시하면

$$D = E(\bar{r}D)/R_f \quad \cdots\cdots (2\text{—}23)$$

이를 境界條件에 代入하면

$$D = \{\bar{r}D[1-F(\bar{r}D)] + \int_{-\infty}^{\bar{r}_D} \bar{X} f(\bar{X})\,d\bar{X} - \int_{-\infty}^{\bar{r}_D} G(\bar{X}) f(\bar{X})\,d\bar{X}\}/R_f \quad \cdots\cdots (2\text{—}24)$$

$f(\bar{X})$: 期待値와 標準偏差를 가진 $\bar{X}$의 確率密度

$f(\bar{r}D) = \int_{-\infty}^{\bar{r}_D} f(x)\,dx$: 企業이 期末에 破産될 確率

式(2—24)를 $\bar{r}D$에 관하여 微分하면

$$\frac{dD}{d\bar{r}D} = [1-F(\bar{r}D) - G(\bar{r}D) f(\bar{r}D)]/R_f \quad \cdots\cdots (2\text{—}25)$$

여기서 $\tilde{X}$가 正規分布를 이룬다고 하면 企業의 破産確率이 1에 도달하기 이전에 $[1-F(\bar{r}D)] = G(\bar{r}D) f(\bar{r}D)$가 되며 이때 企業은 最大負債受容能力에 도달한다. 이러한 狀況에서는 自己資本의 市場價値가 +인 狀態에 있으므로 $D/V_L < 1$이 된다. 결국 企業이 100%의 負債를 使用하기 以前에 負債受容限度는 存在하게 된다.

옵션모델에 의한 資本構造理論

위에서 고찰해본 企業價値모델외에 CAPM에 의하여 企業價値를 評價할 수 있다. 그러나 企業의 利子支給이 稅金控除할 수 있고 負債가 위험한(risky) 經濟에 있어서 CAPM은 정확한 企業價値를 評價할 수 없게 된다.[5] 즉 CAPM의 制限된 假定으로 인하여 여러가지 문제가 제기되며, 이를 이용하여 도출된 결과는 정밀한 形式으로 표시될 수 없다. 따라서 이러한 결함을 피하기 위하여 단순한 옵션모델을 이용하여 企業價値를 評價하며 이를 위해 M.M의 同質的 危險分類假定을 사용한다.

1. 옵션價格決定모델

옵션은 約定된 기간동안에 一定條件으로 指定된 資産을 買入, 賣却할 수 있는 권리를 부여하는 契約이다. 옵션이 行使될 때 約定된 價格을 行使價格(exercise Price), 行使되는

[5] Gonzales, N. and R. Litzenberger, J. Rolfe. "On Mean Variance Model of Capital structure and the Absurdity of their Prodictious," *Journal of Financial and Quantiitative Analysis*, **12** (June 1977).

期間을 나타내는 指定된 날자를 滿期日(expiration date), 指定된 資產이나 證券을 基礎資產(Underlying asset)라 한다. 資本市場에 있어서 옵션은 콜옵션(Call option)과 풋옵션(Put option)의 두가지 형태를 지니게 되는데 前者는 基礎資產을 買入할 수 있는 權利이며, 後者는 基礎資產을 賣却할 수 있는 權利이다.

일반적으로 옵션은 옵션買入者에게 항상 유리한 權利를 주게 되므로 옵션買入者는 이에 대한 代價, 즉 옵션價格(Option price)을 支拂해야 한다. 그러나 옵션買入者는 特定資產을 買入하거나 賣却할 수 있는 權利를 가지는 것이지 義務를 가지지 않는다. 이것이 옵션契約을 先物契約이나 先渡契約과 구별되는 점이다. 즉 先物契約은 所有者로 하여금 어떤 條件을 이행하도록 義務를 부과하고 있는 반면, 옵션契約의 所有者에게는 강제적인 義務가 없다.[6] 따라서 옵션소유자는 그 契約이 自己에게 유리하면 權利를 행사하게 되므로 條件附請求權(Contingent claim)이라고 할 수 있다.

콜옵션의 均衡價格을 決定하는 옵션價格決定模型(OPM)은 Black과 Scholes에 의하여 제시되었다. 이들은 株式의 買入保有와 옵션의 賣渡를 적절하게 結合함으로써 株式價格의 變動에 관계없이 一定한 無危險收益率을 實現하는 헷지포지션(hedge position)이 存在할 수 있음을 發見하고 이같은 주장으로부터 다음과 같은 폐쇄형(closed form)의 유럽형 콜옵션價格決定모형을 도출하였다.[7]

$$C = SN(d_1) - \frac{X}{e^{R_f T}} N(d_2) \quad \cdots\cdots (3-1)$$

단, $d_1 = \dfrac{I_n(S/X) + (R_f + \frac{1}{2}\sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}}$

$d_2 = \dfrac{I_n(S/X) + (R_f - \frac{1}{2}\sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}}$

S: 基礎資產인 株式價格
X: 行使價格 R_f: 無危險收益率
e: 自然對數의 밑수(=2.71828)
T: 滿期까지의 기간
σ: 株式收益率의 偏差
$N(d)$: 0의 平均과 1의 標準偏差를 갖는 標準正規分布에서 d보다 적은 偏差가 發生할 確率

이와 같은 옵션價格決定模型은 企業이 他人資本을 使用하고 있는 경우, 株式價值를 결정하기 위하여 이용될 수 있다. 즉 企業의 自己資本은 콜옵션과 유사한 性格을 가지고 있으

[6] Black, F. "The Fricing of Commodity Contracts," *Journal of Financial Economic*, May 1976. p.168.
[7] Black, F. and M. Scholes, *op. cit.*, pp.640~644

며 企業의 負債總額은 콜옵션의 行使價格에 해당된다. 만일 企業의 總價値가 負債總額보다 크다면 社債의 만기일에 株主들은 콜옵션을 행사하여 그 초과분에 대한 所有權을 획득하게 된다. 그러나 企業의 總資産價値가 負債總額보다 적은 경우는 株主들이 콜옵션을 行使할 수 없고 企業의 모든 資産은 負債提供者들의 것이 된다. 다시 말하면 株主는 옵션所有로 인하여 負債의 액면가격이하로의 企業價値下落으로부터 보호를 받으며(이는 自己資本의 有限責任 性格), 負債의 액면가격이상으로의 企業價値上昇에 대하여 권리를 갖는다.[8]

이처럼 株式을 유럽형 콜옵션으로 간주할 경우 企業의 株式價値를 S, 負債의 액면총액을 D, 企業의 總價値를 V, 負債의 상환만기일까지 기간을 T라 할 때 企業의 株式價値는 다음과 같이 평가할 수 있다.

$$S = VN(d_1) - De^{-R_f T}N(d_2) \quad \cdots\cdots (3-2)$$

단, $$d_1 = \frac{\ln(V/D) + (R_f + \frac{1}{2}\sigma_2)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

式(3—2)의 파라메타들이 株式價格에 미치는 효과를 分析하면

$$1 \geq \frac{\partial S}{\partial V} \geq 0, \quad \frac{\partial S}{\partial D} < 0, \quad \frac{\partial S}{\partial R_f} > 0, \quad \frac{\partial S}{\partial \sigma^2} > 0, \quad \frac{\partial S}{\partial T} > 0$$

즉 株式의 價値는 企業의 價値, 無危險收益率, 企業收益率의 分散, 淸算時까지의 期間에 대한 증가함수이고 負債의 額面價値에 대한 감소함수이다.

2 옵션모델에 의한 資本構造理論

裁定포트폴리오(Arbitrage Portfolio)를 전개하기 위하여 M.M의 危險分類假定외에 다음과 같은 假定을 設定한다.

i) 株主에 대한 配當은 期末에 支給된다.

ii) 모든 負債는 中間利票(intermediate coupon)가 없는 순수할인채권이다.

(1) 自己資本企業의 市場價値

일정시점 T에서 미래에 確率的인 EBIT $\tilde{X}$를 산출하는 資産으로부터 期末에 다음과 같은 現金흐름을 얻을 수 있다.

---

[8] Galai, Dan and R.W. Masulis, "The Option Pricing Model and The Risk Factor of stock," *Journal of Finoncial Economics, Vol.34* (1976), p.57.

$$Y(T=0)=\begin{cases} X(1-t)+t\cdot D & X>0 \\ 0 & X<0 \end{cases} \quad \cdots\cdots(3-3)$$

t: 法人稅率

$t\cdot D$: 減價償却에 의한 稅金控除利益

式(3—3)에서 만일 企業의 收益이 —이면 企業은 어떤 稅金利益도 받지 못하며 株主에 대한 現金흐름은 0이다.

U를 企業의 市場價値라 하면 U의 價格力學(Price dynamics)은 다음과 같이 표시된다.

$$\frac{dU}{U}=\alpha\, dt+\sigma\, dz \quad \cdots\cdots(3-4)$$

dz: Gauss-Wiener Process, $E(dz)=0$, $E(dz)^2=dt$

α: 순간기대수익률(instantaneous expected rate of return)

σ^2: 收益率의 分散

(2) 負債使用企業의 價値

100% 自己資本企業과 모든 조건이 동일하나 負債를 발행하며 額面 F, 滿期 T, 약속된 이자 C를 支給하며 어떤 去來費用도 없다고 가정한다. 負債와 自己資本의 市場價値는 F, C, T 그리고 無危險利子率 r과 現金흐름을 산출하는 基礎資產에 의존하며 2階微分可能函數(twice differentiable function)인 $B(U,T:F,C,r)$와 $S(U,T:F,C,r)$로 표시된다. 企業의 市場價値는 이들 負債와 自己資本의 市場價値 合에 의해 표시된다.

滿期에서 負債의 市場價値를 고찰하면, 만일 負債使用企業에 대한 稅後收益과 利子支給의 稅金控除로 인한 稅金利得이 負債의 額面價値보다 적게 된다면 破產이 발생한다. 즉 $X(1-t)+tD+tC<F+C$인 경우, 어떤 附價的 實質費用인 破產費用(bankruptcy cost)이 존재하게 된다. 따라서 債權者들이 받게 되는 實際金額은 稅後現金흐름과 破產에 관련된 費用의規模에 의존하게 되며, 破產費用은 債權者請求前에 支給된다.

일정한 狀況下에서 企業은 破產費用 支給後 部分的인 쿠폰支給이 가능하게 된다. 이때 z를 債權者支給, G를 破產에 관련된 費用이라 하면 $z>F$인때

$$z=X(1-t)+t\cdot D+t(z+F)-G$$

稅金利得과 破產費用을 비교하여 企業의 負債의 市場價値는 다음과 같이 3가지 형태로 표시될 수 있다.

i) $G<(1-t)C$인 경우: 債務이 部分的 支給不能이지만 쿠폰의 部分的 支給이 가능하다.

$$B_1(U,0:F,C,r)$$
$$=\begin{cases} F+C & ;\ F+C\leq X(1-t)+tD+tC \\ X+(D+F)t/(1-t)-G/(1-t) & ;\ F+G+tC\leq X(1-t)+tD+tC<F+C \\ X(1-t)+tD-G & ;\ G+tC\leq X(1-t)+tD+tC<F+G+tC \\ 0 & ;\ X(1-t)+tD+tC<G+tC \end{cases} \quad \cdots\cdots(3\text{—}5)$$

ii) $(1-t)C<G<F+C$: 破產발생시 企業은 쿠폰지급을 할 수 없지만, 元金의 部分的支給이 가능하다.

$$B_2(U,0:F,C,r)$$
$$=\begin{cases} F+C & :\ F+C\leq X(1-t)+tD+tC \\ X(1-t)+tD-G & :\ G+tC\leq X(1-t)+tD+tC<F+C \\ 0 & :\ X(1-t)+tD+tC<G+tC \end{cases} \quad \cdots\cdots(3\text{—}6)$$

iii) $G>F+C$: 破產費用이 크기 때문에 債權者支給이 不可能한 경우이다.

$$B_3(U,0:F,C,r)$$
$$=\begin{cases} F+C: & F+C\leq X(1-t)+tD+tC \\ 0\ : & X(1-t)+tD+tC<F+C \end{cases} \quad \cdots\cdots(3\text{—}7)$$

만일 企業이 債務不履行(default)이 아니면 株主들은 債權者支給後 現金흐름을 받게 되지만, 支給不能狀態이면 0支給을 받는다. 自己資本의 市場價値는

$$S(U,0:F,C,r)$$
$$=\begin{cases} X(1-t)+tD+tC-F-C: & F+C\leq X(1-t)+tD+tC \\ 0 & :\ X(1-t)+tD+tC<F+C \end{cases} \quad \cdots\cdots(3\text{—}8)$$

自己資本企業의 現金흐름(式3—3)을 負債와 自己資本에 대한 境界的條件에 대입하면

$$B_1(U,0:F,C,r)$$
$$=\begin{cases} F+C & :\ F+C\leq U+tC \\ (U-Ft-G)/(1-t) & :\ F+G+tC\leq U+tC<F+C \\ U-G & :\ G+tC\leq U+tC<F+G+tC \\ 0 & :\ U+tC<G+tC \end{cases} \quad \cdots\cdots(3\text{—}9)$$

$$B_2(U,0:F,C,r) = \begin{cases} F+C: & F+C \le U+tC \\ U-G: & G+tC \le U+tC < F+C \\ 0 & : U+tC < G+tC \end{cases} \quad \cdots\cdots (3\text{—}10)$$

$$B_3(U,0:F,C,r) = \begin{cases} F+C: & F+C \le U+tC \\ 0 & : U+tC < F+C \end{cases} \quad \cdots\cdots (3\text{—}11)$$

$$S(U,0:F,C,r) = \begin{cases} U+tC-F-C: & F+C \le U+tC \\ 0 & : U+tC < F+C \end{cases} \quad \cdots\cdots (3\text{—}12)$$

한편 去來가 지속적으로 일어난다면 負債의 市場價値는 다음과 같은 微分方程式이 될 수 있다.[9]

$$1/2\sigma^2U^2B_{UU}+rUB_U-B_T-rB=0 \quad \cdots\cdots (3\text{—}13)$$

위 式은 負債, 自己資本企業의 價値, 無危險資產의 投資로 구성되는 제로純投資포트폴리오에 의하여 도출되며, 적절한 境界的 條件下에 負債의 市場價値는 다음과 같이 표시된다.

i) $G \le (1-t)C$:

$$\begin{aligned} B_1(U,T:F,C,r) &= (F+C)e(-rT)N(x_1)+U/(1-t)[N(x_2)-N(x_6)] \\ &\quad -(Ft+G)/(1-t)e(-rT)[N(x_4)-N(x_7)] \\ &\quad +U[N(x_6)-N(x_3)]-Ge(-rT)[N(x_7)-N(x_5)] \end{aligned} \quad \cdots\cdots (3\text{—}14)$$

ii) $(1-t)C < G \le F+C$:

$$\begin{aligned} B_2(U,T:F,C,r) &= (F+C)e(-rT)N(x_1)+U[N(x_2)-N(x_3)] \\ &\quad -Ge(-rT)[N(x_4)-N(x_5)] \end{aligned} \quad \cdots\cdots (3\text{—}15)$$

iii) $F+C<G$:

$$B_3(U,T:F,C,r)=(F+C)e(-rT)N(x_1) \quad \cdots\cdots (3\text{—}16)$$

$$x_1=[\mathrm{lu}(U/F_1)+(r-\sigma^2/2)T]/\sigma\sqrt{T}$$

$$x_2=[-\ln(U/F_1)-(r+\sigma^2/2)T]/\sigma\sqrt{T}$$

$$x_3=[-\ln(U/G)-(r+\sigma^2/2)T]/\sigma\sqrt{T}$$

---

9) Merton, R.C. "On the Pricing of Corporate Debt: the Risk Structure of Interest Rates," *Journal of Finance*, **29** (May 1974), pp.449~470.

$$x_4 = [-\ln(U/F_1) - (r-\sigma^2/2)T]/\sigma\sqrt{T}$$
$$x_5 = [-\ln(U/G) - (r-\sigma^2/2)T]/\sigma\sqrt{T}$$
$$x_6 = [-\ln(U/F_2) - (r+\sigma^2/2)T]/\sigma\sqrt{T}$$
$$x_7 = [-\ln(U/F_2) - (r-\sigma^2/2)T]/\sigma\sqrt{T}$$
$$F_1 = F + C(1-t), \qquad F_2 = F + G$$
$N(\ )$: 累積正規確率分布

만일 破產費用과 法人稅가 없다면 危險負債의 市場價値는

$$B = (F+C)e(-rT)N(x_1) + UN(x_2)$$

$G>F+C$에서 負債의 市場價値는 破產費用에 의존하지 않는다. 즉 債權者들은 株主들과 같이 破產發生時 어떤 支給도 받지 못하기 때문이다.

微分方程式(3—13)의 도출과 같은 方法에 의해 自己資本의 市場價値는

$$S(U,T:F,C,r) = U + tCe(-rT)N(x_1) - (F+C)e(-rT)N(x_1) - UN(x_2) \quad \cdots\cdots(3\text{—}17)$$

따라서,

自己資本의 市場價値
=自己資本企業의 市場價値+利子支給의 稅金控除利得의 現價
−債權者請求權의 現在價値

負債使用企業의 市場價値는 負債와 自己資本의 市場價値의 合이며 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$V_L(U,T:F,C,r) = S + \begin{cases} B_1: & G \le (1-t)C \\ B_2: & (1-t)C < G \le F+C \\ B_3: & F+C < G \end{cases} \quad \cdots\cdots(3\text{—}18)$$

위 式에서 알 수 있듯이

levered企業의 市場價値
=Unlevered企業의 市場價値+위험 있는(risky)稅金節約額의 現在價値
−파산관련비용의 現在價値

負債受容限度의 決定

負債使用은 支給利子의 稅金控除效果를 가져오며, 企業價値를 높일 수 있다. 그러나 破産費用, 去來費用 등의 市場不完全要素들은 負債의 利點을 相殺하게 되므로 企業이 使用하는 負債의 量에는 制限이 있게 된다.

一般的으로 負債를 利用하기 위한 企業의 能力(ability)은 債權信用을 확대하려는 貸與者의 意志(willingness)에 의존한다. 균형하에서 破産費用이 있게 된다면 貸與者들은 支給不能危險과 破産에 관련된 費用을 補償하는 期待收益率을 요구한다. 기업은 貸與者에게 약속된 收益率의 증가에 의해 貸債使用의 증가를 시도할 수 있으나 곧 負債의 市場價債를 증가시키지 않는 상태에 도달하게 된다.

約束된 反濟額 $F(1+i)$에 대하여, 債權者들이 企業에 대하여 확대하고자 하는 債權額은 負債의 市場價値 B에 의해 결정된다. 負債限度는 貸與者들이 企業에 확대하고자 하는 信用의 最大額이며, 만일 企業이 約束된 反濟水準을 증가시켜도 信用의 금액이 증가되지 않는 상태이다. 따라서 負債限度는 $\frac{\partial B}{\partial F}=0$에 의해 결정되며 式(3—14, 15, 16)을 微分하여 얻을 수 있다.

Table 1은 企業이 約束된 反濟水準을 증가시킬 때 債權額이 어떻게 變化하는가를 나타낸

Table 1. Dept capacity

Face Value of Debt F	Market Value of Debt B	Market Value of equity S	Market Value of Firm V
90	93.2	911.0	1004.2
270	279.7	733.0	1012.7
480	497.0	525.4	1022.4
570	588.0	436.6	1024.6
780	749.3	240.6	989.8
900	781.3	150.3	931.6
930	782.9	131.5	914.4
960	782.6	114.4	897.0
1020	777.9	85.2	863.1

Assumptions:

Market value of the unlevered firm,	$u=\$1000$
Bankruptcy costs,	$G=\$300$
Risk free rate of interest,	$r=6$ percent per period
Coupon on debt,	$i=10$ percent per period
Maturity	$T=1$ period
Variance of the unlevered firm	$\sigma^2=0.05$ period

것이다.[10] F가 0에 접근할 때 $\frac{\partial B}{\partial F}=(1+i)e(-rT)>0$이므로 負債의 액면가치 F의 증가는 負債와 企業의 市場價値를 증가시킨다. $F=\$930$일 때 負債의 市場價는 $\$782.9$이며 이는 破産에 관련된 비용 때문에 企業의 市場價値보다 적게 된다. 이 수준이 負債受容限度이며 이후부터 企業은 約速된 反濟水準을 증가시켜도 企業에 대한 債權의 市場價値는 감소한다.

負債限度가 企業에 대한 制約要素인지의 여부는 最適資本構造가 企業의 負債限度보다 더 많은 負債使用을 요구하느냐에 달려 있다. 즉 企業의 最適資本構造가 債權者들이 확대하고자 하는 것보다 더 많은 負債利用을 요구한다면 制約要素가 되는 것이다.

企業의 最適資本構造는 $\frac{\partial V_L}{\partial F}=0$에서 주어진다. F가 0에 접근함에 따라 $\frac{\partial V_L}{\partial F}=tie(-rT)>0$이므로 F의 증가는 企業의 市場價値를 증가시킨다. 企業의 最大價値는 負債受容限度이전에 발생한다. 즉 F^*를 負債限度로 표시하면 $\left.\frac{\partial B}{\partial F}\right|_{F^*}=0$을 의미한다. F^*를 $\left.\frac{\partial V_L}{\partial F}\right|_{F^*}=[1+i(1-t)]N(x_1)^*<0$에 代入하면 x_1^*는 $F=F^*$일 때 x_1의 값이다. F^{**}가 企業價値를 극대화시키는 負債의 액면가치라 하면 $F^{**}<F^*$이다. 이는 企業이 負債受容限度를 全量 使用치 않는 것이 最適임을 의미한다.[11] 이러한 결과는 破産費用이 채권자들이 입게 되는 손실보다 크기 때문이며, 파산발생시 企業이 利子支給에 의한 稅金控除利益을 상실하는 것과 같다. Table 1에서 $F=\$570$, $V_L=\$1,024.6$일 때 企業의 最大市場價値가 발생하지만 負債受容限度는 $F=\$930$이다.

結　論

企業이 負債를 使用하는 경우 利子支給으로 인한 稅金控除利得이 있는 반면, 破產危險을 증가시키는 要因이 存在하므로 資本構造決定時에 이들 要因의 効果를 同時에 고려해야 한다. 이러한 관점에서 破産費用과 稅金効果를 고려한 企業價値모델은 狀態選好모델, 多期間企業評價모델, 平均—分散모델 등이 있으며 최근에는 옵션모델을 이용한 企業價値모델이 연구되고 있다.

옵션價格決定理論은 條件附請求權의 價格決定에 관한 一般理論으로 인식될 수 있다는 점에서 옵션이론이 企業財務 및 證券理論에서 차지하는 비중이 증가되고 있다. 옵션이론은 단순히 옵션의 價格決定만이 아니라 企業의 資本構造理論, 投資決定, 配當政策 등 여러 분야에서 새로운 接近法을 제시하고 있다.

本 硏究에서는 破產危險과 稅金利得의 假定下에 단순한 옵션모델을 적용하여 負債, 自己資本 및 企業價値에 관한 評價모델을 도출하고, 이를 이용하여 負債受容限度를 企業의 市

10) Turnbull, Stuart M. "Debt Capacity," *Journal of Financial*, **34** (September. 1979), p.937.

11) Myer, Stewart. "Determinants of Corporate Borrowing," *Journal of Financial Economic*, **5** (1977). pp.147~175.

場價値와 비교, 分析하였다.

負債使用企業의 價値는 負債를 使用치 않는 企業의 價値에 危險稅金利得(risky tax shelter)의 現在價値를 더하여 破産費用의 現在價値를 控除한 것으로 표시될 수 있다. 負債의 市場價値는 負債使用으로 인한 破産費用과 稅金控除效果에 따라 결정되며 債權者請求權의 크기도 달라지게 된다. 또한 自己資本의 價値는 負債를 使用치 않는 企業의 市場價値에 利子支給으로 인한 稅金控除額의 現在價値를 더하고 債權者請求權의 現在價値를 控除하여 결정된다.

企業價値와 負債의 관계에서, 負債의 約束된 액면가치가 증가됨에 따라 負債의 市場價値는 最大點에 도달하지만 이는 企業의 市場價値보다 적다. 負債의 최대가치는 企業의 負債受容限度이며, 債權者들이 企業에 대해 확대하고자 하는 信用의 最大量이다. 또한 企業의 最適資本構造는 企業의 負債受容限度 이전에 발생한다.

이와 같이 옵션이론은 財務管理論에 있어서 새로운 접근법을 제시해 주며 새로운 價値評價方法으로 적용될 수 있다. 또한 이에 대한 實證的 檢定은 앞으로 흥미 있는 연구과제라 할 수 있다.

文 獻

1. 李弼商(1983), **財務論**, 傳英社.
2. 池 淸(1986), **現代財務管理論**, 貿易經營社.
3. 池 淸·朴判濼·曺 淡(1983), **現代財務理論**, 竹川書院.
4. Black, Fisher (May, 1976): "The Pricing of Commodity Contracts," *Journal of Financial Economics.*
5. Black, F. and Myron Scholes (May/June, 1973): "The Pricing of Option and Corporate liabilities," *Journal of Political Economy **81**.*
6. Copeland, T.E. and J.F. Weston (1983): Financial Theory and Corporate Policy, Addison-Wesley Publishing Co., Inc.
7. Galai, Dan and R.W. Masulis (1976): "The Option Fricing Model and The Risk Factor of Stock," *Journal of Financial Economics **3**.*
8. Gonzales N. and R. Litzenberger, J. Rolf (June 1977): "On Mean Variance Models of Capital Structure and the Absurdity of their Fredictions," *Journal of Financial and Quantitative Analysis **12**.*
9. Kim, E. Han (March 1978): "A Mean-Variance Theory of Optimal Capital Structure and Corporate," *Journal of Finance **33**.*
10. Kraus, A. and R. Litzenberger (Sept, 1973): "A State Preferemce Theory of Optimal Financial Leverage," *Journal of Finance **28**.*
11. Merton, Robert C. (May 1974): "On the Pricing of Corporate Debt: the Risk Structure of Interest Rates," *Journal of Finance **29**.*
12. Modigliani F. and M.H. Miller (June 1963), "Corporate Income Taxes and the Cost of Capital: A Correction," *American Economic Review Vol.**53**.*

13. ______________________(June 1958): "The Cost of Capital, Corporation Finance, and The Theory of Investment," *American Economic Review, Vol.48.*

14. Myers, Stewart C. (November 1977): "Determinants of Corporate Borrwing," *Journal of Financial Economic 5.*

15. Scott, James H. Jr. (Spring 1976): "A Theory of Optimal Capital Structure," Bell *Journal of Economic, Vol.7.*

16. Turnbull, Stuart M. (Sept. 1979): "Debt Capacity," *Journal of Finance 34.*