〈研究論文〉

Journal of the Korean Institute of Industrial Engineers
Vol. 12, No. 1, June 1986

階層的 네트웍 待機構造를 갖는 組織의 生産函數에 대한 硏究

(A Production Function for the Organization with Hierarchical Network Queue Structure)

姜 錫 顯*
金 成 寅*

Abstract

In the organization with a hierarchical network queue structure a production function is derived whose input factors are the numbers of servers at nodes and output is the number of served customers. Its useful properties are investigated. Using this production function, the contributions of servers to the number of served customers are studied. Also given an expected waiting time in the system for each customer, the optimal numbers of servers at nodes are obtained minimizing a cost function.

1. 序 論

어느 組織體나 그에 맞는 시스템(system)을 갖고 있으며, 네트웍(network) 構造로 되어 있는 많은 시스템(예를 들면, 생산공정, 통신시스템, 항공운항시스템, 생산 · 조립 및 검사작업, 민원처리시스템, 종합병원, 수리설비 시스템, 컴퓨터시스템 등)을 볼 수 있다. 이러한 構造의 特性을 待機의 관점에서 보는 네트웍 待機 理論(network queueing theory)에 관한 많은 연구가 있어 왔다 [5], [7], [8], [10], [12], [14]. 한편 이러한 네트웍 구조를 갖는 조직은 재화나 용역을 生産하기 위하여 이에 필요한 입력요소인 서비스제공자를 필요로 하고 있다. 따라서 이를 조직의 經濟性을 고려하여 生産性의 관점에서 분석하여 볼 필요도 있다.

Beckmann [2]은 直列待機構造(tandem queue structure)를 갖는 조직에서 작업을 위한 생산 노동력과 검사를 위한 관리 노동력을 입력(input)으로, 처리된 작업의 양을 출력(output)으로 하는 生産函數를 도출하였고, 또한 작업자와 관리자의 임금을 最小化하는 인원의 最適數를 구하는 해를 유도하였다. Levhari와 Sheshinsk [11]는 유한대의 기계를 수리하는 修理設備시스템에서 수리작업자

*高麗大学校 工科大学 産業工学科

와 기계의 수를 입력으로, 가동중인 기계의 수를 출력으로 하는 생산함수를 구하고, 이 함수를 Cobb–Douglas 생산함수와 비교하였다. Kochen과 Deutsch [9]는 階層的 構造(hierarchical structure)를 갖는 서비스시스템에서 조직의 통합과 분리에 의한 업무수행효율의 증감에 따른 이익과 손실을 고려하여 비용함수를 구하였으며, 비용을 최소화하는 조직의 수준을 결정하고 이에 영향을 미치는 요소(단위시간당 작업처리 요구량, 서비스율 등)에 대한 민감도 분석을 하였다. 이 밖에도 조직을 평가하고[1], 임금계획과 조직의 구조를 최적화하며[13], 고용의 구조를 결정할 때 자극(incentive), 위험(risk) 및 정보(information)의 역할을 분석한 연구[15]들이 있다.

본 논문은 顧客이 確率을 가지고 다음의 서비스 창구로 移動할 수 있는 모델(jobshop–like model)을 다룬다(그림 1 참조). 따라서 각 서비스 창구를 順次的으로 거치는 모델(flowshop–like model)인 Beckmann [2]의 직렬대기구조를 보다 확장한 것으로 볼 수 있다.

본 논문에서는 이러한 모델에서 서비스를 받고 시스템을 벗어나는 고객의 수를 출력으로, 각 창구의 서비스제공자의 수를 입력으로 하는 生産函數를 유도하고, 이 함수가 갖는 性質을 파악한다. 또한 한 고객이 시스템내에서 머무는 평균시간이 주어진 제약조건하에서 고객에게 서비스를 제공하는 과정에서 발생하는 서비스제공자의 임금과 고객이 시스템내에 머무는데 따른 비용을 最小化 하는 각 창구에서의 서비스제공자의 最適數를 결정한다. 이를 위하여 대기이론이 이용되며, 주어진 입력에 대한 출력은 수치해석을 이용한 컴퓨터 프로그램에 의하여 구하여진다.

2. 모 델

그림 1에서 보는 본 논문의 네트웍 대기 모델은 N개의 서비스 창구로 구성되어 있고, 고객의 외부입력은 창구 1만을 통하여 이루어지며 평균도착률이 λ인 포와손 過程(Poisson process)을 따른다. 창구 n에는 S_n, $n = 1, 2, \cdots, N$, 명의 서비스제공자가 있으며, 이들은 각각 평균 서비스시간이 $1/\mu_n$인 指數

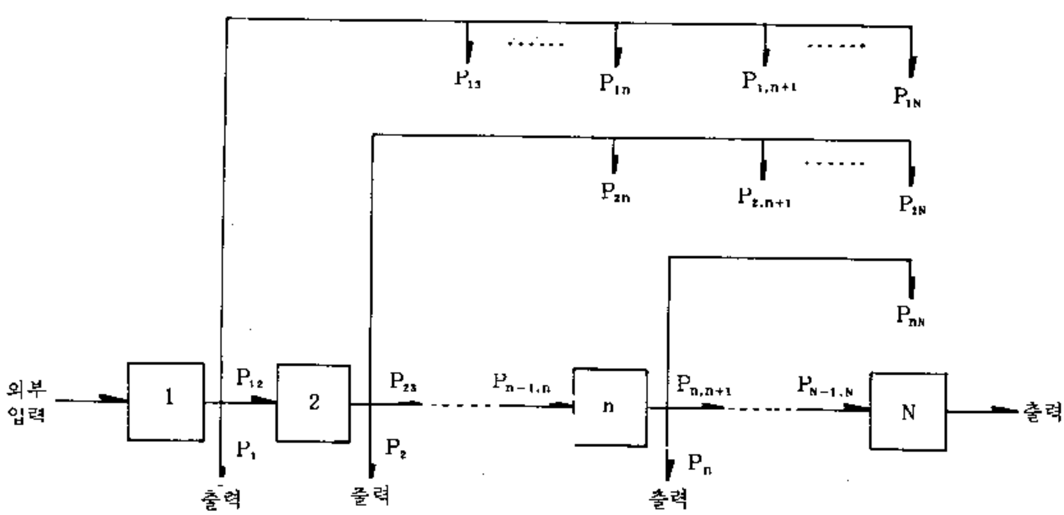

그림 1. 시스템의 構造.

分布로 서비스를 제공한다. 이때 각 서비스제공자의 서비스시간은 서로 독립이며 입력되는 고객의 수에 무관하다. 또한 각 창구에 입력된 고객은 그 창구의 서비스제공자에게 지연없이 랜덤(random)하게 할당되어 先入先出(FIFO: first-in first-out)에 의하여 서비스를 받으며, 각 서비스제공자에게 생기는 待機列의 길이에는 제한이 없다고 가정한다. 창구 n 에서 서비스를 받은 고객은 P_{nj}, $j=n+1, n+2, \cdots, N$, 의 確率로 창구 j 로 이동하거나, P_n 의 확률로 서비스를 완료하고 시스템을 떠난다. 창구 n 을 통과한 고객은 서비스를 완료하거나 다음의 창구로 이동한다고 가정하면

$$\sum_{j=n+1}^{N} P_{nj} + P_n = 1, \; n=1, 2, \cdots, N-1 \qquad (1)$$

의 관계가 성립된다. 이 모델에서 특히

$P_{nj}=0, \; j > n+1, \; n=1, 2, \cdots, N-1$

인 경우는 Beckmann [2]이 다룬 모델이 된다.

본 논문의 모델과 같은 시스템을 갖는 구조는 각 창구간에 선·후관계를 가지므로 階層的 네트웍 待機 構造(hierarchical network queue structure)라고 부르기로 한다. 이러한 구조의 예로서 접수, 진단, 검사, 수술, 투약의 서비스로 이루어지는 외과병원의 경우에 모든 서비스는 접수가 된 후에 이루어지며, 선택적으로 다음의 창구로 고객이 이동되면서 서비스를 받고 병원을 떠나게 된다.

예를 들면, 접수→진단, 접수→진단→검사, 접수→진단→투약, 접수→진단→검사→수술→투약 등의 경로로 단계적인 서비스를 받게 되고, 진단→접수 또는 투약→진단 등은 있을 수 없다. 즉, 각 창구간에는 선·후행관계가 있어서 계층적이다.

본 모델에서는 고객이 피드백(feedback) 되지 않으므로 창구 n에 대한 內部移轉率 λ_n은

$$\lambda_n = \sum_{i=1}^{n-1} P_{in}\lambda_i > 0, \; n=2, 3, \cdots, N \qquad (2)$$

이고, 外部入力이 창구 1만을 통하여서 이루어지므로

$$\lambda_1 = \lambda > 0 \qquad (3)$$

이다. 여기에서 平衡狀態를 가정하기 위해서는 창구 n 에서의 사용율(utilization factor)이 1보다 작아야 한다. 즉,

$$\rho_n = \frac{\lambda_n}{S_n \mu_n} < 1, \; n=1, 2, \cdots, N \qquad (4)$$

이어야 한다. 이렇게 되면 각 창구는 獨立인 M/M/S_n 待機 모델이 된다[6].

평형상태에서 M/M/S_n 대기 모델의 出力은 入力過程과 同一한 밀도를 갖는 포와손 過程을 따른다[3], [14]. 따라서 본 모델에서 창구 n 은 고객의 평균 도착률이 λ_n 인 M/M/S_n 대기 시스템이고, 이 창구에서 서비스가 완료되어 고객이 시스템에서 벗어날 확률이 P_n 이므로, 평형하에서 고객의 이탈은 외부이탈률이 $P_n \lambda_n$ 인 獨立된 포와손 과정을 따른다[10].

식 (3)과 (2)의 좌변항과 우변항을 각각 합하여 정리하면

$$\lambda = \sum_{n=1}^{N-1} P_n \lambda_n + \lambda_N \qquad (5)$$

이 된다. 위에서 언급한 바와 같이 창구 n 에서의 외부이탈률이 $P_n \lambda_n$ 이므로 식 (5)의 우변은 시스템의 총외부이탈률이 된다. 따라서 평형하에서 총외부입력률 λ(창구 1에서의 입력률 λ_1)는 총외부이탈률과 같다. 이러한 관계에 의하여 시스템의 총외부입력률 λ로서 그 조직에 대한 출력의 측정기준을 삼을 수 있다. 즉, 총외부입력률 λ를 出力으로 하고, 각 창구의 서비스제공자수 S_n, $n=1, 2, \cdots, N$, 을 入力으로 하는 生産函數를 생각할 수 있다.

3. 生産函數의 誘導

본 모델의 가정대로 고객이 포와손과정에 따라 평균도착률 λ_n 으로 창구 n에 도착하여 랜덤하게 S_n명의 서비스제공자에게 지연없이 할당되어진다면, 이 창구에 있는 어떤 특정한 서비스제공자에게 할당되어지는 고객은 λ_n / S_n의 율로 랜덤하게 도착한다. 또한 서비스시간은 평균이 $1/\mu_n$ 인 지수분포를 하므로 창구 n에서 한 고객이 보내게 될 平均時間(대기시간+서비스시간) t_n은

$$t_n = \frac{1}{\mu_n - \frac{\lambda_n}{S_n}}, \quad n = 1, 2, \cdots, N \tag{6}$$

이 된다[2]. 그리고, n개의 창구로 구성된 시스템에서 한 고객이 서비스를 완료할 때까지 시스템내에서 머무른 평균시간 T_n은

$$T_1 = \frac{1}{\mu_1 - \frac{\lambda_1}{S_1}}$$

$$= t_1,$$

$$T_2 = \frac{1}{\mu_1 - \frac{\lambda_1}{S_1}} + \frac{P_{12}}{\mu_2 - \frac{\lambda_2}{S_2}}$$

$$= t_1 + P_{12} t_2,$$

$$T_3 = \frac{1}{\mu_1 - \frac{\lambda_1}{S_1}} + \frac{P_{12}}{\mu_2 - \frac{\lambda_2}{S_2}} + \frac{P_{13} + P_{12} P_{23}}{\mu_3 - \frac{\lambda_3}{S_3}}$$

$$= t_1 + P_{12} t_2 + (P_{13} + P_{12} P_{23}) t_3,$$

$$\vdots$$

이고, 이를 일반화하여 표시하면 다음과 같다.

$$T_n = \begin{cases} t_n = \dfrac{1}{\mu_n - \frac{\lambda_n}{S_n}}, & n = 1 \\ t_1 + \overline{P}_2 t_2 + \cdots + \overline{P}_n t_n, & n = 2, 3, \cdots, N \end{cases} \tag{7}$$

여기에서 $\overline{P}_n = \sum_{i=1}^{2^{n-2}} e_i$ 이다. 2^{n-2}는 창구 1에서 n으로 가는 可能經路의 數가 된다. e_i는 i번째 가능경로에 포함된 창구에 해당하는 연속적인 창구간의 고객의 이동확률의 곱이다. 예를 들어, 경로 i가 {(1, s), (s, w), ⋯, (x, n)}으로 표시된다면 $e_i = P_{1s} P_{sw} \cdots P_{xn}$ 이다.

따라서 창구 n을 통과하는 고객의 비율이 $\overline{P}_n$이므로, N개의 창구로 구성된 시스템에서 한 고객이 서비스를 완료할 때까지 시스템내에서 머무른 平均時間 T_N은

$$t_1 + \overline{P}_2 t_2 + \cdots + \overline{P}_N t_N$$

이다. 여기에서 한 고객이 시스템내에서 머무를 수 있는 평균시간을 τ로 제한한다고 가정하자. 이러한 시간제한 τ를 만족하면서 입력요소 S_n이 정하여져 있다는 가정하에서 이 시스템이 생산해낼 수 있는 出力 λ의 값은

$$\tau = t_1 + \overline{P}_2 t_2 + \cdots + \overline{P}_N t_N \tag{8}$$

의 관계를 가져야 한다. t_n은 λ의 함수이므로 식(8)에 默視函數理論(implicit function theory) [4]을 적용하면, λ는 $S_1, S_2, \cdots, S_N, \tau$에 대한 함수로서 표현할 수 있다. 즉,

$$\lambda = f(S_1, S_2, \cdots, S_N, \tau) \tag{9}$$

와 같이 묵시적으로 나타낼 수 있다. 이것이 본 모델의 生産函數이다.

N=2의 경우에는 解析的인 解를 구할 수 있으나, N>2인 경우에는 數値解析을 이용한 컴퓨터 프로그램에 의하여 주어진 입력에 대한 출력 λ를 구할 수 있다. 여기에서는 N=2인 경우에 대하여 해를 구하여 보기로 한다. 이 경우 식(8)을 정리하여 다시 쓰면 $\overline{P}_2 = P_{12}$ 이므로

$$\tau = \frac{1}{\mu_1 - \frac{\lambda}{S_1}} + \frac{P_{12}}{\mu_2 - \frac{P_{12}\lambda}{S_2}} \tag{10}$$

이고, 이를 λ에 관한 2차 방정식으로 표시하면

$$\lambda^2 - (aS_1 + bS_2)\lambda + \left(ab - \frac{1}{\tau}\right) S_1 S_2 = 0 \tag{11}$$

이다. 여기에서

$$a = \mu_1 - \frac{1}{\tau},\ b = \frac{\mu_2}{P_{12}} - \frac{1}{\tau}$$

이다. 식(11)의 두 근(root)은

$$f(S_1, S_2) = \frac{aS_1 + bS_2}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{(aS_1 - bS_2)^2 + \frac{4S_1S_2}{\tau^2}}$$

이 된다. 그런데 외부입력은 창구 1에서만 이루어지므로 $f(0, S_2) = 0$이다. 이를 만족하는 근은 (−)부호를 갖는 것이다. 또한 $S_2 = 0$이면 창구의 수가 1개인 시스템으로 간주하면 되므로 $f(S_1, 0) = f(S_1)$을 구하면 된다. 결국 2개의 창구로 구성된 시스템에 대한 본 모델의 生産函數는

$$\lambda = f(S_1, S_2) = \frac{aS_1 + bS_2}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{(aS_1 - bS_2)^2 + \frac{4S_1S_2}{\tau^2}} \quad (12)$$

이다. 특히 이 생산함수에서 $P_{12} = 1$, $P_1 = 0$인 경우는 Beckmann [2]의 생산함수가 된다.

4. 生産函數의 諸 性質

본 節에서는 앞에서 유도한 生産函數 (9)에 관한 몇가지 性質을 알아보기로 한다.

λ와 τ의 關係.

식 (8)을 다시쓰면

$$\tau = \frac{1}{\mu_1 - \frac{\lambda}{S_1}} + \frac{\overline{P}_2}{\mu_2 - \frac{\overline{P}_2\lambda}{S_2}} + \cdots + \frac{\overline{P}_N}{\mu_N - \frac{\overline{P}_N\lambda}{S_N}} \quad (13)$$

이고, 이로부터

$$\frac{\partial\tau}{\partial\lambda} = \frac{\frac{1}{S_1}}{(\mu_1 - \frac{\lambda}{S_1})^2} + \frac{\overline{P}_2 \cdot \frac{\overline{P}_2}{S_2}}{(\mu_2 - \frac{\overline{P}_2\lambda}{S_2})^2} + \cdots + \frac{\overline{P}_N \cdot \frac{\overline{P}_N}{S_N}}{(\mu_N - \frac{\overline{P}_N\lambda}{S_N})^2} > 0$$

이므로

$$\frac{\partial\lambda}{\partial\tau} = \frac{1}{\partial\tau/\partial\lambda} > 0$$

임을 알 수 있다. 따라서 $S_1, S_2, \cdots, S_N$이 一定할 때 出力 λ는 時間制限 τ가 緩和될수록 增加한다. 즉, 출력 λ는 시간제한 τ에 대하여 單調增加函數이다.

限界生産性.

식 (8)에 묵시함수의 법칙을 적용하면

$$\frac{\partial\lambda}{\partial S_n} = -\frac{\partial\tau/\partial S_n}{\partial\tau/\partial\lambda},\ n = 1, 2, \cdots, N$$

이다. 그런데

$$\frac{\partial\tau}{\partial S_n} = -\frac{\overline{P}_n\lambda_n}{(S_n\mu_n - \lambda_n)^2} < 0$$

이고, $\partial\tau/\partial\lambda > 0$이므로

$$\frac{\partial\lambda}{\partial S_n} > 0,\ n = 1, 2, \cdots, N$$

임을 알 수 있다. 즉, 出力 λ에 대한 각 入力要所 S_n의 限界生産性은 正이다.

오목성.

$u = \frac{S_2}{S_1}$, $v = \frac{\lambda}{S_1}$라고 하면 $N = 2$의 경우 生産函數 (12)는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$v = \frac{a}{2} + \frac{b}{2}u - \frac{1}{2}\sqrt{(a - bu)^2 + \frac{4u}{\tau^2}}$$

여기에서 λ가 오목함수임을 보이는 것은 v가 u에 대하여 오목함수임을 보이는 것과 같다.

$$\frac{d^2v}{du^2} = \frac{1}{8}\left[(a - bu)^2 + \frac{4u}{\tau^2}\right]^{-\frac{3}{2}}\left\{\left[-2b(a - bu) + \frac{4}{\tau^2}\right]^2 - 4b^2\left[(a - bu)^2 + \frac{4u}{\tau^2}\right]\right\}$$

이므로, d^2v/du^2의 부호는 { }부분의 부호에 의하여 결정된다. 이 부분을 정리하면

$$\frac{16}{\tau^2}\cdot\frac{P_{12}\tau}{\mu_1\mu_2}\left(\frac{1}{\mu_1}+\frac{P_{12}}{\mu_2}-\tau\right)$$

이므로 d^2v/du^2의 부호는$\left(\frac{1}{\mu_1}+\frac{P_{12}}{\mu_2}-\tau\right)$의 부호와 같다. 그런데 $\frac{1}{\mu_1}+\frac{P_{12}}{\mu_2}$는 한 고객이 시스템 내에서 받게되는 평균 서비스시간(대기시간 제외)이므로 시간제한 τ보다 작아야 한다. 이러한 조건이 만족된다면, $d^2v/du^2<0$ 이므로 생산함수 (12)는 오목함수이다.

$N>2$인경우에 대해서는 歸納法에 의하여 증명이 된다.

出力의 限界.

식 (13)에서 S_n을 제외한 나머지 S_i, $i=1,\cdots,n-1,n+1,\cdots,N$,를 고정시키고 S_n을 무한히 크게하면 $\overline{P}_n\lambda/S_n$은 0에 수렴하므로 식 (13)의 우변은 τ보다 작다. 즉,

$$\frac{1}{\mu_1-\frac{\lambda}{S_1}}+\cdots+\frac{\overline{P}_n}{\mu_n}+\cdots+\frac{\overline{P}_N}{\mu_N-\frac{P_N\lambda}{S_N}}<\tau$$

이다. 그런데 이 부등식에서 λ에 대한 限界를 명확하게 수학적인 형태로 표현할 수 없으나

$$\lambda=f(S_1,\cdots,S_{n-1},\infty,S_{n+1},\cdots S_N)<\text{常数}$$

의 관계가 성립된다는 것을 알 수 있다. 이 常數 즉, 限界値는 컴퓨터 프로그램에 의하여 얻어진다.

同次性.

식 (13)에서 S_n, $n=1,2,\cdots,N$,을 각각 k배하면 등호를 만족시키기 위하여 λ도 역시 k배가 되어야 한다. 따라서 각 입력요소 S_n이 k배될 때 λ도 k배가 되므로 이 함수는 1次 同次的이다.

5. 最適 서비스提供者 數의 決定

출력 λ에 대한 서비스 계획이 미리 수립되어 있는 경우 —λ와 P_{nj}와 P_n이 주어진 경우—에 한 고객이 시스템내에서 머무른 시간이 주어진 제약조건하에서 서비스제공자의 임금과 고객이 시스템내에 머무른데 따른 비용을 최소화하는 서비스제공자수의 결정을 위한 문제를 수리계획문제로 정식화하면 다음과 같다.

$$\text{最小化}\quad TC=\sum_{n=1}^{N}W_nS_n+\sum_{n=1}^{N}O_n\lambda_nt_n$$

$$\text{制約條件}\quad t_1+\overline{P}_2t_2+\cdots+\overline{P}_Nt_N=\tau \quad \text{및}$$

$$S_n\geq 0,\ n=1,2,\cdots,N.$$

여기에서 t_n은 식 (6)이며, W_n은 창구 n의 한 서비스제공자에 대한 단위시간당 임금이고, O_n은 창구 n에 한 고객이 머무른데 따른 단위시간당 비용이다. S_n은 정수이어야 하나 해법절차의 어려움 때문에 실수로 가정하고 소수점이하 첫째자리에서 절상하기로 한다.

이 수리계획문제를 Lagrangean 乘數法을 이용하여 해를 구하면

$$S_n=\frac{1}{\mu_n}\left[\lambda_n+\sqrt{\frac{O_n\lambda_n^2+\alpha\overline{P}_n\lambda_n}{W_n}}\right]$$

이고, α는 Lagrangean 승수이다. 이 해는 컴퓨터 프로램에 의하여 얻어진다.

6. 例 題

그림 2에서와 같이 7개의 창구로 된 자동차 보험회사의 가상적인 시스템에서 고객이 도착률 0.3(고객/분)인 포와손과정으로 외부입력이 발생하고, 고객의 내부이전확률, 서비스율, 임금과 비용이 표 1과 같다고 하자. 고객이 시스템내에서 머무른 평균시간을 200분으로 제한하면서, 총비용을 최소화하는 서비스제공자수 및 출력을 구하여 보면 표 2와 같다.

이제는 앞에서 구한 최적 서비스제공자수가 정수가 되도록 절상하여 (S_1, S_2, S_3, S_4, S_5,

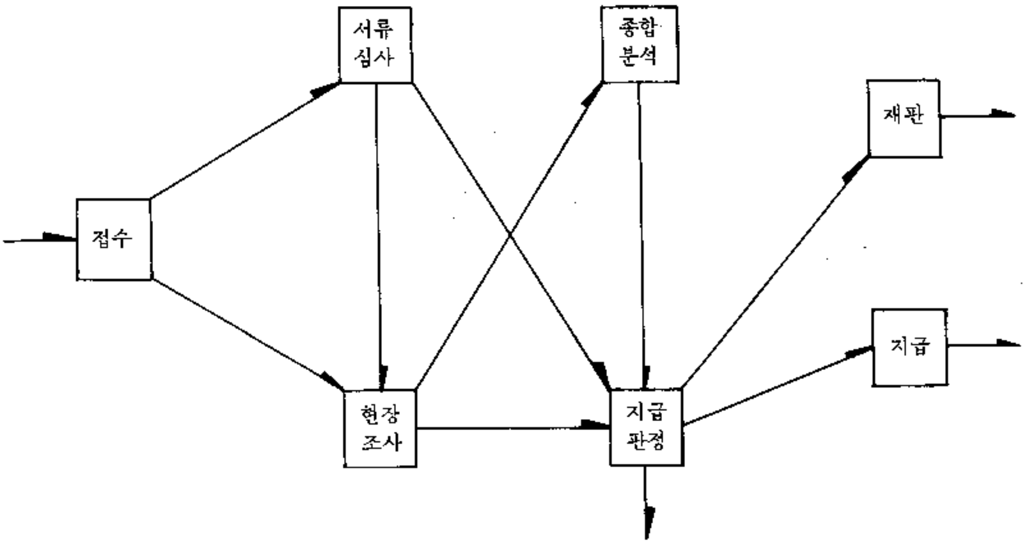

그림 2. 예제의 네트웍 구조.

표 1. 입력자료

창 구	임 금	비 용	서비스율	이탈률	이 전 률						
n	W_n	O_n	μ_n	P_n	P_{n1}	P_{n2}	P_{n3}	P_{n4}	P_{n5}	P_{n6}	P_{n7}
1	50	10	0.05	0.		0.5	0.5				
2	55	15	0.05	0.			0.6	0.4			
3	60	20	0.05	0.				0.4	0.6		
4	65	25	0.05	0.					1.0		
5	70	20	0.1	0.4						0.2	0.4
6	75	15	0.2	0.3							0.7
7	80	10	0.3	1.0							

표 2. 최적 서비스제공자수 $-\lambda$, P_n, P_{nj}, τ, W_n, O_n이 주어진 경우

창 구 n	1	2	3	4	5	6	7
입 력 λ_n	0.300	0.150	0.240	0.156	0.300	0.060	0.162
출 력 $P_n\lambda_n$	0.	0.	0.	0.	0.120	0.018	0.162
최적서비스제공자 S_n	8.786	4.607	7.625	5.085	4.635	0.438	0.738

S_6)=(9,5,8,5,5,1,1)으로 하고, 표 1의 서비스율, 이탈률, 이전률의 자료를 이용하여 시간제한을 200분으로 할때 이 시스템이 생산해 낼 수 있는 출력 및 그 한계치를 결정하여 보자. 이에 대한 결과들은 표 3과 같다. 그리고, 출력 λ가 시간제한 τ에 대하여 단조증가하는 양상을 표 4에, 출력 λ에 대한 각 서비스제공자 S_n의 한계생산성이 정이고, S_n에 대하여 λ가 한계를 갖고 있음을 그림 3에 나타낸다.

표 3. 생산해 낼 수 있는 출력

창 구 n	입 력 λ_n	t_n	출 력 $P_n\lambda_n$	λ의 한계치
1	0.3152	66.7826	0.	0.3625
2	0.1576	54.1226	0.	0.3297
3	0.2522	54.1226	0.	0.3387
4	0.1639	58.0868	0.	0.3320
5	0.3152	27.0613	0.1261	0.3297
6	0.0631	7.3018	0.0189	0.3156
7	0.1702	7.7057	0.1702	0.3172
			λ=0.3152	

표 4. λ와 τ의 관계

시간제한 τ	150	160	170	180	190	200
출 력 λ	0.2602	0.2742	0.2863	0.2969	0.3066	0.3152
시간제한 τ	210	220	220	240	250	260
출 력 λ	0.3231	0.3301	0.3363	0.3422	0.3477	0.3525

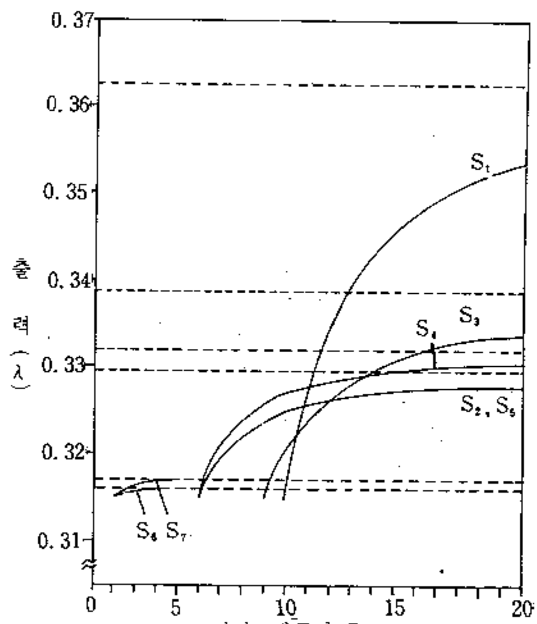

그림 3. λ와 S_n의 관계 및 λ의 한계

7. 結 論

본 논문은 다종의 서비스를 원하는 고객이 시스템에 들어와서 재생되지 않고 後行 서비스창구로 어떤 確率값을 가지고 이동하면서 서비스를 완료하게 되는 階層的 네트웍 待機構造를 갖는 조직의 生産函數 및 최적구조의 결정에 대한 연구이다. 고객의 시스템내에서의 평균 체류시간이 주어지는 제한조건하에서, 본 모델에서 구하여진 生産函數는 오목함수이고 1次 同次的이며, 출력은 각 입력요소 S_n에 의하여 正인 限界生產性을 갖고 있으며 限界値를 갖고 있고, 시간제한에 대하여 출력이 單調增加함을 보였다. 또한 고객의 평균 체류시간에 대한 제약하에서 각 서비스제공자의 임금과 고객이 시스템내에 머무른데 따른 비용을 最小化하는

각 창구의 最適 서비스提供者數를 결정하는 해를 구하였다.

본 논문의 결과는 종합병원, 민원처리시스템, 수리설비시스템, 혹은 단일 공정에서 다종의 제품을 생산하는 생산시스템 등에 응용될 수 있을 것이다. 고객과 서비스제공자의 대기과정이 본 논문의 것과 다르고, 임의의 창구에 대한 고객의 외부입력과 재생이 가능한 시스템 등에 대하여 계속적인 연구가 요구된다.

Reference

[1] Beckmann, M. J., *Rank in Organization*, Springer, New York, 1978.

[2] ______, "A Production Function for Organizations Doing Case Work," *Management Science*, Vol. 28, No. 10 (1982), pp. 1159-1165.

[3] Burke, P. J., "The Output of A Queueing System," *Operations Research*, Vol. 4(1959), pp. 699-704.

[4] Chiang, A. C., *Fundamental Method of Mathematical Economics*, McGraw-Hill, 1974.

[5] Disney, R. L., "Random Flow in Queueing Networks: A Review and Critique," *AIIE Transactions*, Vol. 7, No. 3 (1975), pp. 268-288.

[6] Jackson, J. R., "Networks of Waiting Lines," *Operations Research*, Vol. 5 (1957), pp. 518-521.

[7] ______, "Jobshop-Like Queueing Systems," *Management Science*, Vol. 10, No. 1 (1963), pp. 131-142.

[8] Kelly, F. P., "Networks of Queues," *Advances in Applied Probability*, Vol. 8 (1976), pp. 416-432.

[9] Kochen, M. and Deutsch, K. W., "A Note on Hierarchy and Coordination," *Management Science*, Vol. 21, No. 1 (1974), pp. 106-114.

[10] Lemoine, A. J., "Networks of Queues-A Study of Equilibrium Analysis," *Management Science*, Vol. 24, No. 4 (1977), pp. 464-481.

[11] Levhari, D. and Sheshinsk, E., "A Microeconomic Production Function," *Econometrica*, Vol. 38, No. 3 (1970), pp. 559-573.

[12] Melamed, B., "Characterizations of Poisson Traffic Streams in Jackson Queueing Networks," *Advances in Applied Probability*, Vol. 11 (1979), pp. 422-438.

[13] Mirrless, J. A., "The Optimal Structure of Incentives and Authority within an Organization," *The Bell Journal of Economics*, Vol. 7, No. 1 (1976), pp. 105-131.

[14] Reich, E., "Waiting Times When Queues Are in Tandem," *Annals of Mathematical Statistics*, Vol. 28 (1957), pp. 768-773.

[15] Stiglitz, J. E., "Incentives, Risk and Information, Notes Toward a Theory of Hierarchy," *The Bell Journal of Economics*, Vol. 6, No. 2 (1975), pp. 552-579.