

동양 수학이 서양 수학에 미친 영향

—고대와 중세를 중심으로—

동국대학교 정 지 호

<목 차>

- | | |
|-----------|-------------|
| 1. 머리말 | 2. 유럽의 수학 |
| 3. 인도의 수학 | 4. 아라비아의 수학 |
| 5. 맺는말 | |

1. 머리말

동물이나 식물에 있어서 또는 우리 인간에게 있어서 가장 중요한 것은 물이라고 생각된다. 따라서 물이 풍부한 큰 강 유역에 우선 식물이 무성하고 동물이 살며 인간이 모여서 살게 마련이다. 이와같이 우리 인류의 문명은 큰 강 유역에서 일어났던 것이다. 인류 최고의 그리고 가장 유명한 것은 이집트의 나일강변, 바빌로니아의 티그리스강과 유프라테스 강변, 인도의 인더스 강과 갠지스 강변 그리고 중국의 황하 유역의 문명이다. 수학 문화도 또한 같은 기원을 갖는다는 것은 말할 나위도 없다. 그러므로 고대 수학이라고 하면 우선 이집트와 바빌로니아, 인도 그리고 중국의 수학으로부터 시작됐다고 보아야만 할 것이다. 그런데 이들 고대문명의 발상지가 한결같이 동양권에 위치하고 있다는 데 주의를 기울이지 않을

수 없다.

다음은 종교의 발상지를 살펴 보자. 불교는 인도에서 기독교는 예루살렘에서, 유교는 중국에서 그리고 회교는 아라비아에서 각각 탄생했다.

이들 사대종교의 발상지가 모두 또한 오리엔트권에 속해 있음을 알 수 있다.

동·서 수학의 특징을 살펴볼 때, 동양수학은 실용적(일상생활과 천문학)이고, 직관적이며, 산수와 대수가 일찍이 발달했고, 서양수학은 비실용적(수학유희에 치중했고 계산술은 천시했음)이고, 논리적이며, 기하(물론 고대의 이집트 기하와 바빌로니아 수학을 밀바탕으로 하고 있음)를 발전시켰다.

동양의 수학사상은 조화의 논리를 음·양(+,-)으로 부터 찾고 있기 때문에 일찍부터 +,-가 자동적으로 발생한 것이라고 생각하며, 인도에서 +,- 사이의 0을 탄생시킨 것도 이와 같은 동양의 음·양 사상에서 비롯된 것으로 생각된다.

서양의 수학사상은 대립으로부터 조화를 찾는 즉, 동양과는 반대의 사상성을 가지고 있음을 잘 알고 있다. 이와 같이 대립되는 사상성에서 동양의 음수(-) 사상이 서양보다 일찌기 발달한 것이 아닌가 생각한다.

예술이라던가 종교 또는 과학과 마찬가지로 수학도 또한 그 시대 그 사회의 일정한 문화 가운데서 발생하며, 성장해왔고, 구속되어 왔다. 어떤 사회가 가지고 있는 수학의 존재 이유, 가치, 역할, 기능 등은 그 시대, 그 사회의 문화권에 의해서 각기 다르다. 즉, 각자의 문화에 적합한 수학을 가지고 있는 것이다. 이와 같은 세계의 여러 문화권에서 형성된 수학의 종류로서는 인도, 중국, 바빌로니아, 이집트, 아라비아, 마야, 그리이스, 로마의 수학등 다종 다양하다. 각각의 수학이 각각의 문화 가운데서 그 뿌리를 내리고 성장하며, 발달하고, 쇠퇴, 또는 도태된다는 슈펜글러(Spengler : 1880—1936 : 독일의 문화철학자)의 말은 일리가 있다. 수학은 각각의 시대 각각의 문화권과 밀접한 관계를 가지고 있으며 거기에 상응하는 많은 수의 세계를 형성해 왔다. 수학은 그 시대 그 사회의 정치, 경제, 종교 등과 밀접한 관계를 유지하고 있다.

가령, 이집트의 수학은 이집트 사람들을 관리하기 위하여 서기가 독점하고 있는 지식이며, 동시에 왕이 관개, 토지 분배 세금징수의 수단으로 사용된 지식이었다. 또한 인도와 아라비아 수학은 계단을 만든다는 종교적인 목적과 결부되어 있었고, 중국의 수학도 가령 구장산술과 같은 것은 정치를 위한 하나의 도구로서 이용되었다. 아롱든 수

학은 고대로부터 그 사회의 정치, 경제, 종교 등과 밀접한 관계를 갖는 것으로서 추구되었다.

본 논문에서는 편의상 시대 구분을 태고적부터 게르만 민족의 침입에 의하여 서로마 제국이(A. D. 476년 멸망) 붕괴하기 시작한 5세기까지를 고대로 보고, 이때부터 콘스탄티노플이 터키에 의해서 함락되어 동로마 제국이 멸망(A. D. 1453)한 무렵까지를 중세로 간주한다.

한편 이베리아 반도와 지중해, 그리고 소아시아 반도를 경계로 해서 사라센 문화권에 속하는 아프리카의 서북단과 이집트, 아라비아, 바빌로니아, 인도, 중국 등지를 동양권으로 하고 지중해의 서쪽 부분인 이탈리아, 그리이스로부터의 서방 세계를 형편상 서양권으로 구분해서 중세기까지의 동서 수학의 흐름과 교류 관계를 살펴보기로 한다.

2. 유럽의 수학

고대(B. C. 7세기경—A. D. 5세기경)의 동양과 서양 사이에는 상업상의 거래와 같이 사상상의 교류도 활발하게 진행되었다. 당시의 유럽의 학자들은 누구나 한번쯤은 이집트나 바빌로니아 혹은 인도를 방문하였던 것이다. 탈레스, 피타고라스, 플라톤, 데모크리스트, 에우독소스, 유우클릿트, 아르키메데스 등은 모두 동양에서 수학을 하고 돌아간 편력 학자들이다.

탈레스(B. C. 640—546)는 그리이스 7현인의 한 사람으로서 이집트에 건너가 신관으로부터 기하학을 공부하고 돌아와 그리이

스에 기하학을 보급하는 한편, 이론적 기하학을 구축했으며, 이오니아 학파를 형성했다.

피타고라스(B.C. 580?—500?)는 사모스 섬에서 출생하여 이집트에 유학했고, 바빌로니아에도 들렀다는 것이다. 고향인 사모스에 학교를 세우려고 하였으나 이 계획은 실패로 끝나고, 그는 문명의 흐름을 따라 남부 이탈리아의 크로톤에 안주했다. 여기서 그는 피타고라스파의 공제조합적인 모임을 만들었으나 정치당원들에 의하여 학교는 파괴되고, 피타고라스는 도망하였지만, 결국 메타폰티온에서 피살되었다고 한다. 피타고라스 파의 조합은 정치의 압력 때문에 해체되었으나 학파로서는 적어도 200년 간은 존속되었고, 피타고라스의 정리를 위시해서 많은 업적을 쌓아 올렸다. 그리이스에서는 여러 가지의 수학파가 거의 같은 시기에 서로 겹쳐서 존재했다. 소피스트 학파, 플라톤 학파, 제 1 알렉산드리아 학파, 제 2 알렉산드리아 학파 등이 있다.

이들은 동양의 수학을 토대로 해서 고대 그리스의 찬란한 수학문화를 형성했다.

서로마 제국 멸망(A. D. 476)후의 유럽은 북쪽은 게르만 민족과 스타브민족, 남쪽은 이슬람교도에 의한 침략 때문에 혼란과 무질서의 상태가 계속됐다. 농업을 주도하는 봉건제도가 확립된 것은 10세기로 들어서면서 부터이다. 이 시대에 사람들의 정신생활에 있어서 큰 역할을 한 것은 기독교이다. 그러므로 학문의 연구는 오직 사원에서 이루어졌으며 수학은 수도사에 의해서 겨우 명맥만을 유지해 왔다. 따라서 6세기 부터

11세기에 걸친 유럽의 수학은 사원 수학이다. 철학이 신학의 시녀였던 중세에 있어서, 수학도 신학에 예속 되어 있었음은 말할 나위도 없다. 그러므로 사원수학은 큰 발전을 기대할 수 없었고 산술 등은 제일(祭日) 결정의 계산에 사용되었으며 로마 최후의 대저술가 보에티우스류의 산술을 벗어날 수가 없었고 또한 기하학도 똑같이 사원의 건축에 이용될 뿐이었다. 보에티우스 이후의 로마 수학의 활동은 정지되고 말았다.

십자군의 원정에 의해서 유럽과 아라비아의 교류가 시작됐고 당시까지 이단시 되었던 이슬람의 수학문화의 수입이 촉진되었다 따라서 아라비아어로 부터 라틴어로 번역이 행해졌고, 12세기가 되면서 가장 절정에 이른다.

이탈리아에서는 인도 숫자가 상인들에게 보급되었지만 사원수학의 지식계급에게는 배척되었다. 그런데 1299년에 이탈리아의 상업도시 피렌체의 상인들에게 인도 숫자로서 부기를 못하도록 엄금하고, 로마 숫자나 말로 표시하도록 명령이 내려졌다. 그러나 문화는 높은 데서 낮은 데로 흐르게 마련이다. 문예부흥기를 통해서 오리엔트의 수학은 유럽전역에 보급되기 시작했고 이것은 유럽 근세 수학 발전에 초석이 되었다.

3. 인도의 수학

인도 숫자(소위 아라비아 숫자)는 주지하는 바와 같이 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0의 10개의 기호인데 이것만치 널리 사용되는 기호도 드물 것이다. 도대체 이 숫자는 어떻게

해서 생겼고, 어떤 경로를 통해서 전해졌는지를 생각해 보자.

기원전 5세기에 Gautamma Siddartha 에 의해서 불교가 시작되었는데, 기원전 3세기 마우리아 왕조의 Ashōka 왕 때에 가장 번성했다. 아쇼카왕은 불교를 돈독히 믿고 이것을 국가통일의 근본정신으로 삼았다. 칙령을 마에(磨崖)라던가 석주(石柱)에다 새겨서 그의 이상을 널리 사람들에게 알렸다. 이 시대 이후 사원의 벽에 새겨진 문장 가운데 또는 상술한 조각 가운데에 수를 표시하는 문자가 나타나기 시작했다. 이것을 부라미 숫자라고 하며 다음과 같다.

1 位 數	— = ≡ ≠ ∽ ∽ ∽ ∽ ∽
10 位 數	α ο ∫ ∫ ∫ ∫ ∫ ∫ ∫
100 位 數	∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩
1000 位 數	∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩

인도 숫자의 특징인 0과 1부터 9까지의 숫자를 사용해서 자릿수 기수 법에 의해서 모든 수를 표시하는 방법은 기원전 6세기 부터 8세기 사이에 완성된 것으로 생각한다. 중부 인도의 Gwalior 의 근처에 있는 사원 벽에 새겨진 문장 가운데 933, 270, 187 등이 처음으로 십진 기수법으로 표기된 것이 발견됐다. 이것은 0이 실제로 표기된 최초의 것이라고 한다. 이것이 나중에 아라비아로 전해져서 우리가 현재 사용하고 있는 것과 거의 비슷한 숫자가 되었다. 특히, 서아라비아 숫자가 그렇다. 이것이 서양으로 전해져서 16세기가 되면서 우리가 현재 사용하고 있는 숫자로서 완성되었다.

인도에서의 수학은 주로 실용상의 필요, 특히, 상업이나 무역등에서 그 연원을 찾을 수 있다. 따라서 대수학과 같은 수량에 관계되는 사상이 발달했으며, 따라서 기하학도 논리적인 증명, 체계적인 조직 등에서는 주의를 기울이지 않고, 계량을 기본으로한 공식이라던가 계산이 주로 연구의 대상이 된 것이다.

이와 같은 경향은 고대 이집트에서의 기하학과 일맥상통 하는 점이 있다. 그러나 고대 이집트에서는 측량이라는 입장에서 면적에 중점을 두었는데 반해서, 인도에서는 계산이라는 입장에서 수량에 중점을 둔 것이 그 차이 점이다. 이 수량에 중점을 둔 인도에서 현재 우리가 사용하고 있는 10진법이 발명되어, 그것이 인도의 무역업자 사이에서는 이미 서기 700년경에 사용되고 있었다. 그러나 유럽이나 소아시아, 또는 이집트를 살펴 보더라도 그때까지는 어디에서도 10진법을 사용한 흔적을 찾아 볼 수 없다. 아라비아에서 10진법이 사용된 최초의 확증은 겨우 서기 773년으로서, 이것이 인도에서 수입된 것은 확실하다. 또한 당시 인도에서 사용되고 있던 숫자도 동시에 아라비아로 전파되어 일반에게 보급된 것으로 생각된다. 5세기부터 7세기 사이에 인도에는 두 사람의 수학자가 나타났다.

한 사람은 Arya-Bhata(A. D. 476—?)이고, 다른 한 사람은 Brahmagupta(A. D. 598—660)이다. 그의 주저인 Aryabhatiya 에는 천문학과 구면삼각법의 초보가 대부분인데 그는 주로 천문학에 필요한 범위에서 수학을 연구했다.

그의 대수학에 관한 것 가운데는 2차 방정식의 일반해라던가 1차의 부정 방정식의 정수해가 있다. Brahmagupta는 삼각주라던가 원추의 체적, 또는 삼각형이라던가 원의 면적을 계산한다던가 기타 여러 가지 도형에 관해서 양의 계산 등에 주안점을 두었다.

인도의 기하학의 특징은 도형들 사이의 관계라던가, 또는 그들의 성질에는 그리 중점을 두지 않고, 기하학의 계산문제를 주로 취급하고 있으며, 논증적인 그리이스 기하학과는 큰 차이점을 가지고 있다. 원래 인도에서는 산술과 대수가 잘 발달했고 이것이 수학의 주류를 이루고 있으며, 기하학은 그의 부수물에 불과했던 것이고, 도형에 관한 양의 계산, 혹은 계산방법이 주요한 연구 대상이었다.

4. 아라비아의 수학

아라비아 사람은 본래 유목민이었으나 Mahomet(A.D. 571—632) 이래 일정한 도시에 정주하기 시작했고, 그의 국위도 크게 떨쳤으며, 주변국가를 정복하여 넬리 시리아, 메소포타미아, 이란, 인도, 북아프리카, 이베리아반도에 걸친 영토를 확장했고, 이 시기는 약 900년간 계속되며, 문화와 학문의 등불을 지키고, 또한 전해준 것은 우리 인류에게는 다행한 일이라고 생각된다.

아라비아 사람이 독자적으로 문화를 창조한 것은 결코 아니다. 그러나 인도의 고유 문화를 그리고, 그리이스·이집트의 문화를 동시에 흡수하고 융합해서 아라비아 문화를 구축했다. 이것은 아라비아가 유럽

의 문화를 보호해 내려오다가 문예부흥기의 유럽으로 되돌려 주었을 뿐만 아니라 인도의 문화를 유럽으로 전해준 매개역할을 했음을 보여주는 것이다.

아라비아의 국왕 Al Mamun(A.D. 813—833)시대에 인도와 콘스탄티노플 등지에서 가능한대로 많은 과학서적을 수집해서 아라비아어로 번역을 했고, 9세기 말에는 Euclid, Archimedes, Apollonius, Ptolemy 등의 명저가 모두 아라비아어로 번역된 것이다.

Al Mansur(A.D. 754—775) 왕조 때, 수학, 특히 대수학이 인도로부터 수입되어 약 50년 후에 이집트라던가 그리이스에서 수입한 기하학과 융합해서 새로운 대수적 계산법 위에서 구축된 기하학이 탄생했으며, 아라비아적 성격을 띤 독특한 기하학 사상의 출현을 맞이하게 되었다.

동양과 서양 사이에 끼어 있는 아라비아는 지리적으로 양 대륙의 연결점일 뿐만 아니라 양 대륙에서 발전한 서로 다른 두 개의 큰 문명의 교류점이기도 하다. 동쪽으로부터는 주로 Brahmagupta 등에 의해서 발달된 수의 기호, 산술, 대수학등이 8세기 말에 유입되었고, 서쪽으로부터는 그리이스, 이집트의 기하학, 역학, 천문학 등이 9세기말경 들어옴으로서 아라비아 문화는 창건되었다. 아라비아 수학이 동·서양 문화를 더듬들로 하고 있음을 단적으로 표시하는 것은 Al-Khwarizmi의 저서이다. 그는 A.D. 830년경 대수학에 관한 유명한 책 Al-gebrwel mukabala를 저술했다. 그 내용은 Brahmagupta의 저서를 기본 바탕

으로 했고, 그 증명의 일부에는 수를 그리이스 형태의 선분으로 표시하고 있다. 이 책은 수학사상 간과할 수 없는 중요한 의의를 갖는 것으로서, 중세 초기의 대표적인 저서로서 일반에게 널리 사용되었을 뿐만 아니라 10진법이 유럽에 전파되는 데 중계 역할을 했다. algebra라는 말은 이 책이 그 기원이라고 한다.

대수방정식의 해법에 대해서 기하학을 응용한 이슬람의 연구는, 그들이 대수와 기하학의 밀접한 상호관계를 생각해 낸 최초의 민족이라고 하겠다. 이것은 후세의 해석 기하학의 발전에 선도적인 공헌을 한 것이다. 동·서수학을 융합한 아라비아 수학은 상당히 발전했으나 약 200년(A. D. 1096—1291) 동안의 십자군 전쟁에 의한 혼란 때문에 아라비아의 수학은 모든 문화와 함께 쇠퇴하기 시작했다. 십자군 전쟁에서 유럽 사람들은 그들 보다 훨씬 우수한 수학 문화에 접하게 되었다. 이와 같이 해서 유럽의 중세 암흑시대가 끝난 무렵 계산하기에 간편한 10진법의 인도 숫자[인도수, 소위 아라비아수 1986을 로마의 기수법으로 표시하면 MCMLXXXVI(5=V, 10=X, 50=L, 100=C, 500=D, 1000=M)]와 산술, 그리고 대수가 유럽에 흘러 들어갔다.

5. 맺는 말

중국과 인도의 문명은 나일강과 메소포타미아 문명 보다 오래되지는 않았지만 그리이스와 로마의 문명에 비하면 아주 오래 되었다. 그리이스와 로마의 문명이 해양시대(Thalassic Age)의 문화인데 대해서 고대

의 중국, 이집트, 바빌로니아, 인도문명은 하천시대(Patamic Age)로 거슬러 올라간다. 수학도 그 시대 그 사회의 문화와 더불어 발생하며 성장 발달하고 또한 쇠퇴 또는 도태되었음을 알 수 있다. 오리엔트의 4대 문화 발생지에서 생긴 고대 수학은 일상 생활로부터 자연 발생적으로 터득한 지식의 집적인 소박한 경험적 수학으로서 다분히 기술적이었는데, 이것이 지중해를 건너 그리이스 사람에게 계승된 다음부터는 논증적이 되었고, 과학으로서의 수학은 찬란하게 건설되었다. 그러나 6세기경의 로마 최대의 저술가 보에티우스(A. D. 480?—524 : Boetius의 算學入門은 18세기가 될 때까지도 유럽 사람들에게는 낯익은 책이다) 이후에 나타난 유럽 사람들은 이 유산을 발전시키지 못하고 중세 암흑기로 접어들며, 동방 아라비아 수학의 전파를 오랜 세월동안 기다릴 수 밖에 없었다.

6세기부터 유럽은 이른바 암흑시대가 되어 전란이 계속되는 상태였다. 이와같은 살벌한 혼란기에는 수학 뿐만이 아니라 전반적인 문학 과학이 모두 침체하게 마련이며, 그리이스, 이집트의 융성기에 획득한 문화의 유산은 건축, 회화, 도서, 학술, 시가 등의 유형적 유물, 무형적 지식도 함께 점차적으로 유실되었다.

이와 같은 전란 시대에 과거의 문화의 열마간이라도 보호하며, 고대문화와 후세문화를 이어줄 수 있는 것은 숙된 사회와는 거리가 멀고 숙된 일에 초연한 생활이 허락된 승려라는 특수 계급 이외에는 존재할 수가 없었다.

유럽에서는 베베딕다교단의 승원이 그 역할을 담당했다. 그러나 거기에서는 주로 문학이나 철학계통의 것이 중시되었고, 과학으로서의 간단한 계산방법이라던가 교회의 제 일을 섬기기 위한 역학(曆學)등이 겨우 명맥만을 유지해 내려왔다. 이와 같은 유럽의 암흑시대, 즉, 문화 부진시대는 오랜동안 계속되었고, 문화재흥의 새로운 싹이 돋아나기 시작한 것은 12세기 후반 부터다. 그러나 이 시기는 인도의 10진법의 산술, 대수, 삼각법등이 충분히 발달해서 아라비아에 들어가고, 또한 알렉산드리아, 그리이스 등의 고전 기하 뿐만이 아니라 고전수학의 주요 부분이 아라비아로 전해졌으며, 거기에서 다소나마 진전되고 세련되었으며 융합해서 12세기 후반부터 십자군 전쟁등의 영향을 받아 유럽으로 또 다시 전해졌다.

14세기와 15세기는 아라비아 수학과 아라비아를 통해서 유입된 그리이스 수학을 소화하고 흡수하는 시기로서 기하학에 새로운 발견을 첨가하지는 못했다. 15세기 중엽 독일의 구텐베르그(A. D. 1394?—1468)에 의해서 인쇄술이 발명되기 이전에는 유럽에서는 학문의 중심지가 없었으며, 연구의 교환이 제한되어 있었다. 르네상스기에 들어서면서 인쇄술의 보급에 의한 학문, 지식의 빠른 전파, 아메리카 대륙발견(A. D. 1492), 종교 개혁등의 자극으로부터 새로운 사상이 범람하고, 암흑 시대의 중압과 소극적인 기운으로부터 완전히 개방되기에 이르렀다. 이에 발 맞추어 학문의 각 부문이 힘차게 약동을 개시했다. 곧 해석기하학의 Descartes(A. D. 1596—1650), 미적분학의 Newton

(A. D. 1642—1727)과 Leibniz(A. D. 1646—1716) 등을 맞이할 준비를 시작했다.

참고 문헌

1. 鄭址篤, 「數學의 歷史」, (創元社, 1983).
2. 鄭址篤 外 5 名, 「數學大辭典」, (創元社, 1975).
3. 金容雲, 「數學의 흐름」, (培英社, 1975).
4. 金容雲, 「傳統社會와 數學」, (漢陽大學校 出版院, 1984).
5. 金容雲, 金容局, 「世界數學文化史」, (電波科學史, 1983).
6. 金鎔貞, 「科學과 佛敎」, (東國大學校 譯經院, 1976).
7. 吳亨根, 「佛敎의 靈魂과 輪廻觀」, (佛敎思想社, 1979).
8. 야부우찌 기요시(朴世熙 譯), 「中國의 數學」, (現代科學新書(69), 1979).
9. 末綱恕一, 「華嚴經の世界」, (春秋社, 1962).
10. 山口益, 「空の世界」, (理想社, 1948).
11. 카를·야스베스(峰島旭雄 譯), 「佛陀と 龍樹」, (理想社, 1983).
12. Desmond Stewart(張康在 編輯), 「Early ISLAM」, (한국일보 타임-라이프, 1983).
13. Lucille Schulberg(張康在 編輯), 「History INDIA」, (한국일보 타임-라이프, 1983).
14. John R. Hale(張康在 編輯), 「Renaissance」(한국일보 타임-라이프, 1983).
15. Ali Abdullah Al-Daffa(武隈良一 譯), 「アラ비아의 數學」, (The Muslim contribution to mathematics)(サイエンス社, 1980).
16. 欠野健太郎, 「數學史」, (科學新興社, 1977).
17. 村田全, 「數學史散策」, (ダイヤモンド社, 1974).
18. Gerhand Kowalewski(中野廣 譯), 「數學史(Grosse Mathematiker)」, (厚文社, 1964).
19. 國枝元治, 「軌近高等數學講座 I(東西數學史)」, (共立社, 1929).
20. 小倉金之助, 「數學史研究(第一輯)」(岩波書店, 1974).
21. 武隈良一, 「數學史」, (培風館, 1977).

정 지 호

22. 小堀憲, 「數學史」, (朝倉書店, 1977).
23. 小杉啓, 「數學史(幾何と空間)」, (槇書店, 1979).
24. 小杉啓, 「數學史(數と方程式)」, (槇書店, 1974).
25. 中村幸次郎, 「數學史」(共立全書(236), 1981).
26. 末綱恕一, 「數學と數學史」(清水弘文堂, 1970).
27. 高森圭介, 「數字の本」, (教育社, 1982).
28. 小倉金之助「カジヨリ 初等數學史(上, 下)」, (共立全書(537, 538), 1976).
29. Peter Beckmann(田尾陽一, 清水韶光共譯), 「兀の歴史(A History of π)」, (蒼樹書房, 1983).
30. 笹部貞市郎, 「茶の間の數學」, (聖文社, 1962).
31. モリスワラハン(中山茂譯), 「數學の文化社」, (現代教養文庫, 1977).
32. 彌永昌吉, 「數學の歴史」, (共立社, 1979).
33. 小倉金之助, 「數學教育史」, (岩波書店, 1973).
34. 吉田洋一, 「零の發見」, (岩波新書, 1960).
35. D. E. SMITH, 「History of Mathematics」, (DOVER, 1951).
36. DIRK. J. STRUK, 「A concise History of Mathematics」, (DOVER, 1967).