

체제중복 설정문제에 있어서 Redundancy 우선배치에 관한 연구

A study for setting prior allocation of redundancy in parallel series system

趙 南 浩*

Abstract

This paper studies reliability growth model in redundancy allocation of Parallel-series system in which several series system is linked parallelly. The model is generalized by system redundancy of sub-system that have components redundancy.

The stage of components in each sub-system is established differently.

At the same time by assigned the different number of constraints to the sub-system, this paper deals with rather practical reliability growth model.

1. 서 론

어떤 system이 현재 단일 직렬로 형성되어 있는 상태에서 추가로 단일 직렬 system이 sub-system

으로서 병렬로 연결되는 경우(실제로 공장에 있어서 최신 설비를 추가로 도입하는 경우를 들 수 있다.) 이를 추가적인 직렬 system에 대하여 일반화시키면 그림 1과 같다.

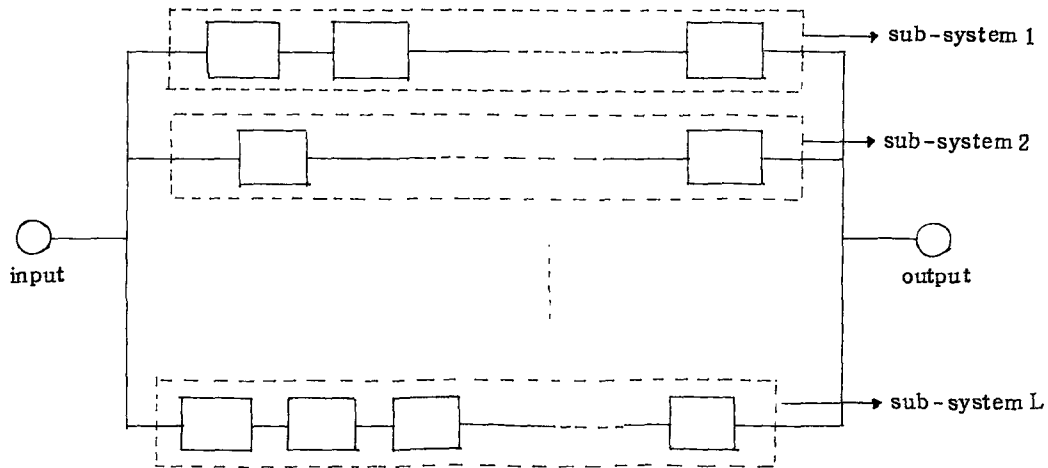


그림 1. Parallel Series System

한편 부품중복방법이 체제중복방법보다는 항상 신뢰도가 높으므로 단일 직렬설비의 신뢰도를 증가시키기 위하여는 체제중복보다는 부품중복으로 redundancy를 배치하는 것이 좋으나 현상과 같이 추가

로 series가 체제중복방식인 sub-system으로 배치 확정키로 된 경우, 새로이 설정된 System의 전체 신뢰도를 향상시키기 위하여 추가로 redundancy를 배치한 때의 최종 system은 그림 2와 같이 된다.

Redundancy의 추가배치에 있어서 주어지는 다

* 建國大學校 工科學科 産業工學科 副教授

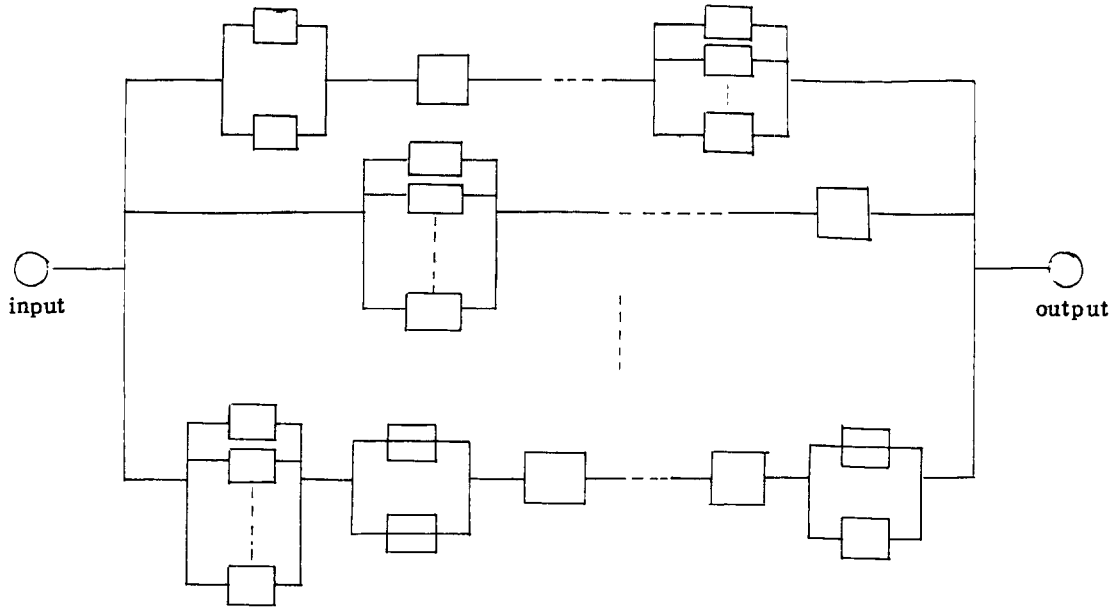


그림 2 Parallel Series System after Redundancy allocation

식의 신뢰도 증가분의 효율에 관여하는 Sharama & Venka teswaran[6], Proshan & Bray[5], Misra[3] 등이 그 계수를 설정하였으나 Aggarwal, Gupta & Misra[1]가 전기 논문들의 취약점을 보완하여 제시한 하나의 redundancy를 추가로 배치함으로써 발생하는 자원사용량의 감소분의 곱에 대한 sub-system 비신뢰도 감소분을 감도계수로서 사용하였다. 또한 본 논문에서 제시한 model은 단일 series system의 부품중복이 아니므로 각 sub-system 간의 전체 신뢰도 증가에 대한 비교를 고려하여 주었다.

본 논문에서는 parallel series system 하에서 각 sub-system마다 다 제약식을 설정하고, sub-system 부품신뢰도 및 각 sub-system을 형성하는 부품 갯수를 일반화하며, 주어진 자원사용량 아래서 추가의 redundancy로 전체 신뢰도를 증가시키는 방향으로 우선 배치하는 실제 상황에 보다 근접하는 일반화된 신뢰도 증가 model을 설정하고자 한다.

2. 병렬-직렬체계의 설계

2.1 모델 설정

본 연구에서 설정한 모델은 병렬-직렬 체계(parallel-series system)이다. 따라서 전체 system은 L개의 병렬 sub-system으로 형성되어 있으며, 각

sub-system은 서로 다른 부품수와 부품 신뢰도를 갖는다.

전체 신뢰도를 증가시키기 위하여 2단계로 나누어 전개하기로 한다. 첫단계는 각 sub-system 신뢰도를 증가시키는 초기해 설정단계이며, 다음 단계는 초기해로부터 각 sub-system의 최종 배치해인 n과 n*으로서 이루어지는 최종 전체 배치해 n*를 구하는 단계이다.

2.2 전제 조건

- 1) 전체 체계는 L개의 sub-system이 병렬로 이루어져 있다.
- 2) 모든 부품은 동시에 작동하며, 통계적으로 독립이다.
- 3) 각 제약식들은 redundancy 배치에 따라 그 값이 단조 증가하는 선형함수의 합으로 이루어져 있다.

2.3 용어 설명

- R_{hi} : sub-system h의 i번째 부품의 신뢰도
- q_{hi} : sub-system h의 i번째 부품의 비신뢰도
- n_{hi} : sub-system h의 i번째 부품의 갯수
- K_h : sub-system h의 전체부품중 단계수
- R_{system} : 전체체계 신뢰도
- R_h : sub-system h의 신뢰도
- Q_h : sub-system h의 비신뢰도

- r_{hi} : sub-system h의 i 번째 부품단계의 신뢰도
- n_h : sub-system h의 부품 배치해 (n_1, n_2, \dots, n_{mh})
- n_h^f : R에 의한 sub-system의 초기해
- n^* : 최종 전체 배치해 $n^* = (n_1, n_2, \dots, n_h, \dots, n_L)$
- m_h : sub-system h의 제약식 수
- $g_i^j(H)$: sub-system h의 i 번째에 투입된 j의 자원량 ($j = 1, 2, \dots, m_h$)
- B_{hj} : sub-system h의 j 제약식(j 자원)의 사용 가능량
- $F_h(n_i)$: sub-system h의 현재 부품수 n_{hi} 를 한 단위 증가시켰을 때 부품 i의 선택 계수

2.4 수학적 전개 및 계산절차

중복설계 문제에 있어서 병렬에 의한 전체체계 신뢰도 R_{system} 은 (1)과 같으며, sub-system의 신뢰도 R_h 는 (2)와 같다. 또한 redundancy 배치에 의한 신뢰도 r_{hi} 는 (3)과 같이 표시되며, 이때 sub-system h의 비신뢰도 Q_h 는 근사적으로 (4)와 같이 주어진다.

$$R_{system} = 1 - \prod_{h=1}^L (1 - R_h) \dots\dots\dots (1)$$

$$R_h = \prod_{i=1}^{K_h} r_{hi} \dots\dots\dots (2)$$

$$r_{hi} = 1 - q_{hi}^{n_{hi}} \dots\dots\dots (3)$$

$$Q_h \simeq \sum_{i=1}^{K_h} q_{hi}^{n_{hi}} \dots\dots\dots (4)$$

중복설계 문제는 (5)와 같은 m_h 개의 제약조건하에서 목적식 (4)를 최소화하는 n_h 를 각 h에 대하여 구하는 문제이다. 그 이유는 체제신뢰도 최대화 문제는 비신뢰도 최소화문제와 동일하기 때문이다.

$$\sum_{i=1}^{K_h} g_i^j(n_{hi}) \leq B_{hj}, (j = 1, 2, \dots, m_h) \dots\dots (5)$$

sub-system h의 i 번째 부품수 n_{hi} 를 1단위 증가시킬 때 Q_h 의 감소량을 나타내는 sub-system의 부품선택 계수 $F_h(n_i)$ 는 (6)과 같이 정의된다.

$$F_h(n_i) = \frac{\Delta(q_{hi}^{n_{hi}})}{\prod_{j=1}^m \Delta g_i^j(n_{hi})} \dots\dots\dots (6)$$

여기서 $\Delta q_{hi}^{n_{hi}}$ 는

$$\begin{aligned} \Delta(q_{hi}^{n_{hi}}) &= q_{hi}^{n_{hi}} - q_{hi}^{n_{hi}+1} \\ &= p_{hi}(q_{hi}^{n_{hi}}) \dots\dots\dots (7) \end{aligned}$$

과 같다.

또 제약식이 선형이므로 $F_h(n_i)$ 는 (8)과 같이 나

타낼 수 있으며, (9)와 같은 관계식이 성립한다.

$$F_h(n_i) = \frac{\Delta(q_{hi}^{n_{hi}})}{\prod_{j=1}^m g_i^j(h)} \dots\dots\dots (8)$$

$$F_h(n_i + 1) = q_{hi} \cdot F_h(n_i) \dots\dots\dots (9)$$

초기해 설정에 있어서 $0 < R_h < 1$, $0 < r_i < 1$ 이므로 각 sub-system의 부품들의 신뢰도의 곱으로 계산되는 sub-system의 신뢰도 R_h 는 r_i 보다 작아야 함으로 이에 따라 찾을 수 있으며, (10)과 같은 부등식으로부터 (11)과 같이 정리된다.

$$R_h \leq r_{hi} (= 1 - q_{hi}^{n_{hi}}) \dots\dots\dots (10)$$

$$n_{hi} \geq \frac{\log(1 - R_h)}{\log(q_{hi})} \dots\dots\dots (11)$$

현재 우리는 R_h 를 모르는 상태이므로 R_h 의 추정치 \hat{R}_h 를 구하는 방법은 Proschan and Bray [5]와 Woodhouse [8]의 방법을 사용한다.

\hat{R}_h 와 (11)에 의해 산출된 초기해 n_h^f 로서 1단계의 계산목표인 sub-system h의 redundancy의 우선순위 배정절차는 다음과 같다.

- 절차 1 ; 각 부품 i에 n_{hi}^f 를 배치하고, 모든 i에 대하여 $F_h(n_i)$ 를 계산한다.
- 절차 2 ; 가장 높은 $F_h(n_i)$ 를 갖는 부품에 하나의 redundancy 배치를 예정이다.
- 절차 3 ; 제약식을 검사한다.

1) 현재 해가 제약식을 만족하면 단계 2에서 예정한 부품배치를 확정하며, n_{hi} 와 $F_h(n_i)$ 를 수정하고, 절차 2로 간다.

2) 현재의 해가 한개 이상의 제약식을 위배하면 절차 2에서 예정한 부품배치를 최소화하며, 현 부품은 고려대상에서 제외시키고, 절차 2를 수행한다. 모든 sub-system의 부품 단계가 고려대상에서 제외될 때까지의 배치 순서가 현 sub-system h의 배치우선순위가 된다.

동일한 방법으로 모든 sub-system에 대하여 각 부품들의 우선순위를 결정한다.

최종 배치해는 $n^* (= n_1, n_2, \dots, n_h, n_L)$ 이 되며, 각 제약식의 B_{hj} 값이 증가할 경우에는 앞의 절차에 의하여 redundancy를 추가배정하며, 감소할 경우에는 우선순위가 가장 낮았던 부품의 redundancy를 제약식을 만족할 때까지 제거해 나간다.

3. 결 론

본 연구에서는 parallel-series system에 있어서

각 series sub-system마다 다 제약식이 설정되어 있는 경우에 있어서 redundancy의 배치에 따른 신뢰도 증가모형을 제시하였다.

본 모델을 설정함에 있어서 자원사용량 B_{hj} 가 sub-system h 에서만 사용되는 것이 아니라 전체 system에서 공히 사용될 경우에는 각 sub-system의 부품선택 계수간의 또 다른 순위계수의 설정과 감도비교분석이 필요할 것으로 지적되었다. 이러한 점들에 대하여는 후속 연구가 계속 수행되어야 하리라 본다.

참 고 문 헌

1. Aggarwal, K. K., J. S. Gupta, K. B. Misra, "A new heuristic criterion for solving a redundancy optimization problem," IEEE Trans. Rel, Vol. 24, pp. 86 ~ 87, April 1975.
2. Breipohl, A. M., "On reliability optimization - a preface," IEEE Trans. Rel, Vol. R - 26, pp. 146 ~ 155, Aug. 1977.
3. Misra, K. B., "A simple approach for constrained redundancy optimization problem," IEEE Trans. Rel, Vol. R-21, pp. 30 ~ 34, Feb. 1972.
4. Moskowitz, F., McLean, "Some reliability aspects of system design," IRE Trans. Rel, Qual. Contrr., Vol. RQ C- 8, pp. 7 ~ 35, Sept. 1956.
5. Proschan, F., T. A. Bray, "Optimum redundancy under multiple constraints," Oper. Res. Vol. 13, pp. 800 ~ 814, Sept. 1965.
6. Sharama, J., Venkateswaran, "A direct method for maximizing system reliability," IEEE Trans. Reliability, Vol. R - 20, pp. 256 ~ 259, Nov. 1971.
7. Tillman, F. A., C. L. Hwang, L. T. Fan, S. A. Balbabe, "Systems reliability," pp. 60 ~ 62, Feb. 1972.
8. Woodhouse II, C. F., "Optimal redundancy allocation by dynamic programming," IEEE Trans. Reliability, pp. 60 ~ 62, Feb. 1972.