

DM 필터에서의 積分器除去에 관한 研究

(A Study on the Elimination of Integrator in DM Filters)

申宰浩*, 李鍾珏**

(Jae Ho Shin and Chong Kak Lee)

要 約

FIR 필터에서 乘算器를 사용하지 않는 構造로 많이 연구되어온 DM 필터의 構造에는 반드시 積分器가 接續되어 있다.

本 論文에서는 積分器를 제거한 構造로써, DM符號化信號를 入力sequence로 하는 FIR 필터의 係數決定方法을 제시하고, 積分器를 제거함으로써 발생하는 원DM 필터와의 應答誤차를 제거하기 위한 條件을 유도하였다.

條件을 만족할 때, 積分器를 제거한 DM 필터의 特性이 원DM 필터와 거의 완벽하게 같음을 computer simulation으로 증명하였다.

Abstract

To eliminate the requirement of multiplications in nonrecursive filter realization, the use of a delta modulation (DM) has been studied by several researchers. However, the structure of DM filters inevitably contains an intergrator that is cascaded with the arithmetic unit to operate convolution summation. In this paper we propose a method to determine the coefficients that may be used for implementation of a DM filter without an integrator. Also, we obtain the condition by which one can exclude the response errors due to the elimination of the integrator. By computer simulations it is shown that the performance of the proposed filter is very good, provding that the condition is satisfied.

I. 序 論

FIR 필터는 安定性 및 線型位相特性 등의 장점때문에 많이 이용되고 있으며, 그 구조는 入力標本値와 필터係數를 有限 convolution시키는 단순한 演算器에 불과하다. Convolution 연산은 每標本區間內에 기억된 入力標本値들과 대응하는 係數의 곱을 행한 후 그 결과를 전부 合算하는 것이며, 그 합산결과가 出力이 된다.

그러므로 FIR 필터를 설계한다는 것은 그 係數를 결정하는 것이다.

Convolution 演算時 乘算을 하지 않는 構造로서 delta modulation (DM)을 A/D 變換方式으로 이용하는 것들이 연구되어 왔다. DM符號化를 FIR 필터실현에 이용하는 방법에는 세가지로 나눌 수 있다. 즉 convolution 연산에서 入力信號를 DM符號化하는 경우^{1,2,3}와 필터係數를 DM符號로 결정하는 경우, 두가지를 모두 適用시키는 경우⁴가 있다. DPCM을 이용하는 경우⁵나 독특한 algorithm을 이용하는 경우^{6,7}에서와 마찬가지로 DM은 信號의 變化率을 符號化하는 것이므로, DM符號化原理에 의하여 DM 필터의 구조는 일반적인 FIR 필터구조의 出力端에 積分器를 접속한 형태이다.

本 論文에서는 DM 필터實現方法을 간략하게 유도하

*正會員, 明知大學校 電子工學科
(Dept. of Elec. Eng., Myong Ji Univ.)

**正會員, 서울大學校 電子工學科
(Dept. of Elec. Eng., Seoul National Univ.)

接受日次: 1985年 11月 20日

고, 積分器를 사용하지 않고 DM필터를 실현할 수 있는 係數決定方法을 제시한다. 그리고 computer simulation으로 원DM필터와 積分器除去된 DM필터의 周波數應答 및 時間領域에서의 應答波形을 비교하고자 한다.

II. DM필터 實現原理

1. Analog필터와 FIR필터

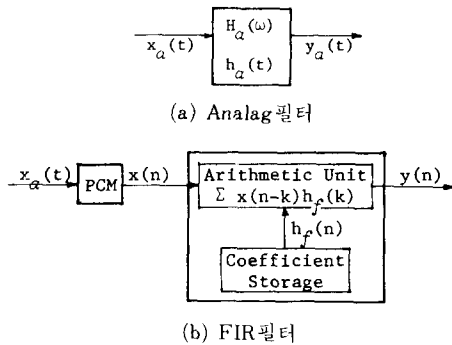


그림 1. Analog필터와 FIR필터
Fig. 1. Analog filter and FIR filter.

그림 1-a의 周波數應答 $H_a(\omega)$ 인 analog 필터를 FIR필터로 simulation할 경우, 人力信號가 週期T로 標本化되어 인가되므로 digital 필터의 주파수응답 $H(e^{j\omega})$ 는 다음과 같은 관계를 갖게 된다.

$$H(e^{j\omega}) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} H_a(\omega - k\omega_s) \quad (1)$$

단, $\omega_s = 2\pi/T$

여기서 $H_a(\omega)$ 가 band limit 되고, 또한 Nyquist rate 이상의 標本周波數를 사용하면 aliasing 誤差가 발생하지 않으므로 완전한 digital simulator의 조건인 다음과 같은 관계가 된다.

$$H(e^{j\omega}) = H_a(\omega) \text{ for } |\omega| \leq \frac{\omega_s}{2} \quad (2)$$

식(2)를 만족하는 digital필터의 impulse response는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$h(n) = T h_a(nT) \quad (3)$$

FIR필터의 係數는 有限 wordlength에 有限個數이어야 하므로, 그림 1-b FIR필터의 係數 $h_f(n)$ 은 식(3)의 $h(n)$ 으로부터 windowing - shifting - quantization을 행하여 결정한다.

$$hf(n) = \begin{cases} Q[h(n - N_0)] & \text{for } 0 \leq n \leq N-1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4)$$

$$\text{단 } \begin{cases} N_0 = \frac{N-1}{2}, & N \text{은 필터次數} \\ Q[\circ] : \text{quantization operation} \end{cases}$$

그러므로 필터의 周波數應答는 필터次數 N, 선택된 window函數, 그리고 量子化方法과 wordlength에 따라 식(1)의 $H(e^{j\omega})$ 와는 차이가 있게 된다. FIR 필터설계시에는 설계된 필터의 周波數應答와 理想的應答과의 誤差가 주어진 設計條件을 만족하도록 $h_f(n)$ 의 여러가지 parameter들을 결정해야 한다.

2. DM필터의 實現原理

LDM으로 人力信號를 符號化할 경우 人力信號標本值 $x_a(nT)$, 近似波標本值 $\hat{x}(n)$ 및 出力符號 $c(n)$ 과의 관계를 쓰면 다음과 같다.

$$c(n+1) = \text{Sgn}\{x_a(nT) - \hat{x}(n)\} \quad (5)$$

$$\hat{x}(n) = \hat{x}(n-1) + \Delta \cdot c(n) \quad (6)$$

여기서 Δ 는 階段波形으로 人力波를 追跡하는 近似波의 stepsize이며, DM符號 $c(n)$ 은 +1, -1으로만 구성된다.

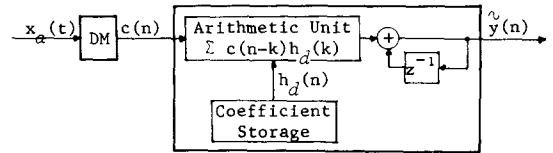


그림 2. DM필터의 구조
Fig. 2. Structure of DM filter.

또한 일반적인 FIR필터의 入出力關係式을 쓰면 다음과 같다.

$$y(n) = \sum_{k=0}^{N-1} x(n-k) h_f(k) \quad (7)$$

여기서 人力 sequence $x(n)$ 을 식(6)의 人力信號 DM近似波 $\hat{x}(n)$ 으로 代置한 것이 DM필터이다.

$$\tilde{y}(n) = \sum_{k=0}^{N-1} \hat{x}(n-k) h_f(k) \quad (8)$$

그런데 그림 2에서 보는 바와 같이 DM필터의 人力 sequence는 DM符號 $c(n)$ 이다. 이것은 식(8)의 $\hat{x}(n)$ 에 식(6)의 관계를 대입하므로써 DM필터의 入出力關係式을 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned} \tilde{y}(n) &= \sum_{k=0}^{N-1} [\hat{x}(n-k-1) + \Delta \cdot c(n-k)] \cdot h_f(k) \\ &= \sum_{k=0}^{N-1} \hat{x}(n-k-1) h_f(k) + \Delta \cdot \sum_{k=0}^{N-1} c(n-k) h_f(k) \\ &= \tilde{y}(n-1) + \sum_{k=0}^{N-1} c(n-k) h_d(n) \end{aligned} \quad (9)$$

식(9)의 제2항은 일반적인 FIR 필터의 convolution 演算形態이며, 제1항은 제2항의 결과를 累算시킴을 나타낸다. 그러므로 그림2의 DM 필터는 convolution 연산장치出力端에 積分器가 接續되어야 한다. 그런데 식(9)의 sequence $c(n)$ 은 DM符號(± 1)이므로 convolution 연산에서 乘算을 하지 않아도 된다.

DM 필터의 係數 $h_a(n)$ 은 식(3)과 식(9)로부터 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$h_a(k) = \Delta \cdot h_r(k) = \begin{cases} T \cdot \Delta \cdot Q[ha(nT - N_0)] & \text{for } 0 \leq n \leq N-1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (10)$$

III. 積分器除去原理와 要求條件

1. 積分器 除去原理

DM符號와 近似波의 관계식인 식(6)과 DM 필터 演算式인 식(8)을 z -變換하면 다음과 같다.

$$\hat{X}(z) = \frac{\Delta}{1-z^{-1}} C(z) \quad (11)$$

$$\bar{Y}(z) = \hat{X}(z) \cdot H_r(z) \quad (12)$$

여기서 식(11)을 식(12)에 대입하면 DM 필터의 傳達函數를 구할 수 있다.

$$\bar{Y}(z) = \frac{1}{1-z^{-1}} C(z) \cdot \Delta H_r(z) = \frac{1}{1-z^{-1}} C(z) \cdot H_a(z) \quad (13)$$

$$H_{DM}(z) = \frac{1}{1-z^{-1}} H_a(z) \quad (14)$$

$$\text{단 } H_a(z) = \sum_{k=0}^{N-1} h_a(k) z^{-k}$$

그런데 식(13)은 時間領域에서 유도한 DM 필터의 入出力關係式인 식(8)을 z -變換시킨 것과 같음을 알 수 있다.

그림3에서 보인 것처럼 積分器除去된 DM 필터의 構造를 가정하고, 入出力關係式과 z -變換을 쓰면 다음과 같다.

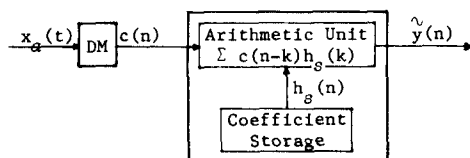


그림 3. 적분기 제거된 DM filter
Fig. 3. DM filter eliminated intagrator.

$$\bar{y}(n) = \sum_{k=0}^{N-1} c(n-k) h_s(k) \quad (15)$$

$$\bar{Y}(z) = C(z) H_s(z) \quad (16)$$

결국 식(9)와 식(15)의 右邊이 같도록 $h_s(n)$ 의 값을 결정하는 것인데, z -變換式인 식(13)과 식(16)의 右邊으로부터 다음과 같은 관계를 얻는다.

$$H_s(z) = \frac{1}{1-z^{-1}} H_a(z) \quad (17)$$

積分器除去된 DM 필터 係數의 z -變換인 식(17)은 일반적 DM 필터 傳達函數 식(14)와 같아야 하며, 이것을 時間領域에서 보면 係數 $h_s(n)$ 은 원DM 필터 係數 $h_a(n)$ 을 累算 즉 積分시켜 얻을 수 있음을 나타낸다.

$$h_s(n) = h_s(n-1) + h_a(n) = \sum_{k=0}^n h_a(k) = T \Delta \sum_{k=0}^n h_a(nT - N_0) \quad (18)$$

그러므로 식(18)을 만족하도록 係數 $h_s(n)$ 을 구한다면 그림3의 構造로 入力信號의 DM符號와 단순히 convolution 연산하는 형태로 DM 필터가 실현가능하다. 이 구조는 그림 1-b의 일반적인 FIR 필터의 구조와 같으나 DM符號는 1bit로써 ± 1 의 符號만 나타내므로 乘算이 없고 記憶素子가 간소화되기 때문에 시스템이 간단해지고 동작속도를 증가시킬 수 있다.

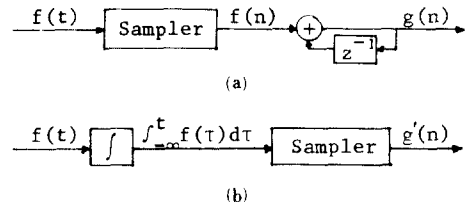


그림 4. Analog 積分器와 디지털적분기
Fig. 4. Analog integrator and digital integrator.

여기서 그림 4-a의 디지털 積分器와 그림 4-b의 analog 적분기의 관계를 비교해 보면 같은 기능을 수행하는 같은 system임을 알 수 있다.⁽¹⁰⁾

이 두 시스템의 관계를 係數 $h_s(n)$ 의 결정방법에 이용하면, 식(18)에서 나타난 것처럼 積分器除去된 DM 필터의 係數는 기존 DM 필터의 係數를 累算시켜 구하므로, analog 신호를 미리 積分하여 標準化해도 됨을 알 수가 있다. 그러므로 기존 DM 필터의 係數는 식(10)에서 보는 바와 같이 analog impulse response로부터 유도되지만, 積分器除去된 DM 필터의 係數는 analog step response로부터 유도될 수 있음을 시사한다.

2. 필터係數에의 要求條件

DM 필터의 入出力關係式인 식(9)에서 出力sequence의 初期條件과 係數 $h_d(n)$ 의 조건은 다음과 같다.

$$\bar{y}(n) = 0 \text{ for } n < 0 \tag{19}$$

$$h_d(n) = 0 \text{ for } n > 0 \text{ or } n \geq N \tag{20}$$

DM符號인 $c(n)$ 은 +1, -1로 구성되며, idling 상태에서는 +1, -1, +1, -1, +1, ...처럼 계속 반복되므로, 그 長時間平均值가 零이 된다. DM號 $c(n)$ 이 idling 상태에서 벗어나면서 $n=0$ 부터 $n \leq N-1$ 의 구간까지는 과도응답(transient response)가 나타난다. 식(19), (20)의 조건으로써 $n=0$ 부터 出力을 하나하나 계산하여, steady state인 $n \geq N$ 구간에서의 出力의 일반식을 쓰면 다음과 같다.

$$\bar{y}(n) = \sum_{k=N}^n c(k-N) \sum_{j=0}^{N-1} h_d(j) + \sum_{k=0}^{N-1} c(n-k) \sum_{j=0}^k h_d(j) \tag{21}$$

단 ; $n \geq N$

식(21)은 DM 필터의 入出力關係式(9)의 일반식이며, 積分器除去된 DM 필터 入出力關係式(15)와 비교해 보면, 두 필터의 係數關係가 식(16)과 같으므로, 식(21)의 제 2 항이 積分器除去된 DM 필터의 入出力關係式임을 알 수 있다. 그러므로 원DM 필터와 積分器除去된 DM 필터가 완벽하게 같기 위해서는 식(16)의 係數關係도 만족해야 하지만, 식(21)의 제 1 항이 零이 되어야 한다. 제 1 항은 積分器에 의하여 계속 누적된 값이다.

그러나 $c(n)$ 의 長時間平均值가 零이므로 대체로 제 1 항의 값은 零이라고 볼 수 있지만, 完全한 零이 아니므로 積分器除去된 DM 필터의 出力에는 원DM 필터 出力에 대하여 $\sum_{j=0}^{N-1} h_d(j)$ 에 비례하는 誤差가 발생한다. 그러므로 誤差가 零이 되기 위해서는 원DM 필터의 全係數의 合이 零이 되어야 한다는 조건을 도출해 낼 수 있다.

$$\text{조건} : \sum_{j=0}^{N-1} h_d(j) = 0 \tag{22}$$

Fourier 변환의 성질에 의하여 식(22)의 조건은 DC 이득이 零인 周波數應答을 가져야 한다고 말할 수 있다. 그러니까 식(22)의 조건을 만족하는 경우는 積分器를 除去하고도 완벽하게 원DM 필터 특성을 실현할 수 있음을 나타낸다.

IV. Simulation 및 檢討

DM 필터에서 積分器를 제거함으로써 발생하는 誤差는 식(21)의 제 1 항이다. 제 1 항이 완전히 零이 되기 위해서는 條件式(22)를 만족해야 하는데, 이 條件을

만족하는 경우로서 通過帶域이 1KHz와 2KHz 사이인 帶域通過 필터를 첫째 실험대상으로 선택했다. 그리고 대체로 $c(n)$ 의 長時間平均을 零으로 가정하고 원DM 필터係數의 合이 零이 아닌 경우로 遮繼周波數 1KHz인 低域通過 필터를 두번째 실험대상으로 택했다.

실험에서 標本周波數는 32KHz로 하고, BPF의 次數를 85, LPF의 次數를 60으로 했는데, 이것은 8KHz 標本周波數 PCM符號化 FIR 필터에서의 21次, 15회에 대응한다. 上記條件의 LPF ideal impulse response는

$$h_a(t) = \frac{\sin \omega_c t}{\pi t} \tag{23}$$

단, $\omega_c = 2000 \pi$ (rad/sec)

이며, BPF의 ideal impulse response는

$$h_a(t) = \frac{\sin \omega_{c2} t - \sin \omega_{c1} t}{\pi t} \tag{24}$$

단 $\left\{ \begin{array}{l} \omega_{c2} = 4000 \pi \text{ (rad/sec)} \\ \omega_{c1} = 2000 \pi \text{ (rad/sec)} \end{array} \right.$

이다. 식(23), (24)와 식(3)에 의거하여 FIR 필터係數 $h_f(n)$ 을 구하고, 식(10)에 의하여 DM 필터係數 $h_d(n)$ 을 구했다. 그리고 식(18)을 이용하여 積分器除去된 DM 필터係數 $h_s(n)$ 을 구했다.

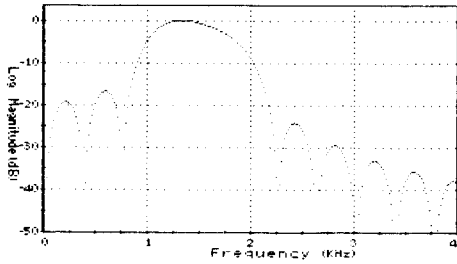
1. BPF의 경우

DM 필터를 구성하면 入出力sequence가 DM 符號이지만, 積分器除去된 DM 필터와 원DM 필터의 特性 비교를 위해서는 단순한 디지털시스템으로서의 周波數應答을 비교할 수 있다. 係數 $h_d(n)$ 으로 그림 2의 構造를 實現할 경우의 周波數應答이 그림 5 (a)이며, 係數 $h_s(n)$ 으로 그림 3의 積分器除去된 構造를 實現할 경우의 應答이 그림 5 (b)이다. 두 應答曲線이 거의 완벽하게 같음을 알 수 있다.

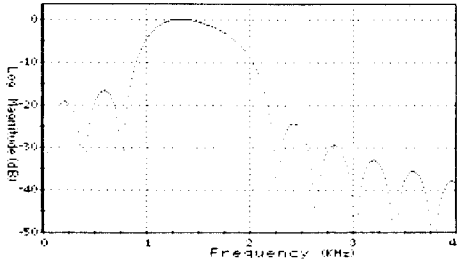
時間領域에서의 應答波形比較를 위하여 矩形波를 인가해 본 결과 그림 6에서 보는 바와 같이 두 필터의 出力이 거의 같았다. 周波數應答이나 時間領域에서의 應答波形的比較로부터 알 수 있는 바와 같이 식(22)의 條件을 만족하므로써 積分器를 제거한 구조로 DM 필터를 實現해도 特性이 같게 된다.

2. LPF의 경우

이 경우에서도 단순한 디지털시스템으로서의 周波數應答을 구한 것이 그림 7에 나타나 있다. 식(22)의 條件을 만족하지 않으므로써 많은 誤差가 발생함을 알 수 있다. 그림 8의 時間領域에서의 應答波형을 비교해 보아도 역시 誤差가 발생하고 있음을 알 수 있다. 그러나 이 경우도 감쇄 정도는 원DM 필터보다 작지만, 필터의 特性은 나타나고 있다.



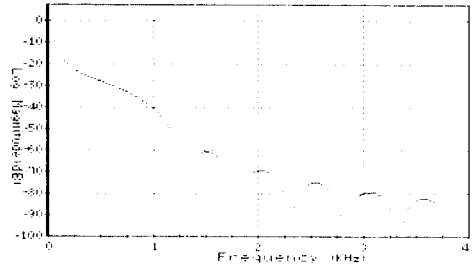
(a) 원DM 필터 응답



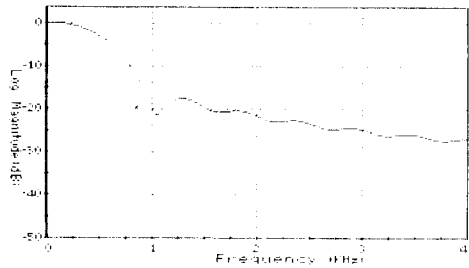
(b) 적분기제거된 필터 응답

그림 5. 周波數應答 比較

Fig. 5. Comparison of frequency response.



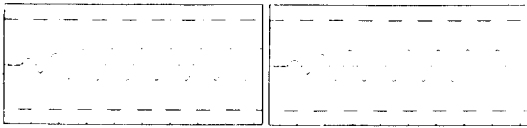
(a) 원DM 필터 응답



(b) 적분기제거된 필터 응답

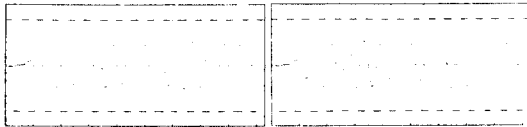
그림 7. 周波數應答 比較

Fig. 7. Comparison of frequency response.



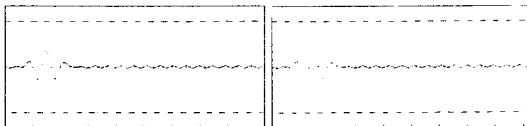
(a)

(d)



(b)

(e)



(c)

(f)

그림 6. 矩形波에 대한 應答波形比較

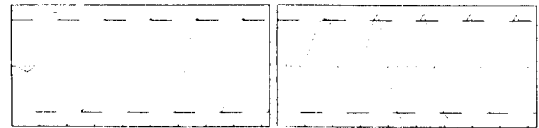
Fig. 6. Response waveform comparison for square-wave input.

단 { a : 원DM 필터응답 { 1 : 1KHz구형파入力
 b : 積分器 除去된 { 2 : 1.8KHz구형파入力
 DM 필터응답 { 3 : 2.2KHz구형파入力

그림5, 7에서의 0dB는 각 應答에서 最大值를 기준
 으로 한 것이다. (단 $\omega=0$ 는 제외)

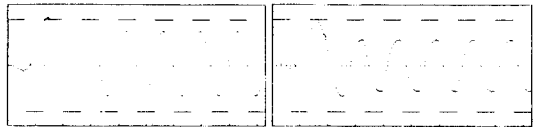
V. 結 論

乘算器를 사용하지 않으므로써 hardware 면에서 큰



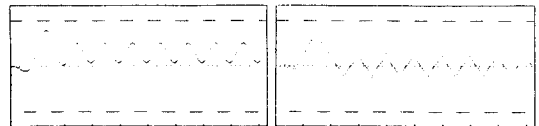
(a)

(d)



(b)

(e)



(c)

(f)

그림 8. 矩形波에 대한 應答波形比較

Fig. 8. Response waveform comparison for square-wave input.

단 { a : 원DM 필터응답 { 1 : 640Hz구형파入力
 b : 積分器 除去된 { 2 : 800Hz구형파入力
 DM 필터응답 { 3 : 1.067KHz구형파入力

利點을 갖고 있는 DM 필터에 관하여 많은 연구가 발표
 되었다. 그런데 DM 필터 構造에는 일반적인 FIR 필터
 의 構造에 積分器가 반드시 연결되어야 한다.

本 論文에서는 DM 필터構造에서 積分器를 제거한 構
 造로 DM 필터를 實現할 수 있는 係數決定方法을 제시

했으며, 積分器를 제거함으로써 발생하는 誤差를 零으로 하는 條件을 유도했다.

條件을 만족할 경우의 실험결과는 積分器를 제거해도 거의 완벽하게 같은 特性을 얻을 수 있었다. 조건을 만족하지 않는 경우에는 많은 誤差가 발생하였으나, 필터의 特性은 나타내고 있었다.

參 考 文 獻

[1] G.B. Lockhart, "Digital encoding and filtering using delta modulation", *Radio Electron., Eng.*, vol. 42, Dec., 1972.
 [2] W.F. Lawrence and R.W. Newcomb, "FIR filter hardware reduction with adaptive delta modulation", *Proc. 1979 IEEE Int. Conf. Acoust., Speech, Signal Processing*, Apr., 1979.
 [3] A. Peled and B. Liu, "A New Approach to the realization of nonrecursive digital filters," *IEEE Trans. on Audio Electroacoust.*, vol. AU-21, Dec., 1973.
 [4] D.P. Prezias and J.L. LoCicero, "A delta modulation filter for speech-type signals", *IEEE Trans. on Commun.*, vol. COM-28,

no. 6, June 1980.

[5] L.H. Goldstein and B. Liu, "An ADPCM realization of nonrecursive digital filters," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. ASSP-24, no. 4, Aug., 1976.
 [6] M.R. Bateman and B. Liu "An Approach to programmable CTD Filters using coefficient +1, -1 and 0", *IEEE Trans. Circuits and Systems*, vol. CAS-27, no. 6, June 1980.
 [7] 申宰浩, 李鍾珏, "乘算器를 사용하지 않는 FIR 필터의 設計에 관한 研究" 대한전자공학회지, 제22권, 제3호, 1985년 5월.
 [8] A. Antoniou, DIGITAL FILTERS: ANALYSIS AND DESIGN, McGraw Hill, New York, 1979.
 [9] 申宰浩, 李鍾珏, "DM 필터에서의 적분기제거에 관하여" 대한전자공학회 학술발표 논문집, 제9권, 제1호, 1985년 6월.
 [10] A.V. Openheim and R.W. Schater, DIGITAL SIGNAL PROCESSING, Prentice Hall, Englewood Cliffs, N.J., 1975.

編 輯 委 員 名 單

常任	委員長: 朴振玉(陸士)	委員: 金容得(亞州大工大)	委員: 李明鎬(延世大工大)
非常任	委員長: 殷鍾官(韓國科學技術院)	" : 金正祺(中央大工大)	" : 李文基(延世大工大)
	諮問委員: 高瓊植(仁荷大工大)	" : 羅克煥(光云大工大)	" : 任周煥(電子通信研究所)
	" : 金惠鎭(高麗大工大)	" : 南文鉉(建國大工大)	" : 張益洙(西江大工大)
	" : 李晚榮(漢陽大工大)	" : 朴來弘(西江大工大)	" : 張志根(檀國大工大)
	" : 李毅漢(서울大工大)	" : 成宏模(서울大工大)	" : 鄭明振(韓國科學技術院)
	副委員長: 姜榮國(大宇重工業技術(研))	" : 宋榮宰(慶熙大工大)	" : 鄭正和(漢陽大工大)
	" : 尹鍾龍(三星電子中央(研))	" : 申相永(韓國科學技術院)	" : 崔兼洙(KBS技術研究所)
	委員: 姜麟求(金星通信)	" : 安淳臣(高麗大工大)	" : 崔炳旭(漢陽大工大)
	" : 權旭鉉(서울大工大)	" : 安宇熙(陸士)	" : 崔炳河(仁荷大工大)
	" : 權寧世(韓國科學技術院)	" : 柳完英(電子通信研究所)	幹事: 柳根浩(陸士)
	" : 金道鉉(國民大工大)	" : 李德東(慶北大工大)	" : 尹大熙(延世大工大)