論文 86-23-3-10

多出力組合回路의 PLA 설계를 위한 간소화 알고리즘

(A New Minimizing Algorithm for Design the PLA of Multiple Output Combinational Circuits)

李 晟 雨*, 黃 好 正**

(Sung Woo Lee and Ho Jung Hwang)

要 約

VLSI의 PLA 설계를 위한 多出力論理函數의 간소화는 函數의 數 N이 커질 때 공통주항을 찾는 函數의 부분집합의 數가 많아져 所要時間이 $O(2^N)$*으로 증가하는 등의 문제가 있다.

근래의 論文들은 각각 새로운 간소화 알고리즘으로 소요시간 단축, 소요기억용량 축소, 간소화 결과의 개선 등을 제안하고 있다.[2-7]

이 論文에서는 먼저 발표한 '부울함수의 간소화를 위한 새 방법'[1]에 기초하여 多出力論理函數의 PLA 實現을 위한 간소화 작업의 새 알고리즘을 제안한다.

이 방법은 FORTRAN의 더 적은 프로그램 文 數와 O(N)의 所要時間, 그리고 最小限의 기억용량을 사용하여 더 완벽한 간소화 결과를 얻는다.

이 알고리즘의 論理的 基礎를 定理로 간추려 증명하였고, 프로그램 작성을 위한 작업과정을 순서에 따라 해설하였다.

Abstract

In the design of PLA's of VLSI, as the number of subsets of functions from which common preme implicants must be determined increases, the execution time increases by a factor of $O(2^N)$. When the number of functions N is a large number, this poses a serious problem in minimization of multiple-output logic functions. In this paper a new algorithm that minimizes multiple-output logic functions is proposed. The algorithm requires less number of Fortran statements, less execution time, and less memory area than existing methods. The bases of this algorithm are explained and verified, and the sequential operation for preparation of the program is discussed.

I. 序 論

VLSI 설계는 더 복잡해져 가는 電子組織의 개발에서 중요한 역할을 하고 있다. 반도체 기술의 계속적인 발전의 결과로 하나의 칩(chip)에 대량의 회로 素子가 집적될 수 있게 됨에 따라 새로이 개발되는 VLSI 의 설계방법은 증가된 설계의 복잡성에 적응할 수 있어야 한다.

*正會員, 東洋工業專門大學 電子工學科

(Dept. of Elec. Eng., Dong-Yang Tech. J. College.)

**正會員, 中央大學校 電子工學科

(Dept. of Elec. Eng., Jung-Ang Univ.)

接受日字 : 1985年 12月 10日

이러한 요구에 부응하여 VLSI의 PLA 설계를 위한 多出力論理函數의 간소화 알고리즘들이 제안되어 왔다.

古典的 방법인 QM(Quine-McCluskey) 法은 2 진수의 構造를 조사하여 각급 큐브(cubes)의 主項들을 구하고, 多出力선별표에 의하여 진성주항을 선택해 나간다. 그런데 多出力論理函數($f_1, \cdots, f_N$)에서 함수의 數

(出力數)가 N일 때, 이들 논리함수들의 부분집합의 數는 2^N-1이고 이들 각 부분집합들에 대하여 공통되는 주항들을 찾는 작업을 해야한다. 이때문에 m입력 N출력 論理函數에서 $m+\log_2 N>10$이면 작업에 所要되는 기억용량과 실행시간이 막대하게 증가하는 문제가 생긴다.[6] 따라서, 대규모 PLA설계를 위해서는 능률이 좋은 論理式의 간소화 알고리즘이 필요하다.

DSA(directed-search algorithm)[2]에서는 하나의 주항에 대하여 周邊의 인접주항들을 分枝法 RAD(required adjacency direction)-tree)에 의하여 조사, 탐색한다.

MiNi에서는 반복개선 방법을 사용하여 진성주항의 數를 적게하는 좋은 결과를 얻고 있으나 函數의 부정을 만들어야 하고 경우에 따라서 많은 기억용량을 필요로 한다.

또 基準最小項(base minterm) B($b_1 b_2 \cdots b_m$)와 終端最小項(end minterm) E($e_1 e_2 \cdots e_m$)를 설정하고 이들 간의 거리 d($b_j \oplus e_j = 1$ ($1 \leq j \leq m$)인 비트의 個數)와 R(B와 처음 선택한 E간의 거리)로서 I($1 \leq j \leq m$ 인 각 비트에 대하여 $b_j \oplus e_j = 1$인 비트는 −, $b_j \oplus e_j = 0$인 비트는 $b_j (=e_j)$로 표시한 벡터)를 구한 다음 이 규격에 맞는 진성주항을 조사하는 방법도 나와있다.[3]

LOGMIN에서는 같은 數의 입력과 출력을 가진 2함수 A와 B에 대하여 몇가지 原始論理演算子(primitive logic operator)를 정의하고 이를 간소화 작업에 활용한다.[5]

A5에서는 多値函數를 나타내는 論理式에 대하여 큐브 변형을 기초로 확대 가능한 變數를 검출하고, 진성주항은 미 처리된 最小項을 가능한 한 많이 포함시키도록 변형하여 효율을 높이는 방법으로 비교적 좋은 解를 구하고 있다.[6]

ESPRESSO Ⅱ[7]는 MiNi의 알고리즘을 개선하여 제안한 것으로 다음 과정을 거친다.

(1) PLA와 여분항의 補을 구함.

(2) 각 항을 主項으로 확장하고 포함되어진 項은 제거

(3) 진성주항을 선발하고 이들을 여분항의 집합에 넣음

(4) 最小限의 비 여분항을 선발

(5) 각 주항을 진성주항으로 감축

(6) 더 개선될 수 없을 때 까지(2), (4)와 (5) 과정을 반복

(7) 최종 감축

(8) PLA 構造의 稀疎化

이상과 같이 多出力論理函數의 간소화를 위하여 ① 주항을 찾음 ② 진성주항을 선발함 ③ 적은 기억용량을 사용함 ④ 작업 효율을 높여 처리시간을 단축함 ⑤ 좋은 解를 구함, 등의 문제에 대해 많은 論文들이 좋은 방법들을 제안하고 있다.

이 論文에서는 이미 발표한 '부울함수의 간소화를 위한 새 방법'에서와 같이 10진수로 표시한 最小項들 간의 큐브관계를 조사하는 표와 구해진 주항들에 대한 각 函數에의 공통주항 여부를 나타내는 표, 각 최소항들의 각급 큐브의 주항에의 참여 횟수를 표시한 표들을 참조해가면서 간소화 작업을 한다. 표의 활용내역을 요약 설명하면 다음과 같다.

표 1 : 각 최소항(0 ~ MXM(10진수로 표시한 가장 큰 數의 최소항))에 대하여 각 함수 ($f_1, \cdots, f_N$)에 참여한 최소항들은 해당란을 1, 임의항(don't care)은 −32727, 참여치 않은 최소항은 0으로 표시한다. 또 이들이 1큐브에 참여하면 1씩 더하여 횟수를 세고, 2큐브에 참여하면 10씩, 3큐브는 100씩 참여횟수를 센다. (어느 큐브나 3회까지만 세고 그 이상은 세지 않음) 이 정보는 진성주항을 선발할 때 참조된다. 한편 작업의 진행에 따라 어떤 최소항이 1큐브의 진성주항에 의해 포함되어지면 −10, 2큐브는 −20, 3큐브는 −30으로 표시한다. 이 정보는 어떤 주항의 최소항들이 같은, 또는 다른 큐브에 의해 중복 포함되어진 경우 PLA의 OR에 한번(더큰 큐브로)만 연결하기 위해 참조된다. 포함되어진 최소항들은 −100으로 표시한다(본론 표 1 참조).

표 2 : 본론 정리 1과 관련, 각 최소항에 대하여 1큐브 관계가 성립할 수 없는 란은 −1(그 최소항의 2진수 표현에서 1이 되는 비트는 −1)로, 함수 f_1의 큐브 관계에 참여하는 최소항들은 해당 란을 1로, f_2는 2로, f_3는 3으로… 표시한다. 그러므로 표 2를 위한 배열은 각 함수의 각급 큐브의 주항을 $f_1, \cdots, f_N$의 순서로 찾을 때 매번 새롭게 이용된다(본론 표2 참조).

표 3 : 탐색된 모든 주항에 대하여 각 함수에 참여한 상황을 표시한 것으로 참여는 1, 불참은 0으로 표시한다. 이것은 어떤 주항이 어느 函數들의 공통주항인가를 나타낸 것으로, 진성주항을 선발할 때 더 많은 최소항을 포함시킬 수 있는 주항을 찾는 경우 활용된다(본론 표 3 참조).

모든 작업은 항상 함수의 數 N=NF, 가장 큰 數의 최소항을 MXM라 할 때,

DO XX IGT=1, NF

DO XY I=0, MXM

의 형태로 진행하여 작업시간은 O(N)로 나타낼 수 있다. 각 급 큐브의 탐색은 MPV($I+2^n$)가 표1의 해

당란에서 0인가 0이 아닌가 하는 1회의 IF문 판정(1큐브의 경우)으로 이뤄진다(2큐브는 $2^{\alpha-1}$회).

이상의 개략적인 설명은 이 알고리즘이 3가지 표들의 조직적인 활용으로 최소한의 기억용량과, 대부분은 확인 작업이고 최소한의 반복 작업으로 빠른 속도로, 더 완벽한 解를 구해 줌을 示唆한다. 작업 과정에 대한 상세한 이론적 근거는 본론에서 정리로 간추려 증명한다.

* (주1). 記號 O : $f(n)=O(g(n)) \leftrightarrow f(n) \leq C(g(n))$

Ⅱ. 1큐브의 주항

〔정리 1〕 10진수로 표시한 최소항들의 집합,

$MA=\{MA(1), \cdots, MA(I), \cdots, MA(N)\}$ (1)

단, $(MA(1)<\cdots<MA(I)<\cdots<MA(N))$

이 있을때, MA(1)과 1큐브 관계를 갖는 최소항들의 집합 C는,

$C=MA\cap A\cap \overline{B}=\{MA(I) \mid MA(I)$는 MA(1)과 1큐브관계를 가짐$\}$ (2)

여기서,

※ N : 1, …i, …, N번째 최소항

$A=\{MA(X) \mid MA(X)=MA(1)+2^L\ (L=0,\ 1,\ \cdots,\ K)\}$ (3)

$(K=\lfloor \log_2 MA(N) \rfloor)$

$B=\{MA(X) \mid MA(X)=MA(1)+2^J\}$ (4)

(단, J는 $MA(1)=2^{\alpha}+2^{\beta}+\cdots=\sum 2^J$일때, $J=\alpha, \beta\cdots$들)[1]

〔작업 1〕 함수 $F_{IGT}(1\leq IGT\leq NF)$에 대하여 F_{IGT}에 참여한 최소항(MA(I) $(0\leq I\leq MXM)$을 읽어들여 표 1에 참여(1), 불참(0), 임의항(don't care항)(−32727)을 표시한다. 배열명은 MFA(I, IGT)이다.

〔작업 2〕 0에서 MXM까지 최소항 I의 K비트의 2진수 표현을 구하여 I의 2진수 표현이 1인 비트는 −1, 0인 비트는 0으로 표시, 표 2를 작성한다. 배열명은 MB(I, J)이다.

* (예) $MA(1)=5_{10}=0101_2=2^0+2^2$이면, $\alpha=0,\ \beta=2$

〔작업 3〕 표 2에서 $MPV=I+2^J$ (J=0, K) (단, $J=\alpha, \beta$ (정리 1 참조)인 경우, 즉 작업 2에서 −1로 표시된 비트는 제외)를 구하여 MPV가 표 1의 MFA(MPV, IGT)에서 0이 아니면, 최소항의 쌍 (I, MPV)는 함수 F_{IGT}에 소속한 1큐브의 주항이다. 함수 F_{IGT}에 참여한 주항임을 배열에 MB(I, J)=IGT로 표시한다. 주항(I, MPV)를 배열 MBB(NC, J)와 MBC(NA, J), (J=1, 2) (NC, NA는 발견 순서에 따른 주항 번호)에 수용한다. MBB는 F_{IGT}의 α큐브 주항을 탐색할 때 반복사용하고, 또 $F_{IGT}(1\leq IGT\leq NF)$의 경우도 반복 사용한다. MBC는 $F_1 \sim F_{NF}$에서 새로이 발견되는 1큐브의 주항들을 모두 수용한다.

〔작업 4〕 작업 3에서 구한 주항(I, MPV)에 대하여 표 1에서 MFA(I, II)와 MFA(MPV, II), $(IGT\leq II\leq NF)$가 둘 다 0이 아니면 이 주항은 F_{II}에도 참여하는 공통주항이다. 표 3에 참여(1), 불참(0)으로 표시한다. 배열명은 ME(NA, II) $(1\leq II\leq NF)$이다. (NA는 발견순서에 따른 번호)

〔작업 5〕 구해진 1큐브의 주항(I, MPV)의 최소항 I와 MPV에 대해 표 1의 해당란 MFA(I, IGT) MFA(MPV, IGT)에 +1를 해주어 참여횟수를 계수한다.

Ⅲ. α큐브의 주항

〔정리 2〕 $MA(I_1)$을 가장 작은 數의 최소항으로 하는 2^{α}개의 최소항들이 α큐브의 관계를 가지려면 다음의 條件을 만족해야 한다($\alpha\geqq 2$인 整數).

A. AND. B. AND. C (5)

(.AND.는 FORTRAN의 演算子. A, B, C가 모두 .TRUE.일 때, 조건 만족)

여기서,

A : $MA(I_1)$와 1큐브 관계이면서 $MA(I_1)$ 보다 큰 數인 최소항의 數가 α개 있다.

B : 조건 A중 작은 數의 최소항으로부터 1, 2, …, $\alpha-1$번째 1큐브의 최소항들이 참여한 $(\alpha-1)$큐브의 관계를 갖는 $2^{\alpha-1}$개의 최소항들이 있다.

C : 조건 B의 $2^{\alpha-1}$개의 최소항들을 $MA(I_1)$, $MA(I_2)$, …, $MA(I_P)$ $(P=2^{\alpha-1})$로 표시하고, $MA(I_1)$과 α번째 1큐브 관계인 최소항을 $MA(J_1)$이라고 할 때

$MA(J_1)-MA(I_1)=MA(J_2)-MA(I_2)=\cdots=MA(J_P)-MA(I_P)=2^{N-1}$ ($N\geqq\alpha$인 整數)를 만족시키는 최소항 $MA(J_1)$, $MA(J_2)\cdots$, $MA(J_P)$들이 있다.

이들 3조건이 함께 만족되면 최소항들의 집합

$MCC=\{MA(I_1), \cdots, MA(I_P), MA(J_1), \cdots, MA(J_P)\}$

는 α큐브의 주항을 형성한다.[1]

〔작업 6〕 정리 2에 따라, $\alpha-1$큐브의 주항들이 수용된 배열(MBB(I, M), $(1\leq M\leq LQ)$에 대하여 I=1부터 NC($\alpha-1$큐브 주항의 個數)까지 α큐브의 성립 여부를 조사하여 α큐브가 성립하면(MCC(NB, MQ), $1\leq MQ\leq LQQ$)에 수용하고, 또 새로이 발견된 주항인 경우에는 배열 MCD(ND, M), $(1\leq M\leq LQQ)$에도 수용한다. 함수 F_{IGT}에 대하여 α큐브의 주항들의 탐색이 끝났으면, (MCC(M, MM), $1\leq MM\leq LQQ$)를 M이 1부터 NB까지 모두 (MBB(M, MM), $1\leq MM\leq LQQ$)로 옮기고 MCC를 비운 다음에 $\alpha+1$큐브 주항의 탐

색을 위한 반복작업을 한다. 위의 작업을 函數 F_{IGT} $(1 \le IGT \le NF)$에 대하여 시행한다.

〔작업 7〕 작업 6에서 새로이 발견된 α큐브의 주항에 대하여 F_{IGS} $(IGT \le IGS \le NF)$에도 참여하는 공통주항인가를 조사하여 배열 MEE(ND, IGS)에 참여 (1), 불참(0)을 표시한다.

〔작업 8〕 α큐브의 주항에 참여한 최소항들에 대하여 표 1의 MFA(MIX, IGT)에 $10^{\alpha-1}$을 더해 주어 α큐브에의 참여횟수를 센다(표1A참조).

표1A. 최소항 1은 함수 F_1의 1큐브 주항에 $4-1=3$회, 2큐브 주항에 3회, 3큐브 주항에 1회 참여한다.

***** TABLE 1A *****

FUNCTION;		1	2	3
최	0	134	145	−29988
소	1	134	145	−29988
항	2	0	13	0
	3	0	13	0
	4	134	134	0
	5	134	134	0
	6	0	0	2

표 2.

**** TABLE 2 *****

최소형				
0	2	2	2	2
1	−1	2	2	2
2	2	−1	0	0
3	−1	−1	0	0
4	2	0	−1	2
5	−1	0	−1	2
6	0	−1	−1	0
7	−1	−1	−1	0
8	2	0	2	−1
9	−1	0	2	−1
10	0	−1	0	−1
11	−1	−1	0	−1
12	2	1	−1	−1
13	−1	1	−1	−1
14	1	−1	−1	−1
15	−1	−1	−1	1

* 현 상태는 F_2의 주항을 탐색하고 난 뒤임
 −1 : 정리 1에서 α, β, …등에 해당
 1 : 함수F_1에 참여, F_2에는 불참
 2 : 함수F_2에 참여

Ⅳ. 진성주항의 탐색

多出力論理函數에서의 진성주항은 〔정리 3〕과 같은 집합의 식으로 표현할 수 있다.

Table 3.
표 3.

주	항			F_1	F_2	F_3(함수)				
0	1	8	9	1	1	1				
0	4	8	12	1	1	0				
1	5	9	13	1	1	0				
4	5	12	13	1	1	0				
8	9	12	13	1	1	0				
12	13	14	15	1	0	0				
0	1	4	5	8	9	12	13	1	1	0

* 주항(0, 4, 8, 12)는 F_1과 F_2에 참여, F_3에는 불참.

〔정리 3〕 $EPI = G \cup \left(\bigcup_{\alpha=1,K} \left(A_\alpha \cap \overline{C}_\alpha \cap (D_{\alpha 1} \cup D_{\alpha 2}) \right) \right)$ (6)

여기서, $EPI = \{x \mid x$는 진성주항$\}$

$G = \{x \mid x$는 어느함수 F_{IGT} $(1 \le IGT \le NF)$에서 1큐브의 주항에도 참여하지 않은 임의항(don't care항)이 아닌 최소항$\}$ (7)

$A_\alpha = \{x \mid x$는 α큐브의 주항$\}$ (8)

$C_\alpha = \{x \mid x$는 소속된 임의항이 아닌 최소항들이 모두 $\alpha-1$큐브의 진성주항들에 의해 포함되어진 주항$\}$ (9)

$D_{\alpha 1} = \{x \mid x$는 $\bigcup_{IGT=1,NF}$ (F_{IGT}에서 그 α큐브 주항에만 1회 참여한 임의항이 아닌 최소항을 1개 이상 가진 주항)$\}$ (10)

$D_{\alpha 2} = \{x \mid x$는 $\bigcup_{IGT=1,NF}$ (F_{IGT}에서 α큐브 주항에 2회 이상 참여한 최소항들로만 구성된 주항으로서 각 함수의 미 처리된 최소항을 가장 많이 포함시킬 수 있는 주항 (같은 경우는 F_{IGT}의 최소항을 많이 포함시키는 주항)부터 선발하여 F_{IGT}의 임의항이 아닌 모든 최소항을 포함시킬 수 있을 때 까지 취한 주항)$\}$ (11)

$K = \lfloor \log_2 MXM \rfloor$

(증명) ① G : 한 함수 F_{IGT}의 1큐브 주항에도 참여하지 않은 최소항들은 그 자신에 의해서만 포함되어 질 수 있다.

② $\overline{C}_\alpha$: $\alpha-1$큐브의 진성주항들에 의하여 그 소속된 최소항들이 모두 포함되어진 주항 C_α는 여분항(redundant term)이므로 제거한다.

③ $D_{\alpha 1}$: 그 주항에만 1회 참여한 임의항이 아닌 최소항을 포함시켜 줄 주항은 그 주항 밖에 없으므로 이들은 진성주항이 된다.

④ $D_{\alpha 2}$: α큐브 주항에 2회 이상씩 참여한 최소항들만으로 구성된 주항들은 각 함수의 미 처리된 최소항들을 더 많이 포함시킬 수 있는 주항부터 선발하는 것이 진성주항의 數를 적게한다. 미 처리된최소항의 수

가 같은 두 주항이 있을 때는 참여한 최소항들 모두가 그 함수 F_{IGT}에서 미처리된 상태인 주항을 우선으로 처리함으로써 F_{IGT}의 모든 최소항들을 효과적으로 포함시킬 수 있다.

⑤ A_α : α큐브의 주항 중에서 진성주항을 선발하는 것임을 나타낸다.

α큐브의 진성주항을 $\alpha=1$부터 K까지 찾아 總合集合을 취하고 G를 합하면 모든 진성주항을 총합한 것이 된다.

〔작업 9〕 정리 3에 준하여 진성주항을 찾아 배열 MPM(NH, L)에 수용한다.

표 1에서 최소항 I($0 \le I \le MXM$), 함수 F_{IGT}($1 \le IGT \le NF$)에 대하여 MFA(I, IGT)의 값 X를 참조하여,

① X = 1이면 G에 속하는 최소항

② X = 2이면 그 최소항이 참여한 주항은 1큐브의 $D_{\alpha1}=D_{11}$에 속하는 주항

③ $2<X<10$이면, $D_{\alpha2}=D_{12}$에 속할 수 있는 주항

④ $10<X<20$이면, D_{21}에 속하는 주항

⑤ $20<X<100$이면, D_{22}에 속할 수 있는 주항

⑥ $100<X<200$이면 D_{31}에 속하는 주항

등으로 판별한다. 작업순서는 다음과 같이 한다.

(1) 먼저 G를 선발하고 표 1에서 그 최소항의 해당란을 −1로 표시한다.

(2) ②, ④, ⑥…의 순서로 $D_{\alpha1}$을 선발하고 그 주항이 참여한 최소항들의 표 1의 해당란을 $-\alpha\times10$으로 표시한다. 이미 $-\alpha\times10$으로 표시되어 있는 최소항은 거기에 −1을 더해 준다.

(3) ③, ⑤, …의 경우인 $D_{\alpha2}$는 함수별로 미 처리된 최소항을 가장 많이 포함시킬 수 있는 주항부터 선발하여 그 함수의 모든 최소항들을 포함시킬 수 있을 때까지 선발하고 다음 함수 F_{IGT}($1 \le IGT \le NF$)에 대하여 같은 작업을 한다. 선발된 주항에 대하여 참여한 최소항들의 표 1의 해당란을 $-\alpha\times10$(임의항은 예외)으로 표시하고 이미 $-\alpha\times10$으로 표시된 최소항에는 −1을 더해준다.

V. PLA 圖表의 作成

PLA에서는 각 함수 별로 그함수에 참여한 적항의 꼴인 진성주항들의 論理合을 취해야 한다. 이 때 최소한의 진성주항으로 각각의 함수들의 임의항이 아닌 모든 최소항들을 포함시켜야 하는데, 이 작업을 위한 원칙을 〔정리 4〕로 표현한다. 이 때 작업 9에서 각 최소항들이 어느 큐브의 진성주항에 참여하였는가를 표시한 표 1의 정보를 활용한다.

〔정리 4〕 F_{IGT}($1 \le IGT \le NF$)의 일부 또는 전체 함수에 공통되는 $D_{\alpha1}$ 또는 $D_{\alpha2}$에 속할 주항 중에서

① 그 주항에 참여한 최소항들이 각 함수에서 모두 다른 진성주항에 중복참여 하였거나 임의항들로만 구성된 때에는 이 주항은 여분항이다.

② 한 함수 F_{IGT}의 모든 최소항이 다른 $\alpha+1$ 큐브 이상의 주항에 중복 참여한 경우, 이 주항은 그 함수 F_{IGT}에서는 여분항이다.

③ ①의 경우가 아니면서 α큐브에만 참여한 최소항이 1개라도 있으면 그 주항은 그 함수 F_{IGT}의 진성주항이다.

(증명) ① 모든 최소항들이 그 주항이 아니라도 다른 진성주항들에 의하여 포함되어 질 수 있는 경우이므로 그 주항은 여분항이다. ② $\alpha+1$큐브 이상의 주항에 의하여 포함되는 것이 더 유리하므로 α큐브 주항은 여분항이다. ③ α−큐브에 참여한 최소항을 포함시킬 주항은 α큐브의 주항이므로 이 때는 그 주항을 진성주항으로 선택한다.

〔작업10〕 $D_{\alpha1}$이나 $D_{\alpha2}$에 속할 진성주항 후보 중에서 정리 4의 ①, ②, ③의 각 경우를 작업 9를 거친 표1C를 참조하여 다음과 같이 구분, 수행한다.

① 그 주항이 참여한 모든 함수에서 소속한 최소항들의 표1C의 해당란에 $-\alpha\times10$으로 표시된 란이 하나도 없으면 이 주항은 여분항이므로 제거한다.

② 한 함수 F_{IGT}에서 소속한 최소항들의 표1C의 해당란이 모두 $-(\alpha+1)\times10$이하일 때는 F_{IGT}에서 이 주

표1B. ○표 : D_{21}(5, 7, 13, 15)은 표1C에서 모두 −21. 작업10−①로 제거됨
△표 : D_{22}(3, 7, 11, 15)는 중복 포함(23)으로 제거됨(그림1의)결과참조)

***** TABLE 1 B *****

NCTION; FU	1	2	3
0	13	3	13
1	3	0	0
2	13	13	23
3	0	23 △	0
4	0	3	13
5	3	13 ○	3
6	0	0	23
7	3	23 ○ △	0
8	13	0	0
9	0	0	0
10	13	13	23
11	0	23 △	13
12	0	0	0
13	0	13 ○	3
14	3	0	23
15	3	23 ○ △	13

表1C. −10 : 1큐브, −20 : 2큐브 주항에 1회, −21 : 2큐브 이하 주항에 중복참여 5와 13은 (5, 13)과 (5, 7, 13, 15)에 중복참여 −21이 된 경우임 (그림1의 결과참조).

***** TABLE 1C *****

FUNCTION;	1	2	3
0	−20	−10	−21
1	−10	0	0
2	−20	−20	−20
3	0	−20	0
4	0	−10	−21
5	−10	−㉑	−10
6	0	0	−20
7	−10	−㉑	0
8	−20	0	0
9	0	0	0
10	−21	−20	−21
11	0	−20	−20
12	0	0	0
13	0	−㉑	−10
14	−10	0	−21
15	−10	−㉑	−20

****** PLA DIAGRAM ******

	LSB			MSB	** FUNCTIONS **		
BIT NUMBER	0	1	2	3	1	2	3
0, 2, 8, 10,	0	−	0	−	1	0	0
2, 3, 10, 11,	−	1	0	−	0	1	0
0, 2, 4, 6,	0	−	−	0	0	0	1
10, 11, 14, 15,	−	1	−	1	0	0	1
1, 5,	1	0	−	0	1	0	0
7, 15,	1	1	1	−	1	1	0
10, 14,	0	1	−	1	1	0	0
0, 4,	0	0	−	0	0	1	0
5, 13,	1	0	1	−	0	1	1

그림 1. PLA圖表 f_1, f_2의 D_{12}주항(7, 15)와 f_2, f_3의 (5, 13)이 f_2의 D_{21}(5, 7, 13, 15)를 제거함(작업10−①). 1큐브 주항(0, 4)는 f_2에서는 진성 주항, f_3에서는 여분항(작업10−②). 1큐브 주항(7, 15)는 f_1에서, (5, 13)은 f_3에서 D_{12}의 진성주항(작업10−③).

Fig. 1. PLA diagram.

항은 여분항이다.

③ ①의 경우에 해당하지 않는 진성주항에 대하여 그에 소속한 최소항들이 F_{IGT}의 해당란에서 1개 이상 $-\alpha\times10$ 또는 $-\alpha\times10-1$로 표시된 경우 이 주항은 그 함수 F_{IGT}의 진성주항이다.

〔작업11〕 작업 9와 작업10을 거쳐 확정된 진성주항들에 대하여, 그 주항에 참여한 10진수 표시의 모든 최소항과, 그 진성주항의 2진수식 표현 및 각 함수에의 참여 (1), 불참(0)을 표시하여 PLA 도표를 인쇄한다.

VI. 結 論

이 論文에서는 PLA설계의 경우 多出力論理函數를 간소화하는데 있어, 10진수 표를 이용한 부울함수의

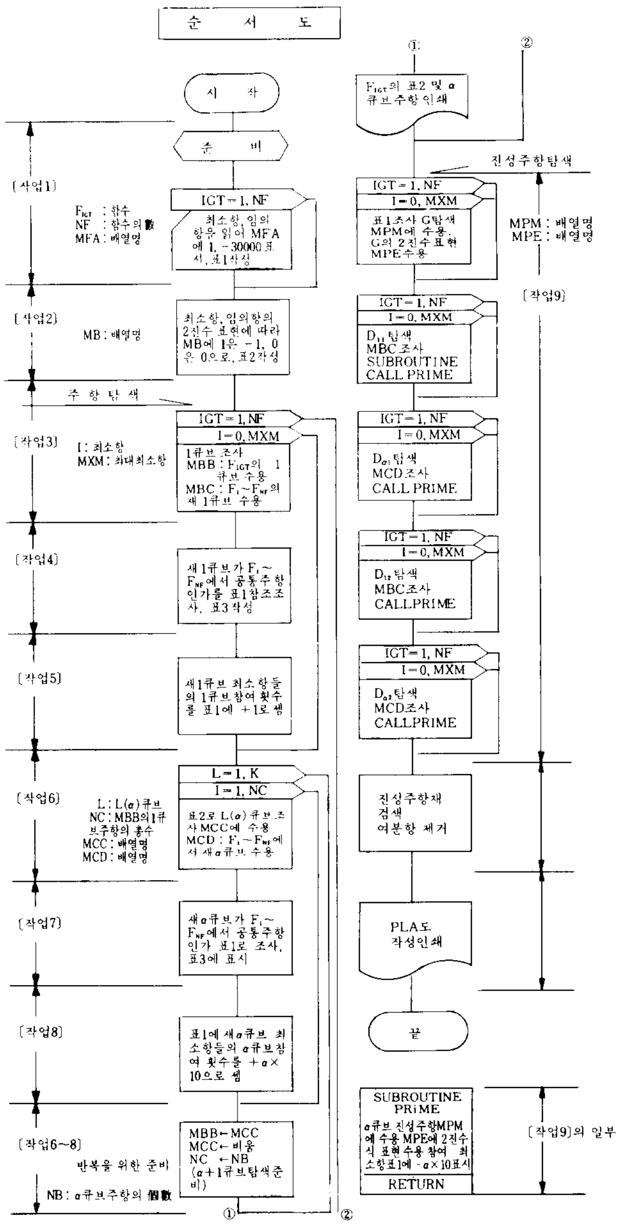

그림 2. 순서도

Fig. 2. FLOW CHART.

간소화 방법[1]에 기초하여, 간소화 작업과정을 構造的으로 분석, 이에 필요한 정보를 3가지 표에 수록 해놓고 작업과정에서 참조하는 組織的 방법을 쓴다. 표에 표시된 정보에 대한 접근도 순서에 따라 직접 접근하여 반복이나 중복탐색을 하지 않고 얻은 정보도 可, 否로 명확히 판단되는 자료여서 작업진행이 빠르다.

이 알고리즘에 따라 작성된 프로그램은 여러 특이한 경우의 소규모 多出力 論理函數에 대한 간소화의 예에서 모든 경우에 최적의 간소화 결과를 산출하여 이 알고리즘의 바름을 실증시켰다.

대규모 多出力論理函數의 간소화 작업은 기억용량을 크게 잡아 줌으로써 가능하다.

參 考 文 獻

[1] 李晟雨, "부울 함수의 간소화를 위한 새 방법," 大韓電子工學會, 論文-84-21-4-8, pp. 43-51, July, 1984.

[2] V. THOMAS RHYNE, PHILIP S. NOE, MELVIN H. MCKINNEY, and UDO W. POOCH, "A New technique for the fast minimization of Switching Functions", *IEEE Trans. Computers,* vol. C-26, no. 8, pp. 757-763, Aug., 1977.

[3] ZOSIMO AREVALO, JON G. BREDSON, "A Method to Simplify a Boolean function into a near minimal Sum-of-products for Programmable logic arrays", *IEEE Trans. Computers,* vol. C-27, no. 11, pp. 1028-1038, Nov. 1978.

[4] THADDEUS KOBYLARZ, ATEF AL-NAJJAR, "An examination of the cost function for programmable logic arrays", *IEEE Trans. Computers,* vol. C-28, no. 8, pp. 586-590, Aug., 1979.

[5] BILL TEEL, DORAN WILDE, "*A Logic Minimizer for VLSI PLA Design.*" IEEE 19th Design Automation Conference, Paper 11.4 pp. 156-162, 1982.

[6] KEIJI ISHIKAWA, TSUTOMU SASAO, and HICAKI TERADA, "A simplification Algorithm for logical expressions: A 5", vol. J66-D, no. 1, pp. 41-48, JAN., 1983.

[7] R.K. BRAYTON, G.D. HACHTEL, C.T. MCMULLEN, and A. SANGIOVANNI-VINCENTELLI, "*ESPRESSO-II; A New Logic Minimizer for Programmable Logic Arrays.*", IEEE CH1987-7/84/0000-0370, pp. 370-376, 1984.