

彈塑性 地盤中の 橫力을 받는 말뚝의 有限要素法에 의한 三次元 解析에 관한 研究

Three-Dimensional Analysis of the Laterally Loaded Pile
in Elasto-Plastic Soil by Finite Element Method

朴 性 栽*

Bark, Sung-Zae

裴 鍾 淳**

Bae, Jong-Soon

Abstract

Reasonable solutions are needed when the lateral load acting on the head of a pile can not be ignored. There are many difficulties in analyzing the displacement of a laterally loaded pile because of the complex interaction between the pile and the surrounding soil.

In this paper, assuming that a pile and surrounding soil are elasto-plastic mass, and discontinuity between the two is connected with interface elements, writers have tried to solve the problem by using three-dimensional finite element method.

Furthermore, the results of numerical analysis obtained by the developed program in this study have been compared with measured field values.

The conclusions of this study are as follows;

1. Assuming that the soil behaves as an elasto-plastic mass, there has been a good agreement with measured field displacements.
2. It has been confirmed that interface elements overcome discontinuity between a pile and surrounding soil.
3. As the thickness of interface elements increases, the stress and the displacement decrease. Although the difference is not significant, good results can be expected when it is as thin as possible.

要 旨

말뚝頭部에 무시할 수 없을 정도의 큰 橫力이 작용할 때 이에 대한 合理的인 解析이 있어야 한다. 이같은 解析에 있어서는, 말뚝과 말뚝 주위 地盤과의 복잡한 相互作用 때문에 어려움이 많다.

本 研究의 目的은 말뚝 주위 地盤을 彈塑性體로 가정하고, 말뚝과 地盤사이 境界要素를 가정하여 有限要素法에 의해 三次元 解析 프로그램을 개발하는데 있다.

* 正會員, 釜山大學校 教授

** 正會員, 慶尙大學校 助教授

본 연구의 결과, 地盤을 彈塑性體로 가정한 解析結果가 現場測定値와 잘 一致함과, 말뚝과 주위 지반의 不連續性을 境界要素로 극복할 수 있음과 境界要素의 두께 變化가 解析結果에 큰 영향을 주지 않으나, 되도록 얇게 함이 정도 높은 結果를 얻음을 확인하였다.

1. 序 論

基礎地盤이 上部構造의 荷重을 安全하게 支持하지 못할 정도로 弱할 경우 맨 먼저 말뚝기초를 검토하는 것이 보통이다. 일반적으로 말뚝기초에는 軸方向力, 橫方向力 및 모멘트가 作用한다. 그러나 대개의 경우 말뚝기초의 設計는 주로 軸方向外力成分에 左右되며, 橫方向力이나 모멘트에 대하여 등한히 하고 있다. 만약 말뚝의 頭部에 作用하는 橫力이 무시할 수 없는 정도로 될 경우는 당연히 이에 대한 合理的 解析이 있어야 한다.

一般的으로 橫力을 받는 말뚝은 主動말뚝과 受動말뚝으로 分類할 수 있다. 受動말뚝은 뒤채움 흙, 盛土, 인접 地表面의 上載荷重등에 의해 誘發되는 흙의 水平方向 移動에 의해 橫方向力을 받는 기초말뚝을 말한다.^{1~3)} 主動말뚝이란 말뚝上端에 既知의 橫荷重이 作用하여 주위 흙에 힘이 전달되면서 말뚝과 흙이 水平方向으로 移動되는 경우를 말한다.^{4~11)}

한편 말뚝의 橫方向 抵抗力은 깊이에 따른 地盤性質의 變化, 흙과 말뚝材料의 非線形性, 말뚝의 變位에 따른 말뚝 뒷면의 틈과 주위 地盤의 교란, 말뚝 周面에 나타나는 剪斷 및 摩擦抵抗力, 그리고 흙과 말뚝의 相互作用問題 등등 간단히 처리되지 않은 難問題들을 안고 있다. 따라서 橫力을 받는 말뚝의 解析은 원칙적으로 1次元이나 2次元 問題로 近似할 수 없고, 3次元 解析이 고려되어야 한다. 그러나 現在까지 研究發表되고 있는 論文들에 의하면 解析상의 어려움 때문에 말뚝의 橫方向 變位問題를 1次元 또는 2次元의 彈性問題로 취급하는 경우가 허다하다.^{12~17)} 本研究에서는 말뚝周面에 나타나는 剪斷 및 摩擦抵抗力, 말뚝과 말뚝에 접한 地盤의 變位差만을 고려하여 해석하였다.

地盤材料의 特性은 密度, 應力의 履力, 不連續性의 有無, 空隙比, 含水量 등 많은 인자에

의해 影響을 받으므로 代表的인 構成法則의 選擇을 특히 신중하게 고려할 필요가 있다. 흙이나 암석과 같은 材料의 工學的 性質중에서 가장 중요한 것은 應力—變形率 관계이다. 一般的으로 흙이나 岩石은 非線形 應力—變形率 관계를 나타내므로 당연히 非線形 解析法을 적용해야 할 것이다.

本 研究에서는 橫力을 받는 말뚝문제를 고려함에 있어서 地盤모델을 彈塑性體로 가정하고, 3次元 解析을 시도하였다. 降伏條件으로서 말뚝의 彈塑性舉動時는 Von Mises, 地盤은 Mohr-Coulomb의 條件을 사용하였다. 또 말뚝과 地盤간의 不連續問題를 위하여 境界要素(interface element)^{18~24)}를 活用하였다.

2. 흙의 彈塑性 構成方程式

塑性은 材料가 永久變形率을 일으키는 降伏點을 넘을 때 시작된다. 一般的으로 彈塑性 材料의 應力—變形率 舉動은 Fig. 1의 一軸 應力—變形率 曲線으로 간단히 說明될 수 있다. 應力 σ_0 는 초기항복점으로 정의된다. 항복점을 넘는 應力(σ_B) 상태에서 除荷하면 永久變形 ϵ_p 가 남는다. 이 σ_B 는 다음 단계의 降伏點이 된다. 이

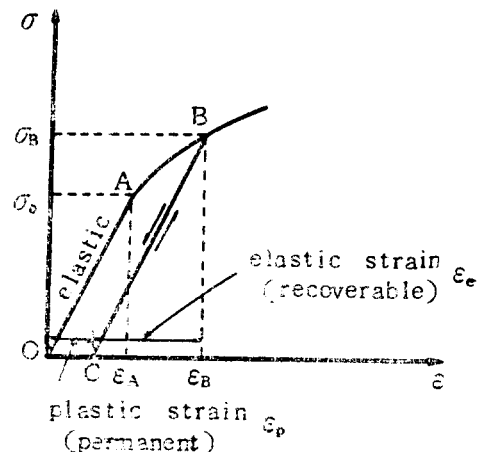


Fig. 1 Uni-axial stress-strain behaviour

때 σ_B 는 永久變形率 ϵ_P 의 함수로서 變形率硬化 現狀을 나타내는데 만약 σ_B 가 일정할 때에는 完全塑性을 나타낸다.

應力이 降伏條件에 달하면 塑性變形이 시작된다. 本論文에서는 다음의 두 降伏條件을 사용한다.

(1) Von Mises의 降伏條件

要素의 二次偏差應力不變量이 어떤 임계값 K 에 달할때 塑性流動이 일어난다고 가정한 것이다.

$$J_2^{\frac{1}{2}} - K(\kappa) = 0 \dots\dots\dots(1)$$

$$J_2 = \frac{1}{2} S_{ij} S_{ij}$$

$$S_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma_m \delta_{ij}$$

$$\sigma_m = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) / 3$$

δ_{ij} : Kronecker delta

(2) Mohr-Coulomb의 降伏條件

Mohr-Coulomb의 降伏條件은 $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ 상태에서 다음식으로 주어진다.

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \left(-\frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} + \frac{c}{\tan \phi} \right) \sin \phi \dots\dots(2)$$

단, c : 粘着力 ϕ : 内部摩擦角

위의 式은 應力不變量 및 偏差應力不變量을 이용하면 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{1}{3} I_1 \sin \phi + (J_2)^{\frac{1}{2}} \left(\cos \theta - \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \theta \sin \phi \right) = c \cos \phi \dots\dots\dots(3)$$

단, θ : Lode 각

塑性狀態에서는 Fig. 1에서와 같이 全變形量 増分 $d\epsilon$ 이 彈性成分 $d\epsilon_e$ 와 塑性成分 $d\epsilon_p$ 의 합으로 주어진다.

$$d\epsilon = d\epsilon_e + d\epsilon_p \dots\dots\dots(4)$$

塑性變形率 増分 $d\epsilon_p$ 는 流動法則에 의해 다음과 같이 표현된다.

$$d\epsilon_p = d\lambda \frac{\partial F}{\partial \sigma} \dots\dots\dots(5)$$

단, F : 降伏函數

$d\lambda$: 양의 比列常數

完全한 彈塑性増分 應力-變形率 관계는 다음과 같다.

$$d\sigma = D_{ep} d\epsilon \dots\dots\dots(6)$$

彈塑性行列 D_{ep} 는 다음과 같다.

$$D_{ep} = D_e - \frac{D_e a a^T D_e}{A + a^T D_e a} \dots\dots\dots(7)$$

3. 橫力을 받는 말뚝의 有限要素解析

3.1 말뚝과 地盤의 要素

말뚝을 포함한 地盤을 境界要素를 고려하여 要素分割한 것을 나타내면 Fig. 2와 같다. 말뚝과 地盤의 要素는 8 node brick isoparametric 要素를 選擇하면 그 自然座標系上的 一般的인 要素는 Fig. 3과 같다. 한 要素에 대하여 獨立的으로 自然座標系 ξ, η, ζ 를 설정하고, 이때 이 座標系 ξ, η, ζ 의 값은 要素內에서 -1부터 +1의 값을 갖는다. 要素內에 任意點에 대한 全體構造 座標系와 自然座標系의 관계는 다음과 같다.

$$\left. \begin{aligned} x &= \sum_{i=1}^8 N_i x_i \\ y &= \sum_{i=1}^8 N_i y_i \\ z &= \sum_{i=1}^8 N_i z_i \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(8)$$

x, y, z ; 全體座標系의 값

x_i, y_i, z_i ; 要素節點座標

$N_i(\xi, \eta, \zeta)$; i 節點에 對應하는 形狀函數

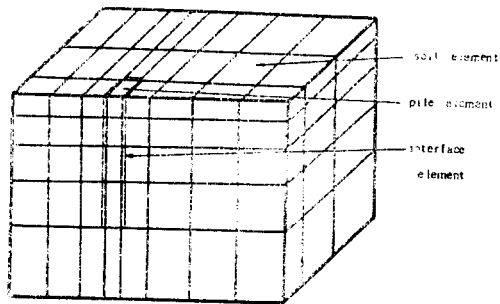


Fig. 2 F.E. Mesh of pile and continuum with interface elements

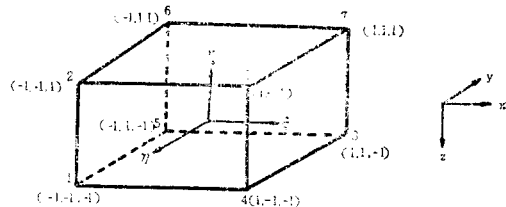


Fig. 3 A hexahedron element with 8 nodes

變位에 대해서도 생각하면

$$\left. \begin{aligned} u &= \sum_{i=1}^8 N_i u_i \\ v &= \sum_{i=1}^8 N_i v_i \\ w &= \sum_{i=1}^8 N_i w_i \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(9)$$

로 쓸 수 있다. 形狀函數 N_i 는 要素內變位를 Hermite 多項式으로 補間하고 節點에서 Fig. 3의 조건을 만족시키면 된다.

$$\left. \begin{aligned} N_1(\xi, \eta, \zeta) &= \frac{1}{8}(1-\xi)(1-\eta)(1-\zeta) \\ N_2(\xi, \eta, \zeta) &= \frac{1}{8}(1-\xi)(1-\eta)(1+\zeta) \\ N_3(\xi, \eta, \zeta) &= \frac{1}{8}(1+\xi)(1-\eta)(1+\zeta) \\ N_4(\xi, \eta, \zeta) &= \frac{1}{8}(1+\xi)(1-\eta)(1-\zeta) \\ N_5(\xi, \eta, \zeta) &= \frac{1}{8}(1-\xi)(1+\eta)(1-\zeta) \\ N_6(\xi, \eta, \zeta) &= \frac{1}{8}(1-\xi)(1+\eta)(1+\zeta) \\ N_7(\xi, \eta, \zeta) &= \frac{1}{8}(1+\xi)(1+\eta)(1+\zeta) \\ N_8(\xi, \eta, \zeta) &= \frac{1}{8}(1+\xi)(1+\eta)(1-\zeta) \end{aligned} \right\} \dots\dots(10)$$

要素內的 變位와 分布力の 等價節點力은 다음과 같다.

$$\delta^e = \sum_{i=1}^8 N_i \delta_i^e \dots\dots\dots(11)$$

$$F^e = \sum_{i=1}^8 N_i P d(\text{vol}) \dots\dots\dots(12)$$

단, δ_i^e : 要素節點變位

P : 세 성분 P_x, P_y, P_z 를 갖는 分布荷重벡터
要素內的 變形率 ϵ^e 는 要素自由도의 項으로 표시할 수 있다.

$$\epsilon^e = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \end{pmatrix} N \delta^e = \begin{pmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} & 0 & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial x} & 0 & 0 & \dots & \frac{\partial N_8}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_1}{\partial y} & 0 & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial y} & 0 & \dots & 0 & \frac{\partial N_8}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial N_1}{\partial z} & 0 & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial z} & \dots & 0 & 0 & \frac{\partial N_8}{\partial z} \\ \frac{\partial N_1}{\partial y} & \frac{\partial N_1}{\partial x} & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial y} & \frac{\partial N_2}{\partial x} & 0 & \dots & \frac{\partial N_8}{\partial y} & \frac{\partial N_8}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_1}{\partial z} & \frac{\partial N_1}{\partial y} & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial z} & \frac{\partial N_2}{\partial y} & \dots & 0 & \frac{\partial N_8}{\partial z} & \frac{\partial N_8}{\partial y} \\ \frac{\partial N_1}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N_1}{\partial x} & \frac{\partial N_2}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial x} & \dots & \frac{\partial N_8}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N_8}{\partial x} \end{pmatrix} \delta^e \dots\dots\dots(13)$$

$$= \underline{\epsilon}(N) \delta^e = B \delta^e$$

단, $\underline{\epsilon}$ 는 變位로 부터 變形率을 구하는 연산자

變形率 行列의 座標變換을 위하여 Jacobian 行列 J 를 이용하면 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i}{\partial z} \end{pmatrix} = J^{-1} \begin{pmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} \end{pmatrix} \dots\dots\dots(14)$$

단,

$$J = \begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} & \frac{\partial z}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} & \frac{\partial z}{\partial \eta} \\ \frac{\partial x}{\partial \zeta} & \frac{\partial y}{\partial \zeta} & \frac{\partial z}{\partial \zeta} \end{pmatrix}$$

應力—變形率 關係에서 彈性行列은 等方, 均質인 경우 다음과 같다.

$$D_e = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu}{1-\nu} & 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu}{1-\nu} & \frac{\nu}{1-\nu} & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \end{pmatrix} \dots\dots\dots(15)$$

彈塑性일때는 D_e 대신 式 (7)의 D_{ep} 를 사용한 다. 따라서 이때의 要素剛度行列 K_{ep} 는 다음과

같다.

$$K_{ep} = \int_v B^T D_{ep} B dv \dots\dots\dots(16)$$

$$\text{단, } dv = dx dy dz = \det J d\xi d\eta d\zeta$$

式 (16)의 積分은 直接積分이 不可能하므로 Gauss의 數値積分을 이용한다. 즉 다음식과 같이 된다.

$$K_{ep} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n [W_i W_j W_k f_{ijk}] \dots\dots\dots(17)$$

단, $f_{ijk} = [B^T D_{ep} B \det J]_{ijk}$; Gauss 積分點에서의 값

i, j, k ; Gauss 積分點

W_i, W_j, W_k ; 加重值

n ; Gauss 積分點數

要素의 等價節點力과 節點變位の 關係式들을 結合하여 全構造系에 대한 等價節點力과 節點變位關係를 樹立한다.

3.2 境界要素(interface element)

흔히 構造物과 흙 사이에 큰 相對的 變位差가 생기는 경우가 있다. 따라서 이 경우 이와같은 變位를 許容하고 接한 面을 통해 剪斷應力의 전달이 許容되어야 할 必要가 있다. 이와같은 역할을 담당할 要素로 境界要素를 이용한다. 地中の 構造物, 特히 橫力을 받는 말뚝, 록 볼트 (rock bolts), 균열된 岩盤등의 해석에 있어서 境界要素를 고려한 해석이 널리 쓰인다.

境界要素의 解析은 相對變位로 表現하는 것이 해석하기가 편리하다.²⁴⁾ 이變位는 境界要素에 接한 양쪽 要素節點變位の 差로 나타나므로, 境界要素는 이와 接하는 인접구조 要素도 함께 생각되어야 된다. 本文에서는 全體要素의 構成은 2개의 8-節點要素와 4-節點境界要素로 Fig. 4와 같다. 未知數는 境界要素에 接한 要素의 各節點에서 u_x, v_y, w_z 의 세變位와 境界要素節點에서 u_r, v_s, w_t , $\Delta u_r, \Delta v_s, \Delta w_t$ 이다. 境界要素節點에서는 獨立인 $r-s-t$ 座標系로 變換이 必要하다. 境界要素에서 剛度行列을 구하기 위해 Fig. 5에 나타낸 것과 같이 8節點으로 보고 要素內의 變位를 3次元 變位로 나타낸다.

境界要素內의 變位는 우선 다음과 같이 8개의 節點變位로 나타낼 수 있다.

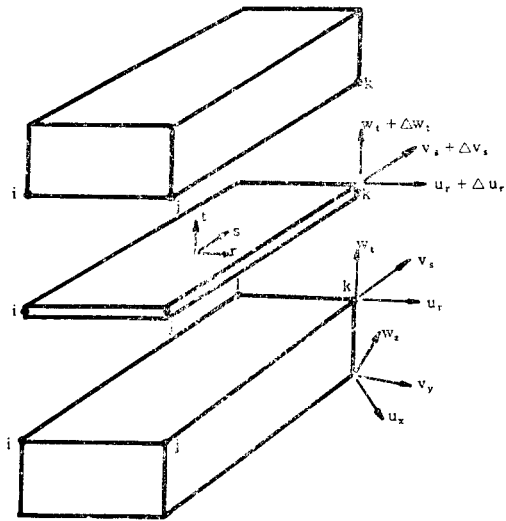


Fig. 4 Three-dimensional interface element

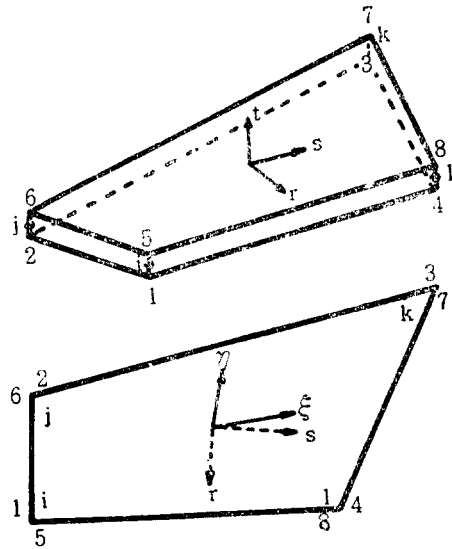


Fig. 5 Local reference systems: general interface element

$$\delta = \sum_{i=1}^8 H_i \delta_i \dots\dots\dots(18)$$

5節點에서 8節點까지의 變位는 다음과 같다.

$$\delta_i = \delta_{i-4} + \Delta \delta_{i-4} \quad i=5 \dots 8 \dots\dots\dots(19)$$

또한

$$H_i(\xi, \eta, \tau) = \frac{1-\tau}{2} N_i(\xi, \eta) \quad i=1 \dots 4 \dots\dots(20-a)$$

$$H_i(\xi, \eta, \tau) = \frac{1+\tau}{2} N_i(\xi, \eta) \quad i=5 \dots 8 \dots\dots(20-b)$$

이며

$$N_i(\xi, \eta) = N_{i-1}(\xi, \eta) \dots\dots\dots(21)$$

또한

$$\left. \begin{aligned} N_1 &= \frac{1}{4}(1-\xi)(1-\eta) \\ N_2 &= \frac{1}{4}(1-\xi)(1+\eta) \\ N_3 &= \frac{1}{4}(1+\xi)(1+\eta) \\ N_4 &= \frac{1}{4}(1+\xi)(1-\eta) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(22)$$

이다. 따라서 式 (18)은 다음과 같다.

$$\delta = \sum_{i=1}^4 \left[\frac{1-\tau}{2} N_i \delta_i + \frac{1+\tau}{2} N_i \delta_i + \frac{1+\tau}{2} N_i \Delta \delta_i \right] \dots\dots\dots(23)$$

위식에서 全體座標系에서 $\frac{1+\tau}{2} = \frac{t}{h}$ 로 하면 보다 간단히 표현된다.

$$\left. \begin{aligned} u_r &= \sum_{i=1}^4 \left[N_i u_{ri} + \frac{t}{h} N_i \Delta u_{ri} \right] \\ v_s &= \sum_{i=1}^4 \left[N_i v_{si} + \frac{t}{h} N_i \Delta v_{si} \right] \\ w_t &= \sum_{i=1}^4 \left[N_i w_{ti} + \frac{t}{h} N_i \Delta w_{ti} \right] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(24)$$

두께 方向(t 방향)의 모든 變形率은 一定한 것으로 가정하고, 三次元 變形率—變位 관계式으로부터 境界要素內의 變形率은 絕對變位와 相對變位로 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} \epsilon_r &= \frac{\partial u_r}{\partial r} = \sum N_{i,r} u_{ri} \\ \epsilon_s &= \frac{\partial v_s}{\partial s} = \sum N_{i,s} v_{si} \\ \epsilon_t &= \frac{\partial w_t}{\partial t} = \sum \frac{1}{h} N_i \Delta w_{ti} \\ \epsilon_{rs} &= \frac{\partial u_r}{\partial s} + \frac{\partial v_s}{\partial r} \\ &= \sum (N_{i,s} u_{ri} + N_{i,r} v_{si}) \dots\dots\dots(25) \\ \epsilon_{rt} &= \frac{\partial u_r}{\partial t} + \frac{\partial w_t}{\partial r} \\ &= \sum \left(\frac{1}{h} N_i \Delta u_{ri} + N_{i,r} w_{ti} \right) \\ \epsilon_{st} &= \frac{\partial v_s}{\partial t} + \frac{\partial w_t}{\partial s} \\ &= \sum \left(\frac{1}{h} N_i \Delta v_{si} + N_{i,s} w_{ti} \right) \end{aligned}$$

위식을 다시 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix} \epsilon_r \\ \epsilon_s \\ \epsilon_t \\ \epsilon_{rs} \\ \epsilon_{rt} \\ \epsilon_{st} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial r} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial s} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial t} \\ \frac{\partial}{\partial s} & \frac{\partial}{\partial r} & 0 \\ \frac{\partial}{\partial t} & 0 & \frac{\partial}{\partial r} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial t} & \frac{\partial}{\partial s} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} u_r \\ v_s \\ w_t \end{Bmatrix} = B \begin{pmatrix} u_{11} \\ v_{11} \\ w_{11} \\ \vdots \\ u_{15} \\ v_{15} \\ w_{15} \\ \Delta u_1 \\ \Delta v_1 \\ \Delta w_1 \\ \vdots \\ \Delta u_5 \\ \Delta v_5 \\ \Delta w_5 \end{pmatrix} \dots\dots\dots(26)$$

(24×1)

行列 B 의 座標에 관한 變換을 위하여 Jacobian 行列 J 를 이용한다. 境界要素에 대한 剛度行列 K 는 다음으로 구해진다.

$$K = \int B^T D B dA \dots\dots\dots(27)$$

$$dA = \det J d\xi d\eta$$

그리하여 三次元 境界要素에서는 24×24 剛度行列이 구해진다.

3.3 境界要素에 接한 地盤要素

境界要素와 接한 節點의 變位는 絕對變位와 相對變位를 가지므로 相對變位 $\Delta u_i, \Delta v_i, \Delta w_i$ 에 대한 항만큼 커지게 된다. 따라서 이 要素는 36×36 剛度行列을 가진다. 그러므로 要素의 剛度行列을 全體剛度行列에 合算하기 전에 36×36 크기의 行列을 재구성하여야 한다. 이 要素에 대한 것은 Fig. 6과 같다. Fig. 6에서 δ_{ij} 는 i 要素의 j 節點 값을 表하는 것이다. 式(19) 관

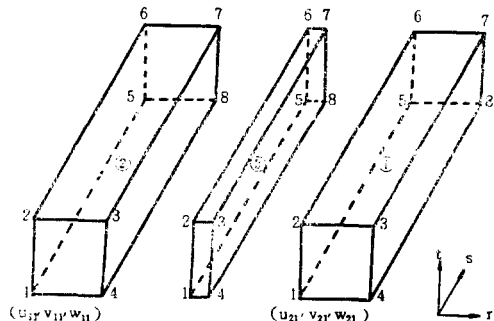


Fig. 6 Interface element

계에서 다음과 같이 표현된다.

$$\left. \begin{aligned} \delta_{23} &= \delta_{12} + \Delta\delta_1 \\ \delta_{24} &= \delta_{11} + \Delta\delta_2 \\ \delta_{27} &= \delta_{16} + \Delta\delta_6 \\ \delta_{28} &= \delta_{15} + \Delta\delta_5 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(28)$$

變形率—變位關係는 다음과 같다.

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_r \\ \epsilon_s \\ \epsilon_t \\ \epsilon_{rs} \\ \epsilon_{st} \\ \epsilon_{rt} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial r} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial s} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial t} \\ \frac{\partial}{\partial s} & \frac{\partial}{\partial r} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial t} & \frac{\partial}{\partial s} \\ \frac{\partial}{\partial t} & 0 & \frac{\partial}{\partial r} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_r \\ v_s \\ w_t \end{Bmatrix} = B \begin{Bmatrix} u_{21} \\ v_{21} \\ w_{21} \\ u_{22} \\ v_{22} \\ w_{22} \\ \vdots \\ u_{15} \\ v_{15} \\ w_{15} \\ \Delta u_1 \\ \Delta v_1 \\ \Delta w_1 \\ \Delta u_2 \\ \Delta v_2 \\ \Delta w_2 \\ \vdots \\ \Delta u_5 \\ \Delta v_5 \\ \Delta w_5 \end{Bmatrix} \dots\dots(29)$$

(6×36) (36×1)

變形率 行列의 座標變換을 위한 Jacobian 行列 J 는 식 (14)과 같다. 全體剛度行列은 식 (16)에 의해 구해지며, 크기는 36×36 이 된다.

3.4 프로그램

有限要素法에서는 一般的으로 獨立된 各 要素의 剛度行列과 等價節點力을 分離計算하고 全體構造剛度行列과 荷重벡터로 各 組合된 方程式은 다음과 같다.

$$K^e \delta^e = F^e \dots\dots\dots(30)$$

위식에서 δ^e 는 全體構造自由도로서 平衡方程式의 未知數가 된다. 일반적으로 이 방정식은 아주 대형이고, 해를 구하는 방법도 다양하다. 本 프로그램의 遂行에서는 Cholesky 方法을 使用하였다. 프로그램의 遂行過程을 Block diagram 으로 나타내면 Fig. 7 과 같다.

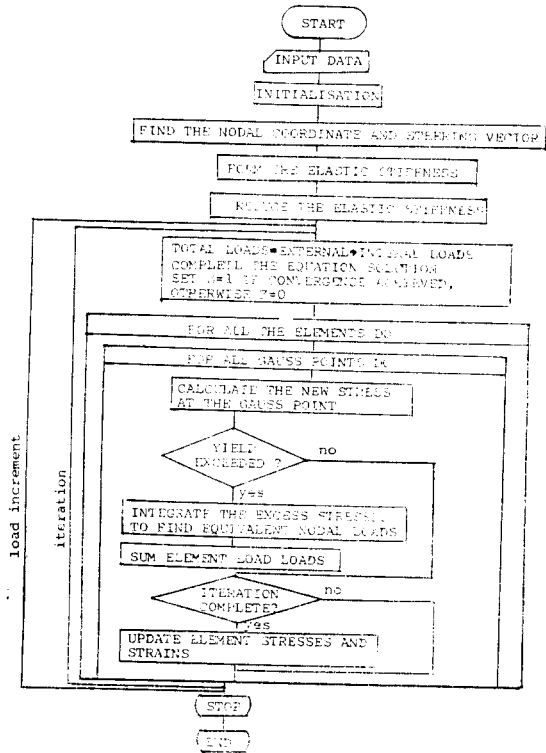


Fig. 7 Block diagram

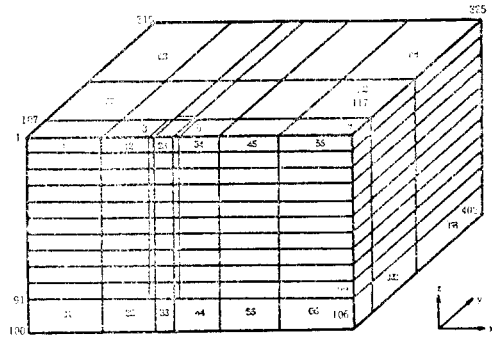
4. 計算例 및 考察

4.1 計算例

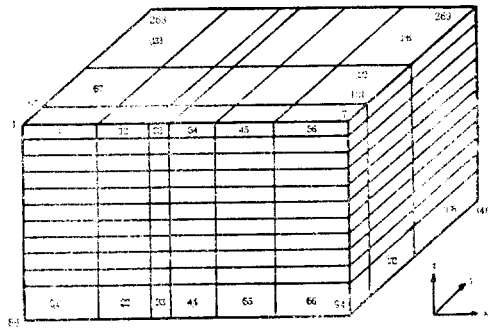
本 論文에서 개발된 프로그램을 現場實際말뚝에 使用하여 測定値와 比較하였다. 計算例에 대한 모델의 要素分割과 要素番號 및 節點番號는 Fig. 8 과 같다. 한 要素의 節點番號는 Fig. 9 와 같다. 말뚝은 荷重이 作用하는 軸方向에 대해서 對稱으로 解析하였다.

(1) A 경우

1984年 5月 慶南蔚山市 소재 주식회사 유공 N.A.C. 現場에서 行한 試驗말뚝에 대하여 解析한 결과이다. 이 경우는 橫荷重 作用에 대한 말뚝頭部의 橫變位만 測定한 것이다. 말뚝이 設置된 位置의 地層과 土性은 Fig.10(a)와 같다. 말뚝의 諸元은 Table 1 과 같다. 境界要素를 고려하여 解析한 結果와 고려하지 않은 結果를 나타낸 것이 Fig. 11 이다. 여기서 말뚝頭部의 橫方



(a) with interface element



(b) without interface element

Fig. 8 Mesh and node numbering

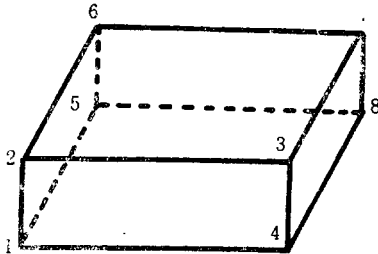
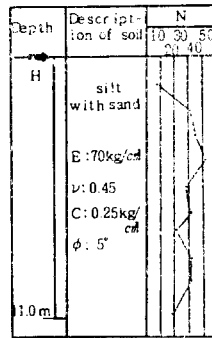


Fig. 9 Node numbering

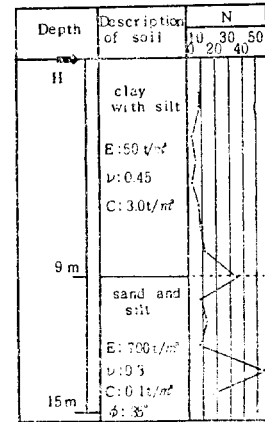
Table 1. Characteristics of concrete pile

description	case	case A	case B
Type of pile		P.C	P.C
Diameter		40cm	40cm
Thickness		7.5cm	7.5cm
Section Area		765.3cm ²	765.3cm ²
Moment of Inertia		117,000cm ⁴	117,000cm ⁴
E		300,000kg/cm ²	300,000kg/cm ²
ν		0.2	0.19
Lateral load		4 ton	6 ton

(case A)



(case B)



(a)

(b)

Fig. 10 Description of soil and pile

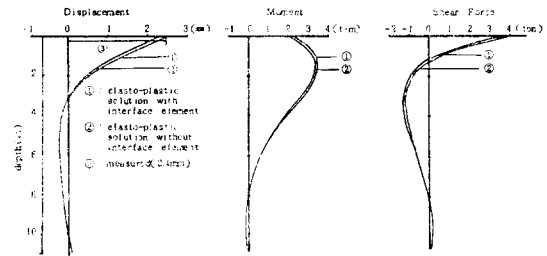


Fig. 11 Numerical solution values (A case)

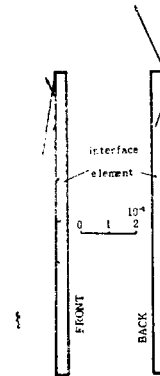


Fig. 12 Relative displacement of node in interface elements (A case)

向變位란 비교할 때, 境界要素를 사용했을때의 計算値가 測定値와 거의 一致하였다. Fig. 12는 境界要素를 고려하였을 때, 말뚝과 인접한 要素의 節點變位の 差를 나타낸 것으로, 크기는 變位差이며, 화살표 方向은 變位差方向이다.

(2) B 경우

文獻 (25)의 現場 測定資料를 이용하였다. 말뚝이 設置된 地層과 말뚝 諸元 및 土性은 Fig. 10(b)와 Table 1과 같다. 이 경우의 解析結果는 Fig. 13, Fig. 14와 같다.

土層은 深度 9m를 기준으로 두 層으로 가정하여 解析하였다. 이 말뚝들의 解析에 있어서는 원형 말뚝을 剛性(EI)이 같은 사각형의 同質 말뚝으로 換算하여 계산하였다. 이 경우에도 境界要素를 사용했을때의 값이 測定値와 거의 一致하였다.

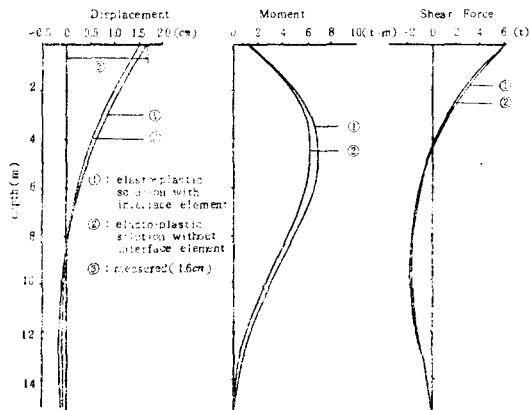


Fig. 13 Numerical solution values (B case)

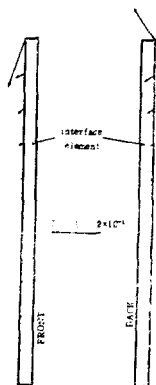


Fig. 14 Relative displacement of node 11 interface element (B case)

4.2 考 察

1) 現場測定은 枕頭部分이었으나 말뚝이 파괴된 상태가 아니었으므로 地下部分의 變形狀態는 解析結果의 形狀과 같은 것으로 고려하여도 좋을 것으로 생각된다. 따라서 境界要素를 고려한 解析이 고려하지 않은 경우보다 測定値에 보다 近似하고 있음을 확인할 수 있다.

2) Fig. 12, Fig. 14에서 보는 바와같이 말뚝에 작용하는 荷重의 크기가 작을때는 말뚝의 下端部에는 作用荷重의 영향이 크게 미치지 않음을 알 수 있다.

3) Fig. 15는 Fig. 10(a)의 地盤狀態에서 地盤의 彈性係數를 變化시켜 비교한 것이다. 地盤의 彈性係數가 클수록 말뚝의 橫變位, 모멘트, 剪斷力등이 적게 나타남을 확인할 수 있다. 그림에서 모멘트의 變化를 보면 彈性係數가 큰 경우는 말뚝의 橫力에 대하여 모멘트가 S자 모양을 이루고, 말뚝의 下端部에 비하여 큰 斷面力이 나타난다. 下端部에서는 上端部에 대해 逆方向 斷面力이 나타남을 알 수 있다. 彈性係數가 작은 경우일 때는 말뚝의 下端部에도 큰 영향을 받고 있음을 알 수 있다.

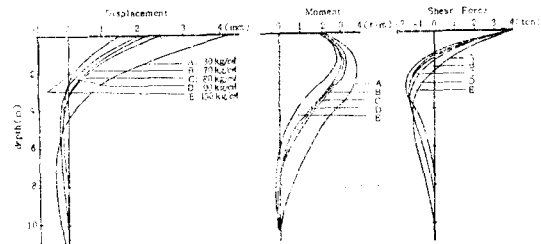


Fig. 15 Variation of displacement, moment, shear force with modulus E_s of soil (A case)

Table 2. Comparison with change of thickness

Thickness of interface element	3.5mm	5mm	7mm
Ratio ($\frac{\text{thickness}}{\text{side length}}$)	1/100	1/70	1/50
Max. value of displacement	2.452mm	2.464mm	2.473mm
Max. value of moment	3.51t. m	3.5t. m	3.48t. m

4) 境界要素의 두께 變化에 따른 解析 결과는 Table 2와 같다. 두께가 增加할수록 變位, 모멘트, 剪斷力 등의 값이 다소 감소하는 경향을 보이나, 두께를 매우 크게 가정하지 않는 한 별 영향을 주지 않는다.

5. 結 論

彈塑性 地盤內에 박힌 수직말뚝의 上端에 橫方向力이 作用할 때 말뚝의 變位와 應力을 求하는 方法을 有限要素法에 의하여 三次元으로 解析 정리하고 프로그램을 개발하여 실제말뚝의 測定例와 비교하여 본 결과 다음과 같은 結論을 얻었다.

1) 地盤을 彈塑性體로 가정하였을때의 結果가 現場實測結果와 잘 一致하였다.

2) 地盤과 말뚝간의 不連續問題는 境界要素로서 극복할 수 있음이 確認되었다. 즉 境界要素를 사용할 때의 計算結果는 그렇지 않을 때보다 확실히 現實과 잘 부합한다.

3) 境界要素의 두께는 클수록 應力과 變位가 감소하나 차이는 문제될 정도가 아니다. 그러나 계산시 가급적 얇게 하는 것이 더 좋은 結果를 준다.

4) 本 論文에서 개발된 프로그램은 單一 말뚝에 대한 것이나 확장하여 群 地盤에 대하여도 적용할 수 있다.

5) Fig. 15에서 보는 바와같이 地盤의 土性值가 要素剛度에 큰 영향을 미치는 것을 생각할 때, 基礎地盤의 土質常數를 정확히 판단할 수 있다면, 본 프로그램으로 橫方向力을 받는 말뚝의 거동에 대한 현실적 해답을 얻을 수 있다고 확신한다.

6) 地盤의 壓密, 空隙水壓등을 고려하지 않고 全應力概念으로 解析하였다.

앞으로 이러한 點들에 대한 研究를 계속하고자 한다.

參 考 文 獻

1. Carter J.P., "A Numerical Method for Pile Deformations due to Nearly Surface Loading,"

Numerical Methods in Geomechanics, Vol 2., 1982, pp.811~817.

2. Bee E.D. and Carpentier R., "Methods to Estimate Lateral Force acting on stabilizing piles", Soil and Foundation, Vol 15, No.4. 1978.

3. Hong W.P., "Stability Analysis of Slope Containing Piles in a Row and its Design Methods," ph D. dissertation, 1980.

4. Broms B.B., "Lateral resistance of piles in cohesionless soils," J. soil Mech. Fnd. Div. Am. Soc. Civ. Engrs. Vol.90, SM3, 1964, pp.123~156.

5. Broms B.B., "Design of Laterally Loaded piles," proceedings, ASCE, Vol.91, No.SM3, 1965, pp.79~99.

6. Broms B.B., "Lateral resistance of piles in cohesive soils," J. Soil Mech. Fnd. Div. Civ. Engrs, Vol.90, No. SM3, 1964, pp.27~63.

7. Sellmeijer J.B. and Nieuwenhuis J.D., "Deformation of steel piles due to alternating lateral loads," Design Parameters in geotechnical eng., BGS, London, Vol.3, 1979, pp.139~143.

8. Matlock H., "Correlations for Design of Laterally Loaded piles soft Clay," Proc. 2nd offshore Tech. Conf., Houston, Vol.1, 1970, pp.577~594.

9. Matlock H. and Reese L.C., "Generalized solutions for laterally loaded piles," J. Soil Mech. Fnd. Div. Am. sec. Engrs 86 No. SM5 part 1, 1960, pp.63~91.

10. Scott R.F., "Foundation Analysis," Prentice-Hall, 1981, pp.313.

11. Wright S.F., "Geotechnical Practice in Offshore Eng.," ASCE. 1983, pp.499~556.

12. Tamula A. and Ozawa Y., "Reduction in Horizontal Bearing Capacity of pile Group," Pro. of the fourth inter. Confer. on Numerical Method in Geo., Edmonton, Canada, 1982.

13. 山内恒雄, 瀬古隆三, 戸部兼雄, 番瀬貢雄, "水平力を受けにグイ基礎の有限要素解析", 土と基礎, 23-1, 1975.

14. Desai C.S., "Numerical Design Analysis for piles in Sands," J. of Geo. Div., ASEC, Vol. 100, No. GT6, 1974, pp.613~635.

15. Smith I.M., "Discrete element analysis of pile instability," Int. J. for Numerical and Analy-

- tical Methods in Geomechanics, Vol. 3, 1979, pp. 205~211.
16. Baelin F. and Frank R., "Theoretical Studies of Piles Using the Finite Element," Proc. Confer. Num. Methods in Offshore Piling, London, Inst. Civ. Engrs. No. 11, 1979.
 17. Sogge R.L., "Laterally Loaded Pile Design," ASCE, Vol. 107, No. GT9, 1982.
 18. Goodman R.E. and Taylor R.L., "A model for the Mechanics of Jointed Rock," ASCE, Vol. 94, No. SM3, 1968.
 19. Desai C.S. "Numerical design- Analysis for Piles in Sand," J. of the Geo. Eng. Div., Vol. 100, No. GT6, 1974.
 20. Mahtab M.A. and Goodman R.E., "Three Dimensional Finite element analysis of jointed rock slopes," 2nd Congr. Int. Soc. Rock Mech. Belgrade. Vol. 3, 1970, pp. 353~360.
 21. Reese L.C. and Allen J.D., "Laterally loaded Piles in layered soils," X ICSMFE, 1982, pp. 819~822.
 22. 用本萬, 林正夫, "地盤工學における有限要素解析", 培風館, 1978, pp. 252~287.
 23. 中井照夫, "土の變形, 強度特性と地盤の變形解析の適用に関する研究", 1980, pp. 113~130.
 24. Wilson E.L., "Finite Element in Geo," Wiely, 1977, pp. 319~350.
 25. 土質工學會, "鋼グイ研究委員, "鋼グイの横抵抗に関する研究(その1)", 土質工學會, 1956, pp. 351~379.