

<論 文>

線型-非線型 洪水流出모델의 比較研究

A Comparative Study of Linear-Nonlinear Flood Runoff Models.

李 舜 鐸*

Lee, Soontak

李 永 禾**

Lee, Yeong hwa

Abstract

This study aims at the development of flood runoff model by comparing and analyzing nonlinear models with linear models in river basins.

The models which are used at the analysis are Nash model and Runoff function method as linear models, and Tank model and Storage function method as nonlinear models.

The results, which are obtained from the analysis of these models by using hydrologic data of a representative basin in Nakdong river, Wi-chun basin, show that the peak time, peak flow and flood hydrographs by nonlinear models are better than those by linear models in comparison with observed ones, and that nonlinear models are suitable as flood runoff model.

要 旨

本研究에서는 精度높은 洪水流出모델을 決定함에 있어서, 線型모델과 非線型모델을 적용, 檢討하므로서 洪水流出解析에 적합한 모델을 선정하는데 그 목적을 두었다.

分析에 사용된 모델은 線型모델로서는 Nash 모델과 流出函數法, 그리고 非線型모델로서는 Tank 모델과 貯溜函數法을 각각 적용하였다.

이들 각 모델들을 洛東江流域의 代表試驗流域인 渭川流域의 洪水資料를 이용하여 分析한 결과, 非線型모델이 線型모델보다 尖頭流量, 尖頭發生時間 및 洪水水文曲線에서 實側值와 잘 일치하였으며 洪水流出모델로서 非線型모델이 적합함을 알 수 있었다.

은 治水的인 면에서 水工構造物의 규모를 결정하고 河川計劃에 필요한 洪水流出모델을 결정할 수 있으므로 매우 중요하다.

流出모델에는 應答모델(analytical model)과 物理모델(physical model)로 분류할 수 있으며, 應答모델은 線型모델과 非線型모델로 그리고 物理모델은 概念的인 모델(conceptual model)을 포함한 것으로서 集中定數系

1. 序 論

한流域에 있어서 降雨와 流出間의 相關關係를 정립하는 것은 水工構造物의 設計나 水文學的解析에 있어서 매우 중요하다. 그러므로 中小河川流域에 線型 및 非線型모델을 적용하여 각 모델을 비교, 분석하는 일

* 嶺南大學校 工科大學 教授·工博

** 嶺南大學校 大學院 水資源工學 專攻

려하지 않고 계산되므로 流出量 계산 후 遷滯時間 을 加算해 줄 필요가 있다. 遷滯時間 加算方法 은 實測資料에서 降雨와 流量의 尖頭值 사이의 遷滯時間 T_i 을 알 수 있으므로 일률적으로 T_i 만큼 遷滯시킬 수도 있으나 洪水到達時間은 流量의 0.35乗에 逆比例한다는 것을 이용하여 각 계산유량에 대한 遷滯시간 을 결정할 수 있다.

實測值에서 遲滯時間과 尖頭流量으로 식 (21)의 K 를 구하면, 計算流量에 대해 구해진 遲滯時間은 計算水文曲線에 圖解的으로 加算해 준다.

2) 賽流函數法(Storage function method)

流域내의貯溜量 S 를 運動方程式과 連續式으로 표시하라.

$$S = K \cdot Q^P \quad \dots \dots \dots \quad (22)$$

$$\frac{dS}{dt} = \frac{1}{3.6} \cdot f \cdot A \cdot r_{ave} - Q(t) \quad \dots \dots \dots \quad (23)$$

여기서 f : 流入係數

r_{ave} : 流域平均雨量

이다.

流域내의 각 地點은 降雨量이 증가하면 降雨가 초기에는 浸透하고 浸透狀態로 부터 流出狀態로 변환한다. 그리고 全流域에 대해서는 어떤 時刻에서 일부 流域은 浸透狀態에 있고 그 이외의 流域에서는 流出狀態가 되면, 전자를 浸透域, 후자를 流出域이라 한다. 初期에 流出面積은 0이지만 時間이 경과함에 따라 初期 流出面積으로 변하여 일정치로 계속되다가 累加雨量이 일정치를 초과하면 全 流域面積과 같게 된다. 이런 流出面積의 변화는 순간적으로 발생하여 전자를 流出點, 후자를 飽和點이라 하고 飽和點까지의 雨量을 飽和雨量이라 한다. 流出點까지의 雨量은 初期損失雨量이며, 初期 流出面積과 全 流域面積의 比를 1次流出率이라고 饱和點 이후의 流出面積과 全 流域面積의 比를 饱和流出率이라 하며 거의 1에 가깝다.

그리고 貯溜函數式은 식(22)와 식(23)으로부터 다음과 유도할 수 있다.

$$F(q) = r_{t+1} + \frac{S_t}{\Delta t} - \frac{q_t}{2} - \frac{K \cdot q^k_{t+1}}{\Delta t} - \frac{q_{t+1}}{2} = 0 \quad \dots \quad (24)$$

식(24)의 해를 구하는 방법은 Newton의補間法을 이용하였으며, 그 내용은 다음과 같다. 먼저 제 1근사치로 $q_{t+1}(1)$ 을 가정하였을 때, 제 2근사치 $q_{t+1}(2)$ 는

$$q_{t+1}(2) = q_{t+1}(1) - \frac{F(q_1)}{F'(q_1)} \quad \dots \dots \dots \quad (25)$$

이며, 이 값을 $q_{t+1}(1)$ 로 하여試算을 한후 $F(q_1)/F'(q_1)$ 을 0일 때의 $q_{t+1}(2)$ 로서 결정한다.

그리고 K, p 의 결정은 貯溜高와 遷滯時間 을 고려한
流出高의 關係로 부터 最小自乘法이나 $s-q$ 曲積을 兩
對數紙에 プロット하여 中分線을 그어 K, p 를 구할 수 있
다. 여기서 降雨量을 流入量 資料로 이용하기 위하여
降雨量에 流入係數 f 를 곱하여야 한다. 이 f 의 결정방
법은 遷滯時間 을 고려한 實測水文曲線의 上昇部와 下
下降部에서 流量 Q 가 같은 시간 t_1, t_2 를 정한다. 그리고
식(23)의 $\frac{1}{3.6} \cdot A \cdot r_{ave}$ 를 流入量 I 로 보고 식(23)을
時間 t_1 에서 t_2 까지 積分하여 치환하면

$$f = \int_{t_1}^{t_2} Q \cdot dt / \int_{t_1}^{t_2} I \cdot dt \quad \dots \dots \dots \quad (26)$$

이다. 이와같이 f 가 결정되면 時間 t 에 대한 貯溜高 S_t 로 부터 時間 $(t+1)$ 에 대한 貯溜高 S_{t+1} 은 다음과 같다.

여기서 R_{t+1} : 流入係數 f 를 곱한 降雨量

q_{t+1} : 遲滯時間 T_t 를 고려한 流出高

遲滯時間 T_l 은 우선 T_l 을 가정하여 貯溜高를 計算한 후 流出高와 貯溜高가 1 價函數가 되지 않을 때는 다시 T_l 을 가정하여 計算하면서 1 價函數가 될 때의 貯溜高와 流出高를 이용하여 K, p 를 구하고 그때의 T_l 도 결정한다.

K, p 가 결정되면 1 次流出率 f_1 을 1, 飽和雨量 R_{sa} 를 0 으로 하여 流出計算 享 算術紙에 計算值를 處축에 實測值를 中축에 각각 累加值를 對應時刻에 표시하여 比例定數가 变하는 點이 飽和點이 된다. 이 點까지의 累加雨量이 飽和雨量이 되며, 그 比率이 f_1 이 된다.

그리고 饱和點 이후의 比率을 饱和流出率 f_{sa} 라 한다. 이렇게 f_1, f_{sa} 가 결정되면 流出域의 流出高 q_1 , 浸透域의 流出高 q_2 라 할 때 q_1, q_2 는 각각

$$q_1 = \text{流出域의 } \text{流出高} \times A \times f_1$$

$$g_3 \equiv \text{浸透域의 } \text{流出高} \times A \times (f_{sc} - f_1)$$

이 되며, 浸透域의 流出計算은 飽和點이후부터 실시한다.

3. 洪水流出 모델의 分析

3.1 合板地點及 資料

본 연구에 있어서 中小河川流域의 洪水流出모델의
分析을 위하여 선정한 지점은 비교적 정밀한 觀測計器
가 設置되어 있고 正確한 觀測資料를 획득할 수 있는
洛東江 渭川流域 중 무성교地點과 효령교地點을 택하
였다. 두 지점의 流域面積이 각각 472.53km^2 , 151.05km^2 이며, 分析流域의 降雨觀測所와 分析地點의 위치를
나타낸 流域圖가 Fig. 3이다.

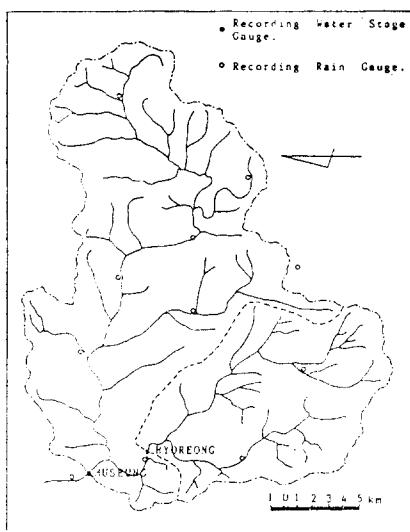


Fig. 3. Location map of gauging station
(Wi-chun basin)

그리고 分析에 사용한 資料는 1983年부터 1985年까지의 3年間의 洪水資料를 이용하였다.

3.2. 線型모델에 의한 分析

1) Nash 모델

Nash 모델의 瞬間單位流量圖의 形狀을 결정하는 n, K 는 모멘트 방법으로 구하였으며, 각 豪雨別 n, K 는 Table 1과 같다. n, K 를 결정한 후 식(3)으로 瞬間單位流量圖를 구하고 回旋積分으로 直接流出量을 계산하였다. 그리고 IUH의 特性은 Table 1과 같으며, 直接流出量에 基低流量을 더한 洪水水文曲線을 각 豪雨別로 나타낸 것이 Fig. 10~16과 같다.

Table 1. Characteristics of IUH by Nash model.

Station	Date	n	K (hr)	IUH flow (m ³ /sec)	IUH peak time (hr)
Hyoreong	83. 7. 22	1. 4	9. 1	25. 3	3. 2
	84. 7. 22	2. 1	5. 2	27. 9	6. 0
	84. 9. 2	1. 8	4. 2	39. 7	3. 5
	85. 8. 17	1. 6	5. 6	34. 2	3. 3
	85. 9. 18	2. 8	3. 0	39. 3	5. 5
Museung	85. 8. 17	1. 8	5. 1	102. 2	4. 3
	85. 9. 18	1. 3	5. 0	94. 7	5. 9

2) 流出函數法

流出解析을 위하여 우선 모델定數 α 를推定하여야 한다. 定數 α 는遲滯時間 T 의逆數로서推定하여固

定시킬 수 있으나, 본 연구에서는 尖頭降雨强度 r_p 와 T 의 相關關係로 부터 α 를 推定하였다. α 와 r_p 의 關係를 兩對數紙에 표시하면 Fig. 4와 같으며, 相關關係式은 다음과 같다.

$$\alpha = 0.0108 \cdot r^{1.1153} \dots \dots \dots \text{ (효령 고지점) (28)}$$

$$\alpha = 0.0186 \cdot r_p^{0.8082} \dots \dots \dots \text{ (무성 교地點) (29)}$$

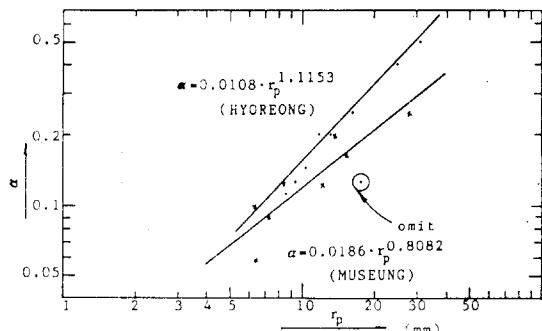


Fig. 4. Relationship between constant(α) and rainfall peak(r_p) in Runoff function method(Hyoreong, Museung station)

식(28)과 식(29)에 의하여 각豪雨別 α 를 구하면 Table 2와 같으며, 流出率을 1로하여 식(13)으로 流出計算 후 直接流出量과 實測流出量의 比 f_0 는 Table 2와 같다. 또한 補正項의 定數 α' 를 구하기 위해 α, f_0 를 이용하여 식(13)으로 流出計算후 實測流量과의 차이를 Q_b 水文曲積이라 하면 降雨와 Q_b 水文曲線의 尖頭值 사이의 遲滯時間 T' 를 구하여 이것으로 부터 α' 를 추정하면 Table 2와 같다. 補正項의 流出率 f_b 를 구하기 위해 推定된 α' 와 $f=1$ 로 하여 식(13)으로 부터 尖頭流量과 Q_b 水文曲線의 尖頭流量과의 比를 f_b 라 하며, 그 결과는 Table 2와 같다.

Table 2. Constant(α, α') & runoff ratio(f_0, f_b) in Runoff function method.

Station	Date	α	f_0	α'	f_b
Hyoreung	83. 7. 22	0. 5075	0. 90	0. 1	0. 68
	84. 7. 22	0. 2404	0. 84	0. 25	0. 14
	84. 9. 2	0. 4171	0. 82	0. 035	0. 65
	85. 8. 17	0. 2651	0. 84	0. 037	0. 36
	85. 9. 18	0. 1691	0. 86	0. 25	0. 53
Museong	85. 8. 17	0. 1395	0. 80	0. 125	0. 86
	85. 9. 18	0. 1678	0. 89	0. 167	0. 56

이와같이 定數 α, α' 와 流出率 f_0, f_b 를 구하면 식(14)에 의하여 각 豪雨別로 洪水流出解析을 할 수 있으며 그 결과는 Fig10~16이다.

3.3. 非線型 모델에 의한 分析

1) 탱크 모델

洪水流出解析을 위하여 3段 탱크모델을 이용하였으며, 初期假定值로서 이용하기 위한 定數의 대략적인 가정범위는 Table 3과 같다.

Table 3. Range of parameter in Tank model.

Runoff coefficient	Height of runoff orifice(mm)	Infiltration coefficient
$C_1 = 0.1 \sim 0.3$	$Z_1 = 30 \sim 50$	$K_1 = 0.05 \sim 0.15$
$C_2 = 0.1 \sim 0.2$	$Z_2 = 10 \sim 20$	$K_2 = 0.02 \sim 0.10$
$C_3 = 0.02 \sim 0.1$	$Z_3 = 10 \sim 20$	$K_3 = 0.005 \sim 0.02$
$C_4 = 0.001 \sim 0.01$	$Z_4 = 10 \sim 20$	

初期 모델定數를 가정하여 流出計算 후 實測值와 비교하여 접근시키는 試算法을 이용하였다.

또한 계산 후 遲滯時間과 尖頭流量의 關係式을 각 豪雨別로 유도한 것 중 효령교地點의 1984년 7월 22일 豪雨의 경우는 $T_t = 28.0 \cdot Q^{-0.35}$ 이다.

그러나 탱크모델에 의한 流出은 1時間遲滯되어 나타나므로 각 流量에 해당하는 遲滯時間은 1時間씩 빼 주어 圖解的으로 加算하여 준다.

Table 4. Constant of each rainfall by Tank model.

Station	Date	Runoff coefficient				Height of runoff orifice(mm)				Infiltration coefficient		
		C_1	C_2	C_3	C_4	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	K_1	K_2	K_3
Hyoreong	83. 7. 22	0.10	0.12	0.07	0.015	38	6	8	10	0.15	0.08	0.015
	84. 7. 22	0.15	0.10	0.08	0.015	32	10	8	10	0.15	0.08	0.015
	84. 9. 2	0.14	0.10	0.135	0.015	32	10	8	10	0.15	0.08	0.015
	85. 8. 17	0.23	0.19	0.15	0.075	27	6	8	15	0.15	0.10	0.01
	85. 6. 18	0.60	0.25	0.09	0.015	22	10	6	10	0.13	0.05	0.015
Museung	85. 8. 17	0.38	0.35	0.30	0.10	40	9	6	8	0.32	0.10	0.02
	85. 9. 18	0.38	0.34	0.25	0.10	40	10	8	8	0.34	0.20	0.02

2) 貯溜函數法

流出解析을 위해 가장 중요한 K, p 의 결정은 각 豪雨別 遲滯時間과 流出高을 逆算하여 1價函數가 될 때의 T_t 과 k, p 를 구하였다.

84. 7. 22豪雨의 경우 遲滯時間決定을 위한 流出高와 貯溜高의 關係圖는 Fig. 6과 같다. 遲滯時間이 4時間 일 때가 1價函數에 가까우므로 遲滯時間を 4時間으로 하여 그때의 流出高와 貯溜高의 關係를 兩對數紙에 표시한 것이 Fig. 7이며, 平分線部分은 제외하고 最少自乘法으로 구한 K, p 는 각각 $K=19.93$, $p=0.5$ 이다.

본 연구에서 分析해 본 결과 尖頭值까지의 遲滯時間은 尖頭流量 Q_p 에 의한 遲滯時間과 거의 일치하며, 尖頭值 이후부터의 遲滯時間은 流量에 따라 변화하였다. 따라서 遲滯時間加算은 尖頭值까지는 尖頭流量으로 計算한 遲滯時間を 일률적으로 加算하고, 尖頭值 이후부터는 각 流量에 의한 遲滯時間を 計算하여 圖解的으로 加算한 것이 Fig. 5이다.

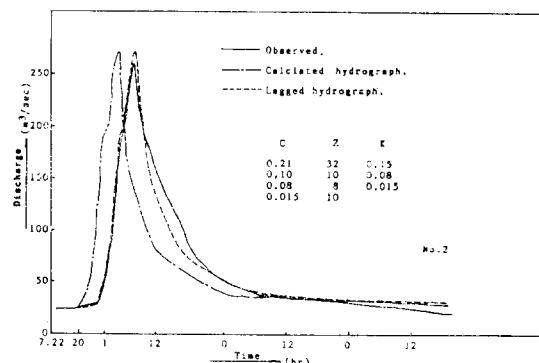


Fig. 5. Flood hydrograph by Tank model(84. 7. 2)

그리고 각 豪雨別로 구한 모델定數는 Table 4와 같으며, 洪水水文曲線은 Fig. 10~16과 같다.

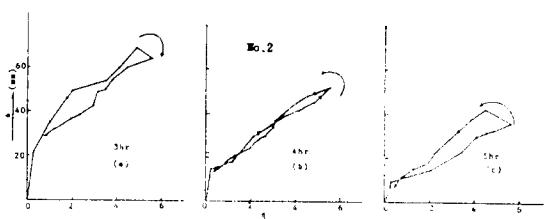


Fig. 6. Relationship between storage and runoff in Storage function method (84. 7. 22)

이때 流入係數 f 는 尖頭流量의 20%되는 上昇部와 下

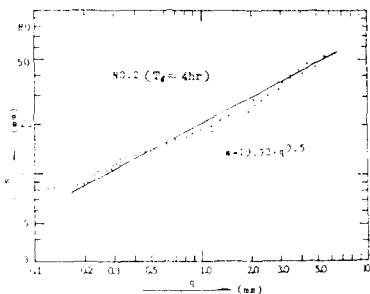


Fig. 7. Relationship between storage and runoff in Storage function method (84.7.22)

降雨의 시간을 택하여 그 시간 사이의 總降雨量과 總流出量의 比로서 결정하였으며, f 는 0.81이다. 尖頭流量의 20%를 基準流量으로 취한 이유는 初期損失, 基底流量分離 등의 誤差를 제거하기 위한 것이다.

이와같이 K, p 를 결정한 후 f_1, R_{sa}, f_{sa} 를 구하기 위해 $f_1=0, R_{sa}=0$ 로 하여 Newton의 補間法을 이용하여 式(24)로부터 구한 流出高와 實測 流出高를 동일시각에 대응하여 표시하면 Fig. 8과 같다.

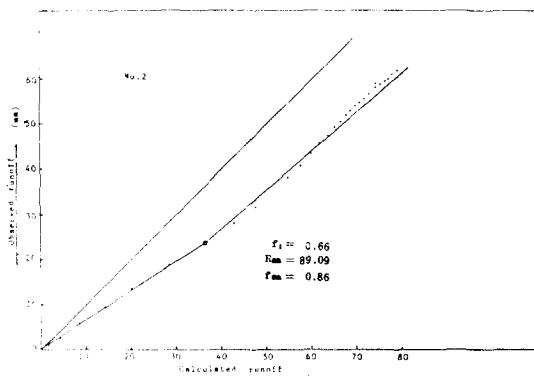


Fig. 8 Determination of f_1, R_{sa}, f_{sa} in Storage function method (84.7.22)

이렇게 구한 각 豪雨別 모델定數는 Table 5이다.

Table 5. Constant in Storage function method.

Station	Date	f	K	P	F_1	R_{sa}	f_{sa}	T_t
Hyoreong	83.7.22	0.96	27.51	0.50	0.76	81.02	0.99	1
	84.7.22	0.81	19.93	0.50	0.66	89.09	0.86	4
	84.9.20	0.92	33.17	0.38	0.76	53.77	0.92	1
	85.8.17	0.86	14.63	0.69	0.73	45.88	0.87	1
	85.9.18	0.92	23.88	0.43	0.84	81.76	0.94	3
Museung	85.8.17	0.80	14.55	0.61	0.27	31.08	0.90	2
	85.9.18	0.95	27.89	0.44	0.89	82.80	0.94	3

효령교 地點의 分析에 사용한 5개 洪水資料의 貯溜高와 流出高의 關係를 표시한 것이 Fig. 9이며, 이것으

로 부터 綜合化한 定數 k, p 는 각각 $k=22.57$ 및 $p=0.53$ 이다.

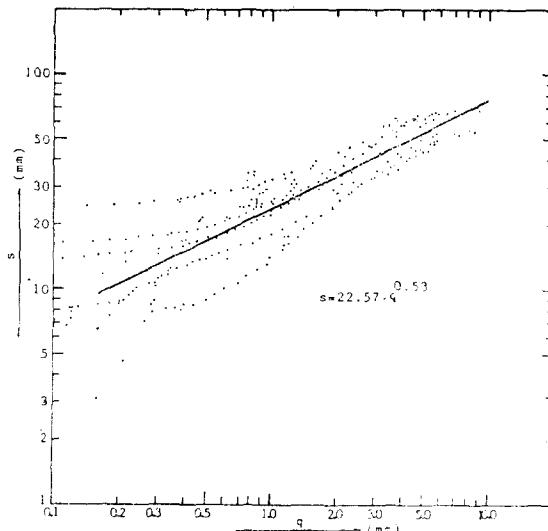


Fig. 9. Relationship between storage and runoff by 5 storms in Hyoreong station.

이와같이 구한 모델 定數들로서 구한 洪水水文曲線이 Fig. 10~16이다.

3.4. 結果의 考察

본 연구에서 線型 및 非線型모델을 渭川流域에 적용하여 유도한 모델 定數들로서, 洪水流出解析을 하여 實測水文曲線과 比較한 것이 Fig. 10~16이며, 尖頭值部分을 比較한 것이 Table 6과 같다.

Fig. 10~16과 Table 6에서 나타난 바와같이 線型모델인 Nash 모델과 流出函數法이 實測值와 많은 차이를 보이는 반면, 非線型모델인 탱크모델과 貯溜函數法은 實測值에 상당히 接近하고 있음을 알 수 있다. 이와같이 Nash 모델이 精度가 낮게 나타나는 것은 n, K 2변수

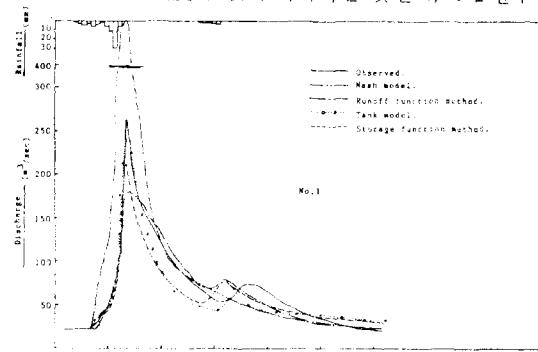


Fig. 10. Comparison of flood hydrographs by each model in Hyoreong station (83.7.22)

Table 6. Comparison of peak flow and peak time by each model. [unit: Q_p (m^3/sec) t_p (hr)]

Station	Date	Observed hydrograph		Nash model	Runoff function method	Tank model	Storage function method	Percentage difference of the observed Q_p & t_p (%)											
		Q_p	t_p	Q_p	t_p	Q_p	t_p	Q_p	t_p	Nash m.	Runoff f.m.	Tank m.	Storage f.m.						
Hyoreong	83.7.22	263.33	8	180.4	9	452.4	8	262.2	8	213.6	831.5	12.5	71.8	0	0.4	0	18.9	0	
	84.7.22	259.87	11	185.4	11	278.8	9	260.7	11	275.9	11	28.8	0	7.3	18.2	0.3	0	6.2	0
	84.9.2	419.06	5.5	308.6	8	458.8	5	415.5	5.5	375.0	5	26.4	45.5	9.5	9.1	0.8	0	10.5	9.1
	85.8.17	282.94	15	255.9	16	286.9	16	286.9	15	273.9	15	9.6	6.3	2.0	6.7	1.4	0	3.2	0
	85.9.18	394.57	22	295.9	23	395.8	22	390.3	22	340.7	22	25.0	4.5	0.3	0	1.1	0	13.7	0
Museung	85.8.17	988.59	14	786.0	17	1024.4	17	953.2	14	804.1	14	20.5	21.4	3.6	21.4	3.6	0	18.7	0
	85.9.18	1277.68	28	970.7	30	1279.8	29	1270.6	28	1233.1	29	24.0	7.1	0.2	3.6	0.6	0	3.4	3.6
Mean		—	—	—	—	—	—	—	—	23.7	13.9	13.5	8.4	1.2	0	10.7	1.8		

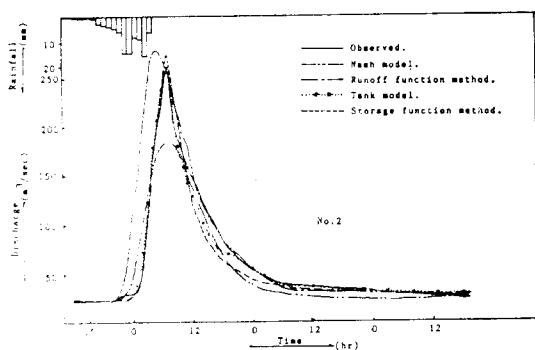


Fig. 11. Comparison of flood hydrographs by each model in Hyoreong station (84.7.22)

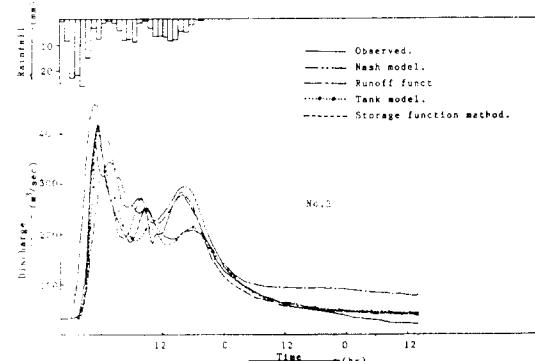


Fig. 12. Comparison of flood hydrographs by each model in Hyoreong station (84.9.2)

에 의해서 瞬間單位流量圖가 결정되고, 流出量 계산을 線型 가정의 旋轉積分으로 구하므로 복잡한 流域特性을 나타내는데 차이를 보이는 것 같다. 流出函數法에서는 定數 α 에 의해서 單位流量圖의 形狀이 결정되므

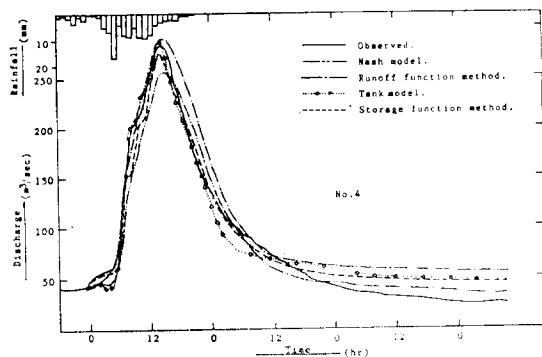


Fig. 13. Comparison of flood hydrographs by each model in Hyoreong station (85.8.17)

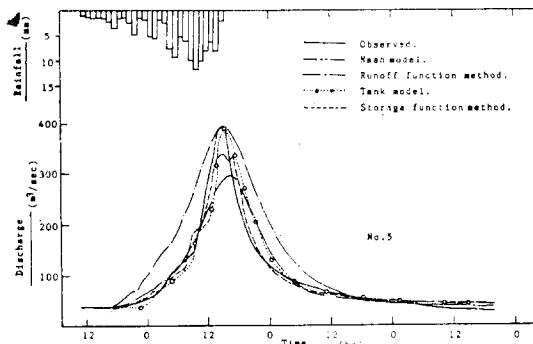


Fig. 14. Comparison of flood hydrographs by each model in Hyoreong station (85.9.18)

로 精度가 낮게 나타남을 알 수 있다.

탱크모델은 계산법이 명확하고 流出器具가 실제에 가깝기 때문에 실용성이 높다고 본다. 그러나 모델定數를 결정하기 위해서는 많은 반복 계산을 실시하여定數가 결정되므로 상당한 어려움이 있으나 컴퓨터의 발달로 이런 결점은 쉽게 해결되리라 생각한다. 그리

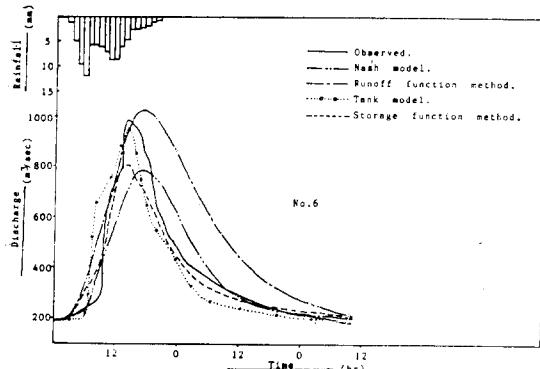


Fig. 15 Comparison of flood hydrographs by each model in Museungstation (85. 8. 17)

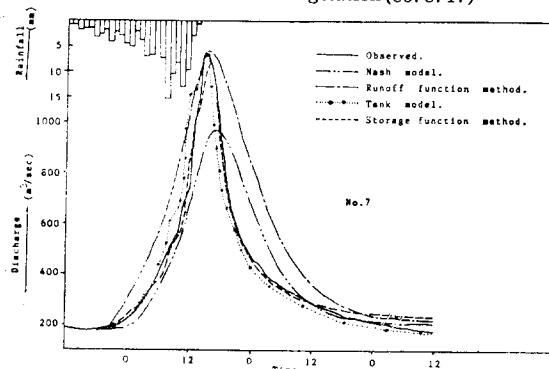


Fig. 16 Comparison of flood hydrographs by each model in Museung station (85. 9. 18)

고 貯溜函數法의 약간의 차이가 나는 것은 1價函數를 정확히 구하기가 어렵기 때문인 것으로 판단된다. Fig. 6에서와 같이 遲滯時間이 3시간과 4시간 사이에서 1價函數가 나타나므로 그 때의 遲滯時間を 구해야 하지만 실제로는 1時間 이하의 자료를 쉽게 구할 수 없으므로 單位時間은 1時間으로 했을 때 1價函數에 가장 접근하는 遲滯時間を 산정하는 것이 타당한 것으로 생각된다.

4. 結論

본 연구에서 中小河川流域의 洪水流出解析을 함에 있어 線型 및 非線型 모델을 각각 적용 검토하였으며, 그 分析結果는 다음과 같다.

1. 非線型모델이 洪水流出水文曲線의 尖頭發生時間, 尖頭洪水量 및 洪水水文曲線에서 線型모델보다 精度가 높은 것으로 나타났다.

2. Nash 모델과 流出函數法은 尖頭流量에서 많은 차이를 보이며, 水文曲線이 전반적으로 Nash 모델에서는 작게 나타났으며, 流出函數法에서는 크게 나타났다.

3. 탱크모델과 貯溜函數法은 각각 尖頭發生時間과 水文曲線에서 잘 일치하고 있으며, 尖頭流量은 탱크모델이 아주 일치한 반면 貯溜函數法에서는 약간의 차이를 보이고 있다.

4. 精度가 높게 나타난 非線型모델은, 尖頭值部分이 잘 일치하는 탱크모델이나 水文曲線의 實測值에 가장 잘 접근하고 있는 貯溜函數法 모두, 洪水流出解析에 있어서 優秀한 流出모델이라고 判斷된다.

參 考 文 獻

- 1) 藤田睦博, 水文學, 技報堂, p. 162, 1982.
- 2) Sherman, L.K., *Stream Flow from Rainfall by The Unitgraph Method*, Eng. News Record, p. 108, 1932.
- 3) Snyder, F.F., *Synthetic Unit-graphs*, AGU, Vol. 19, 1938.
- 4) Commons, G.G. *Flood Hydrographs*, Civil Eng. (N.Y.), Vol. 12, 1942.
- 5) Clark, C.O., *Storage and The Unit Hydrograph*, Trans. ASCE, Vol. 110, 1945.
- 6) Nash, J.E., *The Form of The Instantaneous Unit Hydrograph*, Intern. Assoc. Sci. Hydrology, Pub. 45, Vol. 3, 1957.
- 7) Dooge, J.C.I., *A General Theory of The Unit Hydrograph*, J. Geophys. Res., Vol. 64, No. 1, 1959.
- 8) Volterra, V., *Theory of Functionals of Integral and Itergo-Differential Equations*, Dover Publication, 1960.
- 9) Wiener, N., *Response of a Non-Linear Device to Noise*, Radiation Lab., MIT Report, No. 129, 1942.
- 10) Tick, L.J., *The Estimation of Transfer Functions of Quadratic Systems*, Technometrics, Vol. 3, No. 4, 1961.
- 11) Kalzenlsen, J. and L.A. Gould: *A Spectrum Factorization Method for The Calculation of Non Linear Filters of Volterra-Type*, Information and Control, 8, 1962.
- 12) Amoroch, J. and G.T. Orlob: *Nonlinear Analysis of Hydrologic Systems*, Water Resources Center, Univ. of California Report, No. 40, Berkeley, 1961.
- 13) Jacoby, S.L.S., *Analysis of Some Non-Linear Hydraulic Systems*, ph. D. Thesis, Univ. of California, Berkeley, 1962.

- 14) Bidwell, V.J., *Regression Analysis of Nonlinear Catchment Systems*, W.R.R., Vol. 7, No. 5, 1971.
- 15) Amoroch, J. and A Bandstetter, *Determination of Nonlinear Functional Response Functions in Rainfall-Runoff Processes*, W.R.R., Vol. 7, No. 5, 971.
- 16) 李舜鐸, 水文學・河川工學 I, 螢雪出版社, pp. 311 ~316, pp. 317~323, 1975.
- 17) 石原藤次郎・高瀬信忠: 流出閾數法による由良川 洪水の解析, 土木學會論文集, 第57號, 1958.
- 18) 管原正巳, 科學技術廳 資源調査報告 第47號, 水資源の循環機構に関する調査報告, 1969.
- 19) 木村俊晃, 貯溜閾數法 III-1, 土木技術資料, Vol. 4, No. 4, 1962.
- 20) 佐藤勝夫, 洪水流出解析, 山海堂, 1982.
- 21) Nash, J.E., *Systematic Determination of Unit Hydrograph Parameters*, J. of Geophys. Res., Vol. 64, No. 1, pp. 111~115, January, 1959.