

<論 文>

海底地形變化에 따른 波浪의 數值解析 (I)

Numerical Analysis of Wave Deformation with Sea Bottom Variation (I)

金 聲 得*

Kim, Seong deuk

李 成 大**

Lee, Seong dae

Abstract

A numerical study of the process of wave deformation, such as reflection and transmission coefficients and wave forms with bottom change was carried out by Boundary Element Method using linear elements.

It is assumed that the incident wave is normal and oblique to the bottom and the wave may be described by linear theory

The accuracy of the computational scheme is investigated by comparing the results of other researchers in the following several cases.

- (1) Simple and sloping stepped bottom geometry
- (2) Submerged breakater type bottom geometry
- (3) Trench type bottom geometry

要 旨

海底地形 變化가 있는 경우에 波浪의 變形(波의 反射 및 傳達係數)을 線型要素를 使用한 境界要素法에 의해 數值解析하였다.

波浪은 2次元 線形波 理論으로 부터 解析하였으며, 入射波 方向은 海底바닥상에 임의방향(直角入射 혹은 傾斜入射)으로 進行한다고 假定하였다.

本 計算의 信賴度를 檢證하기 위하여 다음과 같은 여러 경우에 대한 기존연구자들의 結果와 比較하였다.

- (1) 短形이나 傾斜段落을 가지는 경우
- (2) 不透過性 潛堤가 있는 경우
- (3) 海溝가 있는 경우

1. 序 論

海洋波 研究에서 關心의 對象이 되는 問題中の 하나는 海底地形이 不連續的으로 變化하는 경우에 波가 어떻게 變形하는가를 예측하는 것이다.

특히, 최근에는 海岸防災對策工法이나 魚礁로서 潛

堤를 설치하거나, 石油탐사 및 저장설비 등의 목적으로 大型海洋構造物을 建設하고 또한 港內에서 선박의 入出을 위하여 海底에 航路와 같은 海溝(trench) 등을 설치하는 경우가 많이 있는데, 이같은 構造物은 波浪의 進行을 억제하는 重要한 장애물이 된다. 이같은 海岸構造物이나 海溝等과 같이 海底가 不連續的으로 變

* 蔚山大學校 工大 副教授(工博)

** 蔚山大學校 土木工學科 박사과정

化하는 경우 波의 變形에 關한 理論的 解析方法으로서는 幾何學的 變化領域을 等角寫象(conformal mapping)으로 解析하거나¹⁾ 速度포텐셜의 固有函數 展開(eigenfunction expansion)에 依해 各各의 세부 영역에 대한 解를 연직 보조경기에 接합하여 求하는 方法^{2),3)} 등이 있다. 또한 流體領域에 대한 境界值 問題의 數值解析方法으로서 境界上에 速度포텐셜에 대한 積分方程式을 얻기 위하여 Green 定理을 利用하고 特異點을 分布시키는 積分方程式法⁴⁾이나 變分原理에 依한 有限要素法^{5),6)} 등이 使用되고 있으나 이러한 方法들은 그 計算의 복잡성 및 특수한 기하학적 형상 이외에는 그 適用이 어렵기 때문에 아직은 實用的 단계에 있지 못하다. 本 研究에서는 問題領域의 全體境界上에서의 境界積分方程式을 얻기 위하여 Green 第2定理와 基本解(Principle Solution of free Space Green's function)를 利用하는 境界要素法⁷⁾에 依해 波가 幾何學的 海底變化領域에 임의方向으로 入射하는 경우의 反射 및 傳達效果에 關해서 研究하였다.

이에 關한 研究은 井島⁸⁾와 Kirby⁹⁾ 등에 의한 一定要素(constant element)를 使用한 例가 있으나 여기에서는 境界要素의 速度포텐셜을 線型으로 取한 線型要素(linear element)를 利用하여 直角入射波의 경우에 대하여 解析한 本研究者의 結果¹⁰⁾를 傾斜入射波의 경우로 擴張하여 計算하였으며, 이의 結果를 다른 解析法의 結果와 比較하여 檢證하였다.

2. 境界值問題

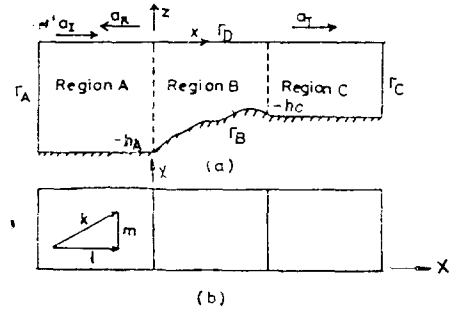
流體運動을 非壓縮性 完全流體의 微小振幅波 運動이라고 假定하고 좌표계는 그림 1과 같이, 自由水面의 連직 上方向을 Z軸, 入射波가 水深이 變化하는 領域(領域 B)에 直角으로 入射하는 方向을 x軸이라 하고, 이에 대한 수평 직각방향을 y軸이라 한다. A와 C領域에서의 水深은 一定하며, 同一水深일 必要는 없다. 그러면 領域 A의 無限遠方에서 κ 軸에 임의의 角 θ 로 入射하는 波浪은 B領域의 水深의 變化에 依해서 A領域으로 反射하거나 C領域으로 傳達된다.

本 문제의 특성상 線形調和函數의 速度포텐셜 $\phi(x, y, z, t)$ 는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\phi(x, y, z, t) = \Phi(x, z) e^{i(m y - \sigma t)} \dots\dots\dots (1)$$

여기서, $i = \sqrt{-1}$ 이며, σ 는 振動數이다. $m = k_A \sin \theta$ 이며 여기서 k_A 는 上端側($x \rightarrow \infty$)上의 一定水深領域에 대한 波數이고, 直각入射波의 경우 $m = 0$ 傾斜入射波의 경우 $0 < m < k_A$ 이다.

流體의 연속성으로부터 Laplace 方程式에 (1)식을 代入하면 全體 流體領域上에서 다음과 같은 變形 Helm-



holtz 方程式을 얻는다.

$$\Delta^2 \Phi(x, z) - m^2 \Phi(x, z) = 0 \dots\dots\dots (2)$$

(2)식은 다음의 境界條件을 滿足해야만 한다.

i) 自由水面上 境界條件

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = \frac{\sigma^2}{g} \Phi \dots\dots\dots (3)$$

ii) 海底 혹은 固體境界條件

$$\frac{\partial \Phi}{\partial n} = 0 \dots\dots\dots (4)$$

여기서, n 은 그림 1에서 固體境界의 바깥 方向으로 向하는 法線벡터이다.

iii) 側方向 境界條件 방사조건

방사문제는 고정된 물체에 대한 入射波의 相互作用을 의미하는 散亂問題에 대해 교란되지 않은 유체에서 물체의 強制振動에 依한 波의 發生을 뜻한다.¹¹⁾ 따라서, 물체에서 無限遠方에 位置한 방사 조건은 단지 나아가기만 하는 波가 되도록 해야한다. 즉 $x = \pm \infty$ 에서 다음과 같은 Sommerfeld 방사조건¹²⁾을 만족한다.

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} = \begin{cases} i l_A \Phi - 2i l_A \Phi_i & ; \text{상단측 경계} \\ i l_C \Phi & ; \text{하단측 경계} \end{cases} \dots\dots\dots (5)$$

여기서, 入射波의 速度포텐셜 Φ_i 는 線形理論으로부터 다음과 같이 定義된다.

$$\Phi_i = - \frac{i g \cosh k_A (h_A + z)}{\sigma \cosh k_A h_A} e^{i l_A x} \dots\dots\dots (6)$$

$$l_i = \sqrt{k_i^2 - m^2} \quad (i = A, B, C) \text{이다.}$$

領域 A와 C에서 (2)~(6)식을 만족하는 解는 다음과 같다.

$$\Phi_A = \Phi_i - \frac{i g R \cosh k_A (h_A + z)}{\sigma \cosh k_A h_A} e^{-i l_A x} \dots\dots\dots (7)$$

$$\Phi_C = - \frac{i g T \cosh k_C (h_C + z)}{\sigma \cosh k_C h_C} e^{i l_C x} \dots\dots\dots (8)$$

여기서 波數 k 는 다음과 같은 分散關係로부터 얻어지며,

$$\sigma^2 = g k \tanh kh \dots\dots\dots (9)$$

R과 T는 各各 反射 및 傳達係數를 나타낸다. 회절 파에 대한 에너지 保存法則으로부터 反射係數와 傳達係數는 다음의 關係를 가진다.

$$R^2 + T_2 \left\{ \frac{nc k_A^2 l_c}{n_A k c^2 l_A} = 1 \dots\dots\dots (10) \right.$$

여기서

$$n^i = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2k_i h_i}{\sinh 2k_i h_i} \right); i = A, B, C$$

3. 境界要素方程式

(2)식에 대한 境界值 問題를 境界要素化 하기 위해 加重殘差型을 도입하고 Green 第2 定理를 적용하면 다음과 같은 式을 얻는다.

$$\begin{aligned} & \iint_{\Omega} \{ \Phi^* (\nabla^2 \Phi - m^2 \Phi) - \Phi (\nabla^2 \Phi^* - m^2 \Phi^*) \} d\Omega \\ & = \int_{\Gamma} \left(\Phi^* \frac{\partial \Phi}{\partial n} - \Phi \frac{\partial \Phi^*}{\partial n} \right) d\Gamma \dots\dots\dots (11) \end{aligned}$$

이 式이 要素内部에서 滿足하기 위해서는 (12)식의 左邊 첫項이 0이 되어야 한다. 즉,

$$\begin{aligned} & \iint_{\Omega} \Phi (\nabla^2 \Phi^* - m^2 \Phi^*) d\Omega \\ & = \int_{\Omega} \left(\Phi \frac{\partial \Phi^*}{\partial n} - \Phi^* \frac{\partial \Phi}{\partial n} \right) d\Gamma \dots\dots\dots (12) \end{aligned}$$

여기서 Φ^* 는 加重函數이며 Green 函數에 해당되므로 Φ^* 의 다음 관계로부터 Φ^* 의 값을 알 수 있다.

$$\Delta^2 \Phi^* - m^2 \Phi^* + \Delta^i = 0 \dots\dots\dots (13)$$

여기서, Δ^i 는 内部點 i 에서만 값을 가지는 Dirac 델타 函數이다.

(14)식을 고려하면 다음 式을 얻는다,

$$\begin{aligned} & \iint_{\Omega} \Phi (\nabla^2 \Phi^* - m^2 \Phi^* + \Delta^i) d\Omega \\ & = \iint_{\Omega} \Phi (\nabla^2 \Phi^* - m^2 \Phi^*) + \iint_{\Omega} \Phi \Delta^i d\Omega \\ & = \iint_{\Omega} \Omega (\nabla^2 \Phi^* - m^2 \Phi^*) + \Phi^i = 0 \dots\dots\dots (14) \end{aligned}$$

여기서 Dirac 델타함수의 정의로부터 얻은 Φ^i 는 要素内部의 點 i 에서의 미지속도포텐셜이다.

(14)식으로부터 다음 式을 얻는다.

$$\Phi^i = - \iint_{\Omega} \Phi (\nabla^2 \Phi^* - m^2 \Phi^*) d\Omega \dots\dots\dots (15)$$

이것을 (12)식에 대입하면 다음과 같이 된다.

$$\Phi^i + \int_{\Gamma} \left(\Phi \frac{\partial \Phi^*}{\partial n} - \Phi^* \frac{\partial \Phi}{\partial n} \right) d\Gamma = 0 \dots\dots\dots (16)$$

(16)식을 (3)~(5)식의 境界條件을 利用하여 다시 쓰면 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} & \Phi^i + \int_{\Gamma_A} \Phi \left(\frac{\partial \Phi^*}{\partial n} - il_A \Phi^* \right) d\Gamma + \int_{\Gamma_B} \Phi \frac{\partial \Phi^*}{\partial n} d\Gamma + \\ & + \int_{\Gamma_C} \Phi \left(\frac{\partial \Phi^*}{\partial n} - il_C \Phi^* \right) d\Gamma \\ & + \int_{\Gamma_D} \Phi \left(\frac{\partial \Phi^*}{\partial n} - \frac{\sigma^2}{g} \Phi^* \right) d\Gamma \\ & = \int_{\Gamma_A} (2il_A \Phi \Phi^*) d\Gamma \dots\dots\dots (17) \end{aligned}$$

여기서, Γ_A 는 상단측경계 Γ_B 는 해저 바닥경계 Γ_C 는 하단측경계 Γ_D 는 자유수면경계를 나타낸다.

加重函數 Φ^* 는 (13)식을 만족하는 基本解로서 2次元 等方인 경우에는 다음과 같이 된다.

$$\left. \begin{aligned} \Phi^* &= -\frac{1}{2\pi} \ln r; m=0 \\ \Phi^* &= \frac{1}{2\pi} k_0(mr); 0 < m < k_A \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (18)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \Phi^*}{\partial n} &= -\frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1}{r}; m=0 \\ \frac{\partial \Phi^*}{\partial n} &= -\frac{1}{2\pi} m k_1(mr) \frac{\partial r}{\partial n}; 0 < m < k_A \end{aligned} \right\} (19)$$

여기서, r 은 要素内部의 點 i 에서 境界面에 이르는 距離 r 의 函數이며, k_0 와 k_1 은 各各 2종 0차 및 1차 變形 Bessel 함수이다.

만약 點 i 를 境界面 위에 두고 생각한다면 要素内部의 點 i 에서 滿足되는 (17)식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} C^i \Phi^i + \int_{\Gamma_A} \Phi \left(\frac{\partial \Phi^*}{\partial n} - il_A \Phi^* \right) d\Gamma + \int_{\Gamma_B} \Phi \frac{\partial \Phi^*}{\partial n} d\Gamma + \\ + \int_{\Gamma_C} \Phi \left(\frac{\partial \Phi^*}{\partial n} - il_C \Phi^* \right) d\Gamma \\ + \int_{\Gamma_D} \Phi \left(\frac{\partial \Phi^*}{\partial n} - \frac{\sigma^2}{g} \Phi^* \right) d\Gamma \\ = \int_{\Gamma_A} (2il_A \Phi \Phi^*) d\Gamma \dots\dots\dots (20) \end{aligned}$$

여기서, 境界가 직선인 경우 $C^i = \frac{1}{2}$ 이나 一般的으로 點 i 가 위치하는 境界要素의 모양에 따른다.

4. 線型要素에 의한 數值解析

境界積分方程式((20)式)은 數值積分을 行함으로써 近사적으로 풀 수가 있으므로 領域의 全 境界를 要素로 분할하여 각 요소에 대해 차례로 積分함으로써 解를 구한다.

(20)식을 n 個의 要素에서 線型要素를 使用하여 境界要素方程式을 만들면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} C^i \Phi^i + \sum_{n_A} \int_{\Gamma_j} \Phi_j \left(\frac{\partial \Phi^*}{\partial n} - il_A \Phi^* \right) d\Gamma + \sum_{n_B} \int_{\Gamma_j} \Phi_j \frac{\partial \Phi^*}{\partial n} d\Gamma \\ + \sum_{n_C} \int_{\Gamma_j} \Phi_j \left(\frac{\partial \Phi^*}{\partial n} - il_C \Phi^* \right) d\Gamma \\ + \sum_{n_D} \int_{\Gamma_j} \Phi_j \left(\frac{\partial \Phi^*}{\partial n} - \frac{\sigma^2}{g} \Phi^* \right) \\ = \sum_{n_A} \int_{\Gamma_j} (2il_A \Phi_j \Phi^*) d\Gamma \dots\dots\dots (21) \end{aligned}$$

여기서, n_k 는 各 境界 Γ 上的 要素數이고 j 는 各要素를 나타낸다.

그림 2에 나타낸 바와 같이 임의의 선형 要素를 생각하면, 要素의 임의점에서 Φ 와 $\frac{\partial \Phi}{\partial n}$ 의 값은 선형보간 함수 ϕ_1 과 ϕ_2 와 結點값 Φ^1, Φ^2 에 의해서 정의되는

데, 이것을 (21)식의 積分項에 적용하면 다음과 같이 된다.¹⁰⁾

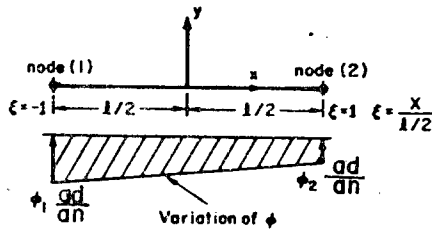


그림 2. 선형요소

$$\int_{\Gamma_j} \phi_j \frac{\partial \Phi^*}{\partial n} d\Gamma = \int_{\Gamma_j} [\varphi_1 \varphi_2] \frac{\partial \Phi^*}{\partial n} d\Gamma \begin{Bmatrix} \Phi^1 \\ \Phi^2 \end{Bmatrix} = [h_{i1} h_{i2}] \begin{Bmatrix} \Phi^1 \\ \Phi^2 \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (22)$$

$$\int_{\Gamma_j} \phi_j \Phi^* d\Gamma = \int_{\Gamma_j} [\varphi_1 \varphi_2] \Phi^* d\Gamma \begin{Bmatrix} \Phi^1 \\ \Phi^2 \end{Bmatrix} = [g_{i1} g_{i2}] \begin{Bmatrix} \Phi^1 \\ \Phi^2 \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (23)$$

여기서, $\varphi_1 = \frac{1}{2}(1 - \xi)$, $\varphi_2 = \frac{1}{2}(1 + \xi)$, $\xi = \frac{x}{l/2}$ 이다.

$i \neq j$ 인 경우 積分項 $\int_{\Gamma_j} \phi_j \frac{\partial \Phi^*}{\partial n} d\Gamma \dots \int_{\Gamma_j} \phi_j \Phi^* d\Gamma$ 는 Gauss 積分公式에 의해 數值的으로 計算되며, $i = j$ 인 경우 $h_{ii} (i=1, 2)$ 은 (22)식에서 n 과 Γ 가 서로 직교하므로 0 이 되고 (23)식의 成分 $g_{ii} (i=1, 2)$ 은 解析積分을 行하면 다음과 같이 된다.

$$\left. \begin{aligned} g_{i1} &= \frac{\Delta s}{2\pi} (0.5 \ln \frac{1}{\Delta s} + 0.75) \\ g_{i2} &= \frac{\Delta s}{2\pi} (0.5 \ln \frac{1}{\Delta s} + 0.25) \end{aligned} \right\}; m=0 \dots\dots (24)$$

傾斜入射波의 경우, 2종 0 차 變形 Bessel 함수를 접근 전개하면,

$$k_0(mr) = \sum_{m=0}^{\infty} \left[\frac{\left(\frac{mr}{2}\right)^{2n}}{(n!)^2} \cdot \left\{ \sum_{i=1}^n \frac{1}{e} - \left(r + \ln \frac{mr}{2}\right) \right\} \right] \approx -\left(r + \ln \frac{mr}{2}\right) \dots\dots\dots (25)$$

이 되고 이를 (24)식에 대입하여 적분하면 다음과 같이 된다.

$$\left. \begin{aligned} g_{i1} &= \frac{1}{2\pi} \left(0.75 - \frac{\gamma}{2} - \frac{1}{2} \ln \frac{m}{2} \Delta s\right) \\ g_{i2} &= \frac{1}{2\pi} \left(0.25 - \frac{\gamma}{2} - \frac{1}{2} \ln \frac{m}{2} \Delta s\right) \end{aligned} \right\}; 0 < m < k_A \quad (26)$$

여기서, Δs 는 要素의 길이이며, γ 는 Euler 상수 ($\gamma = 0.5772156$) 이다.

(22)식과 (23)식의 各項을 (21)식에 代入하여 정리하면 전체경계요소에 대하여 다음과 같은 行列式을 얻는다.

$$C^i \Phi^i + [H_{i1}, H_{i2}, \dots, H_{in}] \begin{Bmatrix} \Phi^1 \\ \Phi^2 \\ \vdots \\ \Phi_n \end{Bmatrix} = [G_{i1}, G_{i2}, \dots, G_{in}] \begin{Bmatrix} \frac{\partial \Phi^1}{\partial n} \\ \frac{\partial \Phi^2}{\partial n} \\ \vdots \\ \frac{\partial \Phi^n}{\partial n} \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (27)$$

여기서, H_{ij} 등은 요소 j 의 h_{ij} 項과 要素 $j-1$ 의 h_{i2} 項이 합으로 되고 j 절점은 $j-1$ 요소와 j 요소 사이의 절점을 의미한다.

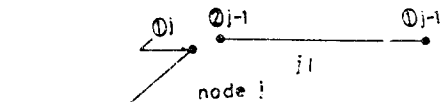


그림 3. \hat{H}_{ij} 및 G_{ij} 의 설명

(27)식에서,

$$\left. \begin{aligned} H_{ij} &= H_{ij} \text{ when } i \neq j \\ H_{ij} &= H_{ij} + C^i \text{ when } i = j \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (28)$$

이라면, (27)식은 간단히 다음과 같이 된다.

$$\sum_{j=1}^n H_{ij} \Phi^j = \sum_{j=1}^n G_{ij} \frac{\partial \Phi^j}{\partial n} \dots\dots\dots (29)$$

(29)식을 各 境界條件에 대해 다시쓰면 다음과 같이 된다.

$$\left(H^{ij} - G^{ij} \begin{Bmatrix} il_A \\ \dots \\ 0 \\ \dots \\ il_C \\ \dots \\ \sigma^2/g \end{Bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} \Phi \end{Bmatrix} = \left(G_{ij} \begin{Bmatrix} -2il_A \Phi_i \\ \dots \\ 0 \\ \dots \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{Bmatrix} \right) \quad (30)$$

(30)식으로부터 속도포텐셜 Φ 를 計算할 수 있고, 이로부터 水面形과 波高를 求하고 또한 反射 및 傳達關係를 구한다.

5. 計算結果 및 比較分析

5.1 段落部에 적용한 경우

海底바닥이 矩形이나 傾斜段落에 의해 變化하는 경우에 대한 波의 反射 및 傳達效果를 그림 (4)~그림 (7)에 도시하였다.

矩形段落의 경우 本解析法에 의한 數值計算 結果를 檢證하기 위하여 井島¹³⁾가 속도 포텐셜의 固有值를 利用하여 얻은 結果와 比較하였다. 水深이 h 에서부터 qh

($0 < q < 1$)로 계단상으로急變하는 경우에 波浪이 深海領域에서 淺海領域으로 進行하는 경우(그림 4)와 淺海領域에서 深海領域으로 進行하는 경우(그림 5)에 대하여 생각하였다. 본 解析法으로 取한 境界上의 要素는 上·下流側 境界에 $N_{rA}=N_{rC}=3$, 海底바닥에 $N_{rB}=13$ 그리고 自由水面에 $N_r^a=40$ 으로 총 59個로 取하였다.

本 解析法에 依한 結果를 反射係數와 傳達係數가 淺海領域의 水深比 q 에 대해서 $k(=\sigma^2/g) \cdot h$ 가 0.5인 경우를 나타내었다. 이 경우 本 數值計算에 依한 結果는 井島의 結果와 比較하여 잘 一致하고 있다.

그리고, 深海領域($x \leq D$)에서 淺海領域($x \geq L$)까지 完만한 變化를 하는 傾斜段落에서 傾斜面 $S(=(h_1-h_2)/L)$ 가 各各 1/3, 2/3인 경우 ($h^2/h_1=0.2$)에 波浪의 회절특성을 本 解析法과 比較하기 위하여 傾斜段落部($\sigma h/\sigma x \neq 0$)에서 波數 k 가 水深 $h(x)$ 에 따라 地點의인 分散關係를 갖는다고 하는 完경사방정식^{14),15)}과 이 方程式에 微小變數의 크기를 고려하여 얻은 中間傾斜方程式⁹⁾의 解析結果와 서로 比較하였다. 無次元 波數 kh_1 에 대한 反射係數는 $S=1/3, 2/3$ 인 경우에 대해 그림 (6)과 그림 (7)에 各各 도시하였는데, 本 解析法에 依한 結果는 完경사와 中間傾斜方程式의 解析結果와 약간의 차이를 보이고 있다.

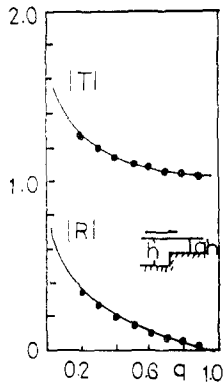


그림 4. 反射 및 傳達係數
—; 고유함수 전개법 (井島, 1971)
•; 本 解析結果

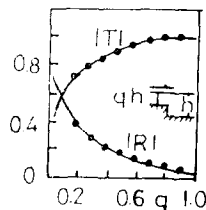


그림 5. 反射 및 傳達係數
—; 고유함수 전개법 (井島, 1971)
•; 本 解析結果

5.2 下透過 潛堤에 적용한 경우

不透過 潛堤에 의한 波의 反射特性에 대한 結果는 그림 (8)~그림 (11)에 도시하였다. 불투과성 잠제의 단면특성은 水深에 대한 天端幅比 $b/h=0.5, 1.0$ 인 矩形潛堤인 경우(그림 8)와 前·後面에 1:1, 1:2의 傾斜를 가진 사다리꼴潛堤(그림 9, 그림 10)와 三角形潛堤(그림 10)인 경우에 대해 생각하며 傳達波 領域과 反

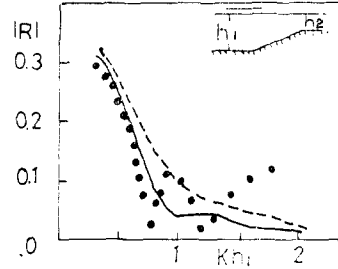


그림 6. 경사단락에서의 反對係數
 $\theta=0^\circ$, 경사 $S=1/3$;; 完경사방정식, —; 중간경사방정식 (Kirby, 1983); •; 本 解析結果

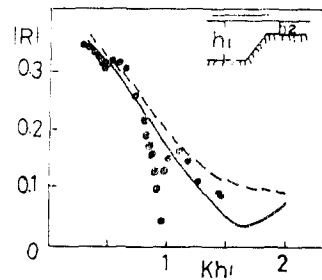


그림 7. 傾斜단락에서의 反射係數
 $\theta=0^\circ$, 경사 $S=2/3$;; 完경사방정식, —; 중간경사방정식 (Kirby, 1983); •; 本 解析結果

射波 領域은 x 좌표상에서 各各 水深의 4倍로 取하고 境界上의 要素는 $N_{rA}=N_{rC}=3, N_{rB}=23$, 그리고 $N_{rD}=50$ 個로 총 $N_p=79$ 個로 要素分割하였다.

矩形潛堤에서, 本 解析法의 結果는 直角入射波의 경우 固有函數展開法⁹⁾과 그리고 傾界入射波의 경우($\theta=30^\circ$)에는 境界積分法(一定要素)을 이용하여 얻은 井島의 結果⁹⁾와 比較하였는데 各 경우 서로 잘 一致하고 있다.

또한 측벽경사가 各各 1:1과 1:2인 사다리꼴 및 三角形 潛堤에 대해서도 矩形潛堤의 경우와 비슷한 結果를 보이고 있으며, 측벽경사가 完만한 경우(1:2)는 급한 경우보다 대체로 反對效果가 감소함을 보이고 있고 첫번째 最小反射값이 좀 더 빨리 일어남을 알 수가 있다. 또한 水深에 대한 天端幅比가 증가함에 따라 反射效果가 증대하지만 이에 比해 첫번째 最小反射값이 점차 빨라지는 경향을 보이고 있다(그림 9~그림 11).

本 結果를 檢證하기 위하여 측벽경사 1:2인 사다리꼴 潛堤의 경우에 대한 회절과 에너지 保存法則(식 11)을 적용한 結果를 表 1에 제시하였는데 만족할만한 結果를 보이고 있다.

표 1. 사다리꼴 潛堤(측벽경사 1:2)의 에너지 보존법칙(식 11)

kh	r	k	r'·k'	error(%)
0.92	0.9820	0.1876	0.9996	0.04
9.82	0.9681	0.250	0.9999	0.01
0.76	0.9523	0.3049	1.0001	0.01
0.68	0.9401	0.340	0.9995	0.05
0.60	0.9207	0.3902	1.0000	0.00
0.52	0.9101	0.4148	1.0007	0.07

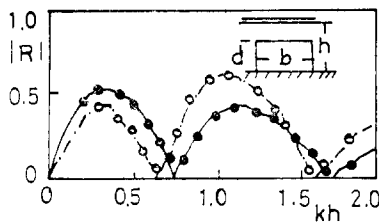


그림 8. 矩形潛堤에서의 反射係數 ($b/h=2.0, d/h=0.7$); —, $\theta=0^\circ$, - · - · -, $\theta=30^\circ$, (井島, 1972, 1982); •; $\theta=0^\circ$, ○; $\theta=30^\circ$, 本 解析結果

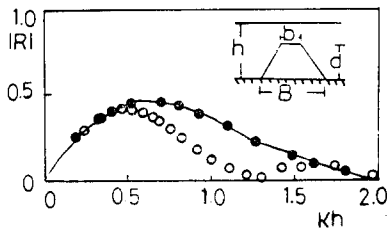


그림 9. 사다리꼴 潛堤에서의 反射係數 ($b/h=0.5, d/h=0.7$): •; 측벽경사(1:1); ○; 측벽경사(1:2); 本 解析結果, —; 井島(1982)

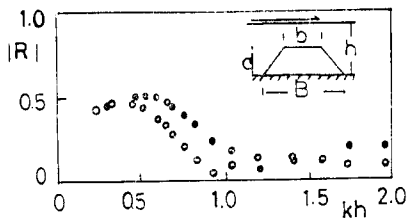


그림 10. 사다리꼴 潛堤에서의 反射係數 ($b/h=1.0, d/h=0.7$): • 측벽경사(1:1); ○, 측벽경사(1:2); 本 解析結果

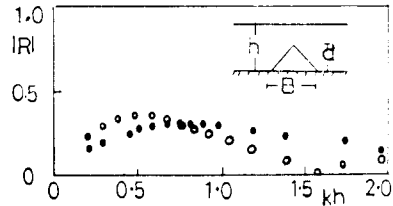


그림 11. 三角形 潛堤에서의 反射係數 ($d/h=0.7$): •, 측벽경사(1:1); ○, 측벽경사(1:2); 本 解析結果

5.3 海溝(trench)에 적용한 경우

海溝에 의한 波의 反射 및 傳達特性에 대해서는 그림 12)~그림 14)에 도시하였다. 대칭 海溝에 대해서 無次元 波數 kh_1 의 값이 海溝水深의 變化에 미치는 영향을 검토하였다. 入射波의 角이 0° 인 경우와 45° 인 경우에 海溝의 幅이 같고 ($L/h_1=10$), 海溝의 水深이 그림 12(a)에서는 $h_2/h_1=2$, 그림 12(b)에서는 $h_2/h_1=3$ 에 對해 각각 적용하였다.

이의 結果는 Kirby 等의 結果⁹⁾와 比較하여 잘 一致함을 보이고 있다.

그림 13(a)와 13(b)에서는 海溝의 幅의 變化에 따른 波의 傳達特性을 나타내도록 하였다.

그림 13(a)에서는 $L/h_1=5.28$ 이고 $h_2/h_1=7.625$ 인 경우에 傳達係數 $|T|$ 와 反射領域에서의 無次元 係數 kh_1 과의 關係를 도시하였는데 그 計算結果는 Lee와 Ayer¹⁶⁾의 研究結果와 比較하여 대체로 잘 一致하고 있다. 相對水深이 變化하는 경우 즉 $h_1=h_3, h_2=7.625h_1$ 그리고 $L/h_1=10.56$ 인 경우에 대해서도 이와 유사한 결과

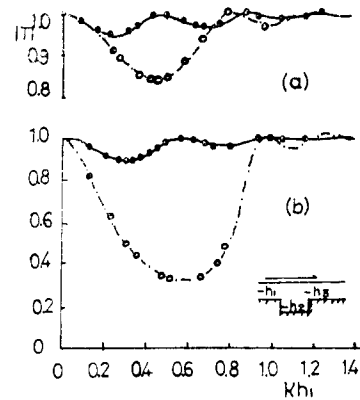


그림 12. 대칭 海溝에서의 傳達係數 (a) $h_2/h_1=2$; (b) $h_2/h_1=3, \theta=0^\circ$, - · - · -, $\theta=45^\circ$, 固有函數展開法(Kirby et al., 1983); $\theta=0^\circ, \theta=45^\circ$, 本 解析結果

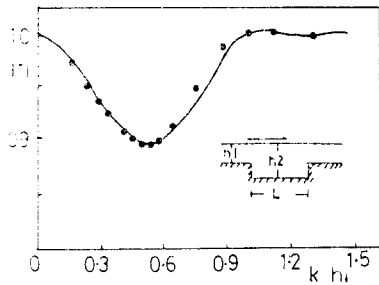


그림 13(a). 대칭海溝에서의 傳達係數
 $h_2/h_1=7.625, L/h_1=5.28$: —, Lee와 Ayer(1981)
 ; •, 本 解析結果

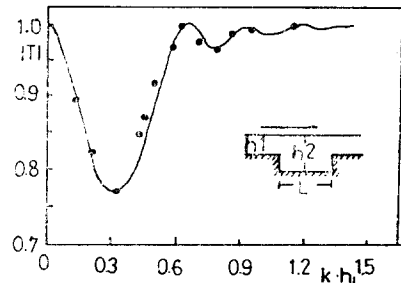


그림 13(b). 대칭海溝에서의 傳達係數
 $h_2/h_1=7.625, L/h_1=10.56$: —, Lee와 Ayer(1981)
 ; •, 本 解析結果

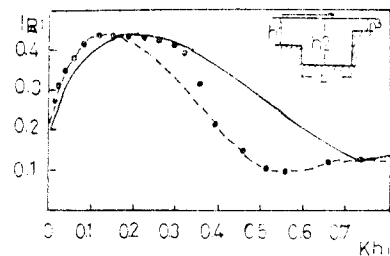


그림 14. 비대칭海溝에서의 反射係數
 $h_2/h_1=2, L/h_1=5, h_3/h_1=0.5; \theta=0^\circ, k=\sigma^2/g$;
 —, 고유함수 전개법(Kirby et al., 1983), ----, FEM
 (Lassiter, 1972); •, 本 解析結果

를 보이고 있다(그림 13(b)).

그림 14에서는 비대칭海溝에 대한 波의 反對特性을 나타내었다. 이때 비대칭 海溝의 水深은 入射波領域의 2 배이고 傳達式 領域의 水深은 入射波 領域의 1/2인 경우에 適用한 結果를 도시하였다.

이 경우 固有函數法²⁾, 有限要素法⁶⁾과 本 解析法 4) 사이의 약간의 차이를 보이고 있다.

6. 結 論

本 研究에서는 境界要素法을 利用하여 불연속 海底地形 變化 領域上에 任意方向으로 入射하는 波에 대한 反射 및 傳達特性을 포텐셜 운동의 境界值 問題로부터 解析하였다. 對象이 되는 領域에서 本 解析法은 有限

要素法에 비해 解析이 간편하고 比較的 적은 數의 節點으로도 滿足할 만한 結果를 얻을 수가 있었다.

境界要素法을 利用하여 波浪을 解析하는 경우 波形과 波高를 직접 구할 수 있는 長點은 있으나 反射係數나 傳達係數는 求해진 波形이나 波高로부터 計算해야 하므로 周期가 큰 경우 이를 求하기가 불편하나 미지 계수에 대한 고유함수 전개법을 利用하여 상단 및 하단경계에 대한 側方向 境界條件을 解析的으로 計算하는 혼성경계요소법¹⁷⁾을 利用하면 反射 및 傳達係數를 직접 구할 수 있을 것이다. 本 연구에서는 海底 바닥 등의 境界에서는 不透過性이라고 생각하였으나 透過性 境界인 경우에도 $\partial\phi/\partial n \neq 0$ 로 고려하면 해석이 가능할 것으로 생각될 뿐만 아니라 本 數值解析 方法을 利用한 數值模擬實驗에 의한 波의 變動에 관한 現象의 特性을 조사하고 이와 관련한 실험적 연구를 계속 수행할 예정이다.

謝 辭

本 연구는 한국과학재단의 1985년도 후반기 연구 지원비에 의한 일련 연구의 중간 결과임을 밝히며 동 재단의 지원에 감사를 드리는 바이다.

참 고 문 헌

1. Miles, J.W., "On Surface-Wave Diffraction by a Trench", J. Fluid Mech., Vol. 115, 1982, pp. 315~325.
2. Kirby, J.T. and Dalrymple, R.A., "Propagation of Obliquely Incident Water Waves over a Trench", J. Fluid Mech., Vol. 133, 1983, pp. 47~63.
3. 井島武士·佐佐木富雄, "潛堤の效果に關する理解的研究", 第18回 海岸工學講演會 論文集, 1971, pp. 142~147.
4. Naftzger, R.A. and Chakrabarti, S.K., "Scattering of Waves by Two-Dimensional Circular Obstacles in Finite Water Depth", J. Ship Res., Vol. 23(1), 1979, pp. 32~42.
5. Bai, K.J., "Diffraction of Obliquely Waves by an Infinite Cylinder", J. Fluid Mech., Vol. 68, 1975, pp. 513~535.
6. Lassiter, J.B., "The Propagation of Water Waves over Sediment Pockets", Ph.D. Thesis, M.I.T., 1972.
7. Brebbia, C.A. "The Boundary Element Method for Engineers", Pentech Press, 1978.
8. 井島武士·吉田明德·北山齊, "斜の入射による潛

- 堤の反射に関する數値解析”, 第29回 海岸工學講演會 論文集, 1982, pp. 418~422.
9. Kirby, J.T.; “*Propagation of Weakly Non-linear Surface Water Waves in Regions with Varying Depth and Current*”, ONR Tech. Rept. 14, Res. Rept. CE-83-37, U. of Del., 1983.
 10. 金聲得, “境界要素法에 의한 微小振幅波의 數値解析(1)”, UOU Report, Vol.16-1, 1985, pp. 41~47.
 11. Newman, J.N., “*Interaction of Waves with Two-Dimensional Obstacles: A Relation between the Radiation and Scattering Problems*”, J. Fluid Mech., Vol.71, 1975, pp. 273~282.
 12. Sommerfeld, A., “*Partial Differential Equations in Physics*”, Academic Press, 1949, pp. 189.
 13. 井島武士, “最近の波浪理論における境界値問題の解法とその應用”, 水工學シリーズ, 71-B-1, 1971.
 14. Smith, R. and Sprinks, T., “*Scattering of Surface Waves by a Conical Island*”, J. Fluid Mech., Vol.72, 1975, pp. 373~383.
 15. Radder, A.C., “*On the Parabolic Equation Method for Water-Wave Propagation*”, J. Fluid Mech., Vol.95, 1979, pp. 159~176.
 16. Lee, J.J. and Ayer, R.M., “*Wave Propagation over a Rectangular Trench*”, J. Fluid Mech., Vol.110, 1981, pp. 335~347.
 17. Liu, P.L-F. and Abbaspour, M., “*An Integral Equation Method for the Diffraction of Oblique Waves by an Infinite Cylinder*”, Int. J. Num. Methods Engrg., Vol. 18(10), pp. 1497~1504, 1982.