

機械的 임피던스法에 의한 船用디젤機關 推進軸系の 合成비틀림振動 計算에 관한 研究

朴 容 男* · 全 孝 重**

A Study on the Calculation of Synthesized Torsional Vibration for the Marine Diesel Engine Shafting by the Mechanical Impedance Method

Y. N. Park, H. J. Jeon

Abstract

Until recently, the calculation of torsional vibration for the marine diesel engine shafting has been performed only for vibratory stresses of resonant points and vibratory stresses for other engine speeds are determined by the estimation.

With the advent of energy-saving engines which have a long stroke and a small number of cylinders, the first major critical torsional vibration of the propulsion shaft appears ordinarily near the MCR speed of engine and the flank of its vibratory stress exceeds now and then the limit stress defined by the rules of Classification Society.

In order to know the above condition in the design stage of propulsion shafting, it is necessary to calculate the forced torsional vibration with the damping of propulsion shafting for all orders and to synthesize its calculated results according to their phase angles.

In this study, the forced torsional vibrations with the damping of propulsion shafting are calculated for several orders by mechanical impedance method, and their results are synthesized. A computer program for above calculations are developed and some test-runs of the developed program are performed for propulsion shaftings of actual ships.

The results of calculations are compared with measured values and also with those of the modal analysis method. They show fairly good agreements and the developed program is checked up on its reliability.

* 正會員, 韓國海洋大學 大學院

** 正會員, 韓國海洋大學 教授

1. 序 論

1970年代 2次에 걸친 油類波動 以後 經濟的 推進裝置에 대한 要求가 強力히 擡頭되었으며 그 結果로서 1980年代에 이르러 少數시린더, 超長行程, 靜壓過給을 採擇한 超에너지節約型 機關이 登場하게 되었다. 그러나 이러한 機關은 高過給, 高出력으로 인한 起振力の 增大 및 長行程, 低速으로 인한 固有振動數의 低下 등으로 運轉領域에서의 軸系振動을 增大시키고 從來에는 別로 發生하지 않던 機關本體의 振動과 이로 인한 船體振動까지 誘發함으로써 振動工學的인 側面에서는 오히려 어려움을 加重시키게 되었다.

더구나 從來에는 別로 利用하지 않던 5시린더, 4시린더 機關을 搭載함으로써 1節 4次, 5次의 軸系비틀림振動 共振點이 機關의 MCR 回轉數 보다 若干 높은 곳에서 發生함으로써 이들 振動 기술이 MCR 附近에 出現하게 되고 그의 應力이 船級協會에서 規定한 限界值를 넘는 일이 종종 發生하게 되었다.

따라서 軸系設計 段階에서 이들에 대한 檢討와 推定을 行할 必要가 있으나 지금까지의 方法에 의한 경우 共振點의 應力외에는 알 수 없으며, 또한 強制振動計算을 行할 경우라도 다른 次數의 振動影響은 알 수 없으므로 可能的 限 이들을 位相에 따라 合成한 結果가 必要하다.

本 論文에서는 船用디젤機關 推進軸系의 強制減衰비틀림振動 方程式을 機械的 임피던스법에 의해 計算하고 이들 振動應答을 合成하는 方法을 提示하고자 한다. 또한 船用디젤機關에 직접 利用할 수 있는 電算프로그램을 開發하고 모오드 解析法에 의한 計算結果와 比較를 行한다. 그리고 最終적으로 이 計算의 信賴性을 確認하기 위하여 4시린더 機關을 搭載한 實船의 實測值를 計測하고 計算値와 比較함으로써 이 方法의 妥當性을 檢討하고자 한다.

2. 船用디젤機關 推進軸系의 振動系

2.1 質量慣性 모멘트

船用디젤機關 推進軸系의 비틀림振動을 計算

하는 경우에 있어서 振動系는 크랭크軸, 플라이휠, 프로펠러 등으로 複雜하게 形成되므로 直接 振動計算을 行하는 것은 困難하다. 따라서 動力學的으로 等價인 等價質量으로 置換하여 計算한다. 그러나 等價系로의 置換에 있어 問題가 되는 것은 프로펠러의 附加水質量慣性모멘트이다. 現在 Schuster,¹⁾ Schwanecke,²⁾ Thomsen,^{3), 17), 20)} Burrill-Robson^{3), 17), 20)} 등의 많은 計算式이 있으나 本 論文에서는 材質이 망간黃銅의 경우에는 一般의 方法인 空氣中에서의 質量慣性모멘트의 約 25%를 加算하고 그 밖의 材質인 경우에는 Schuster나 Schwanecke의 式을 利用한다.^{17), 18), 20), 21)}

2.2 減衰係數

船用디젤機關 推進軸系의 強制減衰振動 計算에 있어 가장 不明確한 것이 減衰問題이다. 더구나 各種減衰를 定量的으로 把握하는 것은 不可能하므로 本 論文에서는 機關減衰, 內部히스테리시스減衰, 프로펠러減衰의 세 가지로 大別하고 機關減衰와 프로펠러減衰는 各 質點의 速度에 比例하는 速度比例型, 即 粘性減衰로 보고 各 質點에 直接 作用하는 것으로 다루며 히스테리시스減衰는 隣接하는 質點間의 變位, 即 應力에 比例하는 變位比例型으로 보아 各 質點間에 作用하는 것으로 다룬다. 機關減衰 C_e 에 대해서는 다음 式으로 計算한다.^{9), 17), 21), 23), 24)}

$$C_e = 2EJ\omega \quad (1)$$

여기서 E 는 減衰係數비로서 $E=0.015\sim 0.030$ 이며 一般의인 경우에는 $E=0.025$ 를 取한다.^{9), 17), 18), 21)} 또한 J 는 質量慣性모멘트, ω 는 角振動數이다.

히스테리시스 減衰 C_h 는 變位比例型이며 等價粘性減衰係數로 구하면 다음과 같다.^{12), 14), 17)}

$$C_h = 0.1878441 \times 10^{-2} \frac{K}{\omega} \quad (2)$$

여기서 K 는 剛性係數, ω 는 角振動數이다.

프로펠러 減衰 C_p 는 프로펠러의 瞬間速度에 대한 토크變動率로서 주어지므로 다음 式에 의해 計算된다.^{9), 17), 20)}

$$C_p = \frac{dT}{d\omega} = \alpha \frac{T}{N} \quad (3)$$

여기서 T 는 프로펠러의 토크, N 는 프로펠러의 每分回轉數이다. 보통 α 는 33.5의 값이 많이 이용되고 있다. 한편, 이 값은 프로펠러의 特性에 따라 그 값이 상당히 달라질 수 있으므로 Schuster^{1),17)} Schwanecke^{2),17)}의 公式을 利用하여 計算하기도 한다.

2.3 비틀림 剛性係數

크랭크軸의 비틀림剛性係數의 計算은 그동안 많은 專門家들과 機關製作者들에 의해 經驗式과 理論式이 發表되어 왔다.^{3),17)} 따라서 該當機關에 適合한 機關製作者의 獨自인 式이 있을 경우에는 이를 利用하여 비틀림剛性係數를 구하고 없을 경우에는 經驗式 중에서 大型디젤機關에 適合한 公式을 取하던지 理論式으로 부터 計算한다. 또한 推力軸, 中間軸, 프로펠러軸의 비틀림剛性係數는 影響係數로부터 計算한다.

2.4 起振 토크

推進軸系의 비틀림振動은 크랭크軸系의 機關 토크變動과 프로펠러의 토크變動에 의해 發生한다.

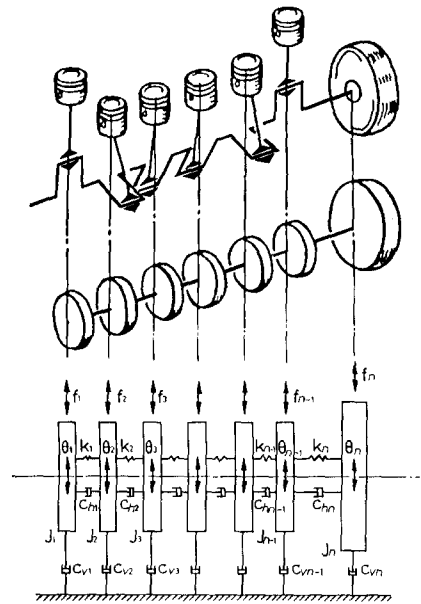
또한 機關토크變動은 汽缸內의 氣壓壓力 및 往復質量 慣性力에 의한 토크으로써 形成되며, 前者는 汽缸內의 氣壓壓力의 指壓線圖로부터 電子計算機를 利用하여 토크線圖를 作成하고 調和分析을 行함으로써 토크 하모닉스係數를 算出하며 後者는 機關要目과 計算式에 의해 求解된다. 더구나 現在 여러 船級協會와 機關製作者社에서 強制振動計算에 쉽게 利用할 수 있는 토크 하모닉스係數를 提示하고 있어 이를 利用하면 便利하다.

프로펠러의 變動 토크에 의한 起振力은 最近에 이르러 그의 理論的 計算方法이 開發되었으나 아직 使用이 자유롭지 못한 狀態이고 機關側 起振力에 비해 比較的 작으며 큰 影響은 미치지 않으므로 單一프로펠러의 경우에는 概略值를 利用하더라도 實用上 支障이 없다. 따라서 一般的인 方法으로서 平均토크에 대한 一定比

率을 取하여 計算한다. 또한 機關側과의 位相關係는 잘 알려져 있지 않으므로 機關側 起振力과 接치는 位相으로 보고 計算한다.

3. 機械的 임피던스法에 의한 合成비틀림振動 計算

3.1 船用디젤機關 推進軸系의 多自由度 強制減衰 비틀림振動 方程式



f : Excitation torque θ : Angular displacement
 J : Moment of inertia K : Spring constant
 C_v : Viscous damping C_h : Hysteresis damping

Fig. 1. Vibration system for marine diesel engine propulsion shafting

디젤機關 推進軸系의 多自由度 強制減衰 비틀림振動系는 Fig. 1과 같이 나타내어지며 이에 대한 多自由度 強制減衰 비틀림振動 方程式을 매트릭스形式으로 쓰면 다음과 같다.

$$[J]\{\ddot{\theta}\} + [C]\{\dot{\theta}\} + [K]\{\theta\} = \{f(t)\} \quad (4)$$

여기서 $[J]$ 는 質量慣性모멘트 매트릭스로서 主對角線에만 값을 갖는 對角매트릭스로 되며 $[C]$, $[K]$ 는 각각 減衰係數 및 비틀림剛性係數 매트릭스로서 正方매트릭스가 된다. 그리고 이

들의 行과 列의 數는 n 自由度の 경우 各各 n 個가 된다. 또한, $\{f(t)\}$ 는 푸리에級數로 表示할 수 있는 任意的 起振力벡터이며 $\{\theta\}, \{\bar{\theta}\}$ 는 비틀림振幅 θ 의 時間 t 에 관한 1次 및 2次 導函數벡터이다.

3.2 機械的 임피던스법에 의한 合成비틀림振動 計算

機械的 임피던스법은 回轉벡터를 利用하는 振動數應答法의 一種으로서 定常應答를 구하고자 할때 利用된다.

(4)式에서 起振力 $\{f(t)\}$ 는 週期的이므로 回轉벡터로 表示하면 다음과 같다.

$$\{f(t)\} = \{f \cos(\omega t + \alpha)\} = \text{Re}\{\bar{f} e^{j\omega t}\} \quad (5)$$

여기서 $\bar{f} = f e^{j\alpha}$, 即 位相差를 包含하고 있는 複素振幅이며 ω 는 起振振動數, α 는 位相角이다.

定常振動만을 取하면 振幅 $\{\theta\}$ 는

$$\{\theta\} = \text{Re}\{\bar{\theta} e^{j\omega t}\} \quad (6)$$

여기서 $\bar{\theta}$ 는 位相差를 包含하고 있는 複素振幅 벡터이다.

(5), (6)式을 (4)式에 代入하면

$$(-\omega^2[J] + j\omega[C] + [K])\{\bar{\theta}\} = \{\bar{f}\} \quad (7)$$

(7)式을 고쳐 쓰면

$$[Z]\{\bar{\theta}\} = \{\bar{f}\} \quad (8)$$

$$[Z] = -\omega^2[J] + j\omega[C] + [K] \quad (9)$$

여기서 $[Z]$ 는 임피던스매트릭스이다.

(8)式을 整理하여 複素振幅變位 $\{\bar{\theta}\}$ 를 구하면

$$\{\bar{\theta}\} = [Z]^{-1}\{\bar{f}\} \quad (10)$$

(10)式에서 임피던스매트릭스 $[Z]$ 의 逆매트릭스 $[Z]^{-1}$ 의 計算은 다음과 같이 行한다.

(9)式에서

$$\left. \begin{aligned} [Z_R] &= [K] - \omega^2[J] \\ [Z_I] &= \omega[C] \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

라고 놓으면

$$\begin{aligned} [Z]^{-1} &= (-\omega^2[J] + [K] + j\omega[C])^{-1} \\ &= ([Z_R] + j[Z_I])^{-1} \\ &= \frac{1}{[Z_R] + [Z_I][Z_R]^{-1}[Z_I]} \\ &\quad - j \frac{[Z_I][Z_R]^{-1}}{[Z_R] + [Z_I][Z_R]^{-1}[Z_I]} \end{aligned} \quad (12)$$

$[Z]^{-1} = [H] - j[L]$ 이라 놓으면

$$\left. \begin{aligned} [H] &= ([Z_R] + [Z_I][Z_R]^{-1}[Z_I])^{-1} \\ [L] &= ([Z_R] + [Z_I][Z_R]^{-1}[Z_I])^{-1}[Z_I][Z_R]^{-1} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

따라서 (10)式은 다음과 같이 된다.

$$\{\bar{\theta}\} = ([H] - j[L])\{\bar{f}\} \quad (14)$$

(14)式과 $\bar{f} = f e^{j\alpha}$ 를 (6)式에 代入하면 振幅 $\{\theta\}$ 는

$$\begin{aligned} \{\theta\} &= \text{Re}\{([H] - j[L])e^{j\omega t}\} \\ &= \text{Re}\{\{\theta_N\} e^{j(\omega t + \beta)}\} \end{aligned} \quad (15)$$

여기서

$$\left. \begin{aligned} \{\theta_H\} &= [H]\{f e^{j\alpha}\} \\ \{\theta_L\} &= [L]\{f e^{j\alpha}\} \\ \theta_N &= \sqrt{\theta_H^2 + \theta_L^2} \\ \beta &= \tan^{-1} \frac{\theta_L}{\theta_H} \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

지금, 船用디젤機關 推進軸系의 起振力을 $f(t)$ 라 하면

$$f(t) = f_k \cos(\omega_k t + \phi_k + \Psi_i) \quad (17)$$

여기서 f_k : k 次의 起振力 하모닉스係數에 의한 起振力

ϕ_k : 基準次數에 대한 k 次起振力 하모닉스係數의 位相角

Ψ_i : 基準시린더에 대한 i 번째 시린더의 着火位相角

ω_k : k 次의 起振力 角振動數

그런데 (15)式은 個個次數에 대한 複素振幅을 意味하므로 合成應答 $\{\theta_{syn}\}$ 은 다음과 같이 表示된다.

$$\{\theta_{syn}\} = \sum_{k=1}^M \text{Re}\{\{\theta_k\} e^{j(\omega_k t + \beta_k)}\} \quad (18)$$

따라서

$$\{\theta_{syn}\} = \sum_{k=1}^M \{\theta_k\} \cos(\omega_k t + \beta_k) \quad (19)$$

여기서 M 은 必要로 하는 모든 次數의 數 結局 MCR의 0.2~1.2倍 範圍의 모든 回轉數에 대해 1次부터 必要한 次數까지 各 質點에 대해 (15), (16), (19)式에 대한 電算프로그램을 作成하여 合成應答를 구하게 된다.

4. 機械的 임피던스법에 의한合成 비틀림振動的 電算프로그램

4.1 電算프로그램 作成에 있어서의 留意事項

本 프로그램은 FORTRAN IV에 의해 作成되었으며 利用할 수 있는 電子計算機가 FACOM U-300이기 때문에 容量에 있어 制限을 받을 수 밖에 없었다. 따라서 다음 事項에 留意하였다.

1) 計算對象

本 프로그램은 大形 2行程 船用디젤機關을 對象으로 하였으며 시린더數는 單氣筒機關에서 8氣筒機關까지 許容토록 하였다. 따라서 그 以上の 시린더數를 갖는 機關일 경우에는 Dimension을 擴張하여야 한다.

2) 入力資料

質量과 剛性は 別途로 計算하도록 하였으나 減衰係數計算은 電算프로그램內에서 遂行토록 하였다. 토오크 하모닉스係數는 B&W型 機關인 경우와 Sulzer型 機關인 경우에 該當 機關製作 會社의 토오크 하모닉스係數를 利用할 수 있도록 프로그램을 作成하였다. 또한 往復慣性토오크 하모닉스係數는 往復質量과 連接棒比만 주어지면 計算되도록 하였다.

3) 平均有效壓력과 機關出力

2行程 大形디젤機關의 경우 指示平均有效壓력의 最高값은 現在 16 kg/cm²을 超過하지 않으므로 最高값을 16 kg/cm²로 하였고 MCR 以上에서는 一定한 것으로 보았다. 그리고 平均有效壓력은 回轉數의 제곱에 比例하는 것으로 하였으나 機關製作者들이 提供하는 하모닉스係數를 利用할 경우에는 그에 따르는 平均有效壓력을 算定하도록 하였다. 또한, 機關出力은 回轉數의 3乘에 比例하는 것으로 보고 計算하였다.

4) 附加應力

各 質點間의 附加應力은 隣接質點間의 變位差 중에서 最大値에 剛性を 곱하고 그 點의 極斷面

係數로 나눔으로써 구한다.

本 프로그램에서는 MCR의 0.2~1.2倍 範圍의 모든 回轉數에 대해 各 軸에 대한 應力을 計算하도록 하였다.

4.2 電算프로그램의 플로우 차트

- (1) 入力資料를 읽는다.
- (2) 剛性 매트릭스를 作成한다.
- (3) 質量 매트릭스를 作成한다.
- (4), (11) 機關의 上限回轉數와 下限回轉數間을 每回轉마다 計算을 遂行한다.
- (5) 慣性力을 計算한다.
- (6), (7), (8) 모든 次數들에 대해 強制振幅 및 位相을 計算한다.
- (9) 合成應力을 計算한다.
- (10) 結果를 印刷하고 圖形化한다.

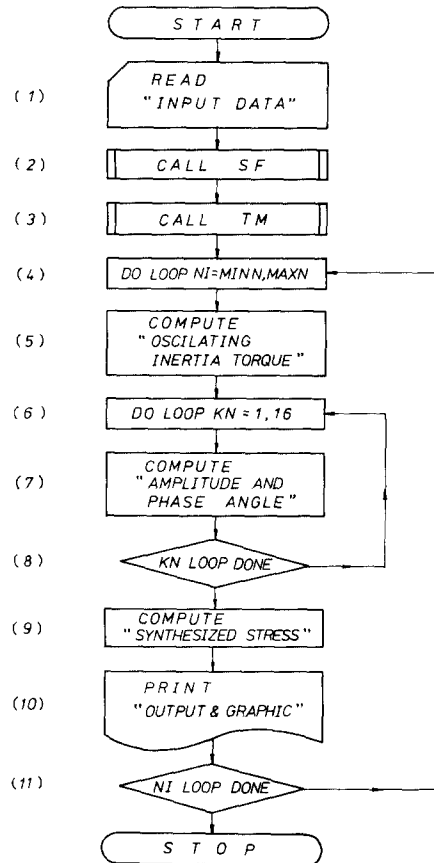


Fig. 2. Flow-chart

5. 船用디젤機關 推進軸系의 計算例

着 火 順 序 : 1-3-2-4

中 間 軸 : 710 mmφ×7380 mm L×1

프 로 펠 러 軸 : 800 mmφ×7160 mm L

5.1 供試 디젤機關과 軸系要目

1) 機關 및 軸系要目

機 關 形 式 : Hyundai B&W 4L80 MCE

시 린 더 數 : 4

시 린 더 直徑×行程 : 80 cm×259.2 cm

連 接 棒 比 : 0.415

往 復 動 重 量 : 12413 kgf/Cyl.

連 續 最 大 出 力 : 12800 bhp×83 rpm

指 示 平 均 有 効 壓 力 : 14.25 kgf/cm²

2) 프로펠러 要目

直 徑 : 740 cm

날 개 數 : 4

피 치 比 : 0.82

展 開 面 積 比 : 0.47

材 質 : Ni-Al-Br

質 量 慣 性 모 멘 트 (附加水包含) : 813,092.7 kg·cm·sec²

3) 計算資料

NO.	ITEM	MASS MOMENT OF INERTIA (KG. SEC ² . CM)	SHAFT STIFFNESS (CM. KG/RAD)
1	FLANGE+M.C	0.8875631E 05	0.267074E 11
2	CYL. 1	0.3411824E 06	0.346585E 11
3	CYL. 2	0.3411824E 06	0.346585E 11
4	CYL. 3	0.3411824E 06	0.346585E 11
5	CYL. 4	0.3411824E 06	0.286442E 11
6	CHAIN DR.	0.1631702E 06	0.225280E 11
7	TURN WHEEL	0.2632007E 06	0.290609E 10
8	FLANGE	0.2007750E 05	0.533293E 10
9	PROPELLER	0.8130927E 06	

*M.C: MOMENT COMPENSATER

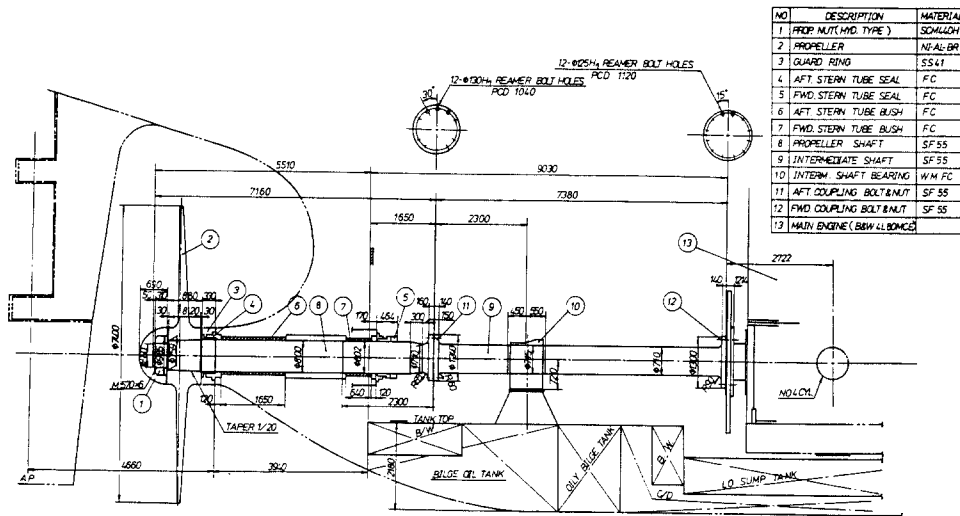


Fig. 3. The arrangement of the propulsion shafting (4L80MCE)

5.2 合成振動應力 計算結果

連續最大出力 回轉數의 0.2~1.2倍 範圍의 모든 回轉數에 대해서 1次부터 16次까지 求한 合成應力을 Fig.4에 보인다.

5.3 實測值와 計算結果值의 比較檢計

計算值와 實測值를 比較하기 위하여 本船 試運轉時에 中間軸에 스트레인 게이지를 附着하여 비틀림應力을 實測하였다.

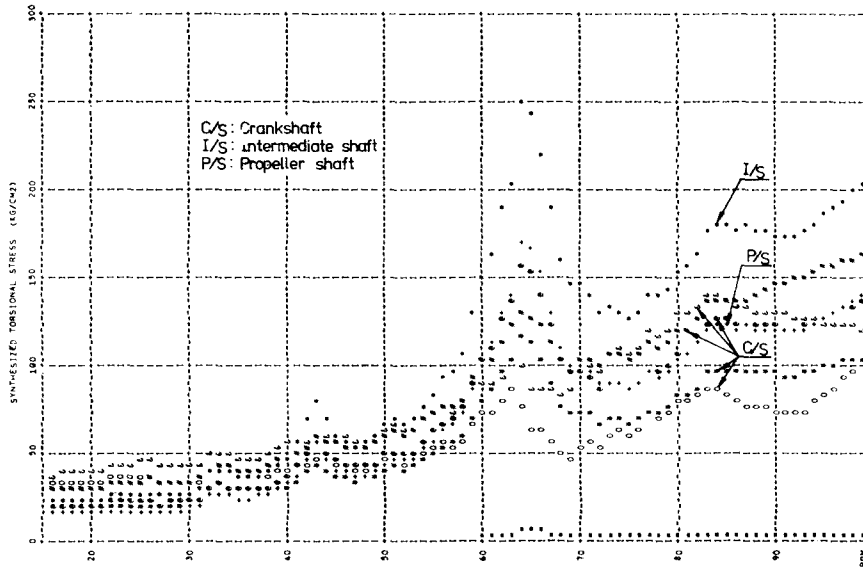


Fig. 4. Calculated values of synthesized torsional stress (4L80MCE)

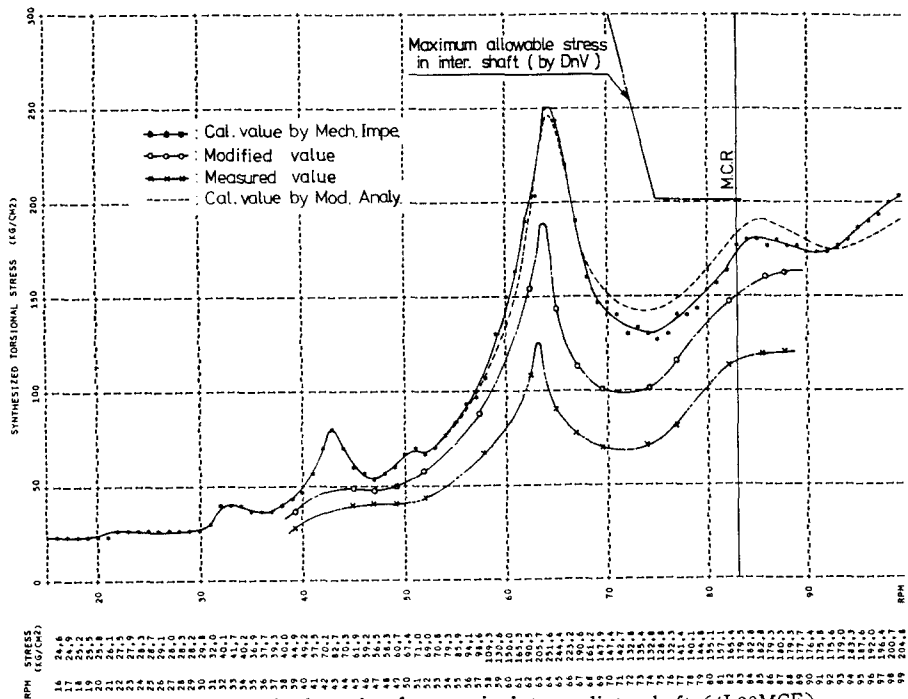


Fig. 5. Synthesized torsional stress in intermediate shaft (4L80MCE)

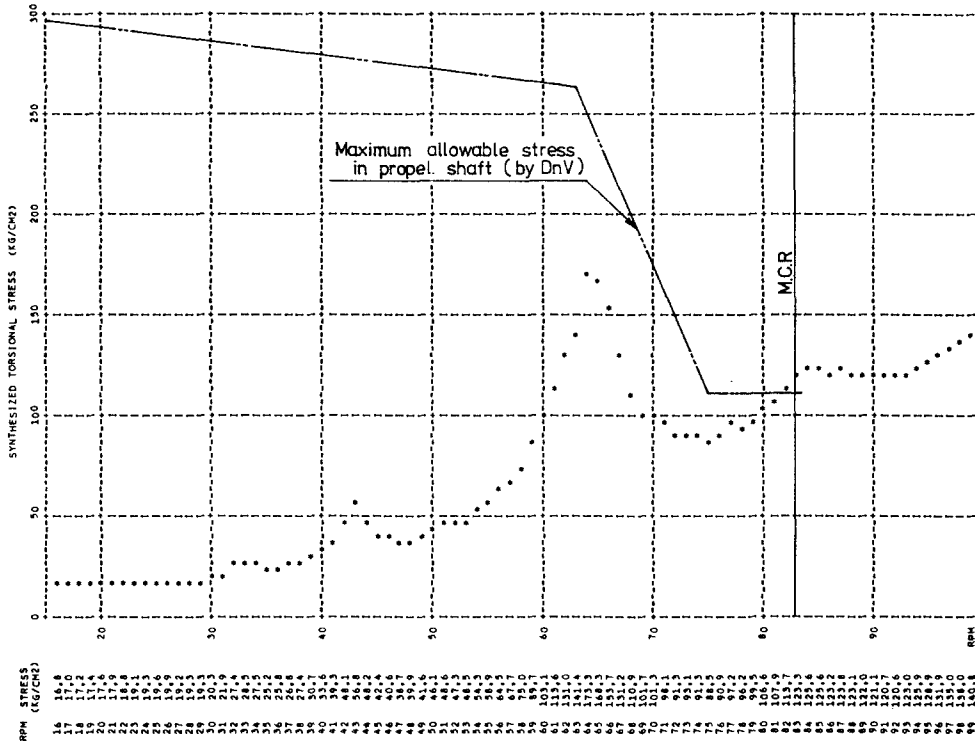


Fig. 6. Synthesized torsional stress in propeller shaft (4L80MCE)

中間軸에 대한 計算結果와 實測值를 Fig. 5에 보인다. Fig. 5를 보면 計算結果와 實測值의 動向은 거의 같으며 實測時에 回轉數間隔을 더욱 많이 하여 實測하였다면 보다 더 잘 一致할 것이다. 그러나 計算結果와 實測值는 差異가 있다. 이것은 스트레인 게이지를 軸系에 附着할 때 節點位置를 正確히 計算하여 붙이지 못한 結果로 생각되며, 節點 位置의 應力으로 修正하면 實測의 값에 보다 더 接近된다. 共振點이 計算結果에서는 64 RPM에서 나타났으며 實測值는 63.5 RPM에서 發生하였다.

Fig. 6은 프로펠러軸에 대한 計算結果를 보여주고 있다.

本船 關聯船級協會인 노르웨이 船級協會의 規程에 適用해 보면 Fig. 5와 Fig. 6에서 보이는 것처럼 中間軸의 應力은 振動許容值 以內에 있으며 프로펠러軸의 應力은 最大連續出力回轉數附近에서 약간 超過하고 있으나 大體로 滿足스런 結果를 보여주고 있다.

6. 機械的 임피던스法과 모오드 解析法의 比較

同一機關에 대해 機械的 임피던스法과 모오드 解析法에 의한 結果를 比較하면 다음과 같다.

1) 正確度

計算結果는 거의 같게 나타났으며 高出力領域에서 약간의 差異를 보였다. 따라서 두 가지 方法은 같은 正確度를 갖는 것으로 본다.

2) 資料處理 難易度

入力資料의 處理는 같은 資料를 使用하므로 同一하나 出力은 모오드 解析法이 固有振動數와 比振幅이 計算되기 때문에 보다 더 優秀하다.

3) 計算時間 및 計算機容量

利用할 수 있는 電子計算機가 FACOM-U 300 이었으므로 計算時間이 相當히 所要되었다. 앞의 計算例에 있어 計算結果 및 印刷에 모오드

解析法에서는 31분이 所要되었고 機械的 임피던스法은 30분이 所要되었다. 그러나 計算容量에서는 機械的 임피던스法이 모오드 解析法에 비해 相當히 節約되었다. 더구나 電子計算機의 容量이 작았기 때문에 機械的 임피던스法에서 遂行된 Dimension으로 모오드 解析法의 計算은 遂行되지 못하였으므로 많은 Dimension을 줄여야만 했다.

7. 結 論

지금까지 船用디젤機關 推進軸系의 合成비틀림振動을 計算하고 電算프로그램을 開發한 結果 다음의 結論을 얻었다.

1) 大形 2行程, 少數시린더機關을 塔載하는 船舶에 있어 MCR 近傍에 나타나는 비틀림 共振기승의 影響에 의한 振動應力을 軸系設計段階에서 推定할 수 있게 됨으로써 보다 合理的인 推進軸系 設計와 機關使用禁止區域 設定이 可能하게 되었다.

2) 船用디젤機關 推進軸系의 合成비틀림振動의 計算에 있어 모오드 解析法과 機械的 임피던스法은 비슷한 特性을 가지며 計算結果는 前者가 所要計算機容量에서는 後者가 보다 더 良好하다.

3) 實測結果와 計算結果의 比較에 있어 그의 傾向은 잘 一致하였으나 絕對値는 差를 보이고 있다. 이는 計測位置選定の 잘못으로 생각되며, 今後 보다 合理的인 測定位置 選定을 통한 實測結果와의 比較檢討가 必要하다.

本 論文에서 開發한 電算프로그램은 實用성이 매우 높아 船舶設計에 도움이 될 것으로 思料되며 船級協會의 承認用으로도 利用할 수 있을 것이다.

參 考 文 獻

1. Schuster S., Über den Einfluss des Propellers und die Längs- und Dreh-schwingungen in der Wellenleitung, Schiff und Hafen Jahrgang 13, H. 6, S. 498, 1961.
2. Schwanecke H., Gedanken zur Frage der

- hydrodynamischerregeten Schwingungen des Propellers und Wellenleitung, STG Jahrbuch, B. 57, S. 252, 1963.
3. BICERA, Handbook of Torsional Vibration, Cambridge Press, 1958.
4. Misuru M., et al., Journal of the Marine Engineering Society in Japan (in Japanese), Vol. 13, No. 1, pp. 27-42, 1985/3.
5. Timoshenko S., Vibration Problems in Engineering, 4th Ed., John Wiley & Sons, 1974.
6. Den Hartog J. P., Mechanical Vibrations, 4th Ed., McGraw-Hill book Co, 1956.
7. Francis S. Tse, Mechanical Vibrations, Theory and Applications, 2nd Ed., Allyn and Bacon Inc., 1963.
8. Thomson W. T., Theory of Vibration with Applications, 2nd Ed., Prentice-Hall Inc., 1981.
9. Michael P. Blake, et al., Vibration and Acoustic Measurement Handbook, Spartan Books, 1972.
10. Shan S. Kuo, Computer Applications of Numerical Method, Addison-Wesley, pp. 176~241, 1972.
11. Ralph J. Harker, Generalized Methods of Vibration Analysis, John Wiley & Sons, pp. 156~180, 1983.
12. Ahid D. Nashif, et al., Vibration Damping, John Wiley & Sons pp. 117~188, 1985.
13. Harter D. J., Matrix Computer Methods of Vibration Analysis, 1st Ed., London Butterworths, 1973.
14. Lazan B. J., Damping of Materials and Members in Structural Mechanics, Pergamon Press, 1968.
15. R. E. D. Bishop, et al., The matrix Analysis of Vibration, Cambridge University Press, 1979.
16. 全孝重. 機械力學, 釜山, 太和出版社, 1982.
17. 全孝重, 船用디젤機關 推進軸系의 減衰強制 비틀림振動 解析에 관한 研究, 韓國船用機關學會誌 第4卷 2號, pp. 4, 1980.
18. 金義玢·全孝重, 逐次近似法에 의한 디젤機關推進軸系의 비틀림振動 計算의 電算프로그램

- 림開發에 관한 研究, 韓國船用機關學會誌 第4卷 1號, 1980.
19. 金在道·全孝重·金榮滿·王之錫, 船舶推進軸系の 強度計算에 관한 研究, KR Rep. 81-J3, 1982.
 20. 金極天·全孝重, 推進軸系振動, 大韓造船學會, 1974.
 21. 李康福·全孝重·南青都, 모오드解析法에 의한 船用디젤機關 推進軸系の 合成비틀림振動 計算에 관한 研究, 韓國船用機關學會誌 第9卷 2號, 1985.
 22. 赤堀昇, 船用主機關의 ねじり振動, 海文堂, 1966.
 23. 丸山浩一, デイゼル機關の ねじり振動, 日本, 東京, 山海堂, 1961.
 24. 全孝重·津田公一, 船用往復內燃機關軸系縱 ねじり連成自由振動의 理論的解析, 日本船用機關學會誌 第4卷 7號, pp.401, 1969/9.
 25. 全孝重, 船用往復內燃機關軸系縱 ねじり連成強制振動의 理論的解析, 日本船用機關學會誌 第5卷 3號, pp.217, 1970/3.
 26. 富山修, 內燃機關의 ねじり振動と 疲れ強さ, 日本, 東京, コロナ社, 1965.
 27. 高須 續·林 潤一, 往友スルザー船用低速ディーゼル機關의 振動, 內燃機關, Vol. 23, No. 300, p. 64, 1984/11.