任意의 境界條件을 갖는 鐵筋 콘크리트 斜板의 解析

An Analysis of the R/C Skew-Plates With Arbitrary Boundary Conditions

趙 顯 榮* · 曺 鎭 久**
Cho, Hyun Young · Cho, Jin Goo

Summary

This study was carried out to investigate mechanical characteristics of the uniformly loaded skew-plate at 4 kinds of boundary condition ; i) all edges are clamped (BC-1),ii) all edges are simply supported (BC- 2), iii) two opposite edges are clamped and the other two edges are free (BC-3), and iv)two opposite edges are simply supported and the other two edges are free (BC-4). Various skew angles, 0°, 10°, 15°, 30°, 40°, 45°, and 60, of the plate were tested for the above boundary conditions. Resutts obtained from the study are summarized as follows ;

1. The lateral displacement at the center of a skew- plate was decreased as the skew-angle increased at all of the boundary conditions. The decrements of the conditions of BC-3 and BC-4 were considerable. And, difference of the displacement between the boundary conditions was decreased as the skew—angle was increased.
2. $\overline{X}$-moments (to the $\overline{Y}$-axis) at the center of a skew- plate and the minimum principal moments were shown as a similar pattern of change with respect to the skew-angle variation between BC-1 and BC-2 and betwen BC-3 and BC-4, and the pattern of change at the conditions of BC-3 and BC-4 were shown higher rates than those for the conditions of BC-1 and BC-2
3. $\overline{Y}$-moments (to the $\overline{X}$- axis) at the center of a skew-plate and the maximum principal moment were decreased as the skew-angle increased in a similar pattern at all of the boundary conditions.
4. $\overline{X}$-moments at the obtuse angle side of a skew-plate were shown as a parabolic pattern of change (frist increased after then decreased) as the skew-angle increased, and a skew-angle resulting the maximum absolute moment was depended on the boundary conditions.
5. $\overline{Y}$-moments at the obtuse angle side of a skew-plate were affected by the skew-angle much more at the boundary condtions of BC-2 and BC-4 than at the conditions of BC-1 and BC-3.
6. Maximum principal moments at the obtuse angle side of a skew-plate at the skew angle of 40°-45° were resulted almost the same value at all of the boundary conditions .

* 全南大學校 農科大學
** 釜山大學校 工科大學

Ⅰ. 序 論

任意의 境界條件을 갖는 斜板은 解析時 數學的 어려움이 있음에도 불구하고 現代 構造物에서 많이 利用되고 있다.

例를들면, 橋梁이나 建築物의 바락슬랩 또는 비행기의 날개 等에서 斜板이 利用되고 있음을 볼 수 있다. 板 解析의 古典的 理論은 Kirchoff-Love의 假定에 근거를 두고 있으며 이것의 物理的 意味는 板이 無限한 剪斷剛性을 갖는 것을 뜻하며 여기에는 剪斷變形의 影響을 考慮할 수가 없다. 한편 Timoshenko는 剪斷變形의 影響을 考慮할 수 있는 理論을 展開한 바 있으며 Tene는 이 理論을 쉘 構造物에 適用한 바 있다[14]. 여기서 板理論의 古典的 假定은 Bernoulli의 假定으로 代置되었다. 이 假定은 본 論文에서 自然座標系의 使用과 함께 斜板의 解析에 適用된다. 一般的으로 斜板의 擧動에 影響을 미치는 支配的 因子로는 斜角의 크기, 邊長比, 境界條件 및 荷重의 狀態 等이 있다. 筆者는 等分布 荷重을 받는 4邊 固定 斜板이 斜角의 크기 및 邊長比에 따라 그의 力學的인 擧動이 어떻게 달라지는가를 이미 報告한 바 있다[17,18]. 여기서는 任意의 境界條件을 갖는 斜板의 擧動 特性을 究明하고져 한다.

Ⅱ. 解析方法

본 論文에서의 解析方法은 筆者가 이미 報告한 바 있는 文獻(16 및 17)과 同一하다. 즉 任意의 境界條件을 갖는 斜板은 8－節點 아이소파라메트릭 平板要素[2]로서 離散化되었으며 要素의 定式化에는 Mindlin의 板理論이 採用되었다. 또한 여기서 使用된 컴퓨터 프로그램은 1개의 主프로그램과 16개의 副프로그램으로 構成되어 있으며 그의 全體的인 흐름은 文獻(16)과 同一하며 다만 基本的인 入力데이타만 變化시켰다.

Ⅲ. 解析例 및 考察

앞에서 說明한 프로그램을 使用하여 Fig. 1과 같은 R/C斜板에 等分布 荷重이 作用하는 경우 境界條件을 달리하여 解析하였으며 이때 使用된 諸係數는 다음과 같다.

E_c=240,000kg/cm² : 콘크리트의 彈性係數
ν_c=0.17 : 콘크리트의 포아손比
σ=2,500kg/m³ : 콘크리트의 自重
t=30cm : 斜板의 두께
q=500kg/m² : 斜板에 作用하는 分布荷重

要素의 分割은 Fig. 1과 같으며 이때 境界條件은 4邊固定(BC-1), 4邊單純支持(BC-2), 對應되는 2邊固定 다른 2邊自由(BC-3) 및 對應되는 2邊單純支持 다른 2邊自由(BC-4)의 4경우로 하였으며 이들 各各의 境界條件에 대해서 斜角의 크기를 0°, 10°, 15°, 20°, 30°, 40°, 45° 및 60°의 8경우로 하였다.

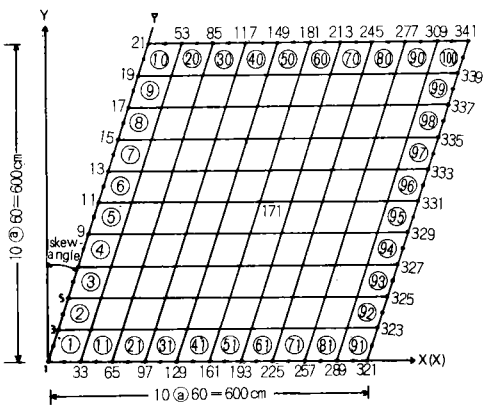

Fig. 1. Geometry of R/C skew-plate and mesh generation

1. 鉛直變位 特性

斜板의 中央에서의 鉛直變位를 圖示하면 Fig. 2와 같다.

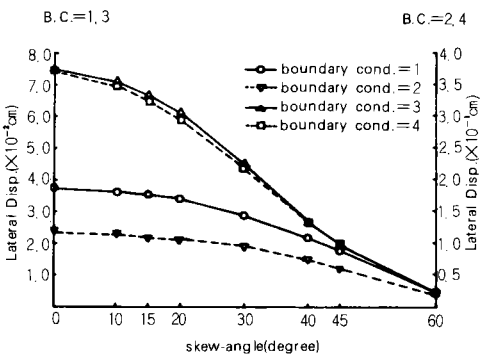

Fig. 2. Lateral displacement in central region

各 境界條件에서 斜角의 增加에 따른 斜板 中央의 鉛直變位는 BC-3 및 BC-4의 경우가 BC-1 및 BC-2의 경우에서 보다 變位의 減少현상이 현저하게 나타났으며 4邊에서 支持된 BC-1 과 BC-2 의 差異보다는 2邊에서 支持된 BC- 3 과 BC- 4 의 差異가 훨씬 작게 나타났다. 中央鉛直變位의 크기는 BC- 4 >BC- 2 >BC- 3 >BC- 1 이었으며 特히 4邊單純支持(BC- 2) 斜板보다는 오히려 對應되는 2邊이 固定된 (BC- 3) 斜板에서의 鉛直變位가 작게 일어났다. 全般的으로 斜角의 增加에 따라 中央의 鉛直變位는 모든 境界條件에서 점차 減少되었으며 特히 斜角 60°의 경우 BC- 1 과 BC- 3 이 그리고 BC- 2 와 BC-4 가 거의 同一한 變位를 나타내고 있어 支持邊의 數와는 關係가 없고 拘束狀態의 영향을 받고 있음을 알 수 있었다.

2. 모멘트의 變化

任意의 境界條件을 갖는 斜板의 中央部, 鈍角部 및 銳角部에서의 모멘트의 變化를 圖示하면 Fig. 3. Fig. 4 및 Fig. 5 와 같다.

먼저 中央部에서의 $\bar{X}$ - 모멘트($\bar{Y}$軸에 關한 回轉 모멘트)의 경우 斜角의 增加에 따라 4邊支持의 경우(BC-1 및 BC-2)는 큰 變化가 없이 약간 增加되는 傾向을 보이다가 斜角 45° 以上에서 현저하게 減少되는 傾向을 보였으며 모든 斜角에서 境界條件에 따른 모멘트의 差異가 크게 나타났다. 反面에 BC-3 및 BC-4의 경우는 모든 斜角에서 모멘트는 全般的으로 減少되었으나 境界條件에 따른 差異는 거의 없었다. 즉 $\bar{X}$-

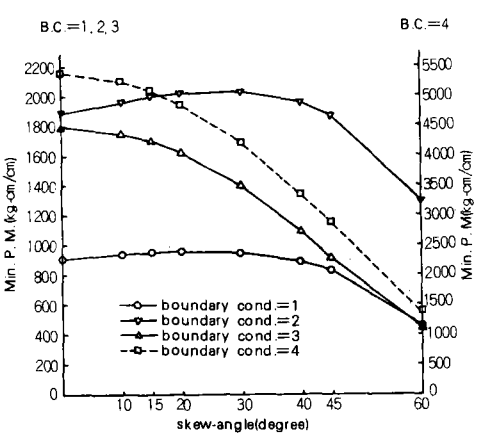

Fig. 3. (a) $\bar{X}$-Moments, central region

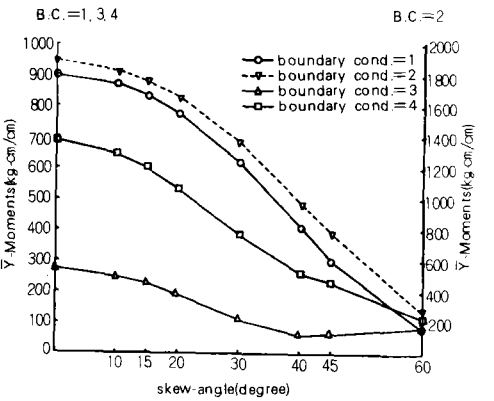

Fig. 3 (b). $\bar{Y}$-Moments, central region

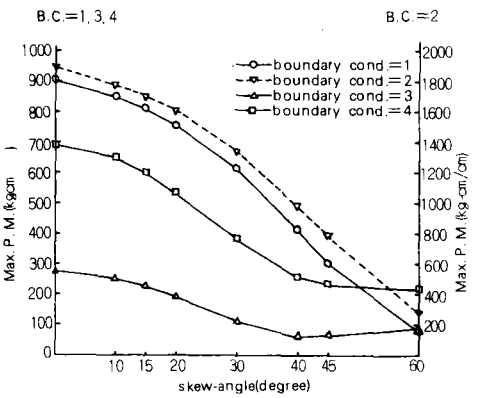

Fig. 3 (c). Max. Principal Moments, central region

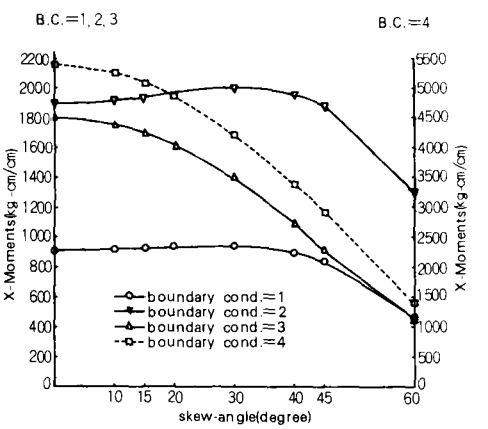

Fig. 3 (d). Min. Principal Moments, central region

모멘트의 變化는 各 境界條件에서 斜角이 增加함에 따라 BC-1 및 BC-2가 그리고 BC-3 및 BC-4가 各各 類似한 傾向을 보였으며 이때 2邊支持의 경우(BC-3 및 BC-4)가 4邊支持의 경우(BC-1 및 BC-2) 보다 모멘트의 減少가 더 크게 나타났다. 모멘트의 크기는 BC-4>BC-2>BBC-3>BC-1로 되었다.

$\bar{Y}$-모멘트($\bar{X}$-軸에 關한 回轉모멘트)의 경우 모든 境界條件에서 斜角이 增加함에 따라 全般的으로 減少하는 類似한 傾向을 보였다. 特異한 것은 BC-3의 경우에는 斜角 40° 以上에서 약간 增加傾向을 보였으며 斜角 60°일 경우에는 境界條件에 關係없이 비슷한 값을 나타냈다. 즉 境界條件에 따른 모멘트의 값의 差異가 크게 減少되었다. 모멘트의 크기는 BC-2>BC-1>BC-4>BC-3이었다. 最大 主 모멘트는 $\bar{Y}$-모멘트와 그리고 最小 主 모멘트는 $\bar{X}$-모멘트와 類似한 傾向을 나타냈다.

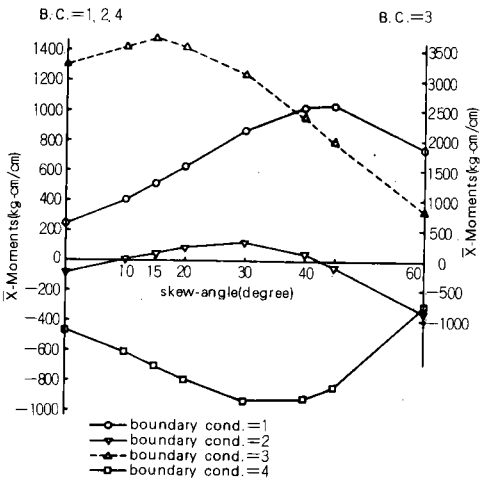

Fig. 4 (a). X-Moments, obtuse-angle region

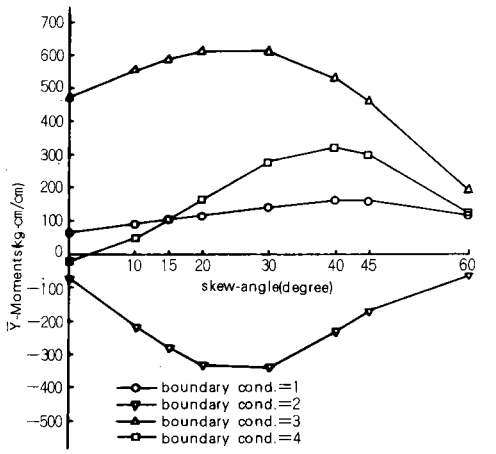

Fig. 4 (b). Y-Moments, obtuse-angle region

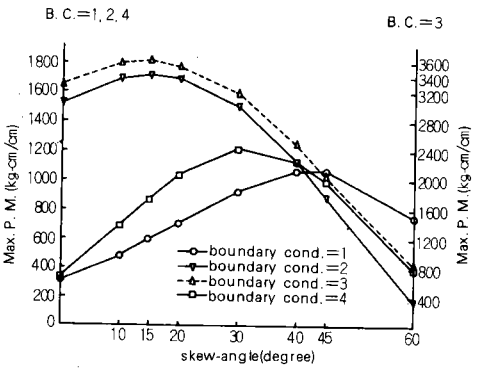

Fig. 4 (c). Max. Principal Moments, obtuse-angle region

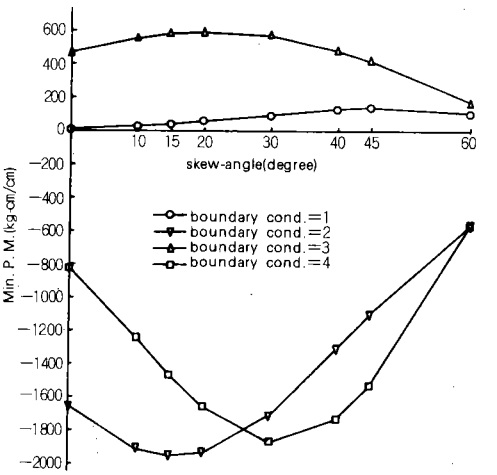

Fig. 4 (d). Min. Principal Moments, obtuse-angle region

鈍角部에서의 모멘트는 모든 境界條件에서 斜角이 增加함에 따라 약간 增加되다가 다시금 減少되는 傾向을 보였다. 먼저 $\bar{X}$-모멘트의 경우 BC-1은 모든 斜角에서 短形板의 경우 보다 큰 모멘트가 나타났으며 BC-4의 경우에는 斜角 60°일때만 短形板의 경우보다 작게 나타났다. 또한 BC-3에서 斜角 25°以上의 경우에는 短形板의 경우보다 減少되었다. 다만 BC-2의 경우에는 斜角의 크기에 따라 正·負의 모멘트가 交代로 나타나고 있음에 有意해야 한다. 또한 모멘트의 絶

對値가 最大값을 갖는 斜角의 크기는 境界條件에 따라 相異하였다.

$\bar{Y}$-모멘트는 BC-1의 경우에는 斜角에 따른 큰 變化는 없었으나 그 以外의 境界條件의 경우에는 斜角 30~40° 以上에서 상당한 값의 增減現象을 볼 수 있었다. 特히 BC-4의 경우에는 斜角 0°일때 鈍角部에 大端히 작은 모멘트가 發生되지만 斜角의 增加에 따라서 相當히 큰 모멘트가 發生되었다.

最大 主 모멘트의 경우 BC-2 및 BC-3이 그리고 BC-1 및 BC-4가 各各 類似한 傾向을 보였으며 最大 主 모멘트의 크기는 BC-3>BC-2 BC-4>BC-1로 되었으며 特히 斜角 40°~45° 사이에서는 境界條件에 따른 값의 차이가 가장 작게 나타났다. 한편 最小 主 모멘트의 경우는 BC-1 및 BC-3이 그리고 BC-2 및 BC-4가 各各 類似한 傾向을 나타냈지만 特히 斜角에 따른 모멘트의 變化는 BC-2 및 BC-4의 경우 심하게 나타났으며 絶對値의 크기가 最大값이 되는 斜角의 크기는 境界條件에 따라 相異하였다.

銳角部에서의 모멘트의 變化를 圖示하면 Fig.5와 같다.

$\bar{X}$-모멘트의 경우 全般的으로 減少傾向을 나타낸데 反해서 BC-2의 경우만 약간 增加되다가 다시 減少되었다. 모멘트의 크기는 斜角 0°의 경우 以外에는 BC-3>BC-4>BC-2>BC-1로 되었으며 BC-3 및 BC-4에서 모멘트의 變化가 심하게 나타났다. $\bar{Y}$-모멘트의 경우도 $\bar{X}$-모멘트와 類似한 傾向을 보였지만 特히 BC-3의 경우

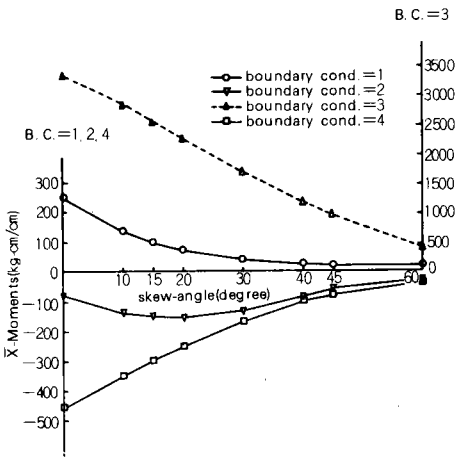

Fig. 5 (a). $\bar{X}$-Moments, acute-angle region

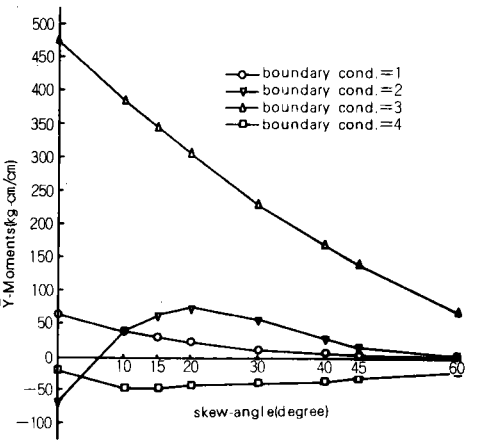

Fig. 5 (b). $\bar{Y}$-Moments, acute-angle region

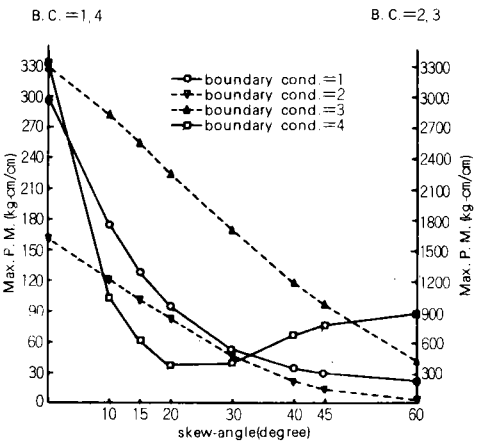

Fig. 5 (c). Max. Principal Moments, acute-angle region

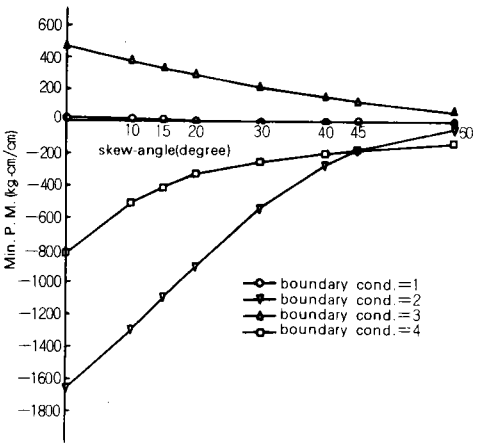

Fig. 5 (d). Min. Principal Moments, acute-angle region

斜角에 따른 모멘트의 變化가 심하게 일어났으며 모멘트의 크기는 BC-3의 경우 가장 크게 나타났다. 最大 主 모멘트는 BC-1, BC-2 및 BC-3의 경우에는 全般的으로 減少되었으며 BC-4의 경우는 減少되다가 斜角 30°부터 다시 增加하였다. 最小 主 모멘트는 모든 境界條件에서 減少傾向을 나타냈으며 絶對値의 크기는 斜角 45° 以下에서 BC-2>BC-4>BC-3> BC-1로 되었으며 BC-2의 경우에 斜角에 따른 모멘트의 變化가 큰 것으로 나타났다. 特히 BC-1의 경우에는 最小 主 모멘트는 거의 零에 가까운 작은 값이었다.

3. 支持辺에의 荷重傳達

斜板에서 境界條件에 따른 各 支持邊에의 荷重傳達을 알아보기 위하여 斜板의 中央部에서 $\bar{X}$-모멘트에 대한 $\bar{Y}$-모멘트의 比를 圖示하면 Fig. 6 과 같다.

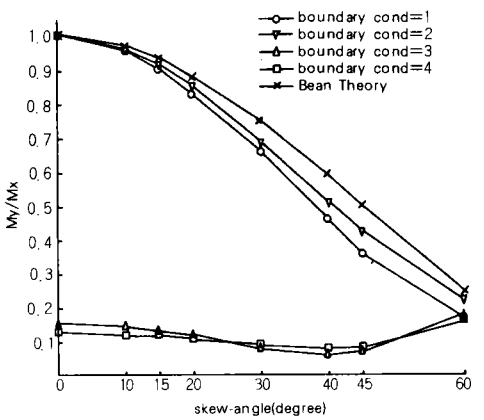

Fig. 6. Ratio of $M_{\bar{Y}}$ to $M_{\bar{X}}$, central region

斜角 45°까지는 모든 境界條件에서 斜角이 增加함에 따라 모멘트比가 減少되고 있으며 斜角 45° 以上으로 되면 BC-3과 BC-4는 약간 증가되는 경향을 보였다. 이것은 斜角이 增加함에 따라 $\bar{Y}$-邊의 길이가 $\bar{X}$-邊의 길이보다 커지기 때문에 大部分의 荷重이 短邊方向으로 傳達됨을 뜻한다. 또한 본 論文에서의 結果를 보 理論에 의해서 구한 結果와 比較圖示하였다.

4. 反力의 分布 特性

斜板의 支持邊에 發生하는 反力의 分布 特性을 알아보기 위하여 鈍角部 偶節點, 銳角部 偶節點 및 $\bar{Y}$-軸上의 中央節點에서의 反力을 圖示하면 Fig. 7 과 같다.

各 境界條件에서 鈍角部 偶節點에서의 反力은

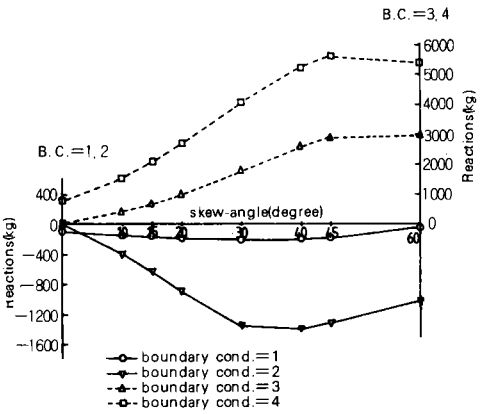

Fig. 7 (a). Reactions, obtuse-angle corner node

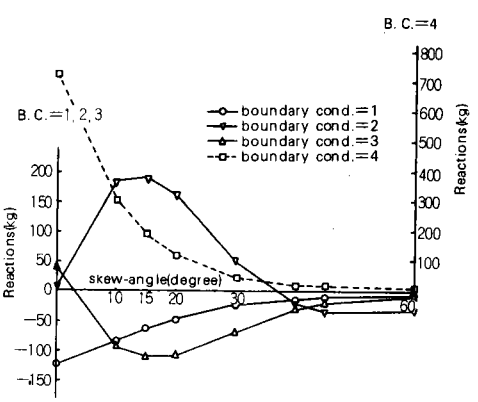

Fig. 7 (b) Reactions, acute-angle corner node

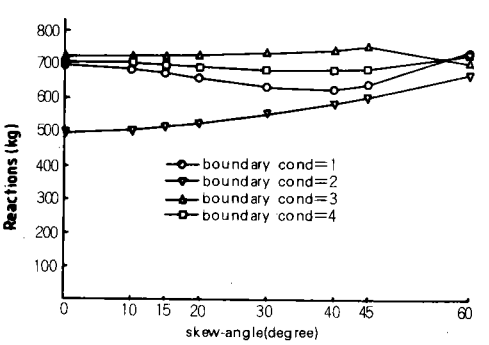

Fig. 7 (c). Reactions, intermediate node on $\bar{Y}$-axis

BC-2, BC-3 및 BC-4의 경우가 斜角에 따른 變化가 크게 나타났으며 BC-1의 경우에 가장 작게됨을 알 수 있다. BC-1 및 BC-2의 경우에는 下向反力이 그리고 BC-3 및 BC-4의 경우에는 上向反力이 發生하였다. 銳角部 偶節點에서의 反力을 보면 BC-1 및 BC-3 그리고 BC-2 및 BC-4가 各各 類似한 傾向을 나타냈으며 斜角 30° 以下에서 反力의 變化가 比較的 크게 나타났다. BC-1의 경우에는 모든 斜角에서 下向反力이 그리고 BC-4의 경우에는 모든 斜角에서 上向反力이 發生되는 한편 BC-3의 경우에는 斜角 0°에서 약간의 上向反力이 發生되고 斜角 10°以上에서는 모두 下向反力이 評價되었다. 그러나 BC-2의 경우에는 斜角 15°까지 反力이 크게 增加되다가 다시 減少되었으며 BC-3의 경우와는 反對로 斜角이 큰 경우에 下向反力에 發生되었다. 이와같은 偶節點에서의 反力의 傾向과는 달리 支持邊의 中央節點에 생기는 反力은 모든 境界條件에서 항상 上向反力으로서 그의 크기도 斜角의 影響을 크게 받지 않고 있음을 알 수 있다.

Ⅵ. 結　論

等分布 荷重을 받는 R/C 斜板에서 境界條件을 4邊固定(BC-1), 4邊單純支持(BC-2), 對應되는 2邊固定 다른 2邊自由(BC-3) 및 對應되는 2邊單純支持 다른 2邊自由(BC-4)인 경우로 하고 이들 各各의 境界條件에 대해서 斜角의 크기를 0°, 10°, 15°, 20°, 30°, 40°, 45° 및 60°로 變化시켰을 경우의 解析例로부터 다음과 같은結論을 얻을 수 있었다.

1. 斜板 中央의 鉛直變位는 斜角의 增加에 따라 減少傾向을 보였으며 特히 BC-3 및 BC-4에서 減少가 크게 나타났으며 4邊에서 支持된BC-1과 BC-2의 差異보다는 2邊에서 支持된 BC-3과 BC-4의 差異가 훨씬 작게 나타났다. 또한 境界條件에 따른 鉛直처짐量의 差異가 점차 減少되었으며 斜角 60°에서는 境界條件에 따른 값의 差異가 거의 없었다.

2. 斜板 中央部에서의 $\bar{X}$-모멘트($\bar{Y}$-軸에 關한 回轉 모멘트) 및 最小 主 모멘트는 BC-1 및 BC-2의 경우 모멘트의 값이 약간 增加하다가 斜角 45° 以上일 경우 현저히 減少하는 反面에 BC-3 및 BC-4의 경우는 全般的으로 減少하였다.

3. 斜板 中央部에서의 $\bar{Y}$－모멘트($\bar{X}$軸에 關한 回轉 모멘트) 및 最大 主 모멘트는 BC-3 의 경우 斜角 45° 以上에서 약간 增加되는 것을 除外하면 모든 境界條件에서 全般的으로 減少하는 傾向을 보였다.

4. 斜板 鈍角部의 $\bar{X}$－모멘트는 斜角이 增加함에 따라 增加되다가 다시 減少하는 傾向을 보였으며 모멘트의 絶對値가 最大값을 갖는 斜角의 크기는 境界條件에 따라 相異하였다.

5. 斜板 鈍角部의 $\bar{Y}$－모멘트는 BC-2, BC-3 및 BC-4의 경우 斜角에 따른 變化가 크게 나타났다.

6. 斜板 鈍角部의 最大 主 모멘트는 BC-2 및 BC-3이 그리고 BC-1 및 BC-4가 各各 類似한 傾向을 나타냈으며 斜角 40°～45°에서 境界條件에 따른 값의 差異가 가장 작게 나타났다.

7. 斜板 鈍角部의 最小 主 모멘트의 경우 BC-1 및 BC-3이 그리고 BC-2 및 BC-4가 各各 類似한 傾向을 나타냈지만 特히 BC-2 및 BC-4에서 斜角에 따른 모멘트의 變化가 큰 것으로 나타났다.

8. 斜板 銳角部의 $\bar{X}$－모멘트는 BC-1, BC-3 및 BC-4가 類似한 傾向을 보였으며 斜角 60° 일 경우 境界條件에 따른 값의 差異가 크게 減少되었다.

9. 斜板 銳角部의 $\bar{Y}$－모멘트는 BC-3의 경우에 斜角에 따른 값의 變化가 크게 나타났다.

10. 斜板 銳角部의 最大 主 모멘트는 BC-1, BC-2 및 BC-3에서 類似한 傾向을 나타냈다.

11. 斜板 鈍角部 偶節點에서의 反力은 BC-2, BC-3 및 BC-4에서 斜角에 따른 값의 變化가 크게 되었으며 BC-1에서 가장 작게 나타났다.

參 考 文 獻

1. B.M.Irons : 1970, A Frontal Solution Program for Finite Element Analysis. Jour. for Numerical Methods in Eng. Vol.2, pp.5–32.
2. E. Hinton and D.R.J. Owen : 1979. Finite Element programming.Academic Press Inc., London .
3. D.N. Buragohain and S.C. Patodi : 1977. Large deflection analysis of skew plates by Lumped Triangular Element Formulation. Computer and Structures, Vol.9, pp. 183–189.
4. Ingvaar H.E. Nilson and Anders Losberg : 19

76. Reinforced Concrete Coners and Joints subjected to bending moment. J. of St. Div., ASCE, Vol.102, No. ST6, pp. 1229–1254.

5. Jan C.Jofriet and Gregory M.Mcneice : 1971. Finite Element Analysis of Concrete Slabs. J. of St. Div., ASCE, Vol.97, No. ST3, pp. 373–806.
6. John B. Kennedy and Davaiath S.R. Gupta : 1979. Bending of Skew Orthotropic Plate Structures . J. of St. Div., ASCE, Vol.210, No. ST8, pp. 1559–1574.
7. Kazuhiko Kawashima, Chiaki Seki, Tates Kajita and Masao Naruoka : 1970. Analysis of points-supported skew plates by Finite Element Method. Poc. of JSCE.,No.184, pp. 33–39.
8. O.C. Zienkiewicz : 1977. The Finite Element Method. McGraw–Hill Book Co. Inc., New York
9. P. Desayi and A. Prabhakara : 1981. Load deflection behaviour of restrained R/C skew slabs. J. of St. Div., ASCE, Vol. 107, No. ST5, pp. 878–888.
10. R. Bares : 1979. Tables for the analysis of plates, slabs and diaphragms. Bauverlag Gmbh. Germany
11. Rudolph Szilard : 1974. Theory and Analysis of Plates. Prentice–Hall Inc., New Jersey
12. Timoshenko, S.P. and Woinowsky–Krieger, s. : 1959. Theory of Plates and Shells. McGraw–Hill Book Co. Inc., New York
13. Timoshenko, S.P. and J.N. Goodier : Theory of Elasticity. McGraw–Hill Book Co. Inc., New York
14. Yair Tene and Izhak Sheinman : 1974. Analysis of Skew Plates with Shear Deformation using Natural Coordinates. J. of Eng. Mech. Div. ASCE, Vol.100, No. EM2, pp.235–249.
15. Masashi Iura and Masaharu Hirashima : 1982. Fourier analysis of Shallow Right Helicoidal Shells. J. of JSCE Vol. 321. pp. 15–21
16. 조진구 : 1983. 탄성지반상에 놓이고 기둥하중을 받는 skew-plate의 해석. 전남대학교 논문집 제28집. pp. 345 – 355.
17. 조진구, 이문수 : 1985. 등분포 하중을 받는 4변 고정인 철근콘크리트 사판의 해석. 한국농공학회지 Vol. 27. No. 3, pp. 76~84.
18. 조진구, 이원준 : 1986. 등분포 하중을 받는 4변 고정인 철근콘크리트 사판의 해석(Ⅱ) 한국농공학회지 Vol. 28. No. 1, pp. 75~82.