경영과학의 응용
제3권, 1986년12월

항만하역의 최적화 모형

포 항 제 철 김 성 철
경영과학연구실 한 재 호

1. 서론

본고는 P사의 최적 원료수급계획의 단계적 의사결정의 마지막 단계인 하역작업에 관한 문제를 다루고자 한다. 이는 적정 재고 Level 의 설정과 이에 기준한 배선작업에 의하여 부두의 경제적 이용을 위한 기초작업은 이루어졌지만 선적항이나 하역항의 문제점이 장시간 지속되어 선적이나 하역이 불가능하거나 선박의 운항일정이 지연되는 등의 돌발사태로 인하여 하역항에 집중입항, 체선방지가 불가능할 경우 기입항된 또는 입항 예정 선박들의 하역순서를조정, 항만의 경제성을 추구하는 과정을 말한다. 분석하려고 하는 P사의 항만은 크게 외항(1부두) 과 내항(2부두)으로 구성되어 있다. 외항은 15만톤급 선박이 접안할 수 있는 선석 1개(신외항)와 10만톤급 선박이 접안할 수 있는 선석 2개로 이루어져 있으며, 내항은 5만톤급 이하의 선박이 접안할 수 있는 선석들로서 이루어져 있다.

원료를 운송하는 선형이 대형화('85년 경우 10만톤급 이상이 59%를 차지)되므로서 수입원료(전체원료의 95-100%) 대부분이 외항에서 하역작업이 이루어지고 있으며 내항에서의 외항선의 하역은 거의 이루어지고 있지 않다. 그러므로 본고에서는 내항은 고려하지 않기로 한다.

현재의 체선의 주요원인을 간단히 살펴보면, 위에서 기술한 선형의 대형화, 선석부족, 집중입항, Yard의 적치능력, 그리고 기상조건 및 장비고장 등을 들 수 있다.

이중 구조적인 집중입항은 배선작업을 통하여 고려되었으며 Yard의 적치능력은 적정재고 Level을 설정하므로서 문제를 해결하였다. 기상조건과 장비고장 등의 제반문제는 본고에서는 제외시키기로 한다. 그러므로 하역작업의 경제성은 고정비용을 제외하면 체선료와 조출료 및 선석이동 비용과 관련된다고 할 수 있다. 각 하역선박은 하역 완료시각(Completion time)과 주어진 하역 마감시간(due date)에 따라서 조출료를 받거나 체선료를 지불하게 된다. 다시 말해서 체선료란 용선계약상 허용된 Laydays 종료 후 하역이 완료된 경우 그 초과 기간에 대하여 선주에게 지급하는 보수금을 말하며 조출료는 그 반대되는 개념을 말한다. 또한 기접안하여 하역이 진행중인 선박은 하역 잔량을 계산하여 타선석에 이동할 수 있는 시점을 찾아내어 선석이동을 시행할 수 있다. 이때에는 선석이동비용(shifting charge)과 선석이동소요시간이 전체 하역작업에 미치는 체선비용과의 상관관계가 고려되어야 한다.

이러한 상황에서 선반의 선석별 배치와 작업순서는 주어진 시스템의 최적화를 추구하는데 있어 긴밀한 관계가 있다. 즉 하역작업의 경제성은 어떤 선박을 선석에 어떤 순서로 할당하는가에 따라 달라질 수가 있다. 그러므로 여기에서는 항만의 주어진 조건하에서 주어진 선박군의 최적 순서를 결정할 수 있는 수학적 model 들을 제시하고자 한다.

2. 전제

주어진 하역작업군(선박군) $J=\{1, 2, \cdots, n\}$가 있고 이 하역작업군은 3개의 부분집합(subset) J_1, J_2, J_3으로 구성되어 있다. J_1에 속하는 하역작업군은 15만톤 선석에 접안할 수 있는 선박의 작업량중 10만톤 선석에 이동을 할 수 있는 하역잔량까지의 하역작업군으로 구성되어 있고, 15만톤 선석에서만이 작업이 가능하다. J_2에 속하는 하역작업군은 10만톤 선석에 이동할 수 있는 하역 잔량들의 군을 의미하며, 이는 15만톤 선석과 10만톤 선석 어느 곳에서나 작업이 가능하다. 그러므로 15만톤 선석에 접안하여야 할 선박은 2개의 하역작업군(J_1과 J_2)에 포함된다.

J_3에 속하는 하역작업군은 처음부터 10만톤 선석에 작업가능한 선박군을 의미한다. 동일 선박이 J_1과 J_2에 포함될 경우에는 즉 15만톤 부두에 접안 가능할 경우에는 작업의 선후관계 (precedence relation, J.A) 즉 $(i, j) \in A$가 성립된다. 다시 말해서 동일 선박의 하역량중 J_1에 속하는 i는 J_2에 속하는 j가 시작되기 전에 작업이 완료되어야 하며, 이때 선석이동 비용 Fj와 15만톤 부두에서 소요되는 선석이동 시간 t_j^1과 10만톤 부두에서 소요되는 선석이동시간 t_j^2가 발생한다.

각각의 하역작업 i에 대하여서는 하역준비완료시간(r_i : ready time, $i \in J_1$, J_3) 하역소요시간(f_i : processing time)과 하역개시시각(S_i : starting time, $i \in J$), 하역마감시각(d_i : due date, $i \in J_2$, J_3), 그리고 하역완료시각(c_i : completion time, $i \in J_2$, J_3)가 존재하고 하역마감시각과 하역완료시각에 따라서 조출료(V_i/단위시간)를 받거나 체선료(W_i/단위시간)를 지불하게 된다. 즉

$$Z_i(C_i) = W_i(C_i - d_i)^+ - V_i(d_i - C_i)^+,\ C_i = S_i + f_i$$

단, $(d_i - C_i)^+ = d_j - c_j \ (d_j - c_j > 0$ 일때$)$

$\qquad 0 \ (d_j - c_j \leq 0$ 일때$)$

$(c_j - d_j)^+ = \ 0 \ (c_j - d_j \leq 0$ 일때$)$

$\qquad c_j - d_j \ (c_j - d_j > 0$ 일때$)$

다시말해서 수행도(performance measure)는 늦음(L_j : Lateness)으로 측정할 수 있다. 늦음이란 하역완료시각(c_j)와 하역마감시각(d_j)의 차를 표시한다. 즉

$$L_j = c_j - d_j$$

이때 $L_j > 0$ 이면 체선료를 지불하고, $L_j < 0$ 이면 조출료를 받게 된다. 그러므로 우리의 목적은 선석이동 비용$+\sum_{i \in J} Z_i(C_i)$를 최소화하는데 있다.

3. 문제의 정식화

위 문제 해결을 위하여 만약 하역작업 i가 선석 j에서 이루어지면 $P_{ij}=1$, 그렇지 않으면 0 이라고 하자. 그러므로 만약 $i \in J_1$이면 $P_{ij}=0$, $P_{i2}=P_{i3}=0$가 되고, $i \in J_2$이면 $P_{ij}+P_{i2}+P_{i3}=1$, $i \in J_3$이면 $P_{i1}=0$, $P_{i2}+P_{i3}=1$이 된다. 두개의 하역작업 i, k에 있어서 만약 $S_i > S_K$이면 $q_{iK}=1$, 그렇지 않으면 0이라고 하자. 이때 $(i, k) \in A$이면 하역작업 k는 하역작업 i가 완료된 후에 수행되어야 한다. 즉

$$q_{ik} = 1$$
$$S_i + f_i + (t_k^1 + t_k^2)\ (P_{k2} + P_{k3}) \leq S_k$$
$$((i, k) \in A\text{이면})$$

가 성립된다.

또한 같은 선석에서 2개의 하역작업의 동시수행이 불가능하므로 $P_{ij}=P_{kj}=1$이면, 하나의 하역작업은 다른 하역작업이 수행되기 전에 시행되어야 한다.

만약 $T = \sum_{i \in J} + \sum_{j \in J_1} (t_j^1 + t_j^2)$라고 하면

$$S_k - S_i \leq q_{ik} \cdot T \qquad i \neq k \ \ i, k \in J$$
$$q_{ik} + q_{ki} = 1 \qquad i < k \ \ i, k \in J$$
$$S_i + f_i - S_k \leq T \cdot (1 - q_{ik} + 2 - P_{ij} - P_{kj})$$
$$j = 1, \cdots\cdots, 3$$
$$i \neq k \ \ i, k \in J$$

다시 말해서 $P_{ij}=P_{kj}=1$, 즉 하역작업 j와 k가 동일선석에서 시행되고 $q_{ik}=1$이면 하역작업 i는 하역작업 k가 시작되기 전에 끝나야 한다.

하지만 하역작업 i와 k가 선후관계, 즉 (i, k)

$\in A$가 있거나, 서로 다른 선석을 사용할 경우, 즉 $i \in J_1$ 그리고 $k \in J_3$ 또는 그 반대에는 위 제약식은 redundant하여 불필요하게 된다.

그리고 하역준비 완료시각(r_i)과 하역개시시각(S_i)에서 다음관계를 성립시킬 수가 있다. 즉,

$$S_i \geq r_i \qquad i \in J$$

그러므로 이미 주어진 목적함수와 더불어 주어진 문제를 다음과 같이 정식화시킬 수 있다.

$$\text{Min} \quad \sum_{j=2}^{3}\sum_{i \in J_i} F_i P_{ij} + \sum_{i \in J_i, J_i} \{W_i (S_i + f_i - d_i)^+ - V^i (d^i - S^i - f^i)^+\}$$

S.t.

$$\begin{array}{ll}
P_{i1}=1,\ P_{i2}=0,\ P_{i3}=0 & i \in J_1 \\
P_{i1}+P_{i2}+P_{i3}=1 & i \in J_2 \\
P_{i1}=0 \quad P_{i2}+P_{i3}=1 & i \in J_3 \\
q_{ik}=1 \quad q_{ki}=0 & \\
S_i+f_i+(t_k^1+t_k^2)\ \ (P_{k2}+P_{k3}) \leq S_k \ (i,k) \in A & \\
q_{ik}+q_{ki}=1 & i \neq k \ \ i,k \in J \\
S_k - S_i \leq q_{ik} \cdot T & i<k \ \ i,k \in J \\
S_i+f_i-S_k \leq T \cdot (1-q_{ik}+2-P_{ij}-P_{kj}) & \\
\quad j=1,2,3 \quad i \neq k,\ \ i,k \in J & \\
\quad i \in J_1\text{이고 } k \in J_2\text{이며 } (i,k) \in A\text{이거나} & \\
\quad i \in J_1\text{이고 } k \in J_3\text{이면 제외} & \\
S_i \geq r_i & i \in J_1,\ J_3 \\
P_{ij}=1\text{이나 } 0,\ q_{ij}=1\text{이나 } 0 \text{ 그리고} & \\
\quad S_i \geq 0 \quad i \in J &
\end{array}$$

그러므로 고려되는 최적하역 모형은 $J^2+2J_3-J_1 \cdot (1+2J_3)$의 변수와 $\frac{J_3}{2}(9J-1)+J_1(13J_1-10)$의 방정식과 부등식을 갖는 혼합 정수법으로 해결될 수 있다.

실질적 해를 구하기 위하여 목적함수는 다음과 같이 변형될 수 있으며, 거기에 수반되는 제약함수를 표시하면

$$\text{Min} \quad \sum_{j=2}^{3}\sum_{i \in J_i} F_i P_{ij} + \sum_{i \in J_i J_i} \{W_i y_i^+ - V_i y_i^-\}$$

$$\text{s.t.} \quad S_i + f_i - d_i = y_i^+ - y_i^-$$

$$y_i^+,\ y_i^- \geq 0 \qquad i \in J_2,\ J_3$$

와 같이 표시할 수 있다.

4. 동적계획의 접근

먼저 고려되는 특수한 경우는 하나의 선석, 예를 들면 15만t선석만을 고려할 경우이다. 이때는 물론 선석이동은 있을수가 없으므로 조출료와 체선료만이 문제가 된다. 그러므로 우리의 목적함수는 단순히 $\sum_{i \in J} Z_i(C_i)$가 된다. 이러한 특수한 상황에서는 동적 계획법(Dynamic Programming)을 이용하므로써 문제를 더욱 쉽게 해결할 수가 있다.

I를 총 선박의 부분집합이라고 하면 이는 동적 계획법의 어떤 단계(stage) j에서 이미 순서가 정해진 선박의 부분집합 I'와 그단계에서 포함되는 선박 i로 이뤄진다. 따라서 단계 0에서는 하나의 선박도 배치되지 않는 상태이며, 단계 J, 총선박의 수에서는 모든 선박의 순서가 결정되며 최적 하역 순서가 결정된다.

$I'=I-i$라고 하면 단계 j에서 j개의 선박의 총하역시간 $P_I = \sum_{i \in I'} f_i + f_i$가 된다.

G(I)를 선박의 부분집합 I에 포함되는 선박의 최소 하역 비용이라고 하면 G(I)는 다음과 같이 표시될 수 있다. 즉

$$G(I) = \underset{\substack{i \in I \\ i \notin I'}}{\text{Min}} \ Z_i(P_{I'} + f_i) + G(I-i)$$

그러므로 k선박이 배치된 부분집합의 G(I)를 알기 위해서는 k−1 선박이 배치된 G(I')의 값으로부터 단계적으로 계산하여 모든 선박이 배치될 경우의 G(J)의 값이 우리가 원하는 값이다. 주어진 G(J)의 값으로부터 원하는 선박의 하역순서(Sequence)는 역으로부터 도출하여 낼 수 있다.

이때 고려해야 할 총 상태공간(state space)은 J개의 선박이 있을경우

${}_J C_n = 2^J - 1$개가 된다.

위의 해법은 모든 선박이 어떤 기준시점, 즉 t=0일때 모든 하역작업이 가능한 경우를 고려하였다. 실제 문제에 있어서는 하역작업 가능시각은 반드시 동일한 것이 아니다. 즉 $r_i \neq 0$인 경우가 존재하며 이경우 근본적으로 문제가 되는 것은 하역작업을 하지않는 경우(idle time이 있는 경우)와 작업도중 다른 선박으로 작업이 대체(preemption)되는 경우이다. 여기에서는 근본적으로 유휴시간(idle time)을 인정하고 일

단 하역이 시작되면 작업종료시까지 계속하는 경우로 한다. 이때에도 기본적 접근방법은 $r_j = 0$과 같으며 계약조건 $r_j \neq 0$은 단지 상태공간(state space)을 줄여 계산의 수를 줄여주는 역할뿐이므로 더이상의 기술은 생략하기로 한다.

다음은 본래의 문제로 되돌아가기로 한다. 이 경우에는 선후관계(precedence relation)와 작업준비완료시각(ready time)으로 문제가 휠씬 복잡하여 진다. 하나, 앞으로 기술한 동적계획법의 부분적 이용으로 문제를 효과적으로 풀 수 있다.

먼저 첫번째단계(Stage 1)로 15만t 선석을 고려한다. 이 단계에서 우리는 하역작업의 부분집합 J_1과 J_1+J_2의 범위에 속하는 모든 하역작업군의 부분집합 M에 대하여 모든가능한 하역작업순서(Ms : Ms∈M이라 표시하기로 한다. $J_1 \in M \in J_1+J_2$)를 고려한다. 이때 J_1, J_2의 선후관계와 작업준비 완료시각은 상태공간을 줄여주는 역할을 한다. 각각의 순서에 대한 하역비용, $G^1(Ms)$와 그에 수반된 선행작업군의 작업완료 시각을 기억한다.

각각의 하역순서, Ms에 대하여 2단계(Stage 2)를 고려한다. 이는 10만t급 선박이 접안할 수 있는 선석을 취급한다. J에 대한 순서가 고려된 부분집합 Ms의 여집합을 Ms′라 하면 이는 10만t급 선석 2개에 배치된 하역작업군의 합을 말한다. 하나의 선석에 대하여 집합 Ms′의 가능한 모든 부분집합 하역군에 대하여 앞에서 고려된 동적계획법을 이용 선석이동 비용을 포함한 최소비용과 그에 따른 하역순서를 구하면 2선석의 대칭성에 의하여 두 선석의 최소 총비용, $G^2(Ms')$와 하역순서를 구할 수 있다.

그러므로 F(J)를 문제에서 요구하는 최소 하역비용이라 하면

$$F(J) = \min_{\substack{M_s \in M \\ J_1 \in M \in J_1+J_2}} \{G^1(Ms) + G^2(J-Ms)\}$$

로 표시된다.

다시 말해서 최소 하역비용은 다음과 같이 구할 수 있다. 15만t급 선석에서 고려 가능한 각각의 하역순서에 대하여 하역비용과 10만t급 선석에서의 최소 하역비용을 구한다. 그중 가장 적은 총 하역비용이 구하고자 하는 값이 된다.

5. 결론

본고는 P사의 원료 수급에 관한 계량적 모델을 제시함으로써 문제의 규모(Size)와 복잡성(complexity) 때문에 해결이 어려웠던 문제를 단계적 의사결정(hierarchical decision making)에 의해 접근하므로서 현상의 이해와 더불어 실제 응용을 가능케하기 위한 시도의 일환이다. 먼저 고려되어야 할 적정 재고수준의 산정과 배선계획은 향후 기술하기로 하며 컴퓨터의 발전과 더불어 조직적인 문제해결을 위한 계량적 모델을 통한 접근방법의 한 예를 기술하였다.

참 고 문 헌

1. K.R.Baker, Introduction to Sequencing and Scheduling, New York, N.Y. : John Wiley & Sons, INC, 1984.
2. R.W.Conway, W.L.Maxwell and L.W. Miller, Theory of Scheduling, Ontario, Canada : Addison Uesley Publishing Company, Inc., 1967.
3. G.B.Dantzig, Linear Programming and Extentions, Princeton, N.J. : Princeton University Press, 1977.
4. S.E.Dreyfus and A.M.Law, The Art and Theory of Dynamic Programming, New York, N.Y. : Academic Press, Inc, 1977.
5. C.H.Papadimitriou and K.Steiglitz. Combinatorial Optimization, Algorithm and Complexity, Englewood Cliffs, N.J. : Prentice Hall, Inc., 1982.