
 論 文

大韓造船學會誌
 第23卷 第2號 1986年 6月
 Journal of the Society of
 Naval Architects of Korea
 Vol. 23, No. 2, June 1986

천수역에 놓인 2차원 주상체에 수평방향으로 작용하는 동유체력에 관한 고찰

崔 恒 洵*

Hydrodynamic Forces on a Two-dimensional Cylinder in Shallow Water

Hang S. Choi*

Abstract

An analysis is made of hydrodynamic forces acting horizontally on a two-dimensional cylinder, when it is exposed to incident waves and consequently undergoes a swaying motion in shallow water. Applying the method of matched asymptotic expansions the added mass, wave damping and the wave exciting force are obtained in terms of the difference in potential across the cylinder in a simple manner. The potential jump is related to the so-called blockage coefficient which is determined purely from geometry. It is found that the wave damping coefficient can not exceed the blockage coefficient.

1. 서 론

대형선박이나 바이지가 근해에서 하역작업을 할 때 또는 항만에 정박하고 있을 때 부유체 밀면과 해저면 사이의 틈새는 대양에서와는 달리 작다. 한편 근해에 입사하는 해양파나 항만으로 투과해 들어오는 파도 또는 바람에 의하여 항만안에서 발생한 파들의 파장은 수심에 비하여 매우 길므로 이들은 해저면 형상의 영향을 받으며 전파하는 천수파(shallow water wave)의 범주에 속한다.

천수파의 특성은 잘 알려진 바와 같이 수직방향에 따른 물리적 특성의 변화가 매우 적으며 유체입자는 수평방향으로 매우 긴 궤도상에서 운동하게 된다. 따라서 이러한 파를 닮은 부유체에는 수평방향성분의 유체력이 작용하고 부유체는 수평방향 복원력을 지니고 있지 않기 때문에 무시못할 크기의 수평운동을 하게 된다. 한편 부유체의 수평운동을 억제하기 위하여 계류

계를 설치하면 공진을 유발시켜 때로는 매우 큰 손상을 초래한다.

한편 유한수심에 놓인 부유체에 불규칙파가 입사하면 인접하는 두성분의 입사파가 비선형적으로 상호작용하여 2차항의 파들을 발생시킨다. 이 중에서 진동수가 두 입사파 진동수의 차이에 대응하는 파는 파장이 매우 길어 천수파의 특성을 지니게 된다.

본 논문에서는 이에 관련된 가장 기본문제인 천수역에 놓인 2차원 주상체에 작용하는 유체력의 특성을 고찰하고자 한다.

2. 문제의 수식화

Fig. 1에 도시한 바와 같이 중심을 지나는 수직축에 대칭인 임의형상의 2차원 주상체가 천수역에 놓여 입사파를 받아 평형위치를 중심으로 수평운동을 하는 문제를 생각하자. 유체는 이상유체이고 유체입자는 비회전운동을 하며 입사파의 진폭과 수평운동의 진폭은 파

接受日字 : 1986年 1月 31日, 再接受日字 : 1986年 4月 8日

* 正會員, 서울大學校 工科大學 造船工學科

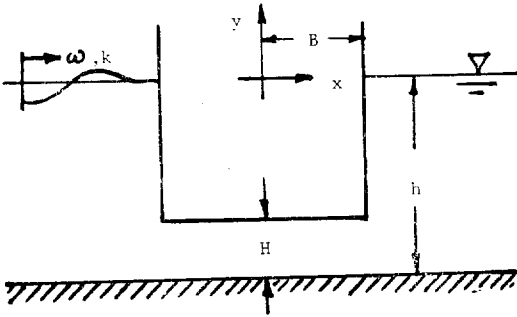


Fig. 1 Definition sketch

장에 비하여 작다고 가정한다. 즉, 입사파의 속도 포텐셜은 다음과 같이 주어지고

$$\begin{aligned} \phi_0 &= -iwA_0\phi_0 e^{-i\omega t} \\ \phi_0 &= \frac{e^{ikh}}{k^2 h} \end{aligned} \quad (1)$$

이 파는 천수역에서의 dispersion relation을 만족시킨다.

$$\omega^2 = ghk^2 \quad (2)$$

천수역이므로 수심은 파장에 비하여 매우 작다. 다시 말하여 파기울기를

$$\varepsilon = kA_0 = o(1) \quad (3)$$

와 같이 정의하면 수심은 파진폭과 전줄만 한 크기로 표시된다.

$$kh = o(\varepsilon) \quad (4)$$

천수역에 존재하는 파에 수반되는 유체입자운동의 수직성분은 수평성분에 비하여 무시할 정도로 작다. 또한 주상체의 수직운동에는 비교적 큰 복원력이 작용하므로 공진상태를 제외하고는 수직운동의 진폭은 매우 작다. 따라서 여기서는 주상체의 수평운동만을 고려한다.

수평동요에 의한 유동을 나타내는 속도포텐셜을 ϕ 라 하자.

$$\phi(x, y, t) = -iwA\phi(x, y)e^{-i\omega t} \quad (5)$$

여기서 A 는 수평동요 진폭을 뜻한다.

그러나 위치만의 함수로 표시된 포텐셜 ϕ 는 선박유체역학에서 잘 알려진 선형경계치문제의 해가 된다.

$$\phi_{xx} + \phi_{yy} = 0 \quad -h < y < 0 \quad (6)$$

$$\phi_y - \sigma\phi = 0, \quad \sigma = \omega^2/g \quad y = 0 \quad (7)$$

$$\phi_y = 0 \quad y = -h \quad (8)$$

$$\vec{n} \cdot \nabla\phi = n_x \quad S_m \quad (9)$$

여기서 \vec{n} 은 유체영역 밖으로 향한 단위법선벡터를 그리고 S_m 은 평형상태에서 정수면 아래의 주상체 표면을 나타낸다. 해의 결정을 위하여는 상기한 (7)~(9)의 경계조건에 덧붙여 발생파의 크기와 진행방향에 대

한 방사조건(radiation condition)이 요구된다.

이 문제에서 취급되는 유동은 주상체근처의 내부유체영역(inner field)에서는 멀리 떨어진 외부유체영역(far field)에서와 매우 다른 물리적 특성을 지니고 있다. 따라서 이 문제는 matched asymptotic expansion 방법을 사용함으로써 좀 더 명확히 규명될 수 있다.

3. 외부영역문제

주상체에서 멀리 떨어진 외부유체영역에서 좌표계의 특성길이는 다음과 같은 크기를 갖는다.

$$x=O(1), \quad y=O(\varepsilon) \quad (10)$$

천수역에서의 유체입자운동의 특성을 감안하여 포텐셜은 $y=-h$ 에 대한 Taylor급수로 전개시킬 수 있다.

$$\phi(x, y) = \phi^0(x) + \frac{1}{2}(y+h)^2\phi^2(x) + \dots \quad (11)$$

여기서 ϕ 는 외부유체영역에서 유효한 포텐셜로 사용되었고 해저면 경계조건인 식(8)이 이용되었다.

식(11)에서 볼 수 있듯이 포텐셜 ϕ^0 는 x 만의 함수로 $y=-h$ 에서 $y=0$ 까지 유효하다. 이제 상기 전개식을 연속방정식(식 6)에 대입하여 $O(\varepsilon)$ 항만을 취하면

$$\phi_{xx}^0(x) + \phi^2(x) = 0 \quad (12)$$

이 성립하므로 전개식은 결국 다음과 같이 된다.

$$\phi(x, y) = \phi^0(x) - \frac{1}{2}(y+h)^2\phi_{xx}^0(x) + \dots \quad (13)$$

이 식을 자유표면 경계조건(식 7)에 대입시키면

$$h\phi_{xx}^0(x) + \sigma\phi^0(x) = 0 \quad (14)$$

와 같은 1차원 Helmholtz 방정식이 되어 식(2)에 주어진 dispersion relation을 만족하는 식(1)에 주어진 형태의 천수파를 해로 갖는다. 따라서 구하고자 하는 해는 외부유체영역에서 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\phi^0 = \alpha \frac{e^{ik|x|}}{k^2 h} \text{sign} x \quad (15)$$

여기서 α 는 진폭함수이며 아직은 미지수이다.

이 해는 $x \rightarrow 0$ 일때 다음과 같은 inner expansion을 갖는다.

$$\phi^0 \rightarrow \frac{\alpha}{k^2 h} (1 + ik|x| + \dots) \text{sign} x \quad x \rightarrow 0 \quad (16)$$

이 식은 다음절에서 취급할 내부유체영역에서 구한 해와 matching시킬 때 필요하게 된다.

4. 내부 영역문제

주상체근처의 내부유체영역에서는 유동을 좀 더 자세히 관찰하여야 하므로 특성길이의 크기를 다음과 같

이 정의한다.

$$x, y=0(\epsilon) \tag{17}$$

이 영역에서는 속도포텐셜을 Ψ 로 표시하면 이에 대한 경계치 문제는 아래와 같이 표시된다.

$$\Psi_{xx} + \Psi_{yy} = 0 \quad -h < y < 0 \tag{18}$$

$$\Psi_y = 0 \quad y=0 \text{ and } -h \tag{19}$$

$$\hat{n} \cdot \nabla \Psi = n_x \quad S_m \tag{20}$$

해의 결정을 위하여 경계조건(19) 및 (20)외에 주상체에서 멀리 떨어진 곳에서, 그러나 여전히 내부영역범위내에서, 속도포텐셜의 극한치가 요구된다. 수평운동은 $x=0$ 축에 대하여 비대칭이므로 Ψ 의 극한치는 다음과 같다(Tuck, 1970).

$$\Psi \rightarrow \pm \frac{1}{2} A\psi + Ux \quad |x|/\epsilon \rightarrow \infty \tag{21}$$

이상에 얻어진 문제는 저진동수 영역에서 slender한 배의 한 단면주위의 유동에 대한 문제와 유사하다. Newman(1969)은 고체벽 경계조건, 식 (19), 이 전 유체영역에 걸쳐서 성립된다고 가정하여 수평운동에 대한 부가질량을 취급하였다. 그러나 Tuck(1970)은 경계조건 식(21)을 도입하고 고체벽 경계조건은 선체근처에서만 유효하다고 가정하여 slender한 배의 수평운동으로 인한 부가질량은 물론 조파감쇠력을 계산하였다. 한편 Agnon, Choi and Mei(1986)는 큰 변위를 갖는 횡포류운동에 대한 문제가 상술한 경계치 문제로 표시될 수 있음을 밝혔다.

수평운동은 전술한 바와 같이 $x=0$ 축에 비대칭이므로 각각의 순간에 주상체아래에는 일정한 양의 유량이 흘러가게 되며 이 흐름은 연속이어야 한다. 이러한 유량은 압력차에 기인하며 이는 곧 속도포텐셜의 차이로 설명할 수 있다(즉, $A\psi \neq 0$). 한편 $(U-1)$ 은 $|x|/\epsilon \rightarrow \infty$ 인 위치에서의 평균상대 유속으로 속도포텐셜차이와는 다음과 같이 연관된다.

$$A\psi = 2Ch(U-1) \tag{22}$$

여기서 C 는 무차원 blockage계수이다.

Blockage계수는 순전히 기하학적 특성으로 임의형상의 주상체에 대한 값은 Green정리를 이용하여 구할 수 있다(Taylor, 1973).

$$C = -\frac{1}{2h^2} \int_{S_m} \xi Q(\xi, \eta) dl \tag{23}$$

여기서 $Q(\xi, \eta)$ 는 경계치문제 식(18)~(20)의 해인 속도포텐셜에 포함되어 있는 주상체 표면 S_m 상의 한점 (ξ, η) 에서의 특이점의 세기이며 Green함수는 다음과 같다.

$$G(x, y; \xi, \eta) = \frac{R_e}{2\pi} \log \left\{ \cos \frac{\tau \eta}{h} \right.$$

$$\left. - \cosh \frac{\pi}{h} [(x-\xi) + iy] \right\} \tag{24}$$

한편 직사각형 단면의 blockage계수는 Flagg and Newman(1971)이 conformal mapping법으로 구한 다음의 결과로부터 얻을 수 있다.

$$C = \frac{B}{H} + \frac{2}{\pi} \log \left(\frac{h}{4H} + 1 \right) - \frac{B}{h} + O \left(\frac{H}{h} \right) \tag{25}$$

여기서 B 는 직사각형의 반폭, H 는 단면과 해저면 사이의 길이를 의미한다.

식(25)는 직사각형단면은 물론 유사한 단면에 대하여도 근사식으로 사용할 수 있다. 따라서 어떠한 단면이든 식(25)를 이용하여 또는 식(23)을 이용함으로써 blockage계수를 쉽사리 얻을 수 있다.

이제 내부영역의 해와 외부영역의 해가 구해졌으며 두해의 outer expansion인 식(21)과 inner expansion인 식(16)은 두 영역이 서로 겹치는 중간영역에서 서로 같아야 한다. 즉,

$$\Delta \Psi = \frac{2\alpha}{k^2 h}, \quad U = \frac{i\alpha}{kh} \tag{26}$$

이 성립하여야 하며 이 결과를 식(22)에 대입하면 속도포텐셜의 차이 $\Delta \Psi$ 는 미지수 α 에 관계없이 다음과 같이 간단히 얻어진다.

$$\Delta \Psi = \frac{2Ch}{iCkh-1} \tag{27}$$

속도포텐셜차이는 길이의 차원을 갖게되며 침수역의 특성으로 수심 h 에 걸친 평균치를 나타낸다. 이 값은 blockage계수 C 와 무차원파수 kh 에 따라 변하게 된다.

5. 동유체력

선형동압은 Bernoulli방정식으로부터 다음과 같이 주어지며

$$p = \rho w^2 e^{-i\omega t} \{ A_0(\phi_0 + \phi_a) + A\phi \} \tag{28}$$

여기서 ϕ_a 는 산란파포텐셜을 의미한다.

선형유체력은 압력을 주상체표면에 걸쳐 적분함으로써 구해진다. 두 성분중 수평운동에 기인하는 유체력을 보통의 방법대로 유체입자의 가속도와 속도위상성분으로 구분하면

$$F = -(-\rho w^2 A e^{-i\omega t}) \mu - (-i\omega A e^{-i\omega t}) \lambda \tag{29}$$

이 되고, μ 와 λ 는 각각 부가질량과 조파감쇠를 뜻하며 다음의 적분에서 얻어진다.

$$w^2 \mu + i\omega \lambda = \rho w^2 \int_{S_m} \phi_{n_x} dl \tag{30}$$

이들을 ρh^2 과 $\rho h\omega^2$ 으로 각각 나누어 무차원계수로 만들면 부가질량계수 μ' 와 조파감쇠계수 λ' 는 아래와 같다(Beck and Tuck, 1972).

$$\mu' = -R_e \frac{2C}{iCkh-1} - \frac{S}{h^2} \quad (31)$$

$$\lambda' = -I_m \frac{2C}{iCkh-1} \quad (32)$$

여기서 S 는 주상체의 단면적을 뜻한다.

식(31)에서 볼수 있듯이 천수역에서의 수평운동의 경우 단순한 복소수 관계가 실질질량계수(virtual mass coefficient = $(m + \mu)/\rho h^2$)와 조파감쇠계수사이에 성립되는 현상을 보이고 있다.

이제 이들계수의 2가지 극한을 생각해 보자. 우선 주상체밀면과 해저면 틈새가 커지면($H \rightarrow h$) blockage 계수는 매우 작아지고($C \rightarrow S/h^2$) 속도포텐셜차이는 실수가 되어($\Delta\psi \rightarrow -2Ch$) μ' 과 λ' 는 다음의 극한값을 갖는다.

$$\mu' \rightarrow \frac{S}{h^2}, \lambda' \rightarrow 0 \quad (33)$$

이 극한의 경우는 $kh \rightarrow 0$ 에 대한 Sedov(1965)의 결과와 일치하며 또한 무한유체영역에서의 일반적 형상의 2차원 주상체에 대한 경우가 된다. 따라서 주상체아래의 유체는 주상체에 의한 교란없이 운동을 하므로 유체력은 주로 유체입자의 가속도위상에서 작용하게 된다.

반면에 틈새가 매우작아지면($H \rightarrow 0$) blockage계수는 매우 커져($C \rightarrow \infty$) 속도포텐셜차이는 허수가 되어($\Delta\psi \rightarrow \frac{2}{ikh}$) μ' 과 λ' 은 다른 하나의 극한값을 갖게 된다.

$$\mu' \rightarrow -\frac{S}{h^2}, \lambda' \rightarrow \frac{2}{kh} \quad (34)$$

이는 $kh \rightarrow \infty$ 에 대한 Tuck(1970)의 결과와 일치하며 틈새가 전혀 없는 주상체에 대하여 Agnon and Mei(1985)가 유도한 감쇠계수와 일치한다. 즉, 이 경우 유체력은 전부 유체입자의 속도위상에서 작용하게 되어 교란된 유동은 발산파의 형태로 \sqrt{gh} 의 속도로 전파되어 나간다. 그러나 이 해석법은 속도포텐셜차이에 근거하고 있으므로 유체의 교류가 없는 $H=0$ 인 경우에는 적용할 수 없다. 한편 식(32)로부터 0이 아닌 어느 한 값 λ' 에 대응하는 무차원 파수 kh 는 아래와 같이 된다.

$$kh = \frac{C \pm \sqrt{C^2 - \lambda'^2}}{\lambda' C} \quad (\lambda' \neq 0) \quad (35)$$

이로부터 조파감쇠계수의 최대값은 blockage계수의 값을 알 수 있고, 최대값이 아닌 조파감쇠계수는 2개의 파수에서 얻어짐을 알 수 있다. 이 결과를 식(31)

에 대입하면 부가질량계수와 조파감쇠계수 사이의 관계가 얻어진다.

$$\mu' = \frac{\lambda'^2}{C \pm \sqrt{C^2 - \lambda'^2}} - \frac{S}{h^2} \quad (\lambda' \neq 0) \quad (36)$$

입사파에 의하여 주상체에 수평방향으로 작용하는 파랑강제력은 식(28)의 첫 두항을 주상체 표면에 걸쳐 적분함으로써 구할 수 있으나, Haskind 관계식을 이용하면 산란파포텐셜을 구하지 않고 바로 얻어진다.

$$F_0 = \rho g h A_0 e^{-i\omega t} \frac{2iCkh}{iCkh-1} \quad (37)$$

이 힘을 $\rho g h A_0 e^{-i\omega t}$ 로 나누어 무차원화시키면 파랑강제력계수는

$$f_0 = \left| \frac{2iCkh}{iCkh-1} \right| \quad (38)$$

와 같다. 이 계수의 최대값은 $C \rightarrow \infty$ 이거나 $kh \rightarrow \infty$ 일때 2가 되며 반대로 $C \rightarrow 0$ 이거나 $kh \rightarrow 0$ 일때 최소값 0이 된다. 물리적으로 blockage계수 C 와 무차원파수 kh 는 같은 의미를 갖는다. 즉, blockage계수가 무한대가 되면 입사파는 전혀 투과할 수 없으므로 전부 반사하게 되며 마찬가지로 C 가 유한하더라도 kh 가 무한하면 입사파의 파장이 주상체에 비하여 매우 짧아 역시 전부 반사하게 된다. $C \rightarrow 0$ 이거나 $kh \rightarrow 0$ 일때는 반대의 현상이 일어난다.

6. 계산에 및 결론

이상에서 살펴 본 바와 같이 천수역에서 수평방향으로 주상체에 작용하는 유체력은 무차원파수 kh 에 따라 변화하며 기하학적 특성인 blockage 계수가 유일한 파라메타이다. 계산의 예로 택한 blockage계수는 틈새가 매우 큰 경우인 $C=0.1$, 틈새가 보통의 크기인 $C=1.0$ 그리고 틈새가 매우 작은 $C=10.0$ 등 3가지 경우이다.

Fig. 2에는 실질질량계수를 blockage계수로 나눈 값을 도시하였다. 최대값은 따라서 어느 경우에도 $kh=0$ 에서 2가 된다*. 틈새가 큰 경우에는 자유표면의 효과가 별로 나타나지 않아 실질질량계수는 파수에 별다른 변화를 보이지 않으나 틈새가 매우 작을 때에는 blockage계수로 나눈 실질질량계수는 파수가 커짐에 따라 급격히 줄어들어 kh 가 1.0보다 큰 구간에서는 거의 0에 가깝게 된다.

Fig. 3에는 조파감쇠계수를 blockage계수로 나눈 값을 도시하였다. 앞에서 논의한 바와 같이 조파감쇠 계

* 이때에는 양고체벽사이에서 주상체가 가속운동을 하는 경우이므로 실질질량은 교란된 유체량, 즉 blockage된 유체질량 $2\rho Ch^2$ 이 되기 때문이다.

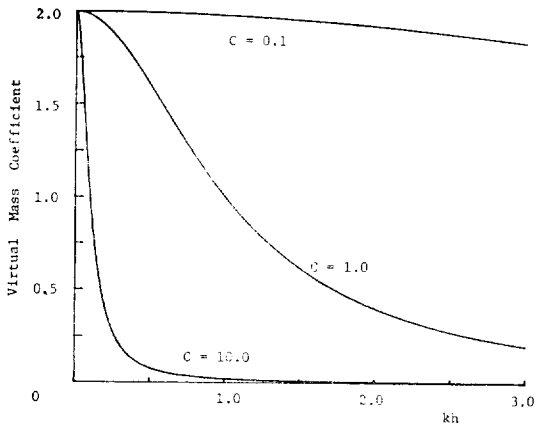


Fig. 2 Normalised virtual mass coefficient

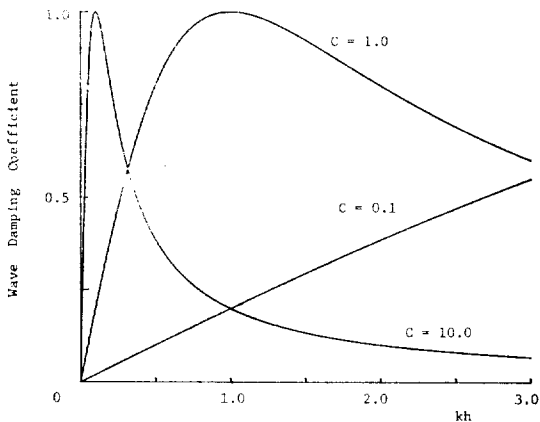


Fig. 3 Normalised wave damping coefficient

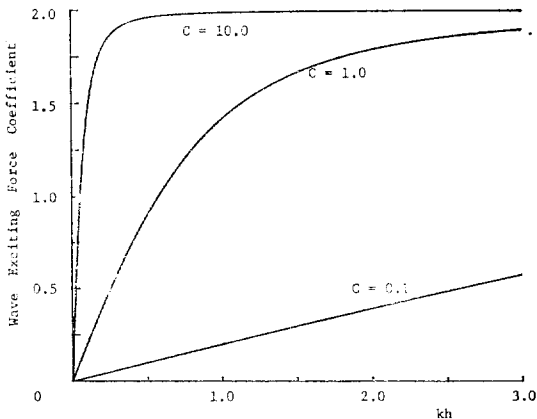


Fig. 4 Wave exciting force coefficient

수의 최대값은 blockage계수 값이며, 이 최대값은 blockage계수가 커질수록 작은 파수에서 얻어진다.

한편 파랑강제력 계수의 파수에 따른 변화를 Fig. 4에 도시하였다. 파랑강제력계수의 최대값은 입사파 모두가 반사될 때 2의 값이 된다. 틈새가 작을 때에는 매우 긴 파장의 파를 제외한 보통길이의 파는 얇사리 주상체에 의하여 반사하게 된다. Blockage계수가 10.0인 경우 kh 가 1.0보다 큰 경우에 해당하는 파는 거의 모두 반사되어 파랑강제력계수는 최대값 2가 된다. 한편 틈새가 매우 큰 경우($C=0.1$)에는 $kh=3.0$ 에 해당하는 비교적 짧은 파장의 파가 입사하더라도 대부분이 주상체 아래의 틈새를 통하여 계속 전파되어간다.

본 논문에서는 천수역에서 임의형상의 2차원 주상체에 수평방향으로 작용하는 유체력은 matched asymptotic expansion 방법을 사용함으로써 간단히 규명됨을 보였다. 주상체에 작용하는 유체력은 물론 압력차에기인하며, 이 압력차를 나타내는 속도포텐셜의 차이는 기하학적 특성인 blockage계수에 의하여 결정된다.

끝으로 본 연구는 저자가 한국과학재단의 해외연수 계획에 의한 지원을 받아 미국 MIT공과대학에서 1년간 체류하는 기간동안 수행한 것으로 이에 한국과학재단에 심심한 사의를 포함한다.

참 고 문 헌

- [1] Agnon, Y. and C.C. Mei (1985), "Slow-drift motion of a two-dimensional block in beam seas", *J. Fluid Mech.*, Vol. 151, pp.279-294.
- [2] Agnon, Y., H.S. Choi and C.C. Mei (1986), "Large Slow-drift Motion of a Long Cylinder in Water of Finite Depth", (to be published).
- [3] Beck, R. and E.O. Tuck (1972), "Computation of Shallow Water Ship Motion", *Proc. Symp. on Naval Hydrodynamics*, Paris, pp.1543-1587.
- [4] Flagg, C.N. and J.N. Newman (1971), "Sway Added-Mass Coefficients for Rectangular Profiles in Shallow Water", *J. Ship Research*, Vol. 15, No. 4, pp.257-265.
- [5] Newman, J.N. (1969), "Lateral motion of a slender body between two parallel walls", *J. Fluid Mech.*, Vol. 39, pp.97-115.
- [6] Sedov, L.I. (1965), *Two-dimensional Problems in Hydrodynamics and Aerodynamics* (translation), Interscience, New York.

- [7] Taylor, P.J. (1973), "The Blockage Coefficient for Flow About an Arbitrary Body Immersed in a Channel", *J. Ship Research*, Vol. 17, No. 2, pp. 97-105.
- [8] Tuck, E.O. (1970), "Ship Motions in Shallow Water", *J. Ship Research*, Vol. 14, No. 4, pp. 317-328.