

---

 論 文
 

---

大韓造船學會誌  
 第23卷 第1號 1986年 3月  
 Journal of the Society of  
 Naval Architects of Korea  
 Vol. 23, No. 1, March 1986

## 彈性支持附加物 또는 集中質量을 갖는 補剛板의 振動解析

韓 聖 容\* · 金 極 天\*

 Vibration Analysis of Stiffened Plates having a Resiliently Mounted  
 or Concentrated Mass

S.Y. Han · K.C. Kim

## Abstract

By virtue of an application of the receptance method, simplified formulae to calculate natural frequencies of stiffened plates having a resiliently mounted or concentrated mass are obtained. Some numerical results are compared with those based on Lagrange's equation of motion and with experimental results.

For the problem formulation the stiffened plate is reduced to an equivalent orthotropic plate, a resiliently mounted mass to a spring-mass system, and mode shapes of the plate are assumed with comparison functions consisting of Euler beam functions.

The proposed formulae give results in good conformity to both numerical results based on Lagrange's equation of motion and experimental results for in-phase modes of the coupled system. For out-of-phase modes the conformity is assured only in cases that the natural frequency of the attached system is less than a half of that of the stiffened plate.

It is also found that a resiliently mounted mass having its own natural frequency of about two or more times that of the stiffened plate can be reduced to a concentrated mass with assurance of a few percent error in the frequency.

記 號 定 義		$E, G$	剛性 및 有效비틀 剛性度 : 材料의 引張彈性係數 및 剪斷彈性係數
$A_x, A_y$	: $x, y$ 軸에 平行한 補剛材의 斷面積	$I_{0x}, I_{0y}$	: $x$ 및 $y$ 軸에 平行한 補剛材의 板 · 補剛材組合體의 中立軸에 대한 斷面 2次 모멘트
$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$	: 板의 굽힘 剛性度	$S_x, S_y$	: $x$ 및 $y$ 軸에 平行한 補剛材의 間격
$D_x, D_y$	: 直交異方性平板 또는 補剛板의 $x, y$ 軸 方向의 굽힘 剛性度	$d_i, t_i$	: 補剛材의 웨브 또는 홀란지의 길이
$D_{xy}, 2H$	: 直交異方性平板 또는 補剛板의 비틀		

接受日字: 1985年 12月 3日, 再接受日字: 1986年 2月 12日.

\* 正會員, 서울大學校 造船工學科

- 또는 폭 및 두께
- $e_x, e_y$  : 板・補剛材組合體 斷面의 中立軸으로 부터 板中央面까지의 거리
- $f$  : 附加物을 포함한 全體系의 固有振動數
- $f_1$  : 補剛板과 附加物이 同一位相일 때
- $f_2$  : 補剛板과 附加物이 逆位相일 때
- $f_b$  : 補剛板自體의 基本固有振動數
- $f_s$  : 스프링-質量系 自體의 固有振動數
- $h$  : 板의 두께
- $h_e$  : 補剛板을 置換한 等價異方性平板의 有效두께
- $n_s, n_c$  : 集中質量 및 스프링-質量系의 個數
- $\nu$  : 材料의 Poisson比
- $\rho$  : 材料의 質量密度

1. 緒 論

船體構造를 局部的으로 보았을 때 대부분이 補剛板 요소이다. 補剛板요소의 防振對策으로서 스프링-質量系나 集中質量을 부가하여 聯成效果를 도모하는 경우가 있다. 한편 甲板, 船底板 등에는 여러가지 機器가 설치되고 또 自動車와 같은 彈性支持 貨物이 적재되는 경우도 있다. 이와같은 경우 局部振動解析에 있어서 설치물 또는 적재물은 스프링-質量系 혹은 集中質量으로 모델링할 수 있다.

彈性支持附加物 또는 集中質量을 갖는 補剛板의 固有振動解析에 있어서 Rayleigh 또는 Rayleigh-Ritz 方法이 흔히 사용된다. 이 경우 補剛板 自體는 보-板組合體로 다루거나 [1, 2], 規則的 補剛板 또는 이에 가까운 경우에는 直交異方性平板으로 치환할 수 있다 [3, 4, 5, 6].

이와 같은 흐름과 조금 다른 방법으로 접근한 연구로서 Laura 등[7], Watanabe 등[8]의 연구사례를 들 수 있다.

Laura 등은 集中質量을 갖는 補剛板에 대하여 補剛材와 集中質量을 Dirac delta 函數를 이용하여 처리하는 방법을 제시했고, Watanabe 등은 스프링-質量系를 갖는 等方性平板에 대하여 單純보의 固有函數를 이용하여 振動波形을 가정하고 Lagrange 運動方程式에 의거하여 정식화함으로써 해를 구하였으며, 이를 自動車運搬船의 車輛甲板의 振動解析에 適用하는 방안을 모색했다.

본 연구에서는 彈性支持附加物 또는 集中質量을 갖

는 補剛板에 대하여 補剛板은 直交異方性平板으로 치환하고 이의 振動波形 가정을 위한 comparison function은 Euler보의 固有函數들로 구성하는 전체하에서 receptance를 이용해서 정식화하는 한 근사제산방법(이하 receptance 方法이라 칭함)을 제시하고, 數值計算例를 Lagrange 運動方程式에 의거하여 정식화한 경우(이하 Lagrange 運動方程式에 기초한 方法이라 칭함)의 해 및 實驗値와 비교·검토했다. receptance 방법은 다른 방법들에 비해 다음과 같은 장점을 갖고 있다. 즉 聯成系에 있어서 구성요소 각각의 振動계산을 독립적으로 선행한 후 그 결과를 결합하여 전체계의 固有振動數方程式을 도출하는 방법이기 때문에 일반적으로 계산이 덜 번거롭다. 또 서로 결합된 어느 한 요소의 특성이 바뀌었을 때 전체 계산을 다시 수행하는 불편이 배제된다.

2. Lagrange 運動方程式에 기초한 方法

規則的 補剛板의 直交異方性平板置換에 있어서 剛性度 및 等價有效 두께를

$$D_x = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} + \frac{Ehe_x^2}{(1-\nu^2)} + \frac{EI_{0x}}{S_x}$$

$$D_y = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} + \frac{Ehey^2}{(1-\nu^2)} + \frac{EI_{0y}}{S_y}$$

$$2H = \frac{Eh^3}{6(1-\nu^2)} + \frac{G}{3} \left( \frac{\sum d_i t_i^3}{S_x} + \frac{\sum d_i t_i^3}{S_y} \right)$$

$$h_e = h + \frac{A_x}{S_x} + \frac{A_y}{S_y} \tag{1}$$

와 같이 정의함으로써, 減衰를 무시한 自由振動方程式을

$$D_x \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2H \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_y \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + \rho h_e \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \tag{2}$$

와 같이 나타낼 수 있다[4]. 여기서 座標系는 Fig. 1과 같다.

본 연구에서 周緣支持條件은 다음과 같이 설정한다.

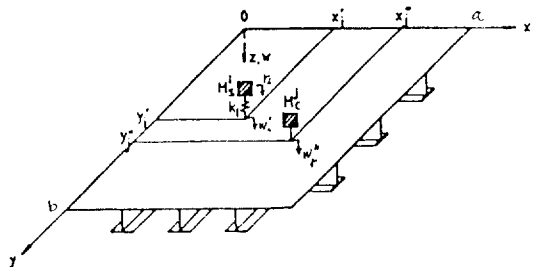


Fig. 1 Coordinate system of stiffened plate with spring-mass systems and concentrated masses

즉,  $x$  軸方向의 變位는 허용하지 않고 回轉에 대해서 彈性的으로 拘束되며 서로 마주보는 邊끼리 그 拘束度가 같은 경우를 다룬다. 周緣에서의 단위길이당 回轉剛性을  $k_x, k_y$ 로 표기하고 拘束度를 표현하기 위해 다음과 같이 정의되는 徑數  $\xi$ 와  $\zeta$ 를 도입한다.

$$k_x/D_y = \xi/b, \quad k_y/D_x = \zeta/a \quad (3)$$

여기서  $\xi$  및  $\zeta$ 는 0(單純支持)~ $\infty$ (固定)사이의 값을 갖는다.

그러면 周緣支持條件式을 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} w \Big|_{x=0, a} = 0, \quad \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \Big|_{x=0, a} = \pm \frac{\zeta}{a} \frac{\partial w}{\partial x} \Big|_{x=0, a} \\ w \Big|_{y=0, b} = 0, \quad \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \Big|_{y=0, b} = \pm \frac{\xi}{b} \frac{\partial w}{\partial y} \Big|_{y=0, b} \end{aligned} \quad (4)$$

境界條件 (4)를 만족하는 單純보의 固有函數는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} X_m(x) = A_m \left( \cosh \frac{\alpha_m}{a} x - \cos \frac{\alpha_m}{a} x \right) \\ + B_m \sinh \frac{\alpha_m}{a} x + \sin \frac{\alpha_m}{a} x \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} Y_n(y) = A_n \left( \cosh \frac{\alpha_n}{b} y - \cos \frac{\alpha_n}{b} y \right) \\ + B_n \sinh \frac{\alpha_n}{b} y + \sin \frac{\alpha_n}{b} y \end{aligned} \quad (6)$$

여기서  $\alpha, A, B$ 는  $\xi$  및  $\zeta$ 에 따른 상수인데, 이들의 값은 문헌 [3, 6]에 소상히 주어져 있다.

補剛板의 振動變位는 (5), (6)을 이용하여 다음과 같이 가정한다.

$$w(x, y, t) = \sum_{m=1}^p \sum_{n=1}^q q_{mn}(t) X_m(x) Y_n(y) \quad (7)$$

전체계의 에너지는 補剛板, 周緣回轉스프링, 스프링-質量系 및 集中質量 등의 에너지를 합한 것이다. 따라서 變形에너지  $V$  및 運動에너지  $T$ 는 다음과 같이 산정된다.

$$\begin{aligned} V = \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b \left[ D_x \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + 2H \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right. \\ \left. + D_y \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 \right] dx dy - \frac{D_y}{2} \int_0^a \left[ \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right]_0^b dx \\ - \frac{D_x}{2} \int_0^b \left[ \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right]_0^a dy \\ + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n_1} k_i (w_i' - r_i)^2 \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} T = \frac{\rho h c}{2} \int_0^a \int_0^b \dot{w}^2 dx dy \\ + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n_1} M_i \dot{r}_i^2 + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{n_2} M_j \dot{w}_j'^2 \end{aligned} \quad (9)$$

상기  $T, V$ 를 Lagrange 運動方程式에 代入하여 慣性係數 및 剛性係數를 결정한 다음, 매트릭스形式의 方程式으로 정리함으로써 固有振動方程式

$$[M]\{\dot{Q}\} + [K]\{Q\} = \{0\} \quad (10)$$

을 얻을 수 있다. 여기서  $[M], [K]$ 는 각각 慣性係數 매트릭스 및 剛性係數 매트릭스이며  $\{Q\}$ 는

$$\{Q(t)\} = [q_{11} \dots q_{1q} \dots q_{i1} \dots q_{iq} \dots q_{p1} \dots q_{pq} \quad r_1 \dots r_{n_1}]^T$$

이다.

補剛板單獨의 경우는 (8), (9)에서 彈性支持附加物 및 集中質量의 기여분 즉, (8)에서 제 4항, (9)에서 제 2, 3항을 제거하고 정식화한 결과이다.

### 3. Receptance 方法

receptance  $\alpha_{ij}$ 는 어느 한 系에서 點  $j$ 에 作用하는 調和 起振力에 대한 點  $i$ 에서의 變位應答의 比로 정의되며 相反定理에 의하여  $\alpha_{ij} = \alpha_{ji}$ 이다[9].

Fig. 2에서 系 A의 receptance  $\alpha_{11}$ 는 다음과 같이 정의된다. 즉,

$$\begin{aligned} M_s \ddot{y} + ky = kx_{A1} \\ (y - x_{A1})k + F_{A1} e^{i\omega t} = 0 \end{aligned}$$

로 부터

$$\begin{aligned} -M_s \omega^2 Y + kY = kX_{A1} \\ (Y - X_{A1})k + F_{A1} = 0 \end{aligned}$$

이다. 여기서  $Y$ 를 소거하고  $\omega_s = \sqrt{k/M_s}$ 로 표기하면

$$\alpha_{11} = \frac{X_{A1}}{F_{A1}} = -\frac{\omega_s^2 - \omega^2}{M_s \omega^2 \omega_s^2} \quad (11)$$

集中質量  $M_c$ 인 경우에는  $k = \infty = \omega_s$ 에 해당하므로 (11)로 부터

$$\alpha_{11} = -\frac{1}{M_c \omega^2} \quad (12)$$

을 얻을 수 있다.

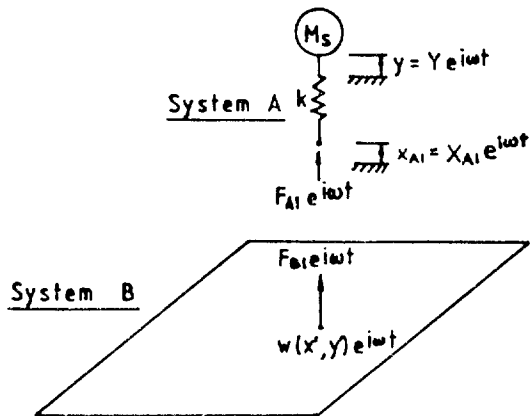


Fig. 2 Combined system of plate and a spring-mass system

系 B 즉, 補剛板의 receptance를 구하기 위해 우선 스프링-質量系가 놓여진 點(x', y')에 調和起振力 f<sub>B1</sub> = F<sub>B1</sub> e<sup>iωt</sup>가 作用할 때 이 點에서의 應答를 구해야 한다. 이 경우 補剛板의 運動方程式은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$L(w) + \rho h_c \dot{w} = F_{B1} e^{i\omega t} \delta(x-x') \delta(y-y') \quad (13)$$

여기서

$$L = D_x \frac{\partial^4}{\partial x^4} + 2H \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} + D_y \frac{\partial^4}{\partial y^4}$$

δ: Dirac delta 函數

補剛板의 振動應答를 展開定理에 의해 固有振動形의 線形組合 즉, (7)로 가정하고, 이를 (13)에 대입한 후 Euler보 固有函數들의 直交性을 이용하면서 板 全域에 걸쳐 적분하면 q(t)에 관한 方程式

$$\ddot{q}_{mn}(t) + \omega_{mn}^2 q_{mn}(t) = F_{mn} e^{i\omega t} \quad (14)$$

이 얻어진다. 여기서

$$F_{mn} = \frac{1}{\rho h_c N_{mn}} \int_0^a \int_0^b F_{B1} \delta(x-x') \delta(y-y') \cdot X_m(x) Y_n(y) dx dy$$

$$= \frac{F_{B1}}{\rho h_c N_{mn}} X_m(x') Y_n(y') \quad (15)$$

$$N_{mn} = \int_0^a \int_0^b X_m^2(x) Y_n^2(y) dx dy \quad (16)$$

ω<sub>mn</sub> = 補剛板自體의 m · n次 固有圓振動數

$$= \frac{\int_0^a \int_0^b X_m Y_n L(X_m Y_n) dx dy}{\rho h_c \int_0^a \int_0^b X_m^2 Y_n^2 dx dy} \quad (17)$$

$$m = 1, 2, \dots, p$$

$$n = 1, 2, \dots, q$$

初期條件이 0일 때 (14)의 解는 다음과 같다.

$$q_{mn}(t) = \frac{F_{mn}}{\omega_{mn}^2 - \omega^2} e^{i\omega t} \quad (18)$$

이를 (7)에 대입하면

$$w(x, y, t) = \frac{F_{B1} e^{i\omega t}}{\rho h_c} \sum_{m=1}^p \sum_{n=1}^q \frac{X_m(x') Y_n(y')}{N_{mn}(\omega_{mn}^2 - \omega^2)} X_m(x) Y_n(y)$$

이므로 補剛板의 receptance β<sub>11</sub>은

$$\beta_{11} = \frac{w(x', y', t)}{F_{B1} e^{i\omega t}}$$

$$= \frac{1}{\rho h_c} \sum_{m=1}^p \sum_{n=1}^q \frac{X_m^2(x') Y_n^2(y')}{N_{mn}(\omega_{mn}^2 - \omega^2)} \quad (19)$$

이다.

系 A와 系 B의 연결부에서의 變位適合條件과 힘의 平衡條件

$$X_{A1} e^{i\omega t} = w(x', y', t)$$

$$F_{A1} + F_{B1} = 0$$

로부터

$$\alpha_{11} + \beta_{11} = 0 \quad (20)$$

가 만족되어야 한다. 따라서,

스프링-質量系가 부착되는 경우:

$$\frac{1}{\rho h_c} \sum_{m=1}^p \sum_{n=1}^q \frac{X_m^2(x') Y_n^2(y')}{N_{mn}(\omega_{mn}^2 - \omega^2)} - \frac{\omega_s^2 - \omega^2}{M_s \omega^2 \omega_s^2} = 0 \quad (21)$$

集中質量이 부착된 경우

$$\frac{1}{\rho h_c} \sum_{m=1}^p \sum_{n=1}^q \frac{X_m^2(x') Y_n^2(y')}{N_{mn}(\omega_{mn}^2 - \omega^2)} - \frac{1}{M_c \omega^2} = 0 \quad (22)$$

(21), (22)는 ω<sup>2</sup>에 대한 p × q次 多項式이며 이 式의 p × q개의 陽根이 全體系의 p × q개의 固有圓振動數가 된다.

만약 m · n次 固有振動數만 구할 경우에 ω<sup>2</sup>이 ω<sub>mn</sub><sup>2</sup>에 비해 너무 크지 않다고 가정할 때, 또는 集中質量이 補剛板의 質量에 비해 너무 크지 않다고 가정할 경우에는 補剛板의 m · n次 振動形이 가장 지배적이므로 (21), (22)로부터 聯成系의 固有圓振動數에 대한 近似 方程式을 얻을 수 있다. 즉,

스프링-質量系가 부착된 경우:

$$\left(\frac{\omega}{\omega_{mn}}\right)^2 = \frac{1}{2} \left[ (1+A) \left(\frac{\omega_s}{\omega_{mn}}\right)^2 + 1 \right] [1 \pm \sqrt{1-\epsilon}] \quad (23)$$

여기서

$$\epsilon = \frac{4 \left(\frac{\omega_s}{\omega_{mn}}\right)^2}{\left[ (1+A) \left(\frac{\omega_s}{\omega_{mn}}\right)^2 + 1 \right]^2}$$

$$A = \frac{M_s ab}{M_p N_{mn}} X_m^2(x') Y_n^2(y')$$

$$M_p = \rho h_c ab$$

集中質量이 부착된 경우

$$\left(\frac{\omega}{\omega_{mn}}\right)^2 = \frac{1}{1 + \frac{M_c ab}{M_p N_{mn}} X_m^2(x') Y_n^2(y')} \quad (24)$$

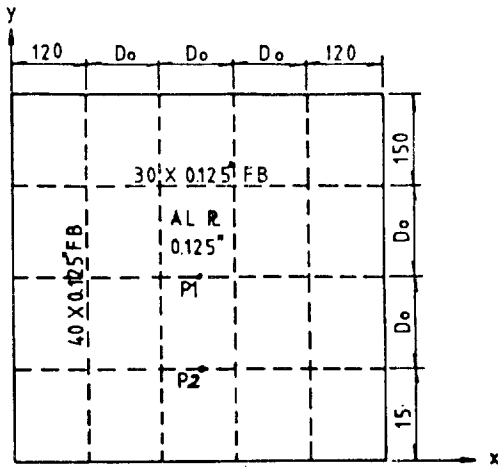
(21) 또는 (23)에서 k = ∞ = ω<sub>s</sub>로 놓으면 (22) 또는 (24)로 귀착되는 자명하다.

(23)으로 부터 大小 2개의 圓振動數(ω)가 얻어지는데 작은 圓振動數는 補剛板과 스프링-質量系가 同一位相으로 振動하는 경우이고 큰 圓振動數는 補剛板과 스프링-質量系가 서로 반대 位相 즉 180° 位相差를 갖고 振動하는 경우이다.

4. 數值計算例 및 實驗

4.1. 數值計算 및 實驗用모델

2장에서 기술한 Lagrange 運動方程式에 기초한 방법 및 3장에서 기술한 receptance 方法에 대하여 數值計



Material : Al Alloy 5086  
 Mass density :  $\rho = 2.742 \times 10^{-6} \text{ kgf} \cdot \text{sec}^2 / \text{cm}^4$   
 Young's modulus :  $E = 0.7 \times 10^6 \text{ kgf} / \text{cm}^2$   
 Poisson's ratio :  $\nu = 0.3$   
 Panel mass :  $M_p = 4.3513 / 980 \text{ kgf} \cdot \text{sec}^2 / \text{cm}^4$

Fig. 3 Numerical and experimental models of stiffened plate

Note: 1. Unit: mm (except thickness). 2. P1, P2; points at which a spring-mass system or concentrated mass is to be attached

Table 1 Weights and springs used for numerical and experimental examples

(a) Weights  
 @ 500 gr. and 74 mm  $\phi$ ; 10 ea  
 (b) Springs: 6 ea

Spring No.	Weight (gr)	Spring Constant (kgf/cm)
S-1	36.9	98
S-2	25.3	298
S-3	90.1	689
S-4	38.9	1,043
S-5	29.3	1,483
S-6	6.6	2,300

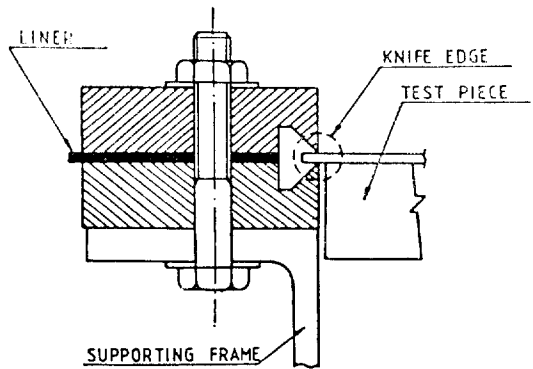


Fig. 4 Simply supported boundary condition

算上の 상호비교와 각각의 방법에 의한 計算値의 精度 檢證을 위해 일련의 數值計算과 實驗을 수행했다.

이 목적의 대상 모델인 補剛板은 Fig. 3과 같고, 錘

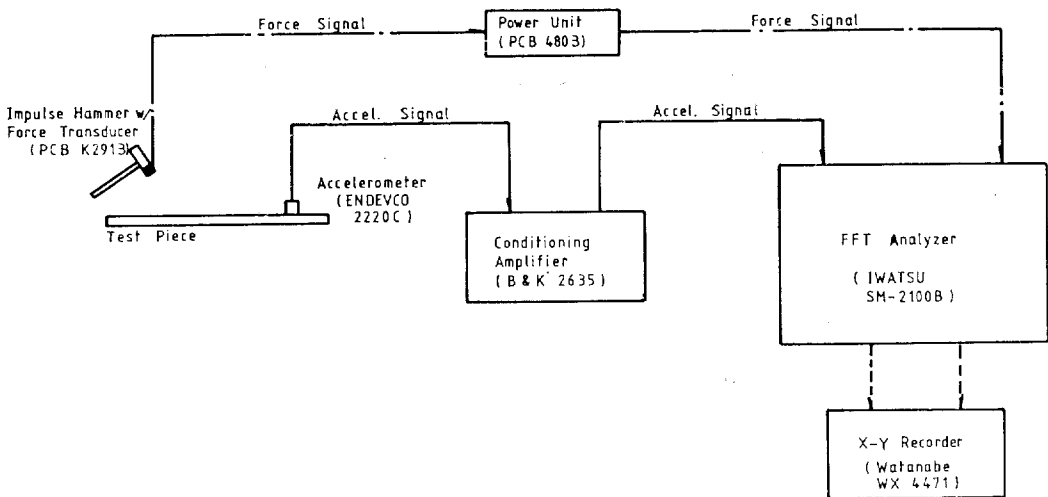


Fig. 5 Block diagram of instrumentation set-up

및 스프링의 특성은 Table 1과 같다

4.2. 實驗量, 境界條件 具現 및 附加物의 設置

Fig. 3과 같은 補剛板을 支持하기 위하여 300×90×10/15.5mm 工型鋼으로 組立된 實驗틀이 사용되었다.

本 實驗에서 補剛板의 周緣支持條件은 單純支持인데, 이의 具現方法은 Fig. 4에 圖示되어 있다. 즉 補剛板의 各 邊에 대해서 한쪽 끝이 knife edge로 되어있는 25×90×600 mm 平鋼 2個 사이에 試片板과 同一한 두께의 板을 끼워넣은 후 14 mm φ 볼트를 사용하여 100 mm 간격으로 實驗틀에 고정시켰다.

補剛板위에 附着되는 集中質量은 무게가 500gr인 10個의 錘를 사용하여 그 갯수를 필요에 따라 변경하면서 補剛板에 6 mm φ 볼트로 고정시켰다. 스프링-質量系의 附着을 위하여 접착제 Aron-α가 사용되었다.

4.3. 實驗方法

實驗은 서울大 造船工學科 振動實驗室에서 행하였는데 衝擊加振 및 FFT 分析器에 의한 방법이 채용되었다. 구체적인 instrument set-up은 Fig. 5와 같다. 計測精度에 대한 판단을 위해 coherence function도 동시에 계측되었다. 기타 세부적인 사항에 대해서는 문헌 [10]이 참조되었다.

5. 數值計算 및 實驗結果

Fig. 3과 같은 補剛板을 周緣支持條件이 單純支持( $\xi = \zeta = 0$ )인 경우와 固定( $\xi = \zeta = \infty$ )인 경우에 대해서 附加物의 위치, 質量 및 스프링 상수를 체계있게 바꾸면서 振動特性을 計算하였다. 實驗은 周緣支持條件이 單純支持인 補剛板 위에 附加物이 附着된 경우에 대해서만 수행했다.

本 研究의 目的은 앞에서 언급한 바와 같이 Lagrange 運動方程式에 기초한 方法에 의한 計算結果와 receptance 方法에 기초한 근사식들 (23), (24)에 의한 計算結果를 實驗值를 기준으로 하여 비교 검토하는 일이며 또 設計의 應用에 있어서는 대체로 低次振動型이 중요함을 감안하여 모든 계산과 실험은 補剛板自體의 基本振動型에 대한 振動數 변화에 한정시켰다.

Lagrange 運動方程式에 기초한 方法에 의한 補剛板自體의 基本固有振動數는 周緣支持條件이 單純支持일 때  $f_p = 281.5$  Hz, 固定일 때 636 Hz이며, 單純支持일 때의 實驗結果는  $f_p = 272.5$  Hz이다. 이 실험결과를 coherence function과 함께 Fig. 6에서 보여주고 있다. 여기서 coherence function값이 20회平均 0.957로서 1.0에 약간 미달되나 組立構造體의 實驗結果로서는 그

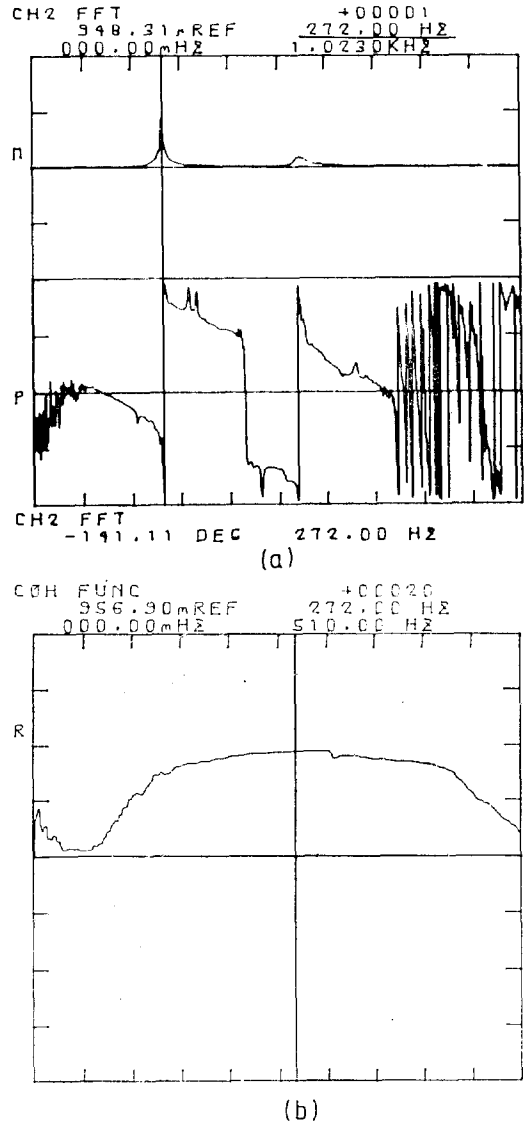


Fig. 6 (a) Frequency response and (b) coherence function of simply supported stiffened plate only

精度가 만족스럽다고 판단된다. 그 미달원인은 補剛材와 板이 斷續熔接에 의해 固着되어 一體構造가 아니기 때문에 加速度受振器에 補剛材로 인한 noise가 포함된 탓으로 이해된다.

集中質量이 板의 中央部 P1 위치에 附着된 경우에 周緣單純支持일 때의 計算結果와 實驗結果를 Fig. 7에서, 周緣固定의 경우에 대한 계산결과는 Fig. 8에서 각각 보여주고 있다. 스프링-質量系가 附着된 경우에 周緣

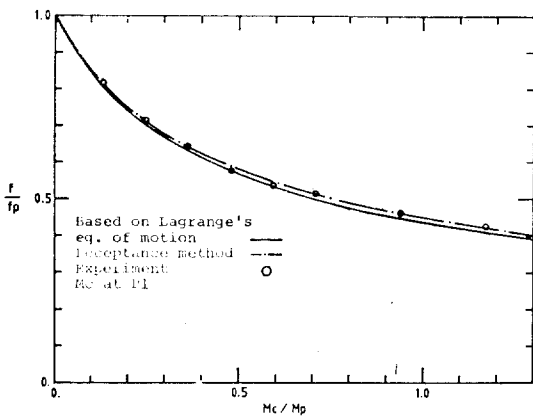


Fig. 7 Concentrated mass effects on the fundamental frequency of simply supported stiffened plate.

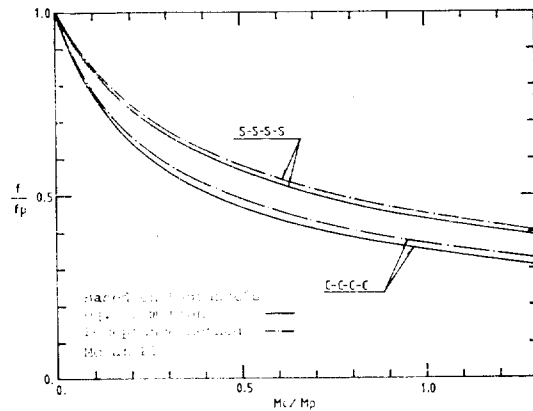


Fig. 8 Comparison of concentrated mass effects between simply supported and clamped stiffened plates.

單純支持일 때의 計算結果와 實驗結果를 附着點의 위치에 따라 Fig. 9에서, 周緣固定의 경우에 대한 計算結果는 Fig. 10에서 각각 보여주고 있다. 스프링-質量系가 부착된 경우에는 이와 補剛板이 同一位相인 振動型과 逆位相이 되는 振動型이 존재하는데, 전자의 固有振動數를  $f_1$ , 후자의 것을  $f_2$ 로 表記하였다.

6. 考 察

補剛板自體의 基本固有振動數를 Lagrange 運動方程式에 기초한 방법으로 계산한 結果가 281.5 Hz인데 대하여 實驗値가 272.5 Hz, 즉 計算値가 實驗値보다 약 3% 높다. 連續體에 대한 近似計算値는 眞値보다 높은 것이 一般論이고 또 實驗에 있어서의 coherence function

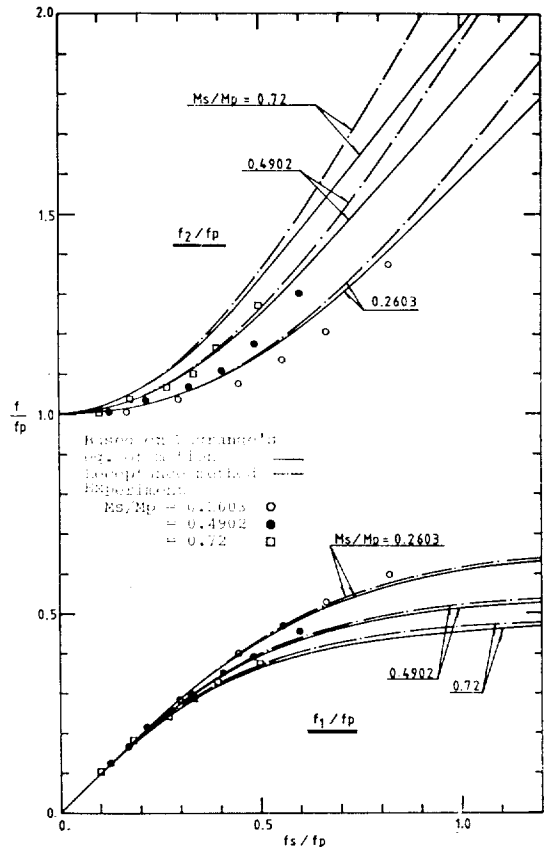


Fig. 9 Effects of sprung mass on the fundamental natural frequency of simply supported stiffened plate:  $M_s$  at P1

Note:  $f_s$ : freq. of a spring-mass system  
 $f_1, f_2$ : freq. of in-phase and out-of-phase modes, respectively, of the coupled system

값이 0.957임을 감안할 때 實驗自體의 精度는 만족스럽다고 판단된다.

6.1. 集中質量이 附着된 경우

周緣單純支持인 境界條件에 대하여 集中質量의 補剛板質量에 대한 比  $M_c/M_p$ 의 증가에 따른 基本固有振動數 變化를 圖示한 것이 Fig. 7인데, 計算値와 實驗値 상호간의 不恰성은 대체로 만족스럽다.

$M_c/M_p$ 의 증가와 더불어 振動數가 감소하는 傾向인데  $M_c/M_p \geq 1$ 에서는 그 감소율이 매우 완만하다. 한편 receptance 方法과 Lagrange 運動方程式에 기초한 方法에 의한 計算値를 상호 비교할 때 전체적으로 receptance 方法쪽이 약간 높은 값을 주나 그 차이는 尠少하다.

實驗은 周緣單純支持인 경우에 대해서만 행하였으나

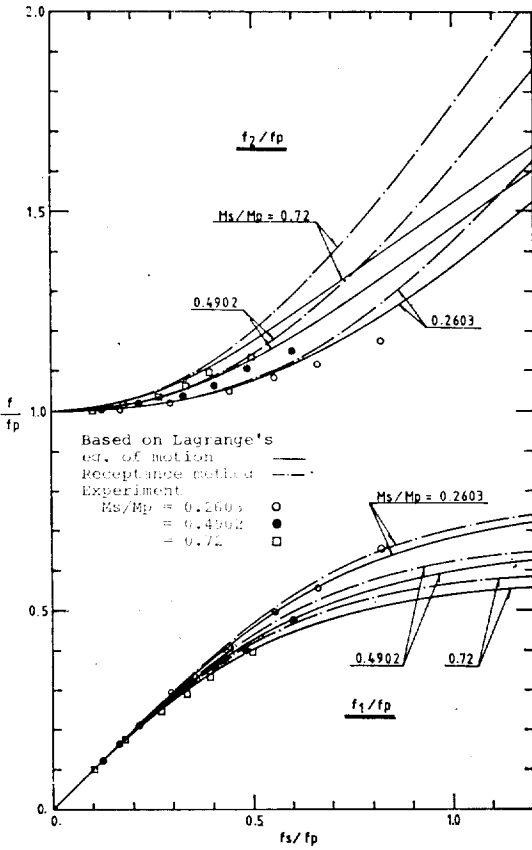


Fig. 9 (continued):  $M_s$  at P2

周緣固定인 경우를 계산하여 이를 周緣單純支持인 경우와 비교한 것이 Fig. 8이다. 周緣固定인 경우에도 receptance 方法 쪽이 Lagrange 運動方程式에 기초한 方法보다 약간 높은 값을 주나 그 차는 尠少하다. 또한 周緣單純支持인 경우보다 周緣固定인 경우에 있어서 集中質量의 영향이 크다.

6.2. 스프링-質量系가 附着된 경우

Fig. 9에서  $f_1$ 의 計算値에 대해서는 receptance 方法과 Lagrange 運動方程式에 기초한 方法에 의한 양자사이의 差異와 크기가 尠少하나,  $f_2$ 에 대해서는  $f_s/f_p$ 가 약 0.5 이상부터 兩者사이의 差가 두드러지고 그 정도는  $f_s/f_p$ 가 클수록 顕著하다. 또 附着 위치가 周緣으로 移行할수록 즉, 스프링-質量系의 質量  $M_s$ 가 P1 位置에서 P2 위치로 이동할수록 그 差異는 증가하나 그 크기는 尠少하다.

한편  $M_s/M_p$ 가 증가할 때  $f_1$ 은 감소하는 傾向이고  $f_2$ 는 逆으로 증가하는 傾向을 보이는 데 그 傾向은 附

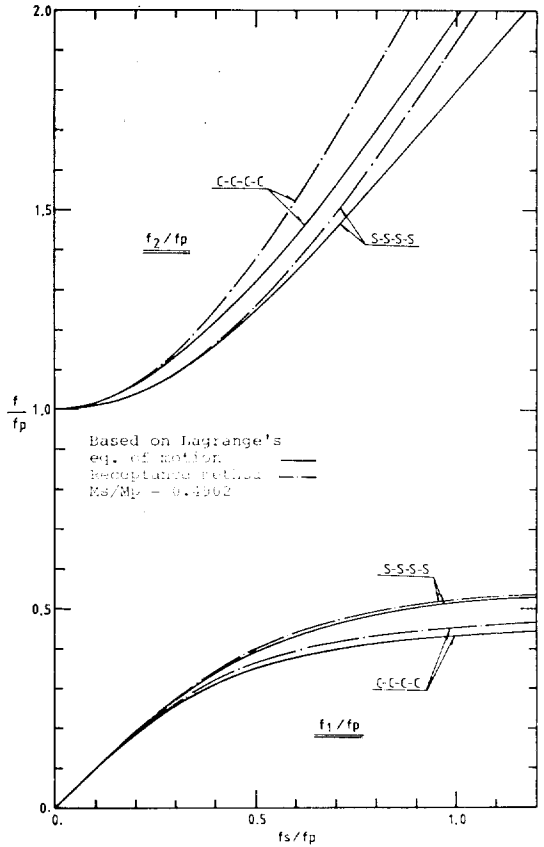


Fig. 10 Comparison of sprung mass effects between simply supported and clamped stiffened plates.  $M_s$  at P1

Note:  $f_s$ : freq. of a spring-mass system  
 $f_1, f_2$ : freq. of in-phase and out-of-phase modes, respectively, of the coupled system

着 위치가 中央部에 가까울수록 크게 나타난다.

實驗値와 計算値를 비교하면  $f_1$ 의 경우에는 대체로 모두 만족스러운 一致를 보이나  $f_2$ 의 경우에는  $f_s/f_p$ 가 약 0.5 이하에서는 대체로 만족스럽고 그 이상에는  $M_s/M_p$ 가 클수록 그 差異가 크다.

스프링-質量系를 近似的으로 다룰 경우 그 精度를 살피기 위해 (23), (24)에서  $M_s/M_p$ 를 1.0까지,  $f_s/f_p$ 를 1.2에서 2.5까지 변화시켜가며 集中質量으로 다루었을 때의 오차를 圖示한 것이 Fig. 11이다. 이로부터  $f_s/f_p$ 가 클수록 그 誤差는 작아지는데 대체로  $f_s/f_p$ 가 2.0 이상이면  $M_s/M_p$ 의 값에 관계없이 그 誤差가 2~3% 이하임을 알 수 있다.

한편 周緣支持條件에 따른 變化를 살피기 위해 集中



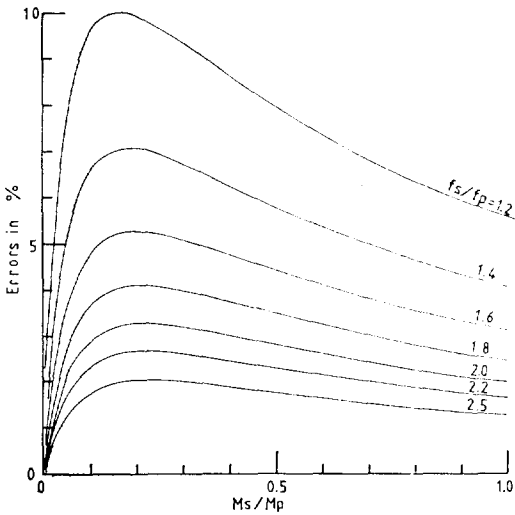


Fig. 11 Errors of the lower frequency,  $f_1$ , in the case of a spring-mass system being reduced to a concentrated mass

質量때와 마찬가지로 周緣固定일 때를  $M_s/M_p=0.4902$ , 附着點 P1에 대해서 일련의 數值計算을 수행하여 이를 周緣單純支持 때의 비교한 것이 Fig. 10이다. 이 경우의 比較觀點에서의 성향도 앞에서 記述한 集中質量때와 유사하다.

### 7. 結 論

彈性支持附加物 또는 集中質量을 갖는 補剛板에 대하여 그 振動特性을 Lagrange 運動方程式에 기초한 방법과 receptance 方法에 기초한 簡略算式으로 계산하고 그 結果들을 일련의 實驗結果들과 比較檢討하여 다음과 같은 結論을 얻었다.

1. 補剛板自體를 直交異方性平板으로 置換하여 全體系의 固有振動數를 계산한 結果는 實驗値와의 부합성이 양호하다.
2. receptance 方法은 聯成系의 어느 한 要素의 振動特性值만 바뀌었을 때 전체계산을 다시하는 불편이 없이 방진설계에 매우 편리하다.
3. receptance 方法에 기초한 固有振動數 簡略算式은 특히 다음과 같은 경우에 만족스러운 결과를 준다.

- (1) 스프링-質量系 또는 集中質量이 板의 中央部에 위치할 때,
- (2) 補剛板과 스프링-質量系가 同一位相으로 振動하는 경우, 스프링-質量系의 補剛板自體에 대한 質量比

가 비교적 작을 때,

(3) 補剛板과 스프링-質量系가 逆位相으로 振動하는 경우, 스프링-質量系自體의 固有振動數의 補剛板自體의 固有振動數에 대한 비가 비교적 작을 때.

4. 補剛板과 스프링-質量系가 同一位相을 갖는 振動型的 固有振動數 계산이 있어서 스프링-質量系의 補剛板自體에 대한 固有振動數비가 2.0 이상이던 이를 集中質量으로 置換하여도 誤差 2~3% 미만의 精度가 보장 된다.

5. 스프링-質量系 또는 集中質量이 全體系의 固有振動數에 미치는 영향은 周緣單純支持인 경우보다 周緣固定인 경우에 더 크다.

본 연구를 통하여 receptance 方法이 특히 防振設計觀點에서 매우 편리한 방법임이 확인되었다. 따라서 이방법을 보, 平板 및 板構造體 등에 彈性支持附加物이 附着된 경우에 대하여 體系化할 필요가 있다고 판단된다. 이를 위한 일련의 연구가 현재 진행 중이다.

### 參 考 文 獻

- [1] N.F. Madsen, "Vibrations of Orthogonally Stiffened Panels," *JSR.*, Vol. 22, No. 2, SNAME, Jun. 1978.
- [2] N.F. Madsen, "Natural Frequency of Plate Panels," *ISH. Group A-1*, 1982, The Technical University of Denmark.
- [3] T.E. Carmichael, "Investigation into the Vibration of Ship's Plating," *BSRA Report*, No. 278/279, 1959/1960.
- [4] M.S. Troitsky, *Stiffened Plates*, Elsevier Scientific Publication Co. New York, 1976.
- [5] E.D. Schaefer, "A Practical Guide for Determining the Vibration Characteristics of Plate Structures," SNAME STAR Symposium, April 25-28, 1979.
- [6] 金極天, 金炯萬, "船體甲板의 局部振動에 대한 防振設計에 관한 研究", 大韓造船學會誌 第18卷 第1號, 1981年 3月.
- [7] P.A. Laura and G.A. Smith, "Vibration of Rib-Stiffened Thin Elastic Plates Carrying Concentrated Masses", *Journal of Acoustical Society of America*, Vol. 43, No. 2, 1968.
- [8] 渡部修, 郷田國夫, 吉田邦雄, 姫田章夫, "質量

ネ系の付いた 平假の振動についつ,” 日本造船學會論文集, 第154號, 1983.

[9] R.E.D. Bishop and D.L. Johnson, *The Mechanics of Vibration*, Cambridge Univ. Press,

London, 1960.

[10] W.G. Halvorsen, “Impulse Technique for Structural Frequency Response Testing”, *Sound and Vibration*, Nov. 1977.