

---

 論 文
 

---

大韓造船學會誌  
 第23卷 第1號 1986年 3月  
 Journal of the Society of  
 Naval Architects of Korea  
 Vol. 23, No. 1, March 1986

## 계류선의 비선형운동특성해석에 관한 연구

이상무\* · 김용철\* · 김영환\* · 홍석원\* · 김훈철\*

## A Study on Nonlinear Analysis of Mooring Lines

Sang-moo Lee · Yong-chul Kim · Young-whan Kim · Seok-won Hong · Hun-chol Kim

## Abstract

This paper investigates the static configurations and the dynamic behaviors of a single point mooring line. To obtain the static configuration and static tension distribution along the mooring line, including the effect of fluid nonlinear drag and the elasticity of the line, the Runge-Kutta fourth order numerical method was used. The relationship between the horizontal excursion and the horizontal restoring force component of the mooring line, which is very important to a mooring line design, and the effect of a subsurface buoy on the static configuration are presented.

In nonlinear dynamic analysis including nonlinear fluid drag acting on the line and geometrical nonlinearity for large deflections, finite element method using updated Lagrangian was used to obtain the solution. In the case of upper end harmonic excitation of the mooring line, the dynamic motion and the tension were also presented.

## 기 호

$A$  : 계류선의 단면적  
 $A_0$  : 하중이 가해지지 않았을 때의 단면적  
 $A_{mp}$  : 강제운동진폭  
 $a_i$  : 계류선의 부착점의  $x$ 방향위치  
 $B_0$  : 계류선의 단위길이당 부력  
 $b_i$  : 계류선의 부착점의  $y$ 방향위치  
 $C_n$  : 항력계수  
 $C_f$  : 마찰계수  
 $D$  : 중심  
 $d$  : 계류선의 직경  
 $d_0$  : 하중이 가해지지 않았을 때의 직경  
 $E$  : 영률

$e$  : 변형율  
 $\{F_B\}$  : 계류선의 수중에서의 무게벡터  
 $\{F_R\}$  : 인장력 벡터  
 $\{F_D\}$  : 유체항력  
 $g$  : 중력가속도  
 $[K_E]$  : 탄성강성 행렬  
 $[K_G]$  : 기하학적 강성행렬  
 $L$  : 계류선의 길이  
 $\{M_0\}$  : 선형 질량행렬  
 $\{M_{NL}\}$  : 비선형 질량행렬  
 $\{q\}$  : 절점의 변위 벡터  
 $\{R\}$  : 잔류력벡터  
 $s$  : 계류선의 접선좌표  
 $T$  : 유효인장력  
 $T_r$  : 인장력

接受日字: 1985年 11月 22日, 再接受日字: 1986年 3月 17日

\* 正會員, 韓國機械研究所 大德船舶分所

- $T_+, T_-$  : 계류삭과 수중부표와 연결되는 점에서의 인장력
- $U_n$  : 계류삭에 대한 유체의 법선방향 상대속도
- $W_0$  : 계류삭의 단위길이당 무게
- $x$  : 수평좌표
- $z$  : 수직좌표
- $\alpha$  : 부유체의 회전각
- $(\beta, \gamma)$  : 수치계산 변수
- $\rho$  : 해수밀도
- $m$  : 계류삭의 단위길이당 질량
- $\tau$  : 비선형계수
- $\phi$  : 계류삭의 경사각
- $\psi$  :  $x-y$ 평면에서의 계류삭의 각도
- $\omega_n$  : 고유진동수 ( $n$ 차)

1. 서 언

해상구조물이나 선박, 부표등에 있어서 위치를 고정하는 수단으로 흔히 계류삭이 사용되고 있다. 이러한 계류삭은 파도, 조류등과 같은 해상환경 뿐만 아니라 계류부유체의 운동의 영향을 받아 움직이게 되고 또다시 계류부유체에 계류력을 작용시킨다.

계류삭의 안정성 및 계류부유체의 운동을 정확히 해석하기 위하여서는 계류삭에 대한 운동특성 해석이 선행되어야 한다. 또한 계류삭은 압축력에 대한 반작용력이 없으므로 압축력이 작용할 때에는 계류삭의 운동변위가 커질 뿐만 아니라 소기의 목적을 달성하지 못하게 된다. 따라서 계류삭에는 충분한 정적계류인장력이 작용되도록 하여야 하며, 운동할 경우에도 항상 인장력이 작용하도록 설계하여야 한다. 그러나 계류인장력이 너무 크게 작용하도록 설계하면 계류삭에 걸리는 응력이 커지게 되고, 또한 계류삭의 굽기도 커지게 되어서 경제적으로도 큰 손실을 초래하게 된다. 계류삭의 특성을 파악하기 위하여서는 정적 평형해석 및 동적해석으로 나누어서 수행할 수 있다.

초기 설계단계에서는 흔히 정적 평형해석을 통하여 설계인자를 결정하지만 계류삭의 고유진동수가 해양파의 에너지가 집중되어 있는 주파수 범위에 있는 경우이거나 좀더 정확한 해석을 하기 위하여서는 반드시 동적해석을 수행하여야 한다.

정적해석 및 동적해석인 경우 계류삭의 기하학적 형상으로 인하여 비선형 방정식을 풀어야 한다. 동적해석시에는 등가 선형화시켜 선형방정식을 풀수도 있으나 대변형인 경우이거나 정확한 해석이 요구되는 경우

에는 반드시 비선형해석을 하여야 한다. 정적해석시 평형방정식이 비선형이므로 몇가지 특수한 경우[2, 3, 4]를 제외하고는 일반적으로 이론해를 구할 수 없기 때문에 흔히 수치해석을 통하여 특성을 파악한다.

계류삭의 동특성해석은 최근 수십년 사이에 여러가지 방법들이 개발되었으며 그러한 방법들을 Choo[5]가 몇가지 계열로 분류하여 장·단점을 비교하였다. 본 연구에서는 일점계류제에 대한 정적 평형해석을 Runge-Kutta 방법을 사용하여 해석하였으며 수중부표가 달려 있는 경우와 다점계류제의 해석방법에 대하여도 기술하였다. 동적해석의 경우 계류삭의 고유진동수 및 고유진동형과 비선형 운동해석을 FEM을 이용하여 시간영역에서 해를 구하였으며 계산결과 및 비교도 아울러 기술하였다.

2. 계류삭의 정적평형

2.1. 평형방정식

Fig. 2와 같이 해저면에서 수평우측을 양의  $x$ 방향, 수직상단을  $z$ 의 양의 방향으로 하여 직교좌표계를 취한다. 또한 Fig. 1과 같이 미소요소에 대하여 접선 및 법선방향을 나타내는 국부좌표계를 취하면 힘의 평형조건과 응력·변형을 관계로 부터 평형방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다[2].

$$T \frac{d\phi}{ds} = (W_0 - B_0) \cos\phi + F_{n0} \left(1 + \frac{e}{2}\right) \tag{1-a}$$

$$\frac{dT}{ds} = (W_0 - B_0) \sin\phi + F_{t0} \left(1 + \frac{e}{2}\right) \tag{1-b}$$

$$T_r = T - \rho g A (D - z) \tag{1-c}$$

$$T = EAe \tag{1-d}$$

$$\frac{dx}{ds} = \cos\phi \cdot (1 + e) \tag{1-e}$$

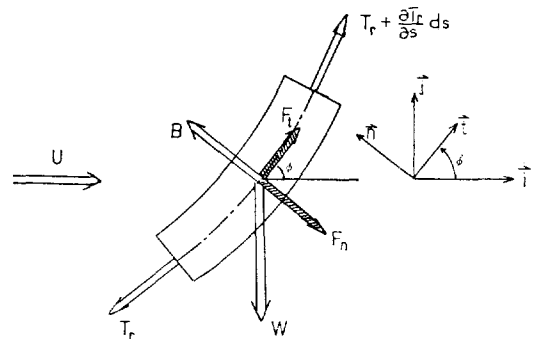


Fig. 1 Coordinate system for static analysis of mooring line.

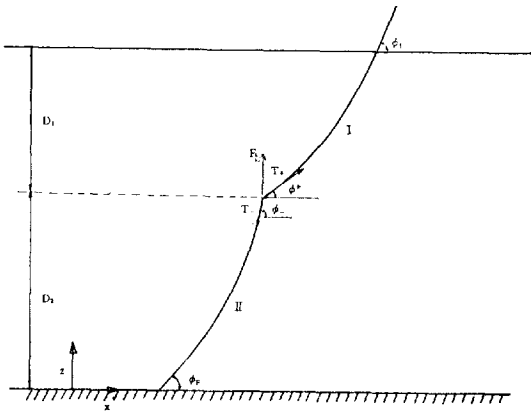


Fig. 2 Variable definition for the analysis of composite part

$$\frac{dx}{ds} = \sin \phi \cdot (1+e) \tag{1-f}$$

$$A = A_0 / (1+e) = \frac{\pi}{4} d^2 = \frac{\pi}{2} \frac{d_0^2}{1+e} \tag{1-g}$$

여기서  $F_{n0} = \frac{1}{2} \rho C_n d_0 U_n^2$ 이며  $F_{t0} = \frac{1}{2} \rho C_t \pi d_0 U_t^2$ ,  $T$ 는 인장력,  $\phi$ 는 계류삭의 경사각,  $e$ 는 변형율을 의미한다.

식(1-a)와 (1-b)는 각각 계류삭의 법선 및 접선방향의 평형방정식을 나타내고 식(1-c)는 실제 계류삭에 작용되는 인장력  $T_r$ 와 반경방향수축을 고려한 유효인장력  $T$ 와의 관계를 나타낸다. 식(1-d)는 계류삭의 변형도와 유효인장력과의 관계를 나타낸다. 식(1-e)와 (1-f)는 수평·수직방향변위의 관계식이고 식(1-g)는 계류삭의 단면적 변화를 의미한다.

식(1)은 비선형방정식으로 윗식에 대한 이론해는 알려져 있지 않으나 윗식을 보다 단순화시켜서 근사해를 추정할 수 있으며 단순화하는 정도에 따라 부분적으로 이론해가 존재한다. 또한 수치해석을 통하여 근사해를 구할 수도 있다[1].

본 연구에서는 전산기를 이용한 수치해를 Rung-Kutta 방법으로 구하였다. 계류삭의 경계조건으로서 한 끝단에서 인장력과 경사각, 위치가 주어질 수 있으며 한번의 수치계산으로 해를 구할 수 있겠으나, 일반적인 경우에는 한가지 이상이 미지수로 남아있고 다른 끝단에서 나머지 경계조건에 주어진다. 따라서 해를 구하기 위해서는 한 끝단에서 변위와 초기 경사각을 가정하여 방정식을 풀어나가서 다른 끝단에서 경계조건을 만족시키는가를 보는 shooting method를 사용할 수 있다.

본 연구에서는 계류삭이 길이가 일정하고 수면에서 수평방향분력이 경계조건으로 주어진다고 보고 계류삭

의 경사각을 bisection method로 가정하여 해를 구하였다. 이와같은 방법은 계류삭의 경사각이  $0^\circ \sim 90^\circ$  사이에서 변한다고 보면 오차범위는  $90^\circ \left(\frac{1}{2}\right)^n$ 이 된다. 여기서  $n$ 은 iteration수이다.

### 2.2. 계류삭의 정적특성

#### (1) 수중부표

계류삭 자체만으로 계류삭의 설계에 요구되는 조건을 만족시킬 수 없을 때 추나 수중부표 등을 계류삭에 부착시켜서 계류삭의 정적·동적특성을 변화시킬 수 있다. 수중부표를 전후하여 계류삭의 경사각 및 인장력 (Fig. 2)의 평형방정식은 다음과 같다.

$$F_b + T_+ \sin \phi_+ = T_- \sin \phi_-$$

$$T_+ \cos \phi_+ = T_- \cos \phi_- = H \tag{2}$$

식(2)의 첫식은 수직방향력의 평형조건이며, 둘째식은 수평방향력의 평형조건이다. 여기에서  $F_b$ 는 수중부표의 부력이며  $H$ 는 계류삭의 수평방향 분력이다.

#### (2) 계류삭의 flexibility와 stiffness

계류삭은 부유체에 연결되어 부유체가 평형위치에서 멀어졌을 때 복원력을 준다. 계류삭에 의한 복원력은 계류삭의 기하학적 형상, 계류삭의 재질에 의한 탄성율, 부유체의 속도 및 가속도의 함수가 된다. 부유체가 계류삭에 비하여 무거운 경우에는 계류삭의 동특성을 무시하여 준 정상상태로 응답이 일어난다 보고 복원력을 구할 수 있다. 또한 운동변위가 작다고 가정하여 선형복원력 계수를 유도할 수 있으며, 계류삭의 미소요소의 변위의 합으로 flexibility를 표현할 수 있다. 또한 flexibility 행렬의 역변환이 곧 선형복원력 계수가 된다.

$$\begin{Bmatrix} \delta H \\ \delta V \end{Bmatrix} = [K] \begin{Bmatrix} \delta x \\ \delta z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_{xx} & F_{xz} \\ F_{zx} & F_{zz} \end{Bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} \delta x \\ \delta z \end{Bmatrix} \tag{3}$$

여기에,

$$F_{xx} = \int_L \left( \frac{\sin^2 \phi}{T} + \frac{\cos^2 \phi}{EA} \right) ds$$

$$F_{xz} = F_{zx} = \int_L \left( -\frac{\sin \phi \cos \phi}{T} + \frac{\sin \phi \cos \phi}{EA} \right) ds$$

$$F_{zz} = \int_L \left( \frac{\cos^2 \phi}{T} + \frac{\sin^2 \phi}{EA} \right) ds$$

이와 같이 추정된 복원력계수는 계류삭이 부유체와 연결되었을 경우에 부유체와 계류삭이 이루는 계류계의 고유진동수를 구하는데 이용될 수 있으며 다점계류계의 해석시 정적평형상태를 구하는데 이용될 수 있다.

#### (3) 다점계류계

다점계류계는 보통 4~12개의 계류삭으로 구성된다. Fig. 3에 전형적인 예를 보였으며, 각각의 계류삭에 의한 계류력으로 부유체를 지지하게 된다. 대부분의 경

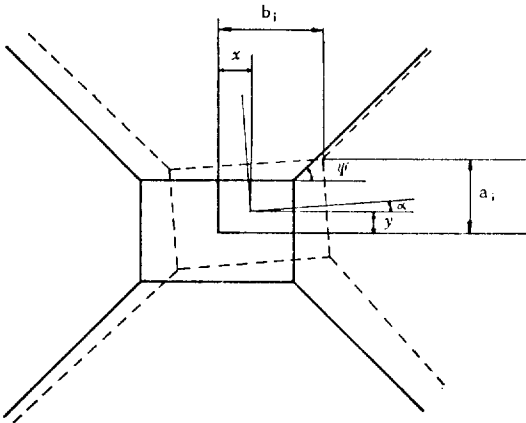


Fig. 3 Spread mooring system

우 수평방향의 힘만을 고려하여 정적평형상태를 구하는 것이 쉬우며 spar형 구조물이나 수선면적이 매우 작은 경우에는 수직방향력에 의해 수직방향운동이 유도될 수 있으므로 다소 복잡해진다[10]. 계류선에 의해 부유체에 작용되는 수평방향력과 모멘트 총합은

$$\begin{aligned}
 F_x &= \sum_{i=1}^n T_{Hi}(x, y, \alpha) \cos\phi_i \\
 F_y &= \sum_{i=1}^n T_{Hi}(x, y, \alpha) \sin\phi_i \\
 N &= \sum_{i=1}^n T_{Hi}(x, y, \alpha) [\cos\phi_i a_i(x, y, \alpha) \\
 &\quad - \sin\phi_i b_i(x, y, \alpha)] \quad (4)
 \end{aligned}$$

이며 주어진 변위  $(x, y, \alpha)$ 에 대하여 계류선의 수평방

향력과 수평방향변위 관계로부터 각 계류선에 의해 부유체에 작용하는 수평력을 얻고 그 합이 식(4)를 만족시키면 이때 얻어지는 상태가 다점계류계의 정적평형상태가 된다.

2.3. 계산결과

계산에 사용된 일점계류계의 제원은 다음과 같다.

- $W_1 = 3.4 \text{ kgf/m}$
- $d = 0.1 \text{ m}$
- $E = 1.0 \times 10^{10} \text{ kgf/m}^2$
- $L = 200 \text{ m}$

여기서 해수의 밀도  $\rho = 1,025 \text{ kg/m}^3$ , 수심  $D = 80 \text{ m}$ 이고 조류가 없다는 조건하에서 수평방향분력이 달라질 때 계류선의 형상, 계류선에 부합되는 인장력, 계류선의 강성행렬등을 구하였다. 위와 같은 계류선에 부력 300 kgf을 받는 수중부표를 부착시켰을 때의 결과도 구하였다.

Fig. 4는 계류선의 anchoring 위치에서 부유체와 부착점까지의 거리를 횡축으로 하고 수직변위를 종축으로 취하여서, 수중부표의 영향을 고려한 계류선의 형상이 수평분력의 변화에 따라 달라지는 모양을 보였다.

Fig. 5에는 정적평형상태의 변화에 따른 anchoring 점에서 부착점까지의 거리와 수평방향분력과의 관계를 도시하였다.

Fig. 6에는 수평방향강성과 anchoring 점과의 관계를 도시하였다. 강성도는 직선적으로 변하다가 다시 기울기가 큰 직선으로 변함을 알 수 있는데 완만한 직선

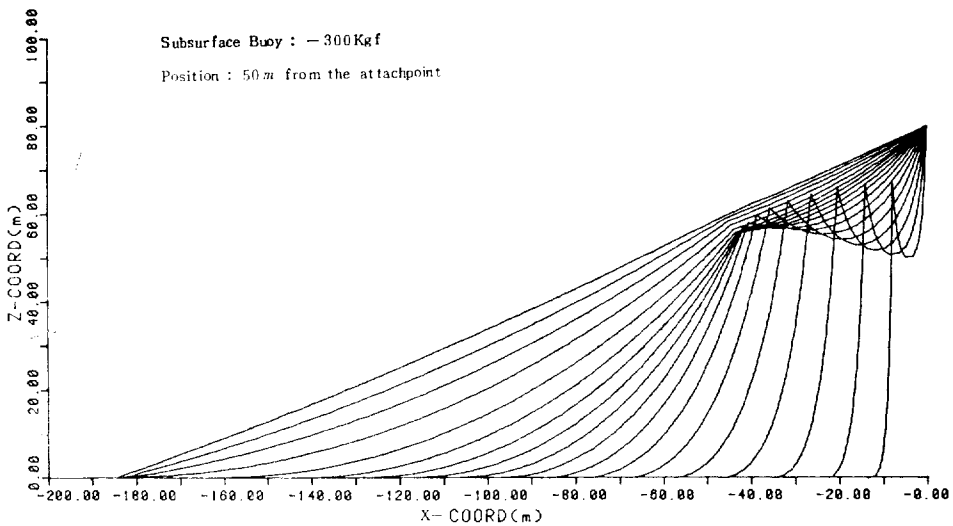


Fig. 4 Static configuration of mooring line with subsurface buoy :  $L=200\text{m}$

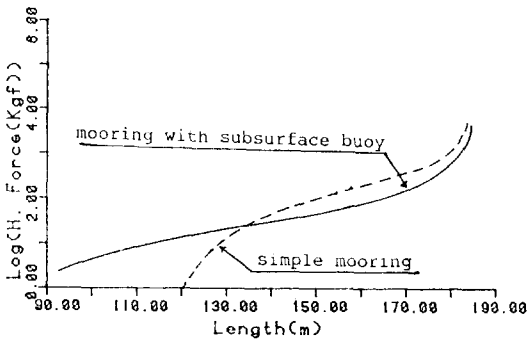


Fig. 5 Relation between the horizontal force and excursion

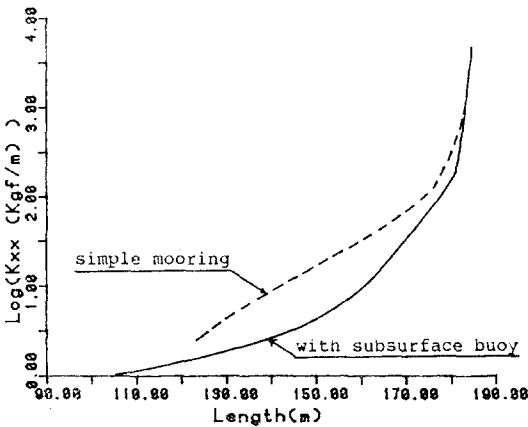


Fig. 6 Horizontal component of stiffness matrix

은 계류사가 해저에서 기울기가 영일 때이며 기울기가 큰 직선은 기울기가 해저에서 영이 아닌 경우로서 변위가 구속되는 효과에 기인한다. 그림에서 직선은 로그를 취한 값이므로 실제로는 거리에 따라 exponential 함수로 변하는 것을 의미한다. 또한, 수평방향분력이 어느정도 이상(Fig. 6)이면 수중부표에 의한 영향이 거의 없다. 이러한 수중부표의 영향은 수중부표의 크기, 부착 위치 등에 영향을 받으리라 예상된다.

### 3. 계류사의 동특성 해석

계류사에 대한 운동방정식은 연립편미분방정식의 형태로 유도되나 운동방정식이 비선형운동방정식이 되기 때문에 그 해를 구하는 것은 쉽지 않다. 따라서 여러 가지 근사적 해법을 사용할 수 있다. 유한요소법은 그 중 한가지 방법으로서 유한요소를 모형화하는 방법에 따라 여러가지 방법이 있다. 일반적으로 유한요소의

갯수를 늘릴수록 계산의 정밀도를 높일 수 있으나, 계산시간이 많이 걸린다. 유한요소법으로는 계류계의 임의의 비정상운동을 해석할 수 있으며, 유한요소를 직선 또는 곡선등으로 취할 수 있고, 길이를 다르게 취할 수도 있다[5], [7].

계류사는 유체내에 완전히 잠겨 있으며 파도에 의해 계류사에 작용되는 기진력은 수면근처에만 제한되므로 계류사에 작용하는 파기진력의 영향은 계류사의 부유체와 연결되어 있음으로 해서 받게 될 운동영향에 비해 무시할 수 있다고 보고, 계류사의 연결점의 운동만을 고려한다. 또한 유체입자의 운동은 계류사의 운동과 서로 연성되지 않은 것으로 본다. 즉 유체의 유동은 계류사가 있다고 해서 그 운동형태나 특성이 바뀌어 지지 않는다고 가정한다. 따라서 유체와 계류사과의 상호작용은 속도의 제곱으로 나타나는 항력과 부가질량 효과로만 나타낸다. 동특성에서의 비선형은 항력이 속도의 제곱이라는 점과 계류사 형상의 변화가 크기 때문에 일어난다. 후자를 기하학적 비선형성이라 하고 변형을·변위관계의 비선형항으로 표시된다. 또한 복합재질에 의한 비선형 및 해저면에서 계류사의 착지점이 변하는 것에 대한 비선형 경계조건을 들 수 있다. 계류사의 운동특성해석을 위해 계류사를 임의의 갯수로 분할하여 나뉘어진 부분을 유한요소로 취하였다. 일반적인 운동방정식은 여러가지 방법으로 유도될 수 있다. 뉴우튼의 운동법칙으로부터 직접 유도될 수 있으며, Lagrange식이나 Hamilton의 원리, 열역학 제 1 법칙등 간접적 방법으로 유도될 수 있다. 보통 다음과 같은 형태로 표현된다[5, 9].

$$[M]\{\ddot{q}\} = \{R(\{q\}, t)\} \quad (5)$$

여기에  $[M]$ 은 부가질량효과를 포함한 질량행렬  $\{R\}$ 은 계류사에 작용하는 의력으로서

$$\{R\} = \{F_R\} + \{F_B\} + \{F_D\} \quad (6)$$

와 같이 쓸 수 있다.  $\{F_R\}$ 은 계류사에 작용하는 인장력,  $\{F_B\}$ 은 계류사의 자중과 계류사에 작용하는 유체정력학적 힘인 부력을 나타내며  $\{F_D\}$ 은 계류사와 유체입자와의 상대속도 제곱에 비례하는 유체항력을 나타낸다. 또  $\{q\}$ 은 전체좌표계로 표현된 질점의 위치이다. 식(6)에서  $\{F_R\}$ 를 선형화시키면

$$\{F_R\} = -([\{K_E\}] + [\{K_G\}])\{q\} \quad (7)$$

같이 쓸 수 있다. 여기에  $[K_E]$ 는 보통의 truss 요소의 강성행렬로서 대칭이며,  $[K_G]$ 는 응력이 있는 유한요소의 방향변화에 의해 질점에 작용하는 힘과 관계있는 기하학적 강성행렬을 의미한다.

#### 3.1. 계류사의 고유진동수 및 고유진동형

식 (7)을 식 (5)에 대입하고 관성력과 인장력항만을 고려하면

$$[M]\{\ddot{q}\} + ([K_E] + [K_C])\{q\} = 0 \quad (8)$$

와 같이 쓸 수 있게 된다. 식 (8)로부터 고유진동수와 고유벡터는 쉽게 구하여진다. 여기서 탄성강성행렬  $[K_E]$ 는 truss를 유한요소로 취할 때 유한요소의 집선방향 강성만을 나타내게 되므로 singular 행렬이 된다. 따라서, 유한요소의 범선방향강성을 나타낼 수 있는 기하학적 강성도를 고려해야 한다.

3.2. 시간영역에서의 비선형해석

현의 비선형진동문제는 1940년 이후로 많은 관심을 불러 일으켜 왔다. 현에 대한 선형 진동방정식은 진폭이 미소할 때만 유효하며 진동진폭이 커지면 진동크기에 의한 부가인장력을 운동방정식에 포함시켜야 한다. 현의 비선형 진동해석에서는 진폭이 증가함에 따라 주파수가 높은쪽으로 고유진동수가 옮겨가며, 완벽한 공진현상을 파악할 수 없게 된다. 기진주파수가 어느 범위에 있으면, 현이 여러가지 진폭으로 진동을 할 수 있으며 기진주파수가 어떻게 변하는가에 따라 진동응답은 달라지게 된다. 기진주파수가 낮는데서 높은 주파수로 약간 증가했을 때 진동응답은 갑자기 떨어지는 "점프" 현상이 일어난다.

계류삭에 있어서는 대변형문제 뿐만 아니라, 진동진폭이 크거나 진동주파수가 클때 영향이 크게 나타나는 유체항력에 의한 비선형효과가 있으므로 해서 시간영역해법이 필요하게 된다.

계류삭의 운동방정식 (5)의 시간영역 해는 여러가지 수치적분법으로 구할 수 있다. 시간영역해법은 매 계산간격마다 iteration을 수행하는 implicit 해법과 시간간격을 짧게 취해서 계산하는 explicit 방법이 있다. 여기서는 implicit 한 해법으로서  $t$ 라는 시간에서  $\Delta t$  후의 변위와 속도를 가정하는 newmark 방법을 사용하고 매 시간간격마다 Lagrangian updating을 하여 수치계산을 수행하였다.

newmark 방법에 의한 속도와 변위는 각각

$$\begin{aligned} \{\dot{q}\}_{t+\Delta t} &= \{\dot{q}\}_t + \Delta t \{\ddot{q}\}_t + \gamma \Delta t ([\ddot{q}]_{t+\Delta t} - \{\ddot{q}\}_t) \\ \{q\}_{t+\Delta t} &= \{q\}_t + \Delta t \{\dot{q}\}_t + \frac{\Delta t^2}{2} \{\ddot{q}\}_t + \beta \Delta t^2 ([\ddot{q}]_{t+\Delta t} - \{\ddot{q}\}_t) \end{aligned} \quad (9)$$

와 같고 가속도는 운동방정식으로 부터 얻어진다.

식 (5)를 유체의 유한요소의 범선방향 가속도에 의해 작용되는 부가질량과 계류삭에 의한 질량행렬을 구분하여 다시

$$[\ddot{q}]_{t+\Delta t} = [M_0]^{-1}([R(q, \dot{q}, t)] - [M_{NL}(q)]\{\ddot{q}\}_{t+\Delta t}) \quad (10)$$

와 같이 바꿔 쓸 수 있다.

식 (10)은 부가질량효과가 미소요소의 운동방향과 위치에 따라 달라지기 때문에 iteration 마다 질량행렬을 역변환해야 하는 것을 선형질량 행렬의 역변환으로만 계산할 수 있도록 변형한 식이다. 따라서 질량행렬의 역변환을 단 한번만 수행하면 된다. 또한 진류력  $\{R\}$ 을 계산하는데 강성행렬을 기억할 필요없이 각 유한요소에 걸리는 탄성력을 계산함으로써 쉽게 포함시킬 수 있다. 식 (9)에서 수치적분 상수  $\gamma$ 와  $\beta$ 에 따라 적분특성은 달라지며,  $\gamma = \frac{1}{2}$ ,  $\beta = \frac{1}{4}$ 인 경우는 선형가속도법과 같은 방법이 된다.  $\gamma > \frac{1}{2}$ 이면 인위적으로 감쇠력을 주는 결과가 되며 중요하지 않은 고차진동현상을 줄일 수 있으며,  $\gamma < \frac{1}{2}$ 이면 감쇠력이 음인 결과가 나타난다. 선형계에서는  $\beta \geq \frac{1}{4}(\frac{1}{2} + \gamma)^2$ 이면 unconditional stability가 얻어진다(9).

Iteration 마다 계산되는 변위벡터의 norm을 정의하고 이러한 norm이 증가하면 해의 발산으로 본다. iteration은 norm이 한정된 값 이내에 왔을 때 마치고, 발산인 경우에는 시간간격을 줄여서 다시 계산을 수행한다. iteration 수가 너무 작은 경우에는 시간간격이 너무 짧은 것으로 판단하여 다음 시간간격을 늘려서 계산한다.

3.3. 계산결과 및 고찰

계류삭의 동특성을 파악하기 위해서 현과 계류삭의 진동을 계산하였다.

○ 현의 진동계산

현의 자중을 무시한 경우에 대하여 고유진동수 및 진동형을 파악하고 시간영역의 해를 구하여 봄으로써 계류삭이나 현의 진동시에 고려하는 변수들의 영향을 파악하였다. 계산에 사용된 계류삭의 제원을 다음과 같다.

$$\begin{aligned} T &= 1,000,000N \\ m &= 48.7 \text{ kg/m} \\ L &= 1,000 \text{ m} \\ EA &= 10^9 N \end{aligned}$$

이러한 현의 공기중에서의 고유진동수는

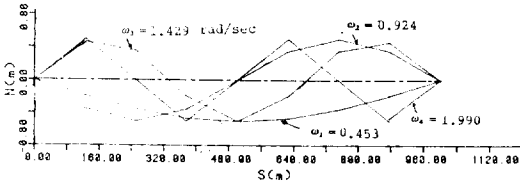
$$\omega_n = \frac{n\pi(T/m)^{1/2}}{L} = 0.450, 0.900 \text{ rad/sec}$$

으로 주어지며, 이러한 현에 대해 유한요소법을 적용한 결과는 Table 1에 고유진동수를, Fig. 7에 고유진동형을 각각 표시하였다.

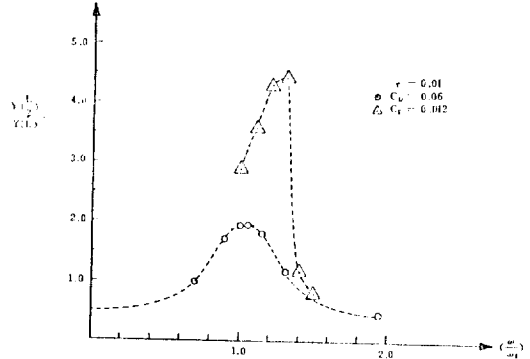
비선형응답특성을 파악하기 위하여 현의 한 끝단에 범선방향으로 강제조화 진폭을 주고 현의 응답을 시간영역에서 계산하였다. 진폭의 크기는 기하학적 비선형계수

**Table 1** Exact Solution과 FEM에 의한 현의 고유진동수비교

	선형해석	FEM	상대오차
$\omega_1$	0.450	0.453rad/sec	0.7%
$\omega_2$	0.900	0.924	2.7%
$\omega_3$	1.351	1.429	5.8%
$\omega_4$	1.801	1.99	10.5%



**Fig. 7** Natural vibration mode of a string



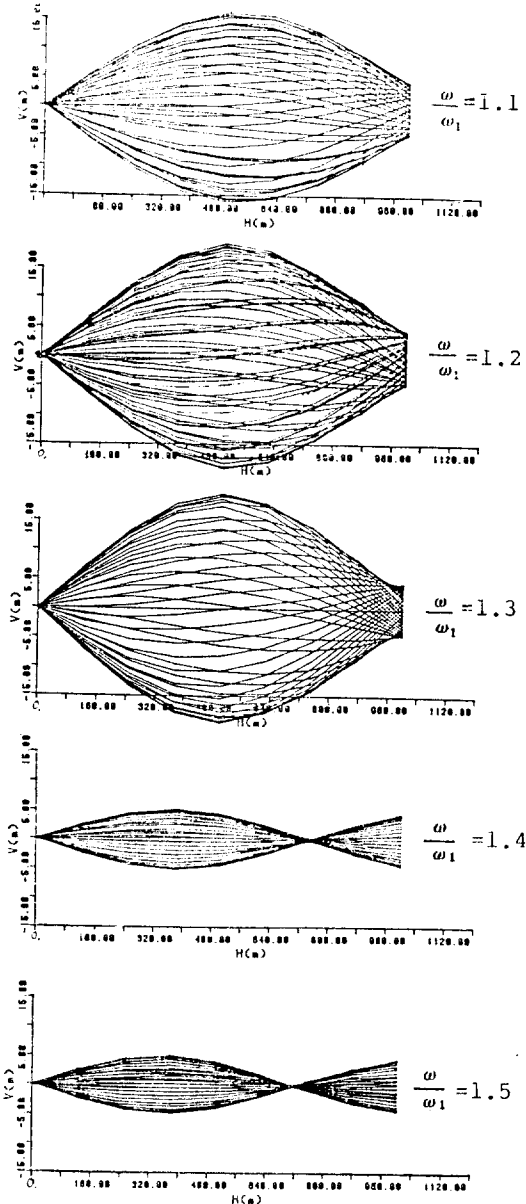
**Fig. 9** Midpoint motion response

$$r = \frac{EA}{T} \cdot \frac{A_{mp}^2}{2L^2}$$

를 0.01로 하는 값인  $A_{mp}/L = 4.5 \times 10^{-3}$ 을 주었다. 정상상태는 감쇠효과가 있어야 얻어지며 계산에서는  $C_D = 0.012$ ,  $C_D = 0.06$ 으로 변화시켜서 기진 진동수의 변화에 대한 현의 응답을 Fig. 9에 보였다.

Fig. 8에서 현의 형상은 수평축을 현의 길이로 수직축을 진동진폭으로 보였으며, 수직방향 진폭은 실제보다 과장되어 그려져 있다. Fig. 9에 횡축을 기진진동수와 제일차 고유진동수의 비로, 종축을 현의 중심점 변위와 기진진폭의 비로 나타내어 비교하였다. 감쇠효과가 큰 경우에는 진동진폭이 작고, 최대진폭이 되는 진동수도 제일차 고유진동수와 거의 일치하지만 진동진폭이 커지면 비선형효과가 나타나서 최대진폭이 나타나는 진동수가 큰 쪽으로 옮겨가는 것을 알 수 있다. 이와 같은 현상은 현의 진동폭이 크면 현에 걸리는 인장력이 커지고 인장력의 변화에 의한 현의 복원력이 커지게 되어 일어나며, 진폭에 따라 복원력이 커지는 hardening 효과를 나타낸다. Fig. 8로부터 현의 응답에서 점프가 일어날 때 진동형태 또한 달라지는 것을 알 수 있다.

또한 진동응답이 급격히 잘라지기 바로직전, 즉  $\omega/\omega_1 = 1.3$ 인 경우에는 정상상태에 이르는 시간이 다른 경우에 비해 많이 걸렸으며, 진동진폭이 균일하게 커지지



**Fig. 8** Motion envelope of the string

Table 2 계류사의 고유진동수 비교

(rad/sec)	Bliek	FEM	상 대 오 차
$\omega_1$	0.9011	0.901	1%
$\omega_2$	1.1949	1.259	5% $\left\{ \begin{array}{l} \text{symm.,} \\ \text{tani-symm.} \end{array} \right.$
$\omega_3$	1.6086	1.763	9%
$\omega_4$	1.8228	1.904	4%

않고, 어느정도 키친 다음 운동진폭의 증가비율이 줄어들다가 다시 증가해서 정상상태에 도달하였다.

○ 계류사의 운동

계류사의 경우에 운동응답특성을 계산하기 위하여 사용된 계류사의 제원은 다음과 같다.

$$T_{top} = 1,332,000 \text{ N}$$

$$T_{bot} = 1,155,096 \text{ N}$$

$$m = 48.7 \text{ kg/m}$$

$$\text{added mass} = 6.3 \text{ kg/m}$$

$$W_0 = 494.98 \text{ N/m}$$

$$d_0 = 0.0889 \text{ m}$$

$$E \cdot A = 1.30 \times 10^9 \text{ N}$$

$$D = 426.7 \text{ m}$$

$$C_n = 1.2$$

$$C_f = 0.05$$

$$L = 1,036 \text{ m}$$

정적평형해석으로부터

$$\phi_{top} = 33.056^\circ$$

$$\phi_{bottom} = 14.874^\circ$$

$$x = 940.68 \text{ m}$$

$$z = 426.7 \text{ m}$$

가 얻어진다. Bliek [6]의 고유진동수값과 FEM을 적용한 결과를 Table 2에 보였다. 또한 유한요소법을 적용해서 얻은 고유진동형을 Fig. 10에 보였다. 그림에서 진동형은 계류사의 범선방향으로 그려져 있다.

현의 고유진동형과는 달리 제일차 고유진동형이 비대칭진동형으로 나타나고 있으며 제 2차 및 제 3차 고유진동형은 대칭진동형으로 나타나 있다. 제 4차 고유진동형은 다시 비대칭진동형으로 나타나 있다. 이와 같은 현상은 비대칭진동형으로 진동할 때는 인장력의 변화가 매우 작지만 대칭진동형은 인장력의 변화를 수반하기 때문에 그 고유진동수가 비대칭진동형의 고유진동수보다 커질 수 있다[8]. 계산에에서는 대칭진동형의 첫번째 진동수가 비대칭진동형의 진동수보다 큰 경우이다. 또한 대칭진동형의 두번째 진동수가 비대칭진동형의 두번째보다는 작은 경우이다. 이와같이 대칭진

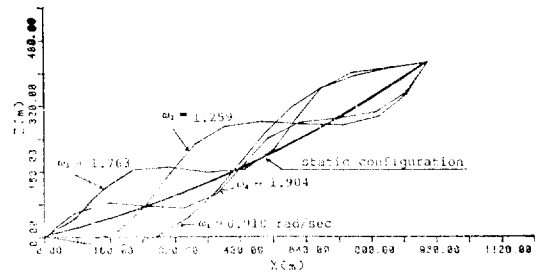


Fig. 10 Natural mode of a mooring line

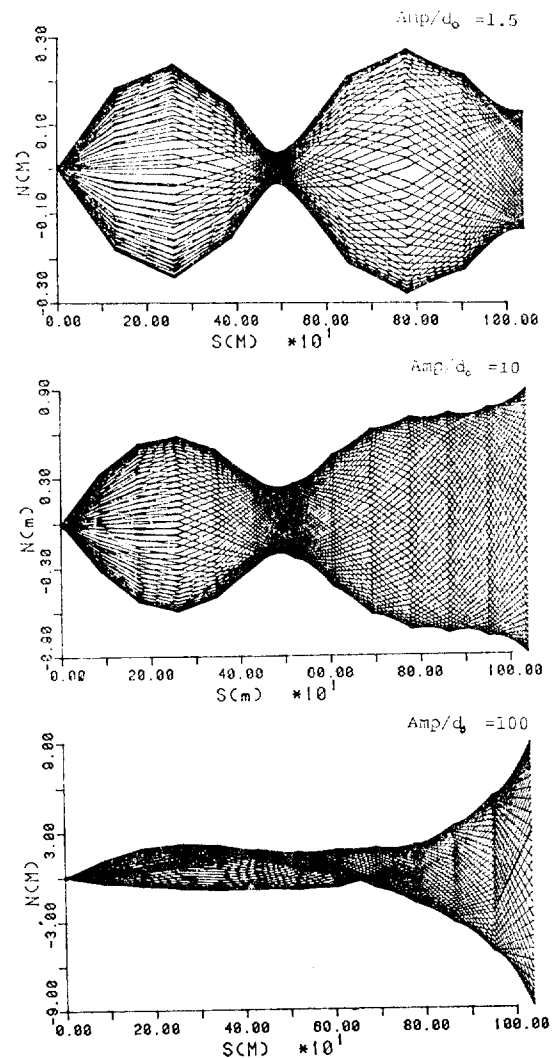


Fig. 11 Motion envelope of the mooring line



동형과 비대칭진동형의 진동수의 크기가 서로 바뀌어 지는 것은 계류사의 자중에 의한 처짐 효과에 기인되는 현상으로 인장력과 EA값, 계류사의 길이, 계류선의 무게 등에 관계된다[8].

계류사의 비선형특성을 시간영역에서 파악하기 위하여 계류사의 상단에 계류사의 법선방향으로 조화기진 진폭을 제1차 고유진동수로 주고 시간영역 응답을 조사하였다.

강제진동의 진폭은

$$\frac{A_{mp}}{d_0} = 1.5, 10, 100$$

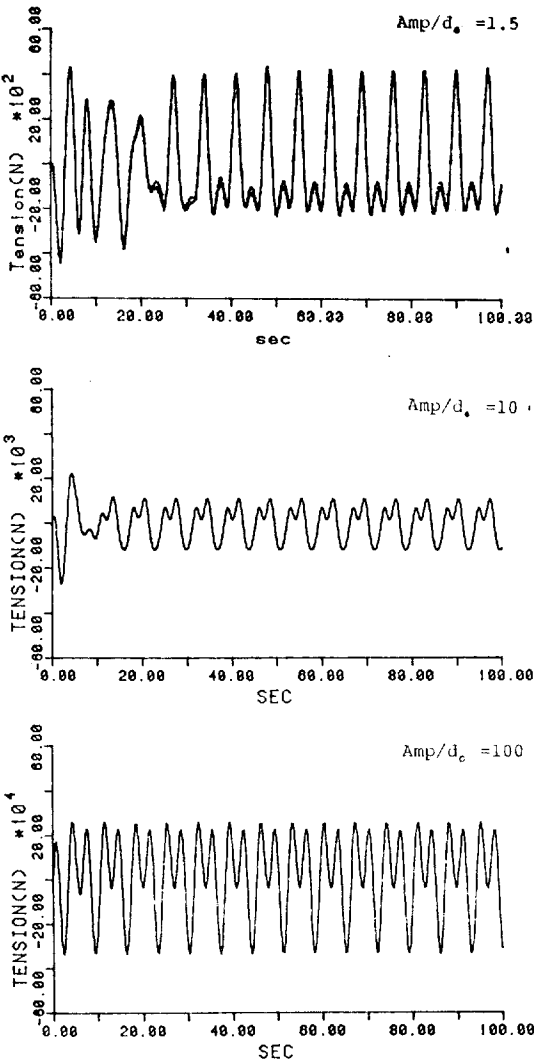


Fig. 12 Dynamic tension of the mooring line

으로 변화시키면서 조화운동을 시켰다. Fig. 11에 계류사의 직선방향을 수행측, 계류사의 법선방향을 수직축으로 나타냈다. 강제운동진폭이 커져감에 따라 고유진동형이 불분명하여지고 단위 진폭에 유기되는 운동진폭이 작아지는 결과를 얻을 수 있었다.

Fig. 12는  $A_{mp}/d_0$ 에 따른 계류사에 유기되는 동인장력을 나타낸다. 조화기진 변위가 주어지고 있어도 계류사에 유기되는 동인장력은 조화적으로 나타나지 않고 그 크기 또한 기진진폭에 따라 다르게 나타나고 있음을 보여준다. 이런 현상은 유체항력이 속도의 제곱에 비례하고 기하학적 변형을 관계등의 비선형성에 의한 영향으로 판단된다. 여기서 수치계산 변수는  $\gamma=0.7$ ,  $\beta=0.36$ 으로 취하여 계산을 수행하였다. 유한요소의 갯수는  $A/d_0=1.5$ 인 경우는 8개를 취하여 계산하였고  $A/d_0=10, 100$ 일때는 유한요소의 갯수를 12개로 취하여 계산하였다.

계산에에서는 고유주기가 비교적 작은 경우이다( $T_{per}=6.937sec$ ). 유체항력이 속도의 제곱에 비례하므로 진동수의 제곱에 비례한다고 볼 수 있다. 따라서 고유주기가 큰 경우에는 유체항력에 의한 감쇠가 작을 것이므로 그 운동진폭이 작지 않을 것으로 예상된다.

#### 4. 결 언

- 수중부표등을 사용하므로써 계류사의 특성을 변화시킬 수 있다.

- 유체항력에 의한 비선형효과가 기하학적 비선형 문제를 고려한 계류사의 동특성 해석은 유한요소법 모형화를 통한 updated Lagrangian simulation으로 효과적으로 추정할 수 있다.

- 계류선에 작용하는 비선형유체력은 계류시스템의 과도한 운동을 억제하여 시스템을 안정시키는 영향이 있다.

- 앞으로 유체력 추정 및 다접계류시스템에 대한 고찰이 필요하다.

#### 5. 후 기

본 논문은 정부의 국가특정연구사업으로 1984년도에 한국기계연구소 대덕선박분소에서 수행된 “계류부유체의 운동특성연구 (II)” 과제의 결과중 일부를 밝히 든다.

## 참 고 문 헌

- [1] 김훈철외 4인, “계류부유체의 운동특성연구 (Ⅱ)”, 한국기계연구소 보고서 UCN200-501.D, 1984.
- [2] Berteaux, H.O., *Buoy Engineering*, John Wiley & Sons. Inc., 1976.
- [3] Goodman, T.R. and Breslin, J.P., “Statics and Dynamics of Anchoring Cables in Waves”, *J. of Hydronautics*, vol. 10, No. 4, Oct., 1976.
- [4] Triantafyllou, M.S., *Mooring Line*, Lecture note, MIT, USA, 1983.
- [5] Choo, Y.I. and Casarella, M.J., “A Survey of Analytical Method for Dynamic Simulation of Cable Body Systems”, *J. of Hydronautics*, Oct. 1973.
- [6] Blik, A., “Dynamic Analysis of Single Span Cables”, Ph.D. Thesis, MIT, USA, 1984.
- [7] Johansson, P.I., “A Finite Element Model for Dynamic Analysis of a Mooring Cable”, Ph.D. thesis, MIT, USA, 1976.
- [8] Irvine, H.M., *Cable Structures*, MIT, Press, Cambridge, MA. and London, England, 1981.
- [9] Webster, R.L., “Nonlinear Static and Dynamic Response of Underwater Cable Structure Using the Finite Element Method”, OTC2322, 1975.
- [10] Fylling, I.J., “Anchor Line Forces”, WEGEMT, vol. 2, Mod. 1, Jan. 1979.