

最近의 數值電界計算法 (V)

朴 鍾 根 · 韓 松 擘
(서울大 工大 教授)

■ 차 례 ■

- 7. 有限要素法
 - 7.1 有限要素法の 基本概念
 - 7.2 變分法과 靜電界에서의 汎함수 誘導
 - 7.3 計算原理
 - 7.4 方程式의 解法과 data入力
 - 7.5 電荷重疊法과의 混合法
 - 7.5.1 混合法의 基本概念
 - 7.5.2 計算原理
 - 7.5.3 方程式의 解法
 - 7.5.4 計算例
- 8. 結論
- 參考文獻

7 有限要素法

7.1 有限要素法の 基本概念

어떤 領域을 해석하고자 할 때 電位 ϕ 는 그 領域 내에서 복잡하게 변화하지만, 領域을 여러 개의 要素들로 잘게 나누면 單純한 함수형으로 近似되고

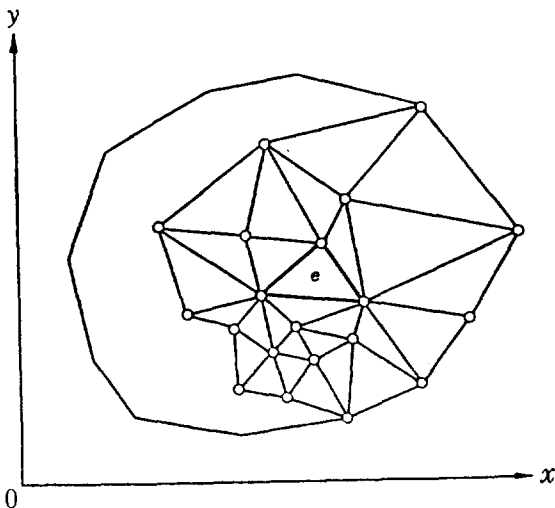


그림 1. 領域의 要素分割

큰 誤差는 발생하지 않는다.

그림 2는 해석領域에서 y 혹은 z 좌표가 일정할 때, 즉 $y=c$ 선상에서의 電位分布를 보여준다. 實線이 實際의 電位分布를 나타내면 點線은 領域을 여러 개로 나누었을 때 각각의 要素마다의 電位를 近似시킨 경우를 보여준다. 有限要素法은 그림 1과 같이 領域을 잘게 나누었을 때 각각의 要素內的 電位分布를 單純한 함수로 近似시키는 방법을 이용했다. 그림 1에서 각각의 面積을 要素(element)라고 부르며, 각 要素에는 연속적인 번호가 붙여진다. 그림 1에서 要素 하나를 뽑아 要素 e 라고 하자.

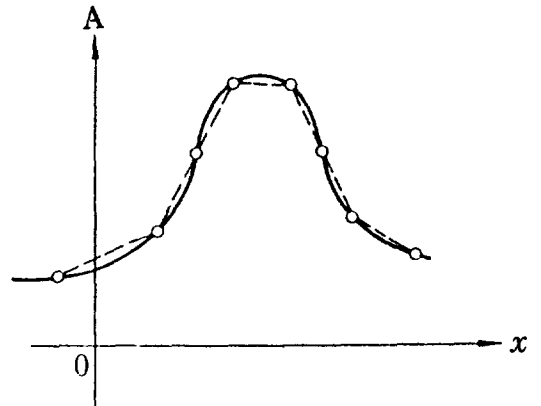


그림 2. 電位의 直線 近似

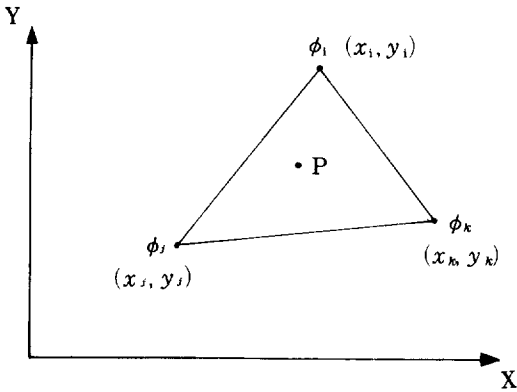


그림 3. 삼각형 요소 e

有限要素法에서 요소의 종류는 그 해석하고자 하는領域이 2次元場, 軸對稱 三次元場 혹은 일반 三次元場 중 어떤 분야에 따라 삼각형, 사각형, 사면체 혹은 육면체 등 여러가지로 나뉜다. 그림 3은 잘 쓰이는 一次近似 삼각형要素를 나타낸다. 그림 3의 삼각형의 정점을 節點(node)라고 부르며 이것에도 연속적인 번호가 붙여진다. 이 節點은 두 가지로 나뉘어지며 그領域의境界조건에 따라電位를 알고있는 節點과電位를 구하고자 하는領域의 節點으로 된다. 요소 e의 節點 i, j, k의 좌표는 $(x_i, y_i), (x_j, y_j), (x_k, y_k)$ 라하고 각각의電位를 ϕ_i, ϕ_j, ϕ_k 라 하자. 각 요소의電位近似함수로는 일반적으로 좌표의 一次式으로 나타내며 여기서도 一次近似를 사용한다. 이때 ϕ_i, ϕ_j, ϕ_k 가 구해지면領域안의 임의의點 p點의電位를 구할 수 있다. 그림 3과 같이 요소가 3節點을 가지고, 이 요소內的電位좌표가 一次式으로 近似된 경우 이런要素를 一次삼각형要素라 한다.

해석領域 각 節點의電位를 안다면 임의의點의電位를 구할 수 있다. 결국問題는 어떻게 각 節點의電位를 알 수 있는가이다. 각 節點의電位는 일반적으로 變分法의原理를 이용하여 구한다. 變分法의原理는 에너지法則이라고도 불리우는物理的法則으로서電位는 그界의 에너지가 最小가 되게分布한다는 사실에 기초를 둔다.

각 節點의電位를 Laplace나 Poisson 방정식으로 부터 직접 구할 수 없을 때, 變分法原理를 쓰게 되면 微分방정식이 積分방정식 형태로 표현되고 수치 계산이 쉬워진다. 왜냐하면 앞에서 말한 바와 같이領域이 나뉘어지면 각 요소의電位가 低次다항식으로 간단한 近似함수로 표현되기 때문에 積分이 용이하게 된다.

7.2 變分法과 靜電界에서의 汎함수 유도

變分法의概念은 積分형태로 나타난 量의 最大値나 最小値問題를 다루는데 있다. 일반적인 汎함수는 다음과 같이 주어진다.

$$J(\phi) = \int F(\phi, x_1, x_2, \dots, x_n, \phi_{x_1}, \phi_{x_2}, \dots, \phi_{x_n}) dx_1, dx_2, \dots, dx_n$$

여기서 $J(\phi)$ 는 極値를 갖는 量이다. F 는 이미 아는 함수이고 독립적인 변수 x_1, x_2, \dots, x_n 과 미지함수 $\phi(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 와 $\phi_{x_1} = \frac{\partial \phi}{\partial x_1}, \phi_{x_2} = \frac{\partial \phi}{\partial x_2}, \dots, \phi_{x_n} = \frac{\partial \phi}{\partial x_n}$ 를 변수로 갖는다. 여기서 미지함수 $\phi(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 의 積分경로에 따라 $J(\phi)$ 의 값이 변하며, 여기서 우리는 $J(\phi)$ 가 最小로 되는 積分경로를 취해야 한다. $J(\phi)$ 를 汎함수라 하며, 이것이領域에서 極値를 가지기 위해서는 變分 $\delta J(\phi) = 0$ 이 되어야 하며, 이 때 汎함수를 구성한 함수가領域內에서 Euler 방정식을 만족시켜야 한다.

다음은 電界해석에 쓰이는 Poisson 방정식의 汎함수를 유도한다. 界가 가지는 에너지는

$$E = \int_v \frac{\rho}{\epsilon} \phi dV$$

로 표시된다. 이것의 變分을 취하면,

$$\begin{aligned} \delta \int_v \frac{\rho}{\epsilon} \phi dV &= \int_v \frac{\rho}{\epsilon} \delta \phi dV \\ &= \int_v -\nabla^2 \phi \delta \phi dV \\ &= \int_v -\nabla \cdot (\delta \phi \nabla \phi) - \nabla \delta \phi \cdot \nabla \phi dV \\ &= -\oint_s \delta \phi \frac{\partial \phi}{\partial n} ds + \int_v \frac{1}{2} \delta |\nabla \phi|^2 dV \end{aligned}$$

우변 첫 항은 發散정리에 의해 얻어진다. 여기서境界 S의 조건이 Homogeneous Dirichlet, Non-homogeneous Dirichlet, Homogeneous Neumann ($\phi=0, \phi=C, \frac{\partial \phi}{\partial n}=0$)일 때, 우변 첫 항은 없어지고

$$\begin{aligned} \delta \int_v \frac{\rho}{\epsilon} \phi dV &= \delta \int_v \frac{1}{2} |\nabla \phi|^2 dV \\ \delta \int_v \left(\frac{1}{2} |\nabla \phi|^2 - \frac{\rho}{\epsilon} \phi \right) dV &= 0 \end{aligned}$$

따라서 汎함수 $J(\phi)$ 는

$$J(\phi) = \int_v \left\{ \frac{1}{2} \epsilon |\nabla \phi|^2 - \rho \phi \right\} dV$$

로 주어지고, $\delta J(\phi) = 0$ 은 界가 평형상태에 있으며, 평형상태에서는 에너지가 변동되지 않는다. 有限要素法에서는 위의 세가지 境界조건이 쓰이며, Dirichlet 境界조건을 強制境界조건 Neumann 境界조건을 自然境界조건이라 한다.

7.3 計算原理

그림 3에 나타난 각 要素內에 성립하는 電位近似 함수를 式(1)에서처럼 一次다항식으로 나타낸다.

$$\phi = a_1 + a_2x + a_3y \tag{1}$$

각 節點에 대하여 式(2)가 성립하고, 여기서 式(3)을 얻는다. 따라서 要素內 電位近似 함수式(1)은 式(4)으로 나타낸다.

$$\begin{pmatrix} \phi_i \\ \phi_j \\ \phi_k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \tag{2}$$

$$\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \phi_i \\ \phi_j \\ \phi_k \end{pmatrix} \tag{3}$$

$$\begin{aligned} \phi &= [1 \ x \ y] \begin{pmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \phi_i \\ \phi_j \\ \phi_k \end{pmatrix} \\ &= N_i \phi_i + N_j \phi_j + N_k \phi_k \end{aligned} \tag{4}$$

$\nabla \phi$ 를 구하면

$$\nabla \phi = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \end{pmatrix} \phi = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \phi_i \\ \phi_j \\ \phi_k \end{pmatrix} \tag{5}$$

여기서

$$A = \begin{pmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \end{pmatrix} \tag{6}$$

라 하면,

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{pmatrix} \tag{7}$$

$|A| = 2 \Delta$ (Δ 는 삼각형要素 面積)

이 된다. 式(5), (7)에 의해 $\nabla \phi$ 는 (8)式과 같이 된다.

$$\nabla \phi = \frac{1}{|A|} \begin{pmatrix} A_{12} & A_{22} & A_{32} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_i \\ \phi_j \\ \phi_k \end{pmatrix} \tag{8}$$

이때, 輻對稱三次元場의 圓筒좌표계의 에너지汎 함수는

$$J(\phi) = \int_V \left[\frac{1}{2} \epsilon \left\{ \left(\frac{\partial \phi}{\partial R} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial Z} \right)^2 + \left(\frac{1}{R} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \right)^2 \right\} - \rho \phi \right] R d\theta dR dZ \tag{9}$$

가 되고, 二次元場인 경우에는 式(9)의 微小體積要素 ($dV = R d\theta dZ dR$)가 微小面積要素 ($dS = dZ dR$)로 바뀌며 數式은 간단해진다. 式(9)에서 $R \rightarrow x$, $Z \rightarrow y$ 로 대치하고, 輻對稱이므로 $\frac{\partial \phi}{\partial \theta} = 0$ 이므로 式(9)는 式(10)으로 변하게 된다.

$$J(\phi) = 2 \pi \int_S \frac{1}{2} \epsilon \left\{ \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)^2 \right\} x dx dy - 2 \pi \int_S \rho \phi x dx dy \tag{10}$$

式(4)~(8)을 式(10)에 對入하여 정리하면 $J(\phi) = F(\phi_i, \phi_j, \phi_k, x_i, x_j, x_k, y_i, y_j, y_k)$ 가 된다. $J(\phi)$ 가 最小가 되기 위하여는 다음 式이 성립하게 된다.

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial J}{\partial \phi_i} \\ \frac{\partial J}{\partial \phi_j} \\ \frac{\partial J}{\partial \phi_k} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} \\ B_{31} & B_{32} & B_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_i \\ \phi_j \\ \phi_k \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{11}$$

($B_{11}, B_{12}, \dots, C_1, C_2, C_3$ 는 節點좌 표에 따른 常數이다)

여기서 모든 요소e에서 式(11)은 성립하게 된다. 따라서 전체적인 式은 各要素를 重疊시켜 다음式으로 된다.

$$\sum_e \sum_{i,j,k} \frac{\partial J_e}{\partial \phi_i} = 0 \tag{12}$$

式(12)는 $B \cdot \phi = C$ 의 형태를 가진다. (Laplace 場의 경우에 $C = 0$) 이 多元一次연립방정식을 풀어 각 節點의 電位 ϕ_i 를 구한다. 여태까진 삼각형要素의 一次近似 함수를 電位 함수로 사용한 例이다. 要素가 달라지거나 多次近似 함수일 경우 사용된 式들은 모두 바뀌게 된다.

7.4 方程式의 解法과 data 入力

最終으로 유도된 $B\phi = C$ matrix式에서 B matrix는 零요소가 많고 band幅이 보통 7~8 정도의 對稱 matrix가 되며 미지수 ϕ_i 는 보통 수개 정도가 된다. 실제계산시에는 matrix의 對稱性을 이용, 記憶量을 줄일 必要가 있다. 解를 구하는 방법은

Gauss Elimination法 Gauss Jordan法 SOR (Successive Over-Relaxation)法 등이 쓰인다. 보통 size가 커질 때 誤差누적 문제로 SOR法을 쓴다. SOR法을 사용할 때에는 初期値와 수렴factor 등을 入力시켜야 하며 수렴factor는 보통 1~2 사이로 한다.

有限要素法の 誤差는 큰 편이며, 電界의 경우 電位보다 큰 誤差를 갖는다. 이것은 要素數의 增加나 高次近似함수의 사용으로 줄일 수 있다. 有限要素法은 data入力에 있어서 많은 data를 入力시켜야 하는 問題가 발생한다. 例를 들어 200개의 要素(삼각형의 一次近似함수)를 가진 領域을 계산할 때, 대략 800~900개의 data가 入力되어야 한다. 要素數가 增加되거나 복잡한 要素인 경우 data入力은 대단히 힘든 作業이 된다. 따라서 data自動入力 program이 必要하게 된다.

7.5 電荷重疊法과의 混合法

7.5.1 混合法의 基本概念

有限要素法을 電荷重疊法과 比較하면 그 長短點은 다음과 같다. 電荷重疊法은 境界가 無限境界(open boundary)場이고, 境界의 모양이 單純한 경우에 사용된다. 有限要素法에서 境界가 無限境界場일 경우 適당히 먼 거리에 $\phi=0$ 인 條件을 주어야 하며 이것은 誤差발생의 원인이 된다. 그 외에 電荷重疊法은 電極表面이 曲線을 이루고 있을 경우, 이 電極表面에서의 電界값 계산에 有利하다. 反面 有限要素法은 有限境界일 경우나, 多媒質場, 혹은 복잡한 形상을 가진 場의 계산처럼 電荷重疊法으로는 解를 구하기 힘든 경우 有利하게 된다. 이와같이 그 方法은 각각 長短點을 가지게 된다.

效率인 計算을 위해 적용場에 따라 원하는 方法을 사용하게 된다. 이때 그 方法의 長點을 취하고 短點을 제거한 混合法(Combination Method)이 사용된다.

이렇게 考案된 混合法은 각각의 方法을 單獨으로 사용할 수 없는 場에 適用하거나, 單獨으로 사용할 수 있는 場에서도 部分的으로 分離해 混合法을 사용한다면, 部分的으로 각각 有利한 計算법을 사용하기 때문에 精度의 向上이나 計算시간의 短縮 등을 期待할 수 있다. 數值電界計算法에는 이외에도 表面電荷法과 差分法이 있지만, 모두 境界計算法과 領域計算法에 포함되고, 空間的 結合手法를 생각할 경우 電荷重疊法과 有限要素法에 의한 混合法을 생각하면 充分할 것이다. 이런 意味에서 混合法은 境界計算法과 領域計算法의 混合法이라고 말할 수 있다

7.5.2 計算原理

混合法에서는, 計算하는 全體場을 電荷重疊法 領域(CS領域) 및 有限要素法 領域(FE領域)으로 나눈다. 이 두 領域의 境界面을 結合面이라 부른다. 각 方法의 特徵에 따라 無限境界를 포함한 空間에는 電荷重疊法을 사용하고, 주위에 둘러 싸인 空間에 有限要素法을 사용하는 경우가 많기 때문에 이것을 基本으로 領域分割概念을 그림 4로 나타낼 수 있다.

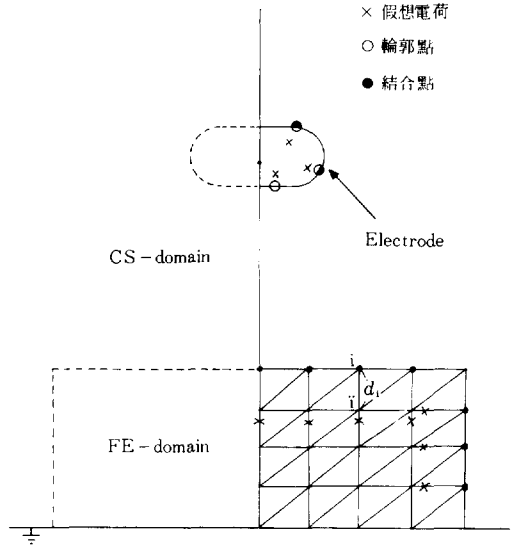


그림 4. 電荷重疊法과 有限要素法の 混合法

CS領域과 FE領域의 각각의 内部에는 각각의 計算方法을 사용한다.

$$[U] = [P] \times [Q] \tag{13}$$

[P] : 電位係數 matrix
 [Q] : 未知電荷量
 [U] : 境界條件

式(13)은 電荷重疊法에 사용되는 式이다.

$$[C] = [B] \times [\phi] \tag{14}$$

[B] : 各要素의 合成 matrix
 [ϕ] : 各節點의 電位值
 [C] : 定數 matrix

式(14)는 有限要素法에 사용되는 式이다. 즉 式(13)은 CS領域에 式(14)는 FE領域에 적용된다. CS領域과 FE領域의 結合은 結合面上에서의 電位 및 電束密度의 法線方向成分의 連續性 條件에 그 기초를 두고 있다.

誘電體의 경우, 雙極子들은 電界方向으로 再配列되며, 内部에선 그들끼리 相殺하지만 誘電體의 表面에선 表面電荷의 效果를 갖는다. 따라서 CS領域에서 電位를 계산하려면 FE領域 内에도 假想電荷를 배치하여야 한다. 混合法의 간단한 모델은 그림 4에 나타난다.

FE領域은 삼각형要素로 이루어졌으며, CS領域은 無限境界이며 그것은 電極을 포함한다. 電極内の 假想電荷갯수를 N_c 라 하고 이것은 電極表面의 輪郭點 갯수와 같게 된다. FE領域内の 節點의 갯수는 N_f 가 되며, N_c 는 結合面上의 結合點 갯수이고 이것은 FE領域内の 假想電荷의 갯수와 같게 된다. 假想電荷 輪郭點 및 結合點은 그림 4에 나타난 바와 같다.

CS領域에서 N_c 개의 方程式이 나오며 FE領域에서 N_f 개의 方程式이 나오게 된다. 여기에 結合面上에서의 結合點인 節點의 電位와 FE領域内の 假想電荷가 未知量이 된다. 따라서 $2N_c$ 개의 方程式이 필요하게 되며, 이것은 結合面上의 電位와 法線方向 電束密度의 連續條件에서 유도된다. 결국 $(N_c + N_f + 2N_c)$ 개의 線形方程式이 주어진다. 이 方程式을 풀면 $(N_c + N_c)$ 개의 未知電荷量과 $(N_f + N_c)$ 개의 未知電位 값을 구하게 된다.

結合面上에서의 條件式을 살펴보자. 電位 連續條件에서

$$\phi_i(FE) = \phi_i(CS) \quad (15)$$

$(i = 1 \sim N_c)$

式(15)가 주어진다. $\phi_i(FE)$ 는 未知數이며 $\phi_i(CS)$ 는 式(16)으로 표시된다.

$$\phi_i(CS) = \sum_{j=1}^{N_c+N_c} P(i, j) \cdot Q(j) \quad (16)$$

$P(i, j)$: 電位係數

$Q(j)$: 未知電荷量

따라서

$$\sum_{j=1}^{N_c+N_c} P(i, j) Q(j) - \phi_i(FE) = 0 \quad (17)$$

式(17)이 구해진다.

다음으로 法線方向 電束密度 連續條件에서

$$D_{ni}(CS) = D_{ni}(FE) \quad (18)$$

$(i = 1 \sim N_c)$

式(18)이 주어지며 ϵ_{CS} 와 ϵ_{FE} 를 各各 CS領域 및 FE領域에서의 誘電率이라 할 때 式(18)은 式(19)로 나타난다.

$$\epsilon_{CS} E_{ni}(CS) = \epsilon_{FE} E_{ni}(FE) \quad (19)$$

$E_{ni}(CS)$ 와 $E_{ni}(FE)$ 는 式(20)과 式(21)로 주어진다.

$$\epsilon_{ni}(CS) = \sum_{j=1}^{N_c+N_c} F_n(i, j) Q(j) \quad (20)$$

$$E_{ni}(FE) = - \frac{\phi(FE) - \phi_i(FE)}{d(i)} \quad (21)$$

式(20), (21)을 式(19)에 代入하면 式(22)가

$$\epsilon_{CS} \sum_{j=1}^{N_c+N_c} F_n(i, j) Q(j) + \epsilon_{FE} \frac{\phi_i(FE) - \phi_i(FE)}{d(i)} = 0$$

$F_n(i, j)$: 法線方向 電界係數 (22)

된다. 이때 $d(i)$ 는 그림 5에 나타난 것과 같이 i 번째 結合點에 있어서 法線方向의 다음 節點까지의 거리이다. 또 $t(i)$ 는 結合點과 結合點 電荷間의 거리이며 일반적으로 隣接結合點과의 거리 $l(i)$ 의 관계로서 表示된다.

$$t(i) = k l(i) \quad (23)$$

$(k = 1.0 \sim 1.5)$

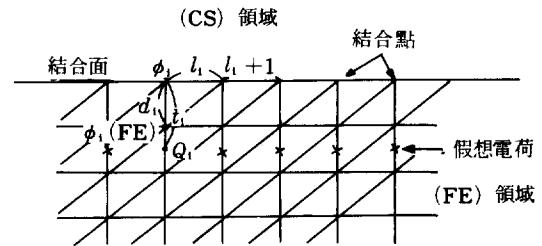
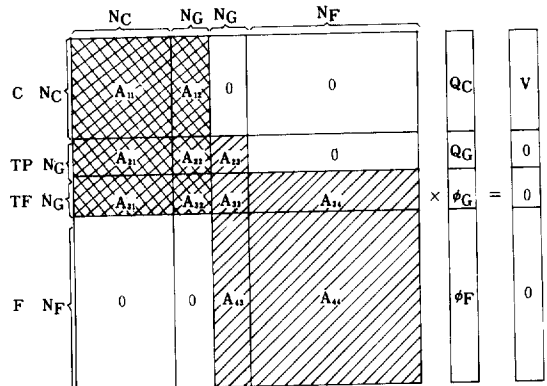


그림 5. 結合點과 假想電荷

위에서 나타난 것과 같이 式(15)~(22)에 의해 CS領域과 FE領域間的 結合이 가능해진다. 여기에 式



Q_c : 電極內部 假想電荷

Q_G : FE領域內 假想電荷

ϕ_G : 結合點의 電位

ϕ_F : FE領域內 節點電位

C : CS領域內 方程式

F : FE領域內 方程式

TF, TP : 結合面의 連續 條件式

▨ : 零要素가 없는 CS matrix

▩ : 零要素가 많은 대칭 FE matrix

(13), (14)는 各 領域內에 單獨으로 쓰여지게 된다. 最終으로 混合法에서 풀어야하는 方程式은 式(24)에 나온 것과 같은 多元一次連立式이다.

7.5.3 方程式의 解法

全體 matrix를 볼 때, 式(24)에서 ▨ 부분은 零要素가 거의 없고 非對稱인 電荷重疊法의 電位, 電界係數가 matrix를 이루는 부분이다. 그외의 부분은 對稱인 A_{ii} 부분을 제외하고는 零要素가 많은 有限要素法에 의한 matrix부분이다. 全體 matrix는 各行과 各列의 絶對值가 큰 差異를 나타내게 되어 狀態가 나쁘게 된다. 따라서 解를 구하는 것이 問題點이 된다.

matrix의 狀態가 나쁘기 때문에 直接法을 써야하나, 元素數가 많아질 경우 計算機 容量이 問題가 된다. 이때 全體 matrix를 여러 개로 나누어, 各部分列에 대하여 行交換과 消法交換을 하는 改良Gauss法을 사용한다.

元素數가 매우 많아질 경우 反復法을 사용하는 것

이 効果的이다. 이때는 收斂 factor를 加速이나 減速으로 사용한다. 그러나 收斂 factor는 經驗的으로 구하는 어려움이 따른다. 反復法의 收束性을 좋게 하기 위해 各스텝마다 收斂 factor를 自動的으로 變化시키거나, CS領域과 FE領域 계산 시 서로 다른 收斂 factor를 사용하여 계산한다.

7.5.4 計算例

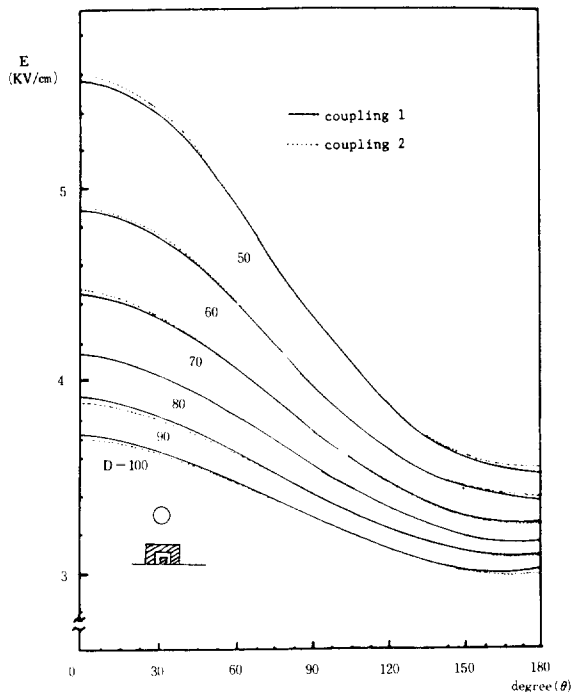


그림 7. 電極表面에서의 電界計算
($R=10, \epsilon_1=\epsilon_2=3, \epsilon_2=2$)

표 1. 圓筒-平板 電極의 field factor

($R=10, \epsilon_1=\epsilon_2=3, \epsilon_2=2$)

D	Coupling 1	Coupling 2
45	2.6603	2.6634
50	2.7616	2.7948
55	2.8447	2.8601
60	2.9293	2.9374
65	3.0204	3.0248
70	3.1156	3.1178
75	3.2178	3.2147
80	3.3129	3.3129
85	3.4159	3.4154
90	3.5179	3.5171
95	3.6212	3.6202
100	3.7251	3.7238

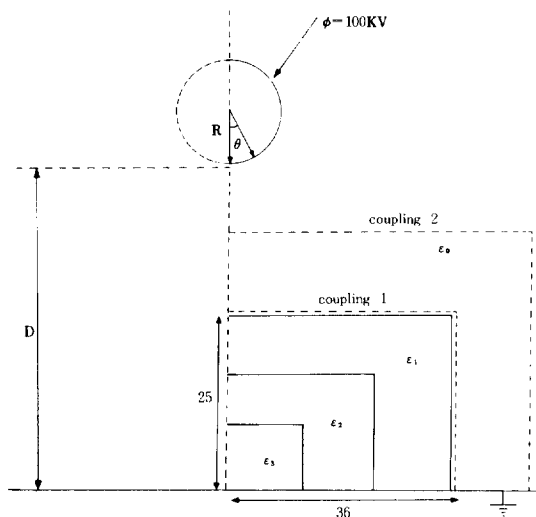


그림 6. 圓筒-平板 電極이 多媒質誘電體를 포함한 경우

그림 6 은 圓筒-平板電極이 多媒質誘電體를 포함하고 있을 때의 모델이다. 이것을 電荷重疊法으로 계산하기는 어려우나 混合法으로는 쉽게 계산된다.

그림 6 에 나타난 두개의 結合面은 比較를 위해 택하였다. 間極(D)가 變하게 됨에 따라 나타나는 電

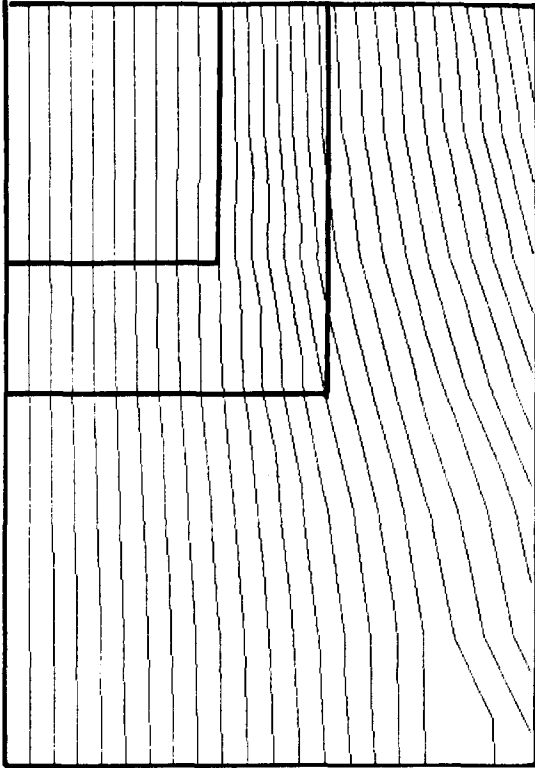


그림 8. FE領域의 等電位線
($D=45, R=10, \epsilon_1 = \epsilon_3 = 3, \epsilon_2 = 2$)

界와 field factor는 표 1, 그림 7 과 같다. 그림 8 은 FE領域의 等電位線이다.

結 論

이제까지 數值電界計算方法으로 解析的인 方法, 配荷重疊法, 表面電荷法, 有限要素法, 몬테칼로法, 有限要素法과 電荷重疊法의 混合法, 電荷重疊法과 몬테칼로法の 混合法 등에 대한 概說이었다. 현재 解析的인 方法, 電荷重疊法, 表面電荷法과 有限要素法은 거의 完成된 단계로 볼 수 있다. 그러나 表面電荷法의 特異點(Singular Point)問題, 電荷重疊法의 電極形狀最適化 問題, 有限要素法의 入力自動

化 問題 등은 解決하여야 할 課題이며, 한 걸음 더 나아가 모든 方法의 一般三次元場에의 適用과 計算時間의 단축은 계속적인 研究를 必要로 하고 있다.

우리나라에서 電界計算의 實適用에 있어서 여러 關連 패키지가 輸入되어 部分的으로는 쓰이고 있으나, 綜合的인 適用과 檢討는 이루어지고 있지 않은 상태이다. 따라서 高電壓 設計 分野에 從事하는 研究者간의 相互 協助가 극히 要求되는 實情에 있다. 이런 問題의 解決 方案으로 委員會 構成 및 Work Shop 開催 등이 있겠다. 그 한 方法으로서 서울大學 工科大學 電氣工學科에서는 每 夏期放學을 利用하여 電界計算의 Work Shop을 開催하고 있으며 關心있는 分들의 積極的인 參加가 期待되고 있다.

지난 원고를 돌이켜 보건데 電界計算技術의 早速한 보급을 서두른 나머지 講座內容에 미흡한 점이 많지 않았나 생각된다. 이점에 관해서는 여러 會員의 指摘 있으시길 기대하면서 본 講座의 끝을 맺는다.

참 고 문 헌

- 1) H. Steinbigler et al., "A charge simulation method for the calculation of high voltage fields", IEEE Trans. PAS. Vol. PAS-93, pp. 1660-1668, 1974.
- 2) A. J. Davies, "The finite element method: A first approach", Oxford Univ. Press, 1980.
- 3) H. Okubo et al., "Combined method for Electric field calculation", ISH. Milan No. 11. 13 (1979-8)
- 4) Huebner, "The finite element method for engineers", John Wiley & Sons, 1975.
- 5) P. K. Mukherjee & S. K. Pal, "A simulation method for field analysis by digital computer", Indian Journal of pure & Applied Physics, Vol. 11, October 1973, pp. 744-749.
- 6) L. V. Bewley, "Two-dimensional fields in Electrical Engineering", Dover Publications, 1963.
- 7) H. Steinbigler, "Combined application of finite element method and charge simulation method for the computation of electric field", ISH. Milan No. 11. 11(1979)
- 8) M. D. R. Beasley et al., "Comparative study of three method for computing electric fields", Proc. IEE., Vol. 126, No. 1, 1979.

- 9) 金相泰, "Electric field caculation in high voltage electrode by combination method", 서울大學校 工科大學 工學碩士學位論文. 1983.
- 10) 金應植·朴鍾根, "空間電荷를 고려한 코로나 放

- 電開始 現象 시뮬레이션", 電氣學會 高電壓分野 秋季 學術研究發表會 論文抄録集, 1985. 9.
- 11) 閔錫源, "電荷重疊法の 原理와 應用", 電力第1卷第3號 pp. 73~102, 1984. 9.