

論 文
35~10~1

極配置를 考慮한 部分 Model Matching 制御系 設計

Partial Model Matching Control System Design by Considering Pole-Placements

李壽欽* · 金秀重**
(Soo-Heum Lee · Soo-Joong Kim)

Abstract

Identification of the plants is not easy task especially in the fields of process control. From this point of view, Kitamori developed a method of control system design based on partial knowledge about controlled processes. However, it is difficult to control the oscillatory plant by Kitamori's method.

In this paper, we develop a method of partial model matching control system design, which have desirable pole-placements in order to improve the above defects. Design examples are given to illustrate the effectiveness of the method.

1. 序 論

線型系の 動特性을 나타내는 指標로서 遲延時間, 上昇時間, 최대오버슈트 등이 널리 사용되며, 이것과 밀접한 관계가 있는 임펄스응답이나 계단응답파형을 그 仕樣으로한 설계법이 제안되고 있다.^{1,2)} 그러나 制御의 現場에서는 制御對象의 動特性을 정확히 안다는 것은 어려운 일이다.³⁾

이러한 觀點에서 제안된 것이 Kitamori의 제어대상 的 部分的 知識에 기초를 둔 설계법이다.^{4)~7)} 이 방법은 低周波帶域에 우선하여 部分 Model Matching法을 사용하였으므로 振動的인 제어대상에 대해서는 安定性이 보장되지 않는다.^{8,9)} 이러한 短點을 보완하기 위해서는 高次微分器가 필요하지만 實用面에서 문제가 있고, 또한 제어대상의 高周波帶域까지 고려하게 되면 제어장치의 次數가 증가하게 된다.

따라서, 이 論文에서는 역시 低周波帶域에 우선

하여 部分 Model Matching을 하되, 上昇時間과 연관된 파라미터를 변화시켜 페루프진달함수의 極點의 軌跡을 조사하여 安定性面에서 가장 우수한 값을 취함으로써 제어기 파라미터를 결정하는 한 방법을 제안하고, 설계예를 통해서 그 타당성을 확인하였다.

2. 設計法의 基本原理

제어계의 설계로는, 주어진 제어대상에 대해 補償要素를 적절히 접속하여 제어계의 특성이 제어공학적 요청조건에 만족되도록, 보상요소 的 조정가능한 파라미터의 값을 정하는 것으로 한다. 제어대상 P , 보상요소 C , 및 제어계의 특성 W 를 각각 다음과 같은 파라미터 시퀀스로 나타낼 수 있다고 가정한다.

$$P = \{P_0, P_1, P_2, \dots\} \quad (1)$$

$$C = \{C_0, C_1, C_2, \dots\} \quad (2)$$

$$W = \{\omega_0, \omega_1, \omega_2, \dots\} \quad (3)$$

제어계에 가해진 제어공학적 요청조건 R 도

$$R = \{\gamma_0=0, \gamma_1=0, \gamma_2=0, \dots\} \quad (4)$$

로 시퀀스화 할 수 있으며 순서에 따라 요청순위

*正 會員: 慶南大 工大 電氣工學科 助教授

**正 會員: 慶北大 工大 電子工學科 教授 · 工博

接受日字: 1986年 3月 7日

가 높은 것으로 가정한다. IFS (independency from the successors) 性으로부터 다음 관계가 성립한다.

$$\begin{cases} \omega_0 = f_0(P_0; C_0) \\ \omega_1 = f_1(P_0, P_1; C_0, C_1) \\ \omega_2 = f_2(P_0, P_1, P_2; C_0, C_1, C_2) \\ \dots \dots \dots \end{cases} \quad (5)$$

또 파라미터 $P_0, P_1, P_2, \dots, P_n; C_0, C_1, C_2, \dots, C_{n-1}; \omega_n$ 에 대하여 $\omega_n = f_n(P_0, P_1, \dots, P_n; C_0, C_1, \dots, C_n)$ 을 만족하는 C_n 이 구해지며 ($n = 0, 1, 2, \dots$), 제어에 대한 요청조건 $\gamma_n = 0$ 는 $\omega_0, \omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$ 만에 관한 조건이 된다. 즉,

$$\begin{cases} \gamma_0(\omega_0) = 0 \\ \gamma_1(\omega_0, \omega_1) = 0 \\ \gamma_2(\omega_0, \omega_1, \omega_2) = 0 \\ \dots \dots \dots \end{cases} \quad (6)$$

$\gamma_n(\omega_0, \omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n) = 0$ 로부터 ω_n 이 얻어진다. ($n = 0, 1, 2, \dots$) 따라서 **P**, **C** 및 **R**의 n 항까지로 한정된 部分 Model Matching 설계가 가능하다.

3. 參照모델

설계의 參照모델의 전달함수로서는 Butterworth 形, Binomial 形 및 ITA E 最小標準形으로부터 만들어진 Kitamori Model⁵⁾을 사용한다. 참조모델을 분모계열로 나타내어

$$G_m(s) = 1/(\gamma_0 + \gamma_1 S + \gamma_2 S^2 + \dots) \quad (7)$$

이라 하고, 분모를 γ_0 로 나누어 $S \equiv (\gamma_0/\gamma_1) \tilde{S}$ 의 시간스케일의 변환을 행하면

$$\tilde{G}_m(\tilde{S}) = 1/\underline{\alpha} = 1/(\alpha_0 + \alpha_1 \tilde{S} + \alpha_2 \tilde{S}^2 + \dots) \quad (8)$$

$$\alpha_0 = \alpha_1 = 1, \quad \alpha_i = \gamma_i(\gamma_0/\gamma_1)^i, \quad (i=2, 3, \dots)$$

을 얻는다. 이 경우,

$$\{\alpha_i\} = \{1, 1, 0.5, 0.15, 0.03, 0.003, \dots\} \quad (9)$$

으로 선택하면 적절한 응답특성, 감쇠특성을 갖게 된다. 또한 상승시간을 σ 로 하여 (8)식을 實時間으로 환원하면,

$$G_m(S) = 1/\underline{\alpha}\sigma = 1/(\alpha_0 + \alpha_1 \sigma S + \alpha_2 \sigma^2 S^2 + \alpha_3 \sigma^3 S^3 + \dots) \quad (10)$$

로 된다.

4. 設計알고리즘

보상요소로 직렬접속된 PID제어기를 사용 하면

앞에서 논한 이론에 근거하여 제어대상의 전달함수

$$G_p(S) = \underline{b}/\underline{a} = (b_0 + b_1 S + b_2 S^2 + \dots)/(a_0 + a_1 S + a_2 S^2 + \dots) \quad (11)$$

를 분모계열로 표현하여

$$G_p(S) = 1/\underline{a}' = 1/(a'_0 + a'_1 S + a'_2 S^2 + \dots) \quad (12)$$

라 하자. 여기서

$$\begin{cases} a'_0 = a_0/b_0 \\ a'_i = \{a_i - (b_1 a_{i-1} + \dots + b_i a_0)\}/b_0, \quad (i=1, 2, \dots) \end{cases} \quad (13)$$

이다. 제어기의 전달함수를

$$G_c(S) = \underline{C}/S = (C_0 + C_1 S + C_2 S^2 + \dots)/S \quad (14)$$

라 하면, 목표치로부터 제어량까지의 전달함수는

$$\underline{W}(S) = 1/(1 + S \underline{a}'/\underline{C}) \quad (15)$$

이므로, 이것을 (10)식의 $G_m(S)$ 와 等價로 놓아 $\underline{C} = S \underline{a}'/(\underline{\alpha}\sigma - 1)$ 을 얻는다. (15)식을 전개하면

$$\begin{aligned} \underline{C} = & \frac{\underline{a}_0}{\sigma} \left[\left(1 + \frac{\underline{a}'_1}{\underline{a}_0} - \sigma \alpha_2 \right) S + \left\{ \frac{\underline{a}'_2}{\underline{a}_0} - \sigma \alpha_2 \frac{\underline{a}'_1}{\underline{a}_0} + \sigma^2 \right. \right. \\ & \left. \left. \left(\alpha_2^2 - \alpha_3 \right) \right\} S^2 + \left\{ \frac{\underline{a}'_3}{\underline{a}_0} - \sigma \alpha_2 \frac{\underline{a}'_2}{\underline{a}_0} + \sigma^2 \left(\alpha_2^2 - \alpha_3 \right) \right. \right. \\ & \left. \left. \frac{\underline{a}'_4}{\underline{a}_0} + \sigma^3 \left(2\alpha_2 \alpha_3 - \alpha_2^3 - \alpha_4 \right) \right\} S^3 + \dots \right] \quad (16) \end{aligned}$$

이 되고 未定파라미터는 σ 뿐이다. 따라서 σ 를 可變파라미터로 한 (15)식의 極點의 軌跡을 조사하여 安定性面에서 가장 우수한 값을 취하면 (16)식에서 제어기의 파라미터들이 결정되어

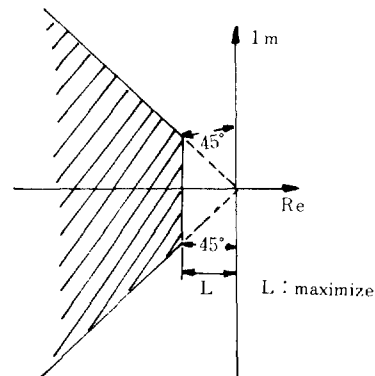


그림 1. 특성근이 위치할 희망 영역
Fig. 1. A desired area where characteristic roots are to be located.

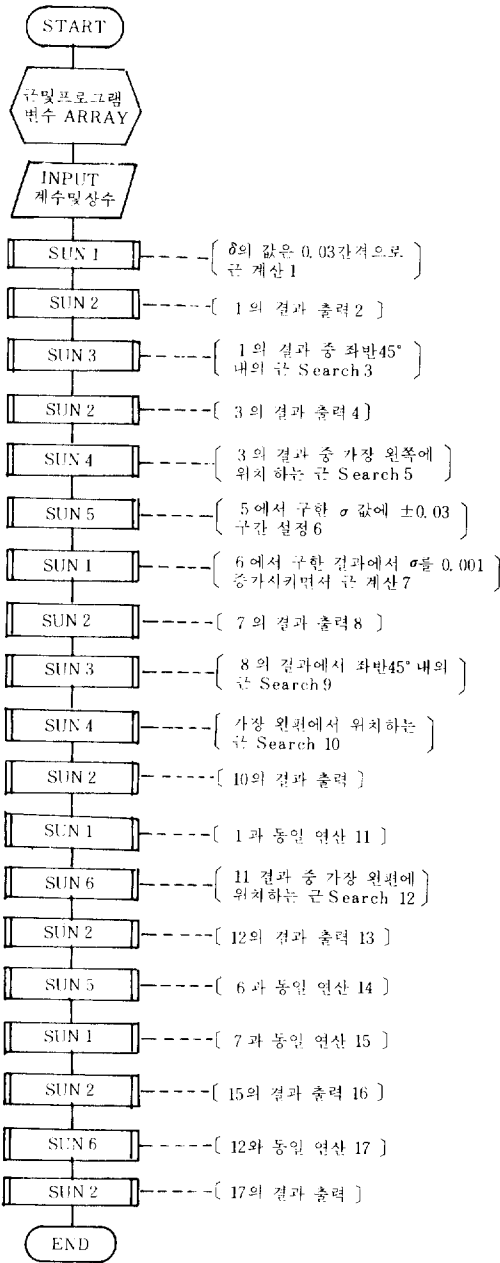


그림 2. σ 결정 흐름도

Fig. 2. I decision flow chart.

설계는 완료된다. 그림 1과 같이 안정성면에서 最適 特性根的 위치가 다음의 조건을 갖는 것으로 한다.⁹⁾

- i) 특성근이 전부 左半面に 있되, 실수부의 절대 값이 허수부 보다 클 것.
- ii) 優勢根이 허수축에서 가장 멀리 있을 것.

여기에 따른 설계 알고리즘 Flow chart는 그림 2와 같다.

5. 設計例

다음과 같은 분모계열표현의 제어대상을 선정한다.

$$G_p(S) = 1/(1 + 4S + 2.4S^2 + 0.448S^3 + 0.0256S^4) \quad (17)$$

$$G_p(S) = (12 - 6 \times 0.5S + 0.5^2 S^2)/(1 + S)(12 + 6 \times 0.5S + 0.5^2 S^2) \quad (18)$$

$$G_p(S) = 1/(1 + 0.125S + 2.4S^2 + 0.448S^3 + 0.0256S^4) \quad (19)$$

(17)식은 不足制御의 경우, (18)식은 Padé 近似化의 경우, (19)식은 不安定한 制御對象의 경우이다.

本設計法에 의해 설계된 제어계의 계단응답을 그림 3에 나타내었다. (18)' 및 (19)'는 조건 i)을 동시에 만족하는 根集合이 없으므로 조건 ii)만 적용하였다.

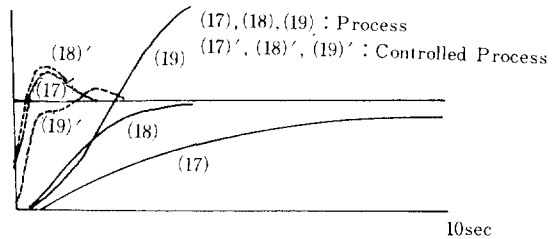


그림 3. 설계된 계의 단위계단응답

Fig. 3. Unit step response of designed system.

6. 結 論

部分 Model Matching法에 근거하여 페루프계의 특성근이 희망하는 위치에 오도록 하는 설계법을 제안하고 설계예를 보였다. 이 방법에 의하면 페루프전달함수를 Kitamori Model과 低次에 우선하여 部分Model Matching을 행하되, 安定性的의 확보를 위해 上昇時間 σ 를 未定파라미터로 하여 페루프전달함수의 극이 복소 평면의 左半面 45°内에 있되, 우세극 실수부의 절대값이 最大인 σ 를 취함으로써 제어기 설계는 완료된다. 이 방법은 항상 安定성을 보장하지는 않으나, 安定化設計가 가능한 제어대상인 경우, 安定성면에서 가장 양호한 제어계를 설계할 수 있다는 것이 Kitamori 설계법과 다른 점이다. 또한 제어기의 형태에도 제약을 받지 않는다는 장점

이 있는 반면, 제어대상이 高次일 경우, 특성근(또는 근계적)을 구해야 하는 과정이 문제점이 된다.

參 考 文 獻

- 1) C. F. Chen and L. S. Shieh, "An Algebraic Method for Control Systems Design", International J. of Control, vol. 11-5, pp. 717~739, 1970.
- 2) Hikaru Inooka, "連分數展開法による制御系の設計", 日本計測自動制御學會論文集, 15-7, pp. 875~900, 1979.
- 3) G. Obinata and H. Inooka, "極配置를考慮したモーメント法による制御系の設計", 日本計測自動制御學會論文集 Vol. 21-5, pp. 451~456. 1985.
- 4) T. Kitamori, "制御對象의部分的知識に基づく制御系の設計法", 日本計測自動制御學會論文集 Vol. 15-4, pp. 549~555. 1979.
- 5) T. Kitamori, "制御對象의部分的知識に基づくサンプル値制御系の設計法", 日本計測自動制御學會論文集 Vol. 15-5, pp. 695-700, 1979.
- 6) T. Kitamori, "制御對象의部分的知識に基づく1-PD方式非干涉制御系の設計法", 日本計測自動制御學會論文集 Vol. 16-1, pp. 112~117, 1980.
- 7) T. Kitamori, "制御對象의部分的知識に基づくPID方式非干涉制御系の設計法", 日本計測自動制御學會論文集 Vol. 16-1, pp. 139~140, 1980.
- 8) Akira Taguchi et al., "高次展開係數를考慮した部分モデルマッチング制御系設計", 日本計測自動制御學會論文集 Vol. 21-6, pp. 550~556. 1985.
- 9) Naoya Kawasaki and Etsujiro Shimemura, "指定領域内に特性根を配置する線形レギュレータ問題の重み係數決定法", 日本計測自動制御學會論文集 Vol. 17-3, pp. 335-342. 1981.