

<論 文>

동특성 측정에 의한 유한요소 모델의 신뢰도 제고 및
파손부위 색출에 관한 연구

박 윤 식* · 박 형 순**

(1985년 10월 17일 접수)

A Study on Improving the Reliability of a Finite Elements Model and
Stiffness Damage Detection by Dynamic Characteristics Measurements

Youn-Sik Park and Hyung Soon Park

Key Words: FEM(유한요소법), Dynamic Characteristics(동특성), Sensitivity(민감도), Error Matrix(오차행렬)

Abstract

A method to improve the Finite Elements Model and to identify structure stiffness damages utilizing measured dynamic characteristics is suggested. In order to show the effectiveness of the proposed method, a sample structure is adopted and tested. It is found that; (1) the Finite Elements model can be improved with experimentally obtained dynamic characteristics satisfactorily and (2) the test results are also very helpful to search the stiffness damaged part of the sample structure via plotting the error matrix[E], especially it is proved that the weighted error matrix is very effective to detect even the stiffness changes are relatively small.

기 호 설 명

- [M] : 질량 행렬 (mass matrix)
- [K] : 강성 행렬 (stiffness matrix)
- [C] : 감쇠 행렬 (damping matrix)
- $\lambda_i = \omega_i^2$: i 번째 고유 진동수 ([C]=0 인 경우)
- λ^* : 실험으로 구한 고유진동수 ([C]=0 인 경우)
- ϕ_i : i 번째 모드 형태

- $\Phi = [\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n]$: 모달 행렬 (modal matrix)
- λ_{ci} : 감쇠가 있는 경우의 i 번째 고유 진동수
- ϕ_{ci} : 감쇠가 있는 경우의 i 번째 모드 형태
- $S_{ij} = \frac{\Delta \omega_i^2}{\Delta p_j}$: 민감도 계수 (sensitivity element)
- p : 유한요소 모델의 입력 변수
- p_0 : 유한요소 모델의 초기 입력 변수
- [S] : 민감도 행렬 (sensitivity matrix)
- [E] : 오차 행렬 (error matrix)
- $[W_\lambda], [W_p]$: λ 와 p 에 대한 가중 행렬 (weighting)

*정회원, 한국과학기술원 기계공학과
**한국과학기술원 기계공학과

- matrix; diagonal)
- [ΔK] : 강성 행렬의 변화량
- [ΔM] : 질량 행렬의 변화량
- N : 모델의 자유도
- n : 실험 node 수 (measured node point)
- m : 실험된 모드 수

1. 서 론

최근 기계요소나 구조물의 설계 경향을 보면 극한 설계 (limit design)나 최적설계 (optimal design)로 볼 수 있으며 이를 통한 설계의 최적화 경량화를 이루기 위하여 정하중 또는 동하중 하에서 각 부위에 발생하는 응력 및 변형에 대한 정확한 파악이 우선 요구되어 진다. 이를 위하여 여러가지 실험적, 해석적 방법이 사용되어 지고 있으나 그중 유한요소 모델에 의한 해석 방법은 시제품 제작전 설계 단계에서 대상물의 응력 및 변형을 예측할 수 있고 또한 부분적 설계 변형에 대한 영향도 검토할 수 있는 등 여러 이점 때문에 그 응용이 활발해지고 있다. 특히 최근 대용량 컴퓨터의 보편화 및 가격 하락은 많은 경우 실험 방법보다 경제적으로 해석이 가능하여 졌으며 이는 유한 요소 모델 응용 범위를 급속히 확장시키고 있다.

유한요소 모델은 해석 대상물을 유한개의 요소로 분할하여 수립한 단순적 모델이므로 필연적으로 오차가 포함되어 진다. 이는 정적 해석에서 뿐 아니라 특히 동적 해석인 경우 계산시간 절감을 위하여 요소 수를 적게 사용하면 그 오차는 증가되는. 요소수의 유한성에 의한 오차와 병행하여 유한요소 해석과 실험해석 결과의 차는 유한요소 모델 수립시 충분히 고려치 못한 대상물의 불확실성 변수 (Uncertainty variables)에 의한 다고 볼 수 있다. 여기서 언급되는 불확실성 변수란 대상물을 유한요소 모델에서 정량화 또는 단순화 하는 과정에서 발생하는 오차를 말한다. 즉, 사용되는 재료의 탄성계수, 전단계수 및 기하학적 형상의 변화에 따른 단면계수 변화등 물성치의 정량화 단계에서 생기는 오차, 재료의 비선형성, 비균일성 및 응력-변형도의 비선형성을 모델화 하는 과정에서의 오차, 사용되는 요소와 요소사이, 또 대상물의 경계조건을 단순화하는 과정에서 오차, 그리고 수립된 모델을 계산하는 과정에서 계산 오차 등을 열거할 수 있다. 물론 실험 과정에서 실험 오차가 항상 존재하나 실험 해석 결과의 위의 여러 불확실성 변수의 영향이 고려된 것으로 볼 수 있으므로 실험 결과를 대상물의 유한 요소 모델에

반영시켜 두 해석 방법의 오차를 줄일 수 있도록 개선된 유한요소 모델을 얻을 수 있다^(1,2). 즉, 실험 결과를 근거로 유한 요소 모델의 질량 및 강성 행렬을 변화시켜 대상물을 보다 정확하게 나타내는 개선된 모델을 수립할 수 있으며 이는 자체의 정적, 동적 해석뿐 아니라 대상물의 질량 및 강성 변경시 영향 예측, 판단 부위 색출 등에도 활용할 수 있다.

본 연구에서는 기존 유한요소 모델에 실험으로 구한 동특성을 사용하여 불확실성 변수를 고려한 개선된 모델을 구하고 개선된 모델로 부터의 해석 결과와 실험 결과를 비교하였다. 또한 대상물의 파손에 의한 동특성 변화를 측정하고 측정된 신호와 개선된 모델을 사용하여 대상물에서의 파손 위치를 오차행렬로 도시할 수 있는 방법을 연구하였다. 또 각 부재의 동특성에 영향을 주는 민감도를 도입하여 파손위치를 더욱 명확히 오차행렬에 도시할 수 있는 방법도 제시하였으며 이와 같은 오차행렬에 의한 파손 부위 색출방법이 매우 효과적임을 예제 구조물에서 보여 주었다.

2. 이론 해석

2.1 동특성 측정에 의한 유한요소 모델 개선

모든 대상 구조물은 연속체이므로 무한대의 자유도를 갖고 그 지배 방정식은 편미분 방정식이나 유한 요소 모델로 나타내면 그 구조물의 동특성을 나타내는 식은 식 (1)과 같다.

$$[M](\ddot{x}) + [C](\dot{x}) + [K](x) = \{0\} \tag{1}$$

[M], [C], [K]; ($N \times N$) 행렬

여기서 질량, 감쇠, 강성 행렬은 실수 (real)이며 대칭 (symmetric)으로 가정한다. 유한 요소 모델로부터 구한 동특성의 실험 결과와 같게 유한 요소 모델을 개선하기 위하여는 perturbation 이론을 도입하여 질량, 감쇠 및 강성 행렬의 변화에 의한 고유 진동수 변화량을 주는 민감도 (sensitivity)를 계산하여야 한다. 식 (1)을 state space 법을 사용하여 변환하면 다음과 같다.

$$[A](\dot{y}) + [B](y) = \{0\} \tag{2}$$

여기서 $[A] = \begin{bmatrix} [C] & [M] \\ [M] & 0 \end{bmatrix}$, $[B] = \begin{bmatrix} [K] & 0 \\ 0 & -[M] \end{bmatrix}$, 그리고 $(2N \times 2N)$ $(2N \times 2N)$

$$y = \begin{Bmatrix} x \\ \dot{x} \end{Bmatrix}$$

$y = \{Y\}e^{\lambda t}$ 로 가정하여 식 (2)를 풀면

$$[B]\{Y\} + \lambda_c[A]\{Y\} = \{0\} \tag{3}$$

질량, 감쇠 및 강성 행렬의 증가에 따른 각 행렬의 증

분을 고려하면

$$\left. \begin{aligned} [B] &= [B]_0 + [\Delta B] \\ [A] &= [A]_0 + [\Delta A] \\ \lambda_c &= \lambda_{c_0} + \Delta \lambda_c \\ \{Y\} &= \{Y\}_0 + \{\Delta Y\} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

여기서 첨기호 “0”는 변화전의 각 행렬을 나타낸다.

식 (4)를 식 (3)에 대입하고 고차항을 무시하고 식 (3)을 이용 정리하면 식 (5)와 같다.

$$\begin{aligned} & [B]_0 \{\Delta Y\} + \lambda_{c_0} [A]_0 \{\Delta Y\} + [\Delta B] \{Y\}_0 \\ & + \lambda_{c_0} [\Delta A] \{Y\}_0 + \Delta \lambda_c [A]_0 \{Y\}_0 = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

식 (5)의 양변에 $\{Y\}_0^T$ 를 곱해주고 정리하면

$$\begin{aligned} & \{\{Y\}_0^T [B]_0 + \lambda_{c_0} \{Y\}_0^T [A]_0\} \{\Delta Y\} + \{Y\}_0^T [\Delta B] \\ & + \lambda_{c_0} [\Delta A] \{Y\}_0 + \Delta \lambda_c \{Y\}_0^T [A]_0 \{Y\}_0 = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

식 (3)의 양변을 transpose 하고 $[A] = [A]^T$, $[B] = [B]^T$ 의 관계를 이용하면

$$\begin{aligned} & \{Y\}_0^T [B]^T + \lambda_c \{Y\}_0^T [A]^T = \{Y\}_0^T [B] \\ & + \lambda_c \{Y\}_0^T [A] = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

식 (6)과 식 (7)로부터 $\Delta \lambda_c$ 를 구하면

$$\Delta \lambda_c = - \frac{\{Y\}_0^T [\Delta B] + \lambda_{c_0} [\Delta A] \{Y\}_0}{\{Y\}_0^T [A]_0 \{Y\}_0} \quad (8)$$

여기서 $[\Delta A] = \begin{bmatrix} [\Delta C] & [\Delta M] \\ [\Delta M] & 0 \end{bmatrix}$, $[\Delta B] = \begin{bmatrix} [\Delta K] & 0 \\ 0 & -[\Delta M] \end{bmatrix}$

그리고 $\{Y\}_0 = \begin{Bmatrix} \phi_c \\ \lambda_c \phi_c \end{Bmatrix}$ 이므로

식 (8)에 대입하여 질량, 감쇠 및 강성의 변화에 의한 i 번째 고유진동수 변화량인 $\Delta \lambda_{ci}$ 를 구하면 식 (9)와 같다.

$$\Delta \lambda_{ci} = - \frac{\phi_{ci}^T [[\Delta K] + \lambda_{ci} [\Delta C] + \lambda_{ci}^2 [\Delta M]] \phi_{ci}}{\phi_{ci}^T [[C] + 2\lambda_{ci} [M]] \phi_{ci}} \quad (9)$$

본 연구는 감쇠가 무시할 만큼 적은 경우이므로 $[C] = 0$, $[\Delta C] = 0$ 그리고 $\lambda_{ci} = j\omega_{ci}$ 이 되며

$$\Delta \omega_{ci}^2 = \frac{\phi_{ci}^T [[\Delta K] - \omega_{ci}^2 [\Delta M]] \phi_{ci}}{\phi_{ci}^T [M] \phi_{ci}} \quad (10)$$

이 된다.

서론에서 언급한 바와 같이 모델링시 부정확한 입력 변수의 사용이 오차를 유발하므로 입력 변수 p 와 모델 해석 결과 λ 의 함수로 오차 함수 E 를 정의하고 E 를 최소로 하는 p 의 값을 식 (10)에서 구한 민감도를 사용하여 구할 수 있다.

오차함수 E 를 Bayesian rule을 사용하여 나타내면

$$\begin{aligned} E &= \{\lambda^* - \lambda\}^T [W_\lambda] \{\lambda^* - \lambda\} \\ & + \{p - p_0\}^T [W_p] \{p - p_0\} \end{aligned} \quad (11)$$

이다. 그러나 입력 변수 p 와 해석 결과 λ 는 일반적으로 비선형 관계에 있으므로 테일러 급수로 전개하고 고차항을 무시하면

$$\{\lambda_{n+1}\} = \{\lambda_n\} + [S] \{p_{n+1} - p_n\} \quad (12)$$

으로 표시할 수 있다. 여기서 $[S]$ 는 민감도를 나타내며 감쇠를 무시하는 경우 식 (10)을 사용하면

$$S_{i,j} = \frac{\Delta \omega_i^2}{\Delta p_j} = \frac{\phi_i^T \left[\frac{[\Delta K]}{\Delta p_j} - \omega_i^2 \frac{[\Delta M]}{\Delta p_j} \right] \phi_i}{\phi_i^T [M] \phi_i} \quad (13)$$

이다.

식 (11)과 식 (12)에서

$$\begin{aligned} E &= \{\{\lambda^* - \lambda_n\} - [S] \{p_{n+1} - p_n\}\}^T [W_\lambda] \{\{\lambda^* - \lambda_n\} \\ & - [S] \{p_{n+1} - p_n\} + \{p_{n+1} - p_0\}\}^T [W_p] \{p_{n+1} \\ & - p_0\} \end{aligned} \quad (14)$$

이 된다. 여기서 사용된 가중행렬 $[W_\lambda]$ 와 $[W_p]$ 는 대각행렬이므로 오차 E 를 최소로 하는 p 의 값은 아래와 같이 구할 수 있다. 즉,

$$\begin{aligned} & -2\{\{\lambda^* - \lambda_n\} - [S] \{p_{n+1} - p_n\}\}^T [W_\lambda] [S] \\ & + 2\{p_{n+1} - p_0\}^T [W_p] = 0 \end{aligned} \quad (15)$$

식 (15)을 transpose를 취하고 둘째항을 변형하면

$$\begin{aligned} & -[S]^T [W_\lambda] \{\{\lambda^* - \lambda_n\} - [S] \{p_{n+1} - p_n\}\} \\ & + [W_p] \{p_{n+1} - p_n + p_n - p_0\} = 0 \end{aligned} \quad (16)$$

$\{p_{n+1}\}$ 에 대하여 정리하면

$$\begin{aligned} \{p_{n+1}\} &= \{p_n\} + [[W_p] + [S]^T [W_\lambda] [S]]^{-1} \\ & [[W_p] \{p_0 - p_n\} + [S]^T [W_\lambda] \{\lambda^* - \lambda_n\}] \end{aligned} \quad (17)$$

이 된다. 식 (17)을 반복계산하여 입력 변수 p 가 수렴하는 값을 취하면 오차를 최소화게 하는 입력 변수 p 의 값을 구할 수 있으며 이렇게 구한 p 를 유한요소 모델에 사용하므로써 유한 요소 모델 해석의 신뢰도를 높일 수 있다.

2.2 동특성 측정에 의한 파손부위 색출

해석하고자 하는 대상물에 크랙, 부재의 파단, 피로 등의 축적...등등의 이유로 변화가 일어난 경우 유한요소 모델과 간단한 동특성 실험으로부터 그 파손부위를 색출할 수 있다. 여기서 일반적인 대상물의 변화는 질량 및 강성 행렬 모두에 영향을 줄 수 있으나 크랙이나 파단에 의한 손상은 강성 행렬에만 영향을 끼치고 파손 전의 유한요소 모델은 전절에서 서술한 바와 같은 방법으로 실험해석과 거의 동일한 결과를 준다고 가정하면 파손 전후의 강성 행렬의 변화에 의한 오차 행렬을 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$[E] = [K_2] - [K_1] \quad (18)$$

여기서 $[K_1]$ 은 파손전의 강성 행렬을 $[K_2]$ 는 파손후의 강성 행렬을 나타내며 그 크기는 $N \times N$ 행렬이다. 식 (18)의 양변에 $[K_1]^{-1}$ 를 곱하고 정리하면

$$[K_2]^{-1} [K_1] = [[I] + [K_1]^{-1} [E]]^{-1} \quad (19)$$

이 된다. $[K_1]^{-1}[E]$ 가 $[I]$ 에 비해 작다고 가정하고 식 (19)을 정리, 고차항을 무시하면

$$[K_2]^{-1}[K_1] \cong [I] - [K_1]^{-1}[E] \quad (20)$$

이 된다.

식 (20)의 양변에 $[K_1]$ 을 곱하고 $[E]$ 에 대해 정리하면 $[E] \cong [K_1][[K_1]^{-1} - [K_2]^{-1}][K_1]$ (21)

이 된다.

그러므로 파손 전후의 $N \times N$ 크기의 강성 행렬 $[K_1]$ 과 $[K_2]$ 를 알면 식 (21)에서 오차 행렬을 구할 수 있으며 이 오차 행렬을 무시하면 쉽게 예상 파손 부위를 알 수 있다. 그러나 파손전 강성 행렬 $[K_1]$ 은 유한요소 모델 개선에 의하여 $N \times N$ 크기로 모두 구할 수 있으나, 파손후는 동특성 측정에 의하여 $[K_2]$ 를 얻으므로 $N \times N$ 크기로 얻을 수 없다. 왜냐하면 실험에 의하여 얻을 수 있는 정보량은 매우 제한될 수밖에 없기 때문이다. 실험으로 구한 고유 진동수 및 모드드 수를 m , 각 모우드 구할 때의 실험 측정 위치 수를 n 이라 하면 파손 후 강성행렬 $[K_2]^{-1}$ 는 식 (22)과 같이 $n \times n$ 크기로 구할 수 있다.

$$[K_2]^{-1} = [\phi_e] \left[\frac{1}{\omega_i^2} \right] [\phi_e]^T \quad (22)$$

여기서 $[\phi_e]$: 실험으로 구한 모우드 행렬 ($n \times m$)

$\left[\frac{1}{\omega_i^2} \right]$: 실험으로 구한 고유 진동수 제곱의 역수 ($m \times m$)

$[K_1]$ 도 $[K_2]$ 와 행렬 크기를 맞추기 위하여 유한요소 모델에서 구한 $[K_1]$ ($N \times N$) 행렬을 Guyan reduction⁽³⁾을 이용, $[K_1]$ ($n \times n$)을 구하고 식 (22)으로부터 얻은 $[K_2]^{-1}$ ($n \times n$)와 같이 식 (21)으로부터 오차행렬 $[E]$ 를 구한다. 여기서 $[E]$ 는 각 노드의 강성 변화 절대값을 나타내는데 반하여 동특성은 강성변화량에 물론 영향을 받지만 민감도에 더 큰 영향을 받는다. 즉 어떤 부재에서는 아주 작은 강성 변화도 전체 동특성에 큰 변화를 주는데 반하여 또 다른 부재는 강성 변화가 100 퍼센트 일지라도 대상물 전체의 동특성에 미미한 영향만 줄 수 있다. 즉, 파손위치에 따른 민감도를 고려하여 오차 행렬 $[E]$ 에 가중치를 주는 것이 파손 부위색출에 더욱 효과적일 것이다. 본 연구에서는 다음과 같은 방법으로 오차 행렬에 가중치를 고려하였다. Table 1에서 보인 바와 같이 먼저 파손 전후 자 모우드의 고유 진동수 차 Δf_i^* (i 번째 고유진동수 변화량)를 구하고 대상물이 선형계라는 가정하에 각 부재별로 강성계수가 변한 경우의 고유진동수 변화량 Δf_{ij} (j 번째 부재의 강성이 변한 경우 i 번째 고유 진동수 변화량)를 민감도를 고려하여 구한다. f_{ij} 는 강성계수 변화량에 직

접 관계되며 우리가 구하고자 하는 것은 강성 계수 변화량이 아닌 강성 계수 변화 위치 즉 파손 부위이므로 Δf_{ij} 를 Δf_i^* 로 나눈 값 γ_{ij} 를 도입하면

Table 1 Calculation of weighting function for error matrix $[E]$

Harmonics		1	2	3	4	
The natural frequency difference (Δf_i^*)		Δf_1^*	Δf_2^*	Δf_3^*	Δf_4^*	
Elements	1	Δf_{i1}	Δf_{11}	Δf_{21}	Δf_{31}	Δf_{41}
		γ_{i1}	γ_{11}	γ_{21}	γ_{31}	γ_{41}
	2	Δf_{i2}	Δf_{12}	Δf_{22}	Δf_{32}	Δf_{42}
		γ_{i2}	γ_{12}	γ_{22}	γ_{32}	γ_{42}
	3	Δf_{i3}	Δf_{13}	Δf_{23}	Δf_{33}	Δf_{43}
		γ_{i3}	γ_{13}	γ_{23}	γ_{33}	γ_{43}
	4	Δf_{i4}	Δf_{14}	Δf_{24}	Δf_{34}	Δf_{44}
		γ_{i4}	γ_{14}	γ_{24}	γ_{34}	γ_{44}
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮		

$$\gamma_{ij} = \frac{\Delta f_{ij}}{\Delta f_i^*} \quad (23)$$

이 된다. 여기서 γ_{ij} 는 j 번째 부재 변화에 의한 i 번째 고유 진동수 변화율이다. 여기서 선형계이면 j 번째 부재의 강성변화에 의한 모든 고유 진동수의 변화율은 동일하다고 볼 수 있으므로 각 부재별로 구한 γ_{ij} 의 분산 σ_j^2 를 도입하여 고유진동수 변화 형태를 판별할 수 있다. 즉 가장 작은 σ_j^2 값에 해당하는 j 번째 부재가 파손 부위가 될 가능성이 가장 높으므로 모든 부재 σ_j^2 의 역수를 식 (21)에서 구한 오차 행렬 $[E]$ 의 해당 노드에 곱하여 주므로써 부재별 민감도에 상응하는 가중치를 고려하였다. 이와 같이 민감도에 의한 가중치를 고려하므로써 가중치 없이 식 (21)을 사용하는 것보다 훨씬 명확하게 파손 부위를 판별할 수 있다.

3. 해석 예

위에서 제시한 이론의 적합성을 보이기 위하여 Fig. 1과 같은 간단한 구조물에 대하여 동특성 측정에 의한 유한 요소 모델 개선 및 파손부위 판별법을 계산하였다. 대상구조물을 간단한 유한 요소법⁽⁴⁾으로 해석하고 또한 충격 망치를 이용하여 실험으로 6차 고유

진동수까지 측정하였으며 그 결과는 Table 2에 나타나 있다. 그 결과를 보면 매우 초보적인 유한요소 해석법을 사용한 이유도 있지만 이와 같은 간단한 구조물 해석에 있어서도 약 4.8퍼센트 내지는 거의 8퍼센트의 오차를 보여주고 있다. 그러나 이것을 앞의 이론

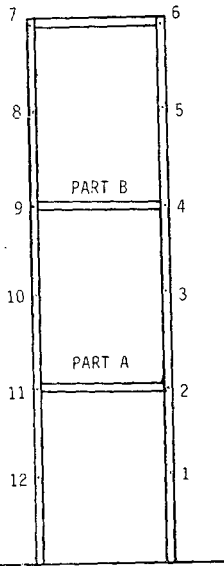


Fig. 1 Example structure

Table 2 The comparison of the results from the original and the improved finite elements model

Harmonics	Natural frequencies(Hz)					
	1	2	3	4	5	6
FEM results	36.04	115.51	199.64	401.61	508.56	530.95
Experimental results	39.06	123.44	215.62	421.87	534.37	562.50
% error	7.73	6.42	7.41	4.80	4.83	5.61
Improved FEM results	38.76	121.34	207.94	419.98	534.03	562.94
% error	0.77	1.70	3.56	0.45	0.06	-0.08

Table 3 The experimental results when part A is damaged

Harmonics	Natural frequencies(Hz)					
	1	2	3	4	5	6
Before damaged	39.06	124.22	215.62	420.31	539.06	560.94
Partly damaged	35.94	123.44	212.50	409.37	501.56	529.69
Severed	23.05	123.05	135.94	207.03	390.62	449.22

Table 4 The experimental results when part B is damaged

Harmonics	Natural frequencies(Hz)					
	1	2	3	4	5	6
Before damaged	39.06	123.44	215.62	421.87	534.37	562.50
Partly damaged	36.72	114.84	214.84	401.56	532.03	539.84
Severed	28.13	98.75	123.44	214.60	371.87	471.87

해에서 제시한 개선법을 사용하여 3회 반복계산(iteration)한 결과에서 그 오차는 대폭적으로 줄여진 것을 볼 수 있다.

다음으로 동특성 측정에 의한 파손부위 색출법을 보이기 위하여 Fig. 1의 part A에 노치를 주고 동특성을 측정하고 완전 절단후 동특성을 측정하였으며 그 실험 결과는 Table 3에 보여 준다. 실험 결과를 이용하여 $[K_1]$ 과 $[K_2]$ 를 구하고 식 (21)을 사용 오차행렬 $[E]$ 를 구하여 도시하면 Fig. 2(a)와 같고 민감도를 이용가중치를 사용한 경우는 Fig. 2(b)와 같다. Fig. 1에서 보면 part A에 노치를 주면 2번과 11번 노드가 영향을 받게 되므로 Fig. 2(a)와 (b)에서 모두 2번과

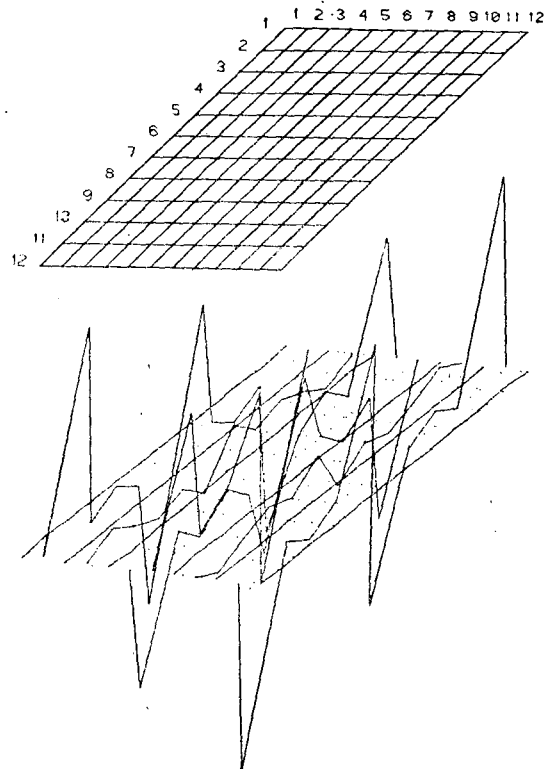


Fig. 2(a) Error matrix $[E]$ when part A is notched

11번 부분에서 피크값이 존재하나 가중치를 고려한 Fig. 2(b) 경우가 훨씬 파손부위 판별이 용이함을 알 수 있다. part A가 절단된 경우를 보면 노치를 준 경우와는 달리 Fig. 3(a)나 3(b)에서 모두 쉽게 파손부위 판별이 용이하다. 즉 절단된 것과 같이 강성계수가 매우 크게 변한 경우는 민감도 고려가 필요없이 단순한 오차행렬의 도시만으로도 판별이 가능함을 알 수 있다. Fig. 1에서 part A보다는 동특성에 영향을 적게 미친다고 생각되는 part B에 대하여 노치를 준 경우와 절단한 경우에 동특성 실험치와 오차행렬 도시는 Table 4와 Fig. 4(a), (b), 5(a) 그리고 5(b)에 보여준다. 그런데 동일하게 2개의 예제 구조물을 제작 하였으나 두 경우 융접된 정도, 치수 오차 등으로 인

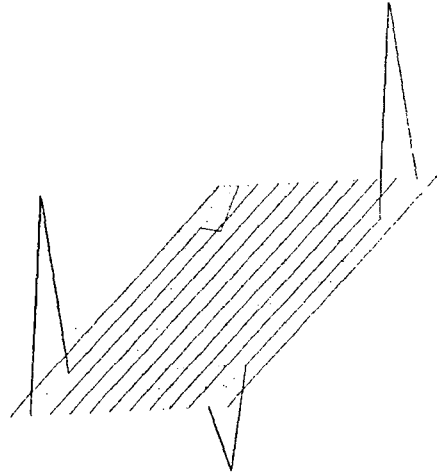


Fig. 3(b) Weighted error matrix $[E]$ when part A is severed

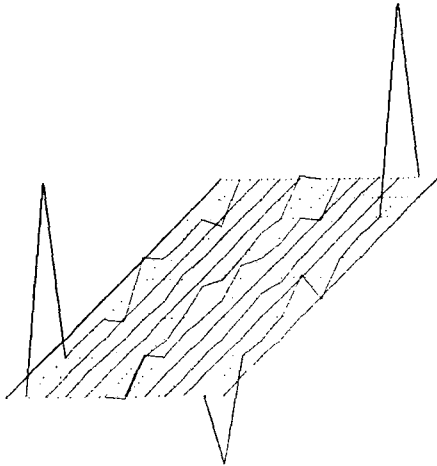


Fig. 2(b) Weighted error matrix $[E]$ when part A is notched

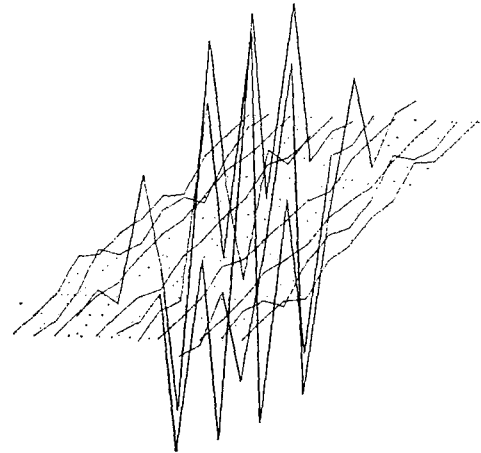


Fig. 4(a) Error matrix $[E]$ when part B is notched

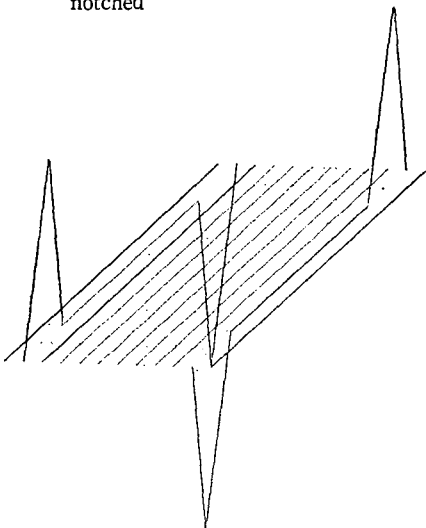


Fig. 3(a) Error matrix $[E]$ when part A is severed

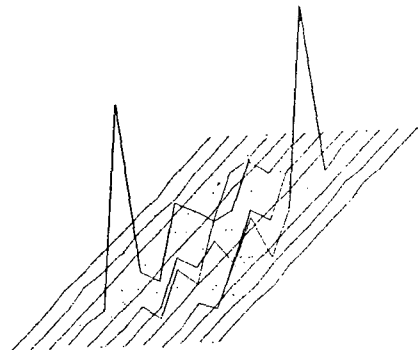


Fig. 4(b) Weighted error matrix $[E]$ when part B is notched

하여 Table 3과 Table 4에서 볼 수 있듯이 Before damaged에 해당하는 고유진동수는 약간 다름을 알 수 있다. 이 경우도 part A의 경우와 마찬가지로 노치를 준 경우는 민감도를 주고 해석한 오차행렬이 파손부위 판별에 크게 효과가 있음을 보여준다.

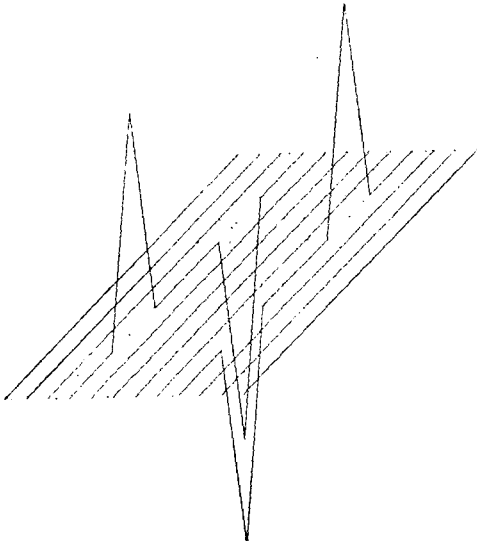


Fig. 5(a) Error matrix $[E]$ when part B is severed

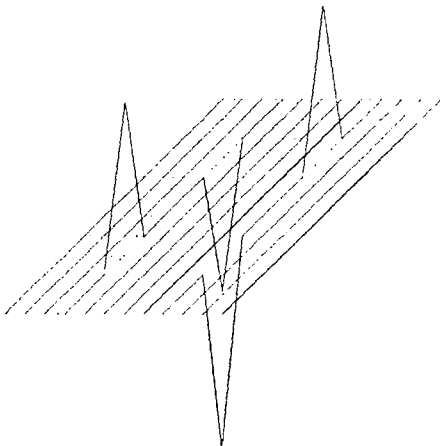


Fig. 5(b) Weighted error matrix $[E]$ when part B is severed

4. 결 론

본 연구로부터 다음과 같은 결론을 얻을 수 있다.

- (1) 실제 대상물의 동특성 측정으로 비교적 간단히 유한요소 모델의 신뢰도를 높이고 모델을 개선할 수 있다. 이 방법은 유한요소 모델을 개선하는데 뿐 아니라 유한요소 모델의 적합성을 판별하는데도 활용할 수 있다. 또한 이 방법은 유한 요소수의 증가에 의한 보다 정확한 모델 수립대신 요소수를 줄이고 간단한 실험으로 신뢰성을 높이므로 보다 경제적 해석이 가능하다.
- (2) 오차 행렬에 의한 파손 부위 색출 방법이 파손부위 판별에 효과적일 수 있음을 보여 주었으며 특히 강성 계수가 작게 변하는 경우는 민감도를 고려한 각종 오차행렬에 의하여 보다 효과적으로 파손 부위 색출을 할 수 있다는 것을 보여 주었다. 이와 같은 방법은 구조물 내부의 강성 변화뿐 아니라 경계조건의 변화도 간단한 동특성 실험에 의하여 그 응용이 가능하다.

참 고 문 헌

- (1) Larry T. Lee, T.K. Hasselman, "Dynamic model verification of large structural systems", S.A.E. technical paper 781047, Aerospace Meeting, Town & Country, San Diego, November, 1978
- (2) B.J. Dobson, "Modification of finite element models using experimental modal analysis", Proceedings of the 2nd International Modal Analysis Conference, pp. 593~601, February, 6-9, 1984, Orlando, Florida
- (3) Robert J. Guyan, "Reduction of stiffness and mass matrices", AIAA Journal, Vol. 3, No. 2, p. 380, Feb., 1965,
- (4) Brebbia, Ferrante, "Computational methods for the solution of engineering problems", Pentech press, London: Plymouth