

<論 文>

遠心펌프 回轉軸系의 安定性에 미치는 시일의 影響†

梁 保 錫* · 吳 世 奎* · 岩 壺 卓 三**

(1985年 8月 28日 接受)

Effects of Annular Seals on the Stability of Centrifugal Pump Rotors

Bo-Suk Yang, Sae-Kyoo Oh and Takuzo Iwatsubo

Key Words: Vibration of Rotating Body(회전체의 진동), Stability(안정성), Annular Seal(환상 시일), Hydraulic Force(유체력), Hydraulic Machine (유체기계)

Abstract

Rotor dynamic response of pumps is greatly influenced by the nature of the hydraulic forces arising from wearing seal, balance drum and impeller, etc.. Therefore, rotor dynamic analysis should be conducted during the design stage in order to alleviate some of the vibrational problems which might occur during the operational life of pumps.

Previously, the authors have proposed the method to obtain the dynamic seal coefficients of the annular plain seal, convergent and divergent tapered seals, parallel grooved seal, spiral grooved seal and annular stepped seal.

On the basis of these results, this paper presents the investigated effect of seals on the stability behavior of a centrifugal pump.

The results show the effects of seal geometry, pressure difference, clearance, length/diameter ratio, on stability behavior.

記 號 說 明

C : 시일(seal)의 半徑틈새
 D : 시일 直徑
 L : 시일 幅
 c_{jk} : 減衰係數($j, k=x, y$)
 k_{jk} : 剛性係數($j, k=x, y$)

k_s : 軸의 剛性係數
 m_d : 圓板의 質量
 N_{th} : 回轉軸系의 安定限界速度
 $F_{x,y}$: 시일部의 流體力
 $P_{x,y}$: 베어링部의 流體力
 $[M]$: 質量메트릭스
 $[C^*]$: 減衰메트릭스
 $[K^*]$: 剛性메트릭스
 X : 回轉軸系의 變位벡터
 ϕ : 複素모우드

† 1985年度 大韓機械學會 春季學術大會 (6. 29)에서 발표

* 正會員, 釜山水產大學 船用機械工學科

** 日本國 神戶大學 工學部 機械工學科

- λ : 回轉軸系の 複素固有値 ($\lambda = \gamma + i\omega$)
- δ : 回轉軸系の 對數減衰率
- Ω : 軸回轉數

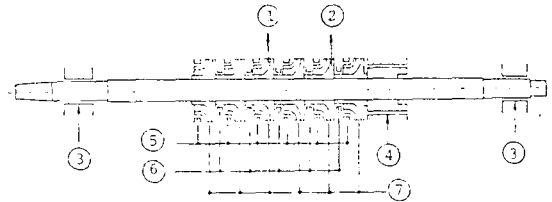
1. 序 論

近年工業의 發達과 함께 플랜트의 高性能化, 大容量化, 多様化가 이루어져, 各種 機械는 高速化, 高壓化, 大形化하는 傾向이다. 例로 遠心펌프의 最高吐出壓力은 60MPa 以上 高壓化되고 있고, 運轉速度도 20,000 rpm 까지 도달하고 있다. 이와 같은 高壓, 高速펌프에 있어서 문제점은 耐壓強度의 點만이 아니고 高壓을 發生시키는 高速回轉機械로서 機能의 確保와 플랜트稼働率의 見地로부터 높은 信賴性이 要求된다. 信賴性을 向上시키고, 故障를 防止하기 위한 重要한 點의 하나는 回轉軸系の 振動解析이다. 流體回轉機械는 一般回轉機械와 달리 作動流體로부터 發生하는 流體力이 軸系에 作用하며, 最近 流體機械의 高壓, 高速化에 의해 이 힘이 回轉軸系の 不安定振動을 일으키는 것이 重要한 問題로 되고 있다. 즉 原子力, 火力發電플랜트 등에 사용되는 冷却循環系統의 各種 펌프, 보일러給水펌프 등의 各段에 웨어링(wearing ring), 中間段 시일(seal) 및 平衡드럼(balance drum)의 間隙部와 임펠러에서 發生하는 流體力이 主原因이다. 이 流體力은 系の 性能向上 및 構造의 理由에 의해 피할 수 없으며, 不安定振動을 防止하기 위해서는 不安定한 힘이 作用하더라도 系全體의 安定性을 유지하도록 回轉軸系를 設計하는 것이 必要하다. 本報에서는 이러한 流體力의 特性을 明確히 함과 동시에 環狀 시일部에서 發生하는 流體力을 考慮했을 때의 回轉軸系の 安定성에 미치는 影響을 비교 평가한다.

2. 펌프 回轉軸系에 作用하는 힘

流體回轉機械의 경우, 회전축에 作用하는 힘(radial force)은 회전축의 變位에 기인한 힘과 不平衡 등에 의한 勵振力의 두 종류가 있다. 前者는 Fig. 1의 ③~⑦ 즉 微小間隙部에서 회전체의 變位에 起因하여 發生하는 流體力으로서 通常 靜的 平衡點에서 미소한 진동변위에 근거하여 선형화된, 회전체의 변위($\Delta x, \Delta y$), 속도($\Delta \dot{x}, \Delta \dot{y}$) 및 가속도($\Delta \ddot{x}, \Delta \ddot{y}$)에 비례하는 동적계수를 사용하여 다음과 같이 表現된다.

$$-\begin{Bmatrix} f_x \\ f_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xy} \\ k_{yx} & k_{yy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{xx} & c_{xy} \\ c_{yx} & c_{yy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \dot{x} \\ \Delta \dot{y} \end{Bmatrix}$$



- ① Hydraulic exciting force
- ② Centrifugal force due to unbalance
- ③ Oil film force of bearing
- ④ Hydraulic force of balance drum
- ⑤ Hydraulic force of wearing ring
- ⑥ Hydraulic force of interstage seal
- ⑦ Hydraulic force of impeller-diffuser interaction

Fig. 1 Schematic diagram of dynamical force acting on a pump rotor

$$+ \begin{bmatrix} m_{xx} & 0 \\ 0 & m_{yy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \ddot{x} \\ \Delta \ddot{y} \end{Bmatrix}$$

여기서 f_x, f_y 는 각각 水平, 垂直方向의 流體力이고, 右邊의 變位, 速度, 加速度에 比例하는 係數를 各各 剛性, 減衰, 附加質量係數라 부른다. 이 힘중에 회전체 支持部 즉 베어링의 流體力(통상 油膜力이라 한다)을 表現하는 剛性, 減衰係數는 理論 및 實驗의 結果로 잘 알려져 있다. 그리고 웨어링, 中間段 시일, 平衡드럼 등의 시일部에서 發生하는 流體力은 Black⁽¹⁾에 의한 同心環狀平行시일에 대한 研究 以來 이 形式에 대해서는 定量的인 評價式이 可能하게 되었으며, 最近 偏心環狀平行시일의 流體力評價式⁽²⁾을 비롯하여 各種의 複雜한 形式에 대해서도 理論, 實驗의 結果로 研究가 進行되고 있다⁽³⁻⁵⁾. 세번째로 通常 임펠러力이라 부르는 임펠러에 作用하는 流體力이 있다. 임펠러와 케이싱사이의 흐름은 복잡하고 이 힘의 精確적 평가式으로 初期의 文獻⁽⁶⁾과 이 실험결과에 기초한 半實驗式⁽⁷⁾ 등이 있으나 아직 各 形狀에 대한 影響 등 未明되지 않은 부분이 많다.

後者は Fig. 1의 ①과 같이 軸 等의 機械의 不平衡과 ②의 임펠러에 作用하는 流體勵振力(hydraulic exciting force)이고, 이들에 의한 強制振動의 問題가 있다. 本報에서는 이들 流體力 가운데서 웨어링, 中間段 시일, 平衡드럼과 같이 環狀微小 틈새에서 作動流體에 의해 發生하는 流體力에 초점을 맞추어 回轉軸系の 安定성에 미치는 影響을 검토한다.

3. 安定性 解析

原子力發電플랜트의 余熱除去 펌프 등에 사용되는 典型的인 單段兩吸入遠心펌프를 예로들어 회전축계의 安定性解析을 수행하고자 한다.

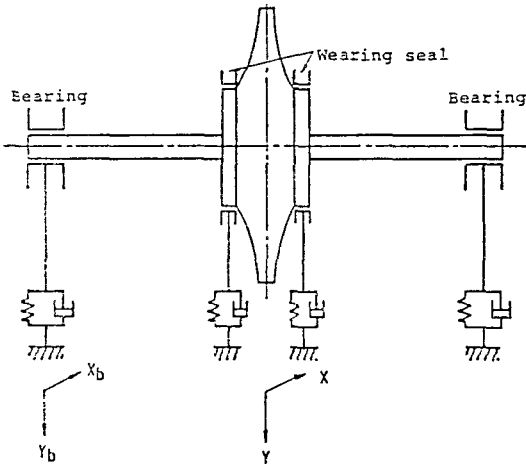


Fig. 2 Rotor model

Fig. 2는 펌프軸系の 計算모델을 나타낸다. 이 軸系의 모델로서 中央에 1개의 圓板을 갖는 質量이 없는 軸이 兩端에서 同一한 特性의 베어링으로 支持된 單段한 軸系를 考慮한다. 2개의 웨어링에서 發生하는 유체력이 圓판의 中央에 집중하여 작용한다고 하고 圓판의 軸中心點의 좌표를 $0-x, y$, 베어링內의 제어널中心의 좌표를 $0-x_b, y_b$ 로 하여 靜的運轉狀態에서 各各의 좌표원점에 回轉軸이 位置하고 있다고 한다. 이 軸系의 運動方程式은

$$\begin{aligned} m_d \ddot{x} + k_s(x - x_b) &= -2F_x \\ m_d \ddot{y} + k_s(y - y_b) &= -2F_y \\ k_s(x_b - x) &= -2P_x \\ k_s(y_b - y) &= -2P_y \end{aligned} \tag{1}$$

여기서 k_s 는 축의 강성계수이며 F_x, F_y, P_x, P_y 는 線形近似된 시일과 베어링의 x, x_b, y, y_b 方向의 液膜反力으로 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} F_x &= k_{xx}x + k_{xy}y + C_{xx}\dot{x} + C_{xy}\dot{y} \\ F_y &= k_{yx}x + k_{yy}y + C_{yx}\dot{x} + C_{yy}\dot{y} \\ P_x &= k_{xxb}x_b + k_{xyb}y_b + C_{xxb}\dot{x}_b + C_{xyb}\dot{y}_b \\ P_y &= k_{yxb}x_b + k_{yyb}y_b + C_{yxb}\dot{x}_b + C_{yyb}\dot{y}_b \end{aligned}$$

式(1)을 매트릭스로 표시하면 다음의 自由振動의 運動方程式이 얻어진다.

$$[M]\ddot{X} + [C^*]\dot{X} + [K^*]X = 0 \tag{2}$$

여기서

$$X = \{x, y, x_b, y_b\}^T,$$

$$[M] = \begin{bmatrix} m_d & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$[K^*] = \begin{bmatrix} k_s + 2k_{xx} & 2k_{xy} & -k_s & 0 \\ 2k_{yx} & k_s + 2k_{yy} & 0 & -k_s \\ -k_s & 0 & k_s + 2k_{xxb} & 2k_{xyb} \\ 0 & -k_s & 2k_{yxb} & k_s + 2k_{yyb} \end{bmatrix}$$

$$[C^*] = \begin{bmatrix} 2C_{xx} & 2C_{xy} & 0 & 0 \\ 2C_{yx} & 2C_{yy} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2C_{xxb} & 2C_{xyb} \\ 0 & 0 & 2C_{yxb} & 2C_{yyb} \end{bmatrix}$$

式(2)을 複素固有值解析을 하면 一般의 自由度의 數에 대응한 複素固有值 $\lambda, \bar{\lambda}$ 가 얻어진다. 複素모우드의 가운데 系의 安定上 문제로 되는 것은 過減衰가 아니고 振動하는 모우드이므로, 이 j 次의 振動모우드에 대하여 系의 減衰率을 檢討한다. 이 振動하는 모우드에서는 複素固有值, 複素모우드를 갖고, 이를 $\lambda_j, \bar{\lambda}_j$ 및 $\phi_j, \bar{\phi}_j$ 라 하면 式(2)로부터 다음 식이 얻어진다.

$$\begin{aligned} \lambda_j^2 [M]\phi_j + \lambda_j [C^*]\phi_j + [K^*]\phi_j &= 0 \\ \bar{\lambda}_j^2 [M]\bar{\phi}_j + \bar{\lambda}_j [C^*]\bar{\phi}_j + [K^*]\bar{\phi}_j &= 0 \end{aligned} \tag{3}$$

式(3)에서 質量매트릭스 $[M]$ 은 對稱이나 $[C^*], [K^*]$ 는 베어링, 시일의 動的係數를 포함하고 있으므로 非對稱이 되므로 對稱成分 $[C], [K]$ 및 非對稱成分 $[\Delta C], [\Delta K]$ 로 분리하면

$$\begin{aligned} \lambda_j^2 [M]\phi_j + \lambda_j [C + \Delta C]\phi_j + [K + \Delta K]\phi_j &= 0 \\ \bar{\lambda}_j^2 [M]\bar{\phi}_j + \bar{\lambda}_j [C + \Delta C]\bar{\phi}_j + [K + \Delta K]\bar{\phi}_j &= 0 \end{aligned} \tag{4}$$

단 $[C^*], [K^*]$ 의 對角成分은 $[C], [K]$ 에 포함되도록 하고 $[\Delta C], [\Delta K]$ 는

$$[\Delta C] = -[C^*]^T, [\Delta K] = -[K^*]^T$$

이 되도록 정한다. 첨자 j 를 생략하고 式(4)에 各各 $\phi, \bar{\phi}$ 를 원편에 곱하여 ϕ 와 $\bar{\phi}$ 가 공액인 관계와 正規모우드의 直交性에 의해 다음과 같이 되고

$$\begin{aligned} \bar{\phi}^T [M]\phi &= \bar{\phi}^T [M]\bar{\phi} = m, \bar{\phi}^T [C]\phi = \bar{\phi}^T [C]\bar{\phi} = c, \\ \bar{\phi}^T [\Delta C]\phi &= -\bar{\phi}^T [\Delta C]\bar{\phi} = \Delta c, \bar{\phi}^T [K]\phi = \bar{\phi}^T [K]\bar{\phi} = k, \\ \bar{\phi}^T [\Delta K]\phi &= -\bar{\phi}^T [\Delta K]\bar{\phi} = \Delta k \end{aligned}$$

이를 이용하면 式(4)는 다음과 같이 된다.

$$\lambda^2 m + \lambda c + \lambda \Delta c + k + \Delta k = 0 \tag{5}$$

$$\bar{\lambda}^2 m + \bar{\lambda} c - \bar{\lambda} \Delta c + k - \Delta k = 0 \tag{6}$$

式(5)에서 式(6)을 빼면

$$(\lambda^2 - \bar{\lambda}^2)m + (\lambda - \bar{\lambda})c + (\lambda + \bar{\lambda})\Delta c + 2\Delta k = 0 \tag{7}$$

式(7)에 $\lambda = \gamma + i\omega, \bar{\lambda} = \gamma - i\omega$ 의 관계식을 代入하면 系의 對數減衰率 δ 는 다음과 같이 된다.

$$\delta = -2\pi \frac{\gamma}{\omega} = \frac{\pi\omega c - i\pi\Delta k}{\omega^2 m - i\omega\Delta c/2} \quad (8)$$

回轉軸系에서 에너지가 消滅, 發生하는 것은 各要素의 減衰매트릭스의 對稱成分, 剛性매트릭스의 非對稱成分이므로(9), 本 論文에서는 베어링과 시일부의 減衰매트릭스의 對稱成分을 $[C_b], [C_s]$ 로, 베어링과 시일부의 剛性매트릭스의 非對稱成分을 $[\Delta K_b], [\Delta K_s]$ 로 표시하여 적용시킨다. 또 베어링에 관한 複素모우드를 $\phi_b, \bar{\phi}_b$, 시일부에 관한 複素모우드를 $\phi_s, \bar{\phi}_s$ 로 하면 c 와 Δk 를 各要素의 疊의 형태로 나타낼 수 있다.

$$c = \bar{\phi}_b^T [C] \phi_b + \bar{\phi}_s^T [C_b] \phi_b + \bar{\phi}_s^T [C_s] \phi_s = c_b + c_s$$

$$\Delta k = \bar{\phi}_b^T [\Delta K] \phi_b + \bar{\phi}_s^T [\Delta K_b] \phi_b + \bar{\phi}_s^T [\Delta K_s] \phi_s = \Delta k_b + \Delta k_s \quad (9)$$

式(8)의 對數減衰率 δ 는 式(9)의 關係를 이용하여 다시쓰면 다음 式과 같이 各要素의 成分이 系의 對數減衰率에 미치는 影響을 알 수 있다.

$$\delta = \frac{\pi\omega(c_b + c_s) - i\pi(\Delta k_b + \Delta k_s)}{\omega^2 m - i\omega\Delta c/2}$$

$$= (\delta_{cb} + \delta_{cs}) - (\delta_{kb} + \delta_{ks}) \quad (10)$$

式(10)에서 δ_{cb}, δ_{cs} 는 베어링과 시일의 減衰의 對稱成分(c_{xx}, c_{yy})에 의한 寄與量, δ_{kb}, δ_{ks} 는 베어링과 시일의 剛性的 非對稱成分(k_{xy}, k_{yx})에 의한 寄與量이며, δ 는 系全體의 對數減衰率을 나타낸다. 이 값이 零이던 系는 安定限界이고 이 때의 회전수를 安定限界速度(stability threshold speed) N_{st} 라 한다. δ 가 負가 되면 系는 不安定한 狀態가 된다.

4. 펌프軸系の 安定性評價

Table 1의 數値를 이용하여 計算을 수행하며, 베어링係數는 文獻(8)과 Table 2를, 시일의 動的係數는 文獻(2)를 使用한다. Fig. 3은 本報에서 사용된 시일 形狀을 나타낸다. Fig. 4는 環狀平行시일의 流體力을 考慮한 Rotor系와 無視한 Rotor系의 兩者에 대하여 複素固有值를 구한 結果이다. 그림중의 \odot, \circ 는 減衰固有振動數와 이에 對應하는 減衰比이다. 比較하여 보면

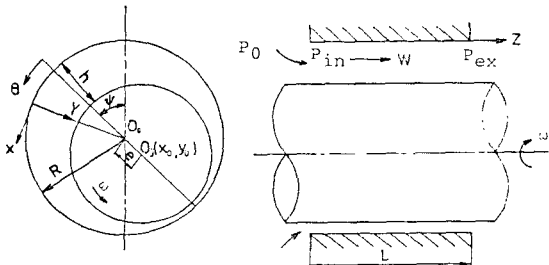


Fig. 3 Type of seal

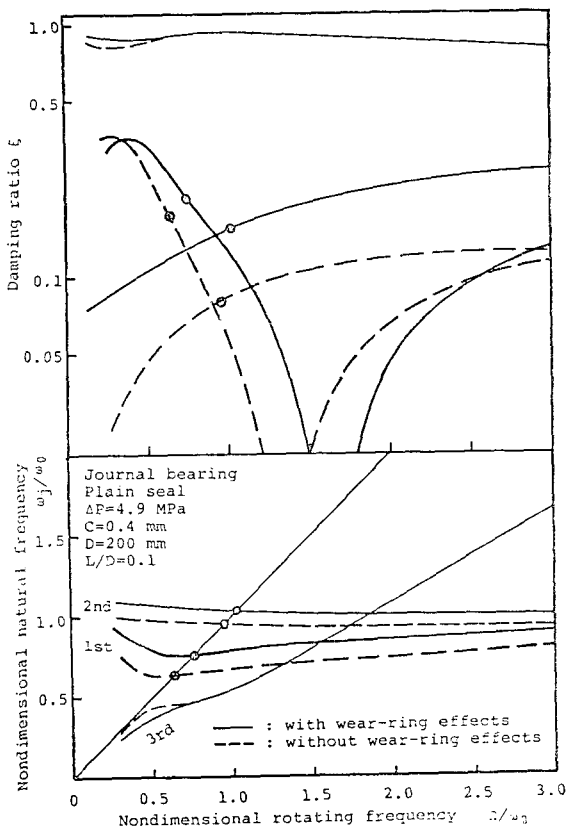


Fig. 4 Effects of wearing seal on rotor damping ratio and natural frequency

시일流體力을 考慮한 편(實線)이 1次, 2次 모두 시일의 剛性으로 인해 固有振動數가 높게되며, 각각의 減衰比도 크게 증가한다. 이와 같이 回轉軸系의 特性은 베어링의 特性 만이 아니고, 시일에 의해서도 影響을 받게 되므로 流體回轉機械의 경우 시일부의 流體力特性을 고려한 Rotor-Bearing-Seal系로서 設計하여야 한다.

Fig. 5는 시일의 入口와 出口사이의 壓力差의 變化에 대한 對數減衰率의 變化를 나타낸다. 壓力差가 크게 되면 減衰에 의한 寄與量 δ_{cs} 는 增加하나 連成剛性係數에 의한 寄與量 δ_{ks} 는 逆으로 減少하므로 安定限界速度가 증가한다.

Fig. 6은 시일의 틈새와 幅徑比(L/D)가 系의 安定限界速度에 미치는 影響을 나타낸다. 一定한 壓力差에서 L/D 가 적을수록 軸流레이놀즈수가 크게되어 k_{xy} 보다 k_{xx} 가 回轉레이놀즈수에 대한 比가 높을 수록 크게되어 系의 固有值를 증가시켜 安定限界速度를 높게

Table 1 Principal data for rotor model

Rotor mass	=30.6(kg)
Shaft stiffness	= 8.49×10^9 (N/m)
Circular journal bearing	
Diameter	=60(mm)
Length	=30(mm)
Radial clearance	=0.06(mm)
Viscosity	=16.7(MPa·s)
Wearing seal	
Diameter	=200(mm)
Length	=20(mm)
Radial clearance	=0.4(mm)
Pressure difference	=4.9(MPa)

Table 2 Dynamic coefficients of ball bearing

$k_{xx}=k_{yy}$	= 7.45×10^8 (N/m)
$k_{xy}=k_{yx}$	= 0
$\Omega c_{xx}=\Omega c_{yy}$	= 7.45×10^7 (N/m)
$\Omega c_{xy}=\Omega c_{yx}$	= 0

한다. 그러나 L/D 가 0.3 이상으로 크게되면 軸流레이놀즈수가 감소하므로 k_{xy} 의 효과가 k_{xx} 의 효과보다 크게 되므로 系는 불안정하게 되기 쉽고 逆의 傾向으로 된다. 이는 지금까지 웨어링 링부($L/D=0.1 \sim 0.2$)는 마찰 등으로 틈새가 크게되면 安定限界速度가 떨어지

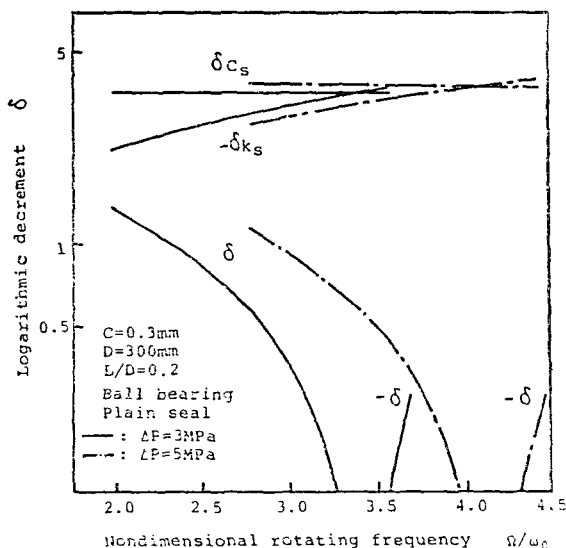


Fig. 5 Effects of pressure difference on logarithmic decrement

不安定振動이 發生하며, 平衡드럼部($L/D=1.0 \sim 1.5$)의 경우는, 틈새가 적을수록 不安定하게 되기 쉽다는 경험 및 실험결과와 일치한다⁽¹⁰⁾.

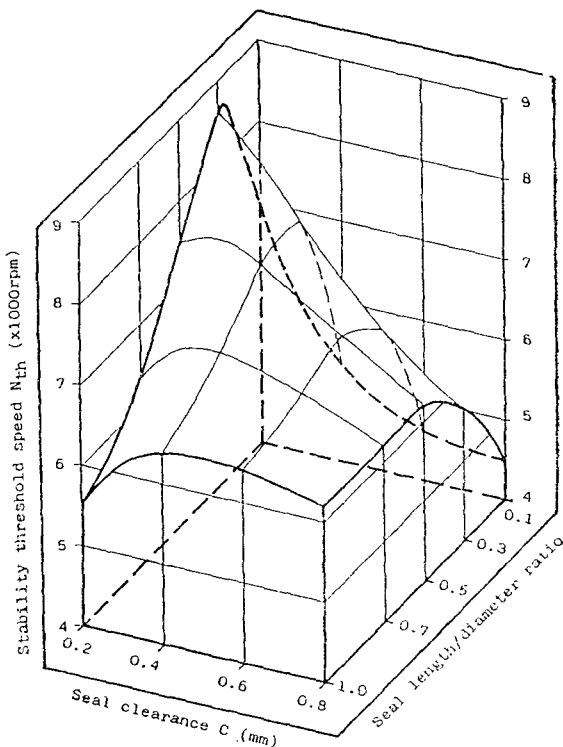


Fig. 6 Effects of seal clearance, length/diameter ratio on stability threshold speed N_{th}

5. 結 論

펌프用 시일 部分에서 發生하는 流體力이 펌프回轉軸系의 安定性에 미치는 影響을 조사하였고, 流體回轉機械의 動的 設計에 있어서 종래의 Rotor-Bearing 系의 安定性解析에 시일의 影響을 고려한 Rotor-Bearing-Seal 系로서 解析해야 함을 입증하였다. 今後 고성능, 高信頼性의 경향에 따라, 解析技術의 精度向上을 위해서는 軸系에 作用하는 流體力을 中心으로 研究가 進행되어야 할 것이다.

參 考 文 獻

(1) Black, H.F. and D.N. Jenssen, Dynamic Hybrid Bearing Characteristics of Annular Controlled Leakage Seals, Proc. Inst. Mech. Engr. Vol. 18

- 4, 3n pp.92~100, 1969
- (2) Yang, B.S., T. Iwatsubo and R. Kawai, A Study on the Dynamic Characteristics of Pump Seal (1st Report, In Case of Annular Seal with Eccentricity) Bull. of JSME, Vol. 27, No. 227, pp. 1047~1053, 1984
- (3) Childs, D.W., Dynamic Analysis of Turbulent Annular Seals Based on Hir's Lubrication Equation, Trans. ASME J. Lub. Tech., pp.437~444, 1983
- (4) 梁保錫 外 2 人, ポンプ用シール動特性に関する研究(第 2 報, 平行溝付シールの場合), 日本機械學會論文集 C 編 第 50 卷 第 460 號 pp.2319~2329, 1984
- (5) Kanki, H. and T. Kawakami, Experimental Study on the Dynamic Characteristics of Pump Annular Seals, Proceedings of I. Mech. E., pp.160~166, 1984
- (6) Hergt, P. and P. Krieger, Radial Force in Centrifugal Pumps with Guide Vanes, Proc., I. Mech. E., Vol. 184, 3n, 1969
- (7) Black, H.F., Lateral Stability and Vibrations of High Speed Centrifugal Pump Rotors, Dynamics of Rotors, IUTAM Symp. pp.56~65, 1974.
- (8) 日本機械學會編, すべり軸受の靜特性および動特性データ集, 日本工業出版社, 1984
- (9) 梁保錫 外 2 人, ポンプ用シールのロータの安定性に及ぼす影響, 日本機械學會論文集, C 編, 第 51 卷, 第 470 號, pp.2479~2486, 1985
- (10) Yang, B.S., Effects of Seal Dynamics on the Vibration and Stability of Hydraulic Machine, Thesis of Dr. Eng., Kobe University, 1984