

<論 文>

전산해석을 통한 37개봉으로 구성된 유로에서의 열유체학적 특성분석

전 태 현* · 심 윤 섭**

(1985년 8월 19일 접수)

A Numerical Analysis of the Thermal Hydraulic Characteristics in a Channel of 37 Rods

Tae Hyun Chun and Yoon S. Sim

Key Words: Boundary-Fitted Coordinates(경계면에 맞춘 좌표계), Nusselt Number(Nu數), Friction Factor(마찰계수), Eccentricity(편심도), Porosity(다공도), CANDU Reactor(가압중수 원자로)

Abstract

Characteristics of the flow and heat transfer in a channel of 37 rods are investigated numerically. The flow is taken to be a fully developed incompressible laminar flow and it has a uniform temperature profile at the inlet and flows down through the channel of constant wall temperature. A boundary-fitted coordinate system is used for the complex geometry. Calculation is initiated by calculating the developed flow profile and then proceeds to temperature development. Through the calculation the details of the flow and temperature distribution characteristics are found, and discussion is made on the mechanism of the transport phenomena in the complex geometry in terms of wall shear stress distribution, non-dimensionalized velocity, friction factor, Nusselt number distribution, Reynolds number, and porosity. Also the effects of the eccentricity in rod configuration are analyzed and its importance is emphasized.

1. 서 론

원형봉으로 구성된 유로에서의 운동량 및 에너지 전달현상은 대부분의 열교환기와 원자로심, 핵증기 발생기 등에서 일어나고 있는데 이런 경우의 해석은 대상

형상의 복잡성으로 인하여 이론적 해석에 한계가 있게 되며 전산해석(numerical analysis) 역시 통상 사용되는 방법을 사용할 경우는 해석 대상에 한계가 있기 마련이다. 따라서 본 연구에서는 경계면에 맞춘 좌표계를 이용한 mapping을 통하여 37개봉으로 구성된 유로에서의 전달현상을 분석하였다.

*한국에너지연구소

**정회원, 한국에너지연구소

2. 기존연구

원형봉으로 구성된 유로에서의 종류에 대한 연구들을 살펴보면 처음에는 무한한 수의 봉배열에 대한 특성분석^(1,2,3)이 있었다. 다음은 유한한 수의 봉이 용기안에 배열되어 있는 경우에 대한 해석이 시도됐었는데 이 경우는 벽의 존재로 인한 수학적 어려움으로 인하여 초기의 해석^(4,5,6,7)은 특정한 봉배열 형태에, 즉 봉의 직경이 균일하다든지 또는 배열이 대칭적이다든지 하는 형태에 한했었는데 그후 Wong 과 Chen⁽⁸⁾에 의해 초기의 제한성이 완화됐었다.

이상의 해석적인 방법은 아직도 일반적인 유동에 사용되기에는 한계점이 있기에 일반적인 유동의 해석에는 전산 해석방법이 적합하며 이때는 복잡한 기하형태를 수용할 수 있는 좌표계를 사용하여야 한다. 이런 필요성에 맞춰 등장했던 것이 경계면에 맞춘 좌표계⁽⁹⁾인데 Sha⁽¹⁰⁾가 이 좌표계를 이용하여 7개봉으로 구성된 육각수로에서의 속도분포와 온도분포를 구하였다.

이상과 같이 지금까지의 연구들은 봉의 수가 19개 이하에 대한 것들이었으며, 또한 봉의 편심으로 인한 영향등의 고려가 거의 없었음에 비추어 본 연구에서는 가압중수 원자로에서 사용되는 37개 봉으로 구성된 원형유로에서의 열유체학적 특성을 경계면에 맞춘 좌표계를 이용하여 분석하였고, 또 가공오차 또는 가동중의 어떤 요인으로 발생될 수 있는 봉의 편심이 열유체학적 특성에 미치는 영향을 고찰하였다.

3. 해석

3.1 해석대상 및 지배식

해석대상은 Fig. 1 과 같이 37개봉으로 구성된 유로인데 비압축성 층류가 완전히 발달되어 흐르는 경우에

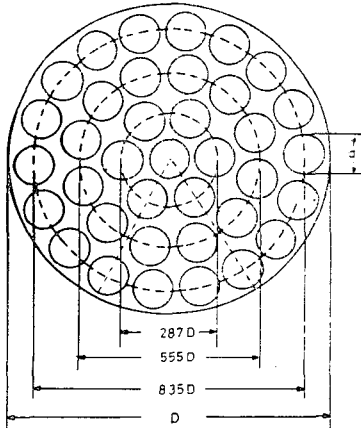


Fig. 1 A channel of 37 rods

기하학적 대칭성을 고려해 전체의 1/6을 해석대상으로 했다.

이때의 운동방정식은 아래와 같다

$$0 = -\frac{dp}{dz} + \mu \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right) \tag{1}$$

고체면에서

$$\omega = 0 \tag{2}$$

대칭면에서

$$\frac{\partial \omega}{\partial n} = 0 \tag{3}$$

$$\frac{dp}{dz} = \text{상수}$$

또 에너지 전달 방정식은 다음과 같다.

$$\rho c_p \omega \frac{\partial T}{\partial z} = -k \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \tag{4}$$

봉표면에서

$$T = T_w \tag{5}$$

수로벽면 및 대칭단면에서

$$\frac{\partial T}{\partial n} = 0 \tag{6}$$

또한 입구조건은 완전히 발달된 유체가 균일한 온도분포로 들어오는 것으로 하였으며, 유체의 물성치는 물의 물성치를 사용하였다.

3.2 Mapping

해석결과와 정확성을 증가시키기 위하여 해석영역의 경계면과 일치하는 곡선을 좌표(ξ, η) 축으로 하는 비직교성 좌표계(ξ, η) (Fig. 2)를 이용하여 계산을 수행하였다.

이를 위해서는 직교좌표계인 x-y 좌표계로 기술된 지배방정식 및 경계 조건을 비직교 좌표계인 ξ-η 좌표계를 옮겨서 표시하여야 하고, 또 x-y 평면과 ξ-η 평면간의 mapping이 필요한데 이는 참고문헌(9)의 방법을 따랐다. 이를 간략히 설명하면 먼저 두평면 사이의 mapping은 다음 두 방정식을 이용하여 이루어졌다. 즉,

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} = 0 \tag{7}$$

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2} = 0 \tag{8}$$

경계조건은 해석영역의 각경계에서 각(x, y)에 대응하는(ξ, η)값이 된다.

또 실제 계산은(ξ, η)좌표계에서 수행되므로 두 평면 사이의 mapping 식 역시 x, y를 독립변수로 한 식(7), (8)로부터 ξ, η를 독립변수로 한 식인 식(9), (10)으로 바뀌게 된다.

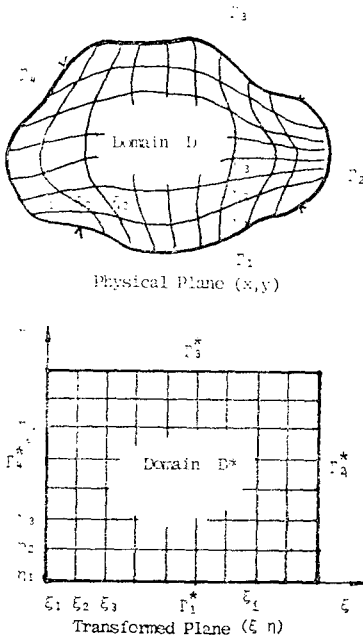


Fig. 2 Field transformation

$$\alpha \frac{\partial^2 x}{\partial \xi^2} - 2\beta \frac{\partial^2 x}{\partial \xi \partial \eta} + \gamma \frac{\partial^2 x}{\partial \eta^2} = 0 \tag{9}$$

$$\alpha \frac{\partial^2 y}{\partial \xi^2} - 2\beta \frac{\partial^2 y}{\partial \xi \partial \eta} + \gamma \frac{\partial^2 y}{\partial \eta^2} = 0 \tag{10}$$

여기서

$$\alpha = \left(\frac{\partial x}{\partial \eta} \right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \eta} \right)^2$$

$$\beta = \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial x}{\partial \eta} + \frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} \tag{11}$$

$$\gamma = \left(\frac{\partial x}{\partial \xi} \right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \xi} \right)^2$$

그리고 식 (9), (10)을 해당 경계조건과 함께 F.D.M을 이용한 전산해석법으로 풀어서 mapping을 하였고 이런 mapping을 통해 만들어진 격자는 Fig. 3과 같다.

또한 $x-y$ 좌표계로 쓰여진 지배식을 $\xi-\eta$ 좌표계로 표시 하면 다음과 같다.

운동방정식

$$0 = -\frac{dp}{dZ} + \frac{\mu}{J^2} \left(\alpha \frac{\partial^2 \omega}{\partial \xi^2} - 2\beta \frac{\partial^2 \omega}{\partial \xi \partial \eta} + \gamma \frac{\partial^2 \omega}{\partial \eta^2} \right) \tag{12-a}$$

여기서

$$J = \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} - \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \xi}$$

경계조건

$$\text{수로벽 및 봉 표면에서 } \omega = 0 \tag{12-b}$$

대칭단면에서

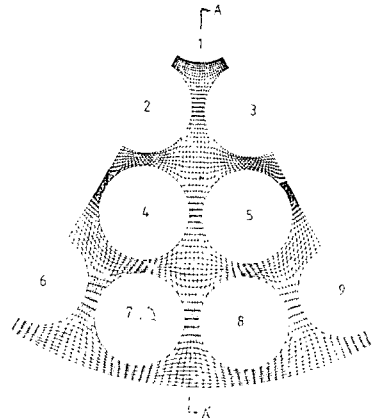


Fig. 3 Mesh generated by the transformation

$$\frac{1}{J\sqrt{\alpha}} \left(\alpha \frac{\partial \omega}{\partial \xi} - \beta \frac{\partial \omega}{\partial \eta} \right) = 0 \tag{12-c}$$

에너지 전달 방정식

$$\rho C_p \omega \frac{\partial T}{\partial Z} = -\frac{k}{J^2} \left(\alpha \frac{\partial^2 T}{\partial \xi^2} - 2\beta \frac{\partial^2 T}{\partial \xi \partial \eta} + \gamma \frac{\partial^2 T}{\partial \eta^2} \right) \tag{13-a}$$

경계조건

$$\text{수로벽에서 } \frac{1}{J\sqrt{\gamma}} \left(\gamma \frac{\partial T}{\partial \eta} - \beta \frac{\partial T}{\partial \xi} \right) = 0 \tag{13-b}$$

$$\text{대칭단면에서 } \frac{1}{J\sqrt{\alpha}} \left(\alpha \frac{\partial T}{\partial \xi} - \beta \frac{\partial T}{\partial \eta} \right) = 0 \tag{13-c}$$

$$\text{봉표면에서 } T = T_w \tag{13-d}$$

3.3 전산해석(Numerical Analysis)

식 (12)와 (13)의 지배방정식은 중앙차분화(central difference scheme) 및 상향차분화(upwind scheme)로 그리고 경계조건은 중앙차분화 및 일방차분화(one-sided difference scheme)를 혼용하여 격자화 시켰다.

자세한 설명은 참고문헌(11)에서 찾을 수 있다.

4. 결과 및 고찰

4.1 정확성 산정

본 계산의 정확성을 산정하기 위하여 Fig. 3의 봉 2-3-4-5로 이루어지는 4각형 부수로에서 계산된 속도 분포를 무한 4각형 봉 배열에 대한 해석적인 해인 Sparrow⁽¹⁾의 결과와 최대속도 및 최저속도 지점에서 비교한 결과 상호간의 차이가 각각 2.1, 1.3%였다. 이 차이는 본 계산의 봉배열과 무한 봉 배열의 차이로, 즉 경계 조건의 차이로 야기된 것으로 해석되기에 본 연구에서 작성한 프로그램의 정확성이 간접적으로 입증된 것으로 생각할 수 있다.

4.2 결과

Fig. 4는 속도분포를 구한 결과로서 Fig. 3의 A-A' 단면의 속도분포가 다공도, ϵ 이 0.246, 0.570인 경우에 대하여 표시되어 있다 여기서 ϵ 는(봉이 있을 때의 유로 면적/봉이 없을 때의 유로면적)으로 정의된 값이다 ($0 < \epsilon \leq 1$).

전체적으로 예측되는 바와 같이 유로 단면적이 큰 부근에서 속도가 크고 작은 부근에서는 속도가 작음을 보여주는데 이 특성은 다공도가 작을수록 큰 것으로 나타났다. 그 이유는 다공도가 작을수록 벽면의 no slip 효과가 크게 작용되기 때문이다.

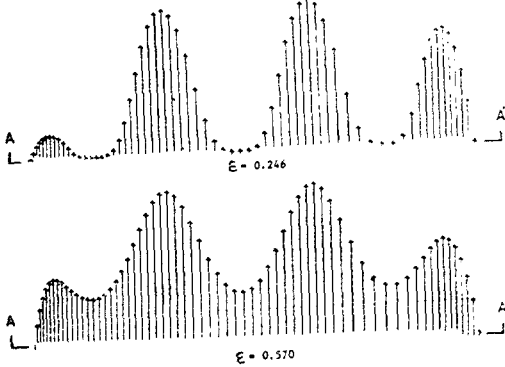


Fig. 4 Fully developed velocity profile at section A-A'

Fig. 5는 유로 평균속도의 다공도에 따른 변화를 나타내고 있는데 속도는 식(1)에서 알 수 있듯이 $\frac{1}{\mu} \frac{dP}{dZ}$ 에 일차적으로 비례하므로 $\left(\frac{D^2 \Delta P}{\mu \Delta Z}\right)$ 로 무차원화가 된다. 이 그림으로부터 다공도가 커짐에 따라 무차원 속도, $\bar{w} / \left(\frac{D^2}{\mu} \frac{dP}{dZ}\right)$ 가 급격히 증가함을 알 수 있다.

Fig. 6은 마찰계수와 레이놀즈 수의 곱, $f \cdot N_{Re}$ 와 다공도 ϵ 간의 상관관계로서 완전히 발달된 층류에서 $f \cdot N_{Re}$ 는 단지 기하형태만의 함수이기에 $f \cdot N_{Re}$ 와 다공도, ϵ 으로 표시하였다.

여기서 N_{Re} 는 $\rho \bar{w} d / \mu$ 이고 d 는 봉 직경을 의미한다. 상관관계를 보면 다공도가 커짐에 따라 $f \cdot N_{Re}$ 가 처음에는 함께 증가하다가 어느 지점에서 극값을 갖은 후는 감소하는 추세인데 이는 Sparrow⁽¹⁾의 무한 봉 배열과 같은 경향임을 알 수 있고, 또 다공도가 0.3 이상일때에 $f \cdot N_{Re}$ 는 ϵ 의 증가에 대해 거의 선형적으로 감소함을 알 수 있다. $f \cdot N_{Re}$ 값은 무한 삼각형 배열과 무한 사각형 배열 값의 중간정도인데, 이는 본 연구의 유로가 삼각형 및 사각형 부유로(subchannel)로 둘러

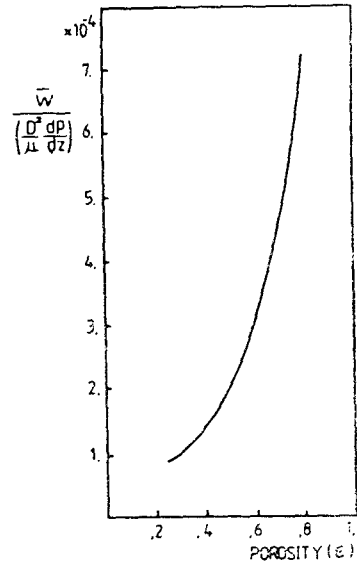


Fig. 5 Non-dimensional mean velocity as a function of porosity

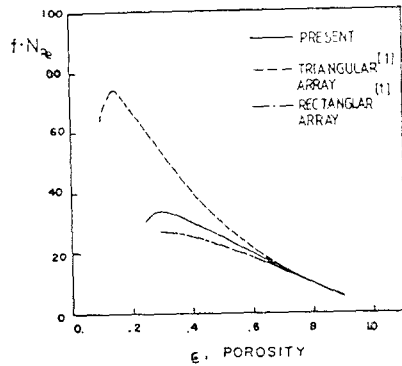


Fig. 6 $f \cdot N_{Re}$ as a function of porosity

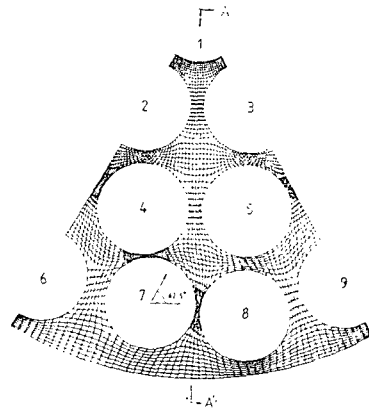


Fig. 7 Mesh generated for the case of eccentricity $\phi = 0.195$

쌓여 있고 부유로의 수가 많아 상대적으로 외벽의 벽면 효과가 크게 기여하지 못하기 때문이다.

봉의 편심이 속도분포에 미치는 영향을 봉 주위의 전단응력 분포에 대하여 조사를 하였는데 여기서 편심도, ϕ 는 봉 7의 중심이 정상 위치에서 $\theta=62.5^\circ$ 방향으로 이동(Fig. 7)한 거리를 봉 7과 5 중심 사이의 정상적인 간격으로 나눈값을 말한다.

Fig. 8에 이 영향을, 편심되지 않은 경우와 편심된 경우에 대하여 표시를 했는데 전단 응력분포의 전반적인 특성을 보면 전단응력은 유로의 면적이 큰 곳, 즉 속도가 큰 곳에서 큰 값을 갖음을 알 수 있다. 편심이 생길 경우는 주변 유로 면적의 변화로 인하여 응력분포가 변하고 편심도가 클 경우는 최대 전단응력점의 위치도 바뀔 수 있으며, 또한 편심도가 증가함에 따라 응력의 최고값과 최저값의 차이가 커짐을 알 수 있다.

다음은 열전달 특성에 관한 결과인데, 먼저 유체가 표면온도가 일정한 봉의 축방향으로 흘러가면서 열적으로 발달되어 가는 특성을 Fig. 9에 평균 누셀트 수로 표시하였다. 이때 무차전수, $\left[\left(\frac{\rho C_p D^3}{k^2} \right) \left(\frac{dP}{dz} \right) \right]^{1/2}$ 는 레이놀즈 수와 프란틀 수를 곱한 형태이다.

여기서 D 는 전체 유로의 직경(Fig. 1)을 의미하며, 평균 누셀트수, Nu 는 hD_h/k , h 는 $\frac{dQ}{(dZ \cdot P_h)}$ $\frac{1}{(T_w - T_b)}$ 로 정의하였다. 여기서 D_h 는 수력직경이고 P_h 는 가열점수 길이이며 $dQ/(dZ \cdot P_h)$ 는 단위면적당 열전달량이다.

또 T_b 는 체적온도이다.

Fig. 9을 보면 다공도가 작을때 유체가 빨리 열적으로 발달됨을 알 수 있는데, 이는 다공도가 작을때 특성 길이가 짧고 또 Fig. 5로부터 알 수 있듯이 속도가 낮기 때문이다.

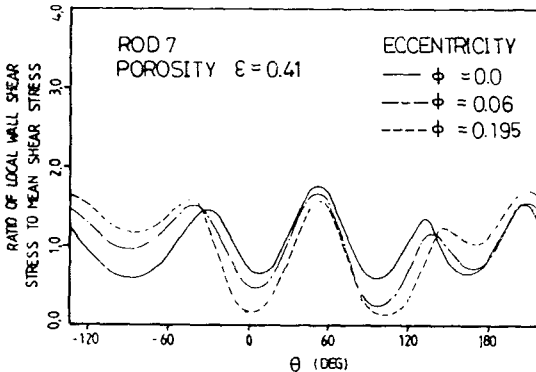


Fig. 8 Non-dimensional wall shear stress distribution for various eccentricity

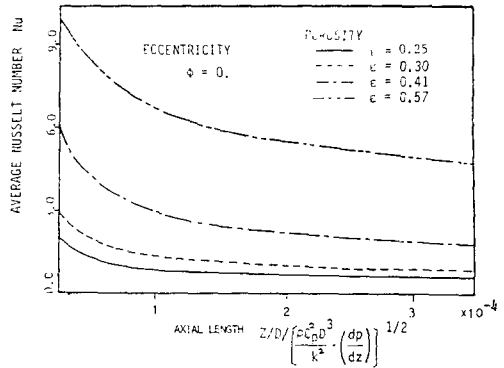


Fig. 9 Average nusselt number as a function of non-dimension axial length

다음은(Fig. 10,11) 봉표면 온도가 축 방향으로 일정하게 증가하는 경우에 대한 해석이다. 먼저 Fig. 10은 극한 평균 누셀트수, Nu_∞ 가 다공도에 대하여 변하는 모습을 표시한 것인데 Nu_∞ 가 다공도에 대체적으로 선형적으로 비례 증가하고 있으며, Nu_∞ 의 증가율은 다공도변화에 대한 D_h 의 증가율보다 더 크기 때문에 다공도가 증가함에 따라 열전달 계수가 더 커짐을 알 수 있다.

Fig. 11은 봉의 편심이 봉표면 열유속 분포에 미치는 영향을 그린 것인데, 먼저 각도에 따른 열유속 분포를 전반적으로 보면 유로면적이 좁은 지역에서 열유속이 낮고 큰 지역에서는 열유속이 큼을 알 수 있는데 이는 유체대류 효과로 인한 것이다. 편심이 생겼을 때는 이런 효과가 증대되어 최대 열유속과 최저 열유속의 비가 현저해지고 심지어는 최저치가 거의 0에 가

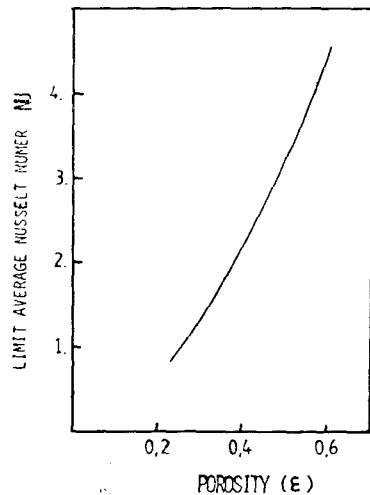


Fig. 10 Limit mean nusselt number as a function of porosity

파워지기도 함을 알 수 있다.

열유속의 크기는 열전달 능력의 크기로 생각할 수 있기에 이 결과로부터 봉표면 온도가 고정되는 대신 원자로심에서와 같이 봉표면의 열유속이 고정된 경우에 편심이 존재하면 열전달 능력 감소로 인하여 “hot spot”이 생기고 이 지점의 온도가 현저히 상승하여 핵비등 현상등을 일으켜 봉의 건전성(physical integrity)이 파괴될 위험이 있음을 알 수 있다.

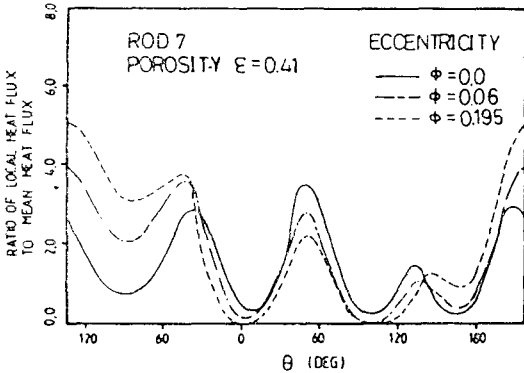


Fig. 11 Non-dimensional heat flux for various eccentricity

5. 결 론

37개 봉으로 구성된 유로에서의 종류에 대한 운동량 및 에너지 전달 현상의 특성을 경계면에 맞춘 좌표계를 이용하여 분석한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 복잡한 기하 형태 문제에서는 경계면에 맞춘 좌표계의 사용이 효율적이다.

(2) 무차원화된 유로 평균속도 $\left[\bar{w} / \left(\frac{D^2}{\mu} \cdot \frac{dP}{dZ} \right) \right]$ 는 다공도가 대략 0.3 이상일 경우 다공도가 증가함에 따라 2.5승 이상으로 급격히 증가한다.

(3) $f \cdot N_{Re}$ 는 다공도만의 함수인데 이는 다공도가 0.3 보다 클 경우는 다공도가 증가함에 따라 거의 선형적으로 감소를 하고 다공도가 0.25와 0.8 사이일때 10부터 34 사이의 값을 지닌다.

(4) 극한 평균 누셀트수는 다공도 증가에 대하여 거의 선형적으로 증가한다.

(5) 봉의 편심은 열전달 능력이 떨어지는 지역에서 “hot spot”을 만들어 봉의 건전성(physical integrity)을 위협할 수 있으므로 원자로등과 같이 큰 열유속이 취급되는 열교환 장치에서는 편심에 대하여 주의할 필요가 있다.

참 고 문 헌

- (1) E.M. Sparrow and A.L. Loeffler, Jr., “Longitudinal Laminar Flow between Cylinders Arranged in Regular Array”. Aiche J. Vol. 5, p. 325, 1959
- (2) E. M. Sparrow, A.L. Loeffler, Jr. and H. A. Hubbard, “Heat Transfer to Longitudinal Laminar Flow between Cylinders”, J. Heat Transfer, Vol. 85, p. 415, 1961
- (3) O.E. Dwyer and H.C. Berry, “Laminar Flow Heat Transfer for In-Line Flow through Unbaffled Rod Bundles”, Nucl. Sci. Eng. 42, 1970
- (4) R.A. Axford, “Summary of theoretical Aspects of Heat Transfer Performance in Clustered Rod Geometres”, Heat Transfer in Rod Bundles Session at the Winter ASME Meeting, N.Y. Dec. 3, 1968
- (5) R.C.J. Howland, Proc. Cambridge Philos. Soc., 30, 315, 1934
- (6) Chen, Nucl. Eng. Des., 25, 207, 1973
- (7) Mottaghian and L. Wolf, “A Two-Dimensional Analysis of Laminar Fluid Flow in Rod Bundles of Arbitrary Arrangement”, Int.J. Heat and Mass Transfer 17, 1121, 1974
- (8) Sun Wong and Kawei Chen, “On the Two-Dimensional Analysis of Fluid Flow and Heat Transfer in Rod Bundles with Arbitrary Arrangement”, Nucl. Sci. Eng., 77, pp.92~106, 1981
- (9) J.F. Thompson, F.C. Thames, and L.w. Mastin, “Boundary-Fitted Curvilinear Coordinate System for Solution of Partial Differential Equations in Fields Containing Any Number of Arbitrary Two-Dimensional Bodies-Final Report”, NASA-CR-2779, 1977
- (10) W.T. Sha, “An Overview on Rod-Bundle Thermal-Hydraulic Analysis”, Nucl. Eng. Des., 62, 1980
- (11) 전태현, 경계면에 맞춘 좌표계를 이용한 37개봉으로 구성된 수로에서의 열수력학적 특성연구, 한국과학기술원 기계공학과 석사학위논문, 1985