

<論 文>

연성파괴 해석을 위한 비선형 유한요소 모델의 개발

—소형 컴퓨터를 위한—

정 세 희* · 조 규 종**

(1985년 8월 3일 접수)

The Development of a Non-Linear Finite Element Model
for Ductile Fracture Analysis

—For Mini-Computer—

Se Hi Chung and Kyu Zong Cho

Key Words: Ductile Fracture(연성파괴), Non-Linear Finite Element Program(비선형 유한요소프로그램), Plastic Zone(소성역), Recrystallization Technique(재결정법), Yielding Criteria(항복조건)

Abstract

In this paper, the frontal method based elastic-plastic F.E.M. program for mini-computer was developed. Since, the executable source program size was restricted by the system core memory size on the mini-computer, the active variables were memorized by the element base and the nonactive variables were memorized to the external disc file.

The active variables of the finally developed program were reduced enough to execute about 1,000 freedom finite element on the mini-computer on which available variables were restricted as 32,767 integers.

A modified CT fracture test specimen was examined to test the developed program. The calculated results were compared with experimental results concerning on the crack tip plastic deformation zone. Recrystallization technique was adopted to visualize the intensive plastic deformation regions.

The Von-Mises criterion based calculation results were well agreed with the experimental results in the intensive plastic region which was over than 2% offset strain.

The F.E.M. results using the developed program were well agreed with the theoretical plastic boundary which was calculated by the stress intensity factor as $r_p = (K_I^2 / 2 \pi \sigma_s^2) \cdot f(\theta)$.

* 정희원, 전북대학교 공과대학 정밀기계공학과

** 정희원, 전남대학교 공과대학 기계공학과

기 호 설 명

ASDIS : 각 절점에서의 증분 변위
 COORD : 각 절점의 x, y 좌표
 EFFST : 등가 소성응력치
 ELOAD : 각 요소에 작용하는 증분하중
 EPSTIN : 등가 변형율
 EQUAT : 각 요소에서 감소되어질 방정식의 행렬
 ESTIF : 각 요소의 강성행렬
 FIXED : 각 절점의 고정변위 벡터
 GLOAD : 조합된 절점하중 벡터
 GSTIF : 조합된 강성계수 행렬
 IFFIX : 각 절점의 구속조건을 기술하는 자연수
 LNODS : 각 요소를 구성하고 있는 절점번호
 MATNO : 각기 다른 요소들의 재료번호
 NDOFN : 각 절점의 자유도
 NELEM : 총 요소수
 NGAUS : 가우스 적분을 위한 가우스 점의 수
 NNODE : 한요소를 구성하는 절점의 갯수
 NPOIN : 총 절점의 수
 RLOAD : 각 요소에 가하는 외력
 STFOR : 각 요소들에 가해지는 합성하중
 STRSG : 각 요소의 가우스점 (ξ, η, ζ)에서의 응력값들
 TDISP : 각 절점의 총변위
 TLOAD : 각 요소에 작용하는 총하중
 TOFOR : 각 절점에 작용하는 총하중

I. 서 론

선형과피역학의 적용이 거의 불가능한 연성과피해석에 있어서는 최근 비선형 과피역학의 발전과 더불어 거시적 역학에 의한 취급이 어느정도 가능하게 되었다. 이를 가능하게 해준 것들 중의 하나가 바로 유한요소 해석법으로, 비선형 거동을 추적하는 가장 유효한 방법으로 대두되어 있다⁽¹⁾.

그런데, 일반적으로 유한요소법에 의한 응력해석 프로그램들은 유한요소수에 비례하여, 많은 변수들을 필요로 하기 때문에, 소형 컴퓨터에서는 그 사용이 곤란한 실정이다. 더욱이 탄-소성거동을 수식할 수 있는 비선형 유한요소 프로그램인 경우에는 반복계산을 위해 더 많은 변수들을 기억해야할 필요성때문에, 소형 컴퓨터를 위한 프로그램은 더욱 찾아보기 힘든 실정이다. 따라서, 비선형 유한요소해석은 대형 컴퓨터에서 수행하는것이 당연시 되어있으나, 기실 대형 컴퓨터의

사용이 용이하지 않는 형편에서는, 실효 계산수행시간이 길어진다는 하더라도, 요즘 보급되고 있는 소형 컴퓨터를 사용하여 비선형 유한요소 해석을 수행 할 수 있게 하는것이 바람직할 것이다.

그런데, 소형 컴퓨터의 경우에는 사용 가능한 변수 갯수가 제한 되어져 있기 때문에(HP-3000 II의 경우 최대 32,767 Integer variables) 주프로그램의 변수를 제한된 갯수이하로 감축시켜야만 가능하다. 이를 위해서 유한요소의 등분을 소량화 한다면, 해석결과와 신뢰성이 결여되므로⁽²⁾, 가능한 한 유한요소의 등분을 대량화 하면서 프로그래밍상의 변수를 최소화 하는 것이 바람직 할 것이다.

그러나, 변수의 감축은 프로그램의 기교만으로 해결될 수 있는 문제가 아니라, 해석기법의 선택에 따라서도 크게 좌우되고 있다. 여기서 지금까지 알려진 유한요소 해석기법을 살펴보면 크게

(i) 총강성 해석(Total stiffness method)^(3,4,8)과

(ii) 선단요소 해법(Frontal method)⁽⁶⁾으로

대별해 볼 수 있는데 (i)의 방법에 준해서 계산을 수행하려면 최소한 총강성 매트릭스의 1/2 크기에 해당하는 변수의 수가 필요적으 소요되어서 소형컴퓨터에서의 활용이 손쉽지 않은 형편이다.

그러나, (ii)의 방법인 경우는 선단요소의 강성계수에 해당하는 변수 수만 확보 될 수 있으면 계산의 수행이 가능해지므로 본 연구에서는 (ii)의 방법을 토대로 소형컴퓨터를 위한 비선형 유한요소의 개발을 시도한 것이다. 주로 참조한 선단요소 해법의 프로그램은 Hinton과 Owen이 작성한 프로그램⁽⁶⁾이며 원판메모리를 최대로 활용하여, 활동변수를 최소화 시키므로써, 실제 소형컴퓨터인 HP-3000 II (512KB) 컴퓨터에서 총 자유도가 1000 정도 되는 유한요소까지는, 해석이 가능하도록 만들어지게 되었다. 이와같이 완성된 프로그램의 응용성과 신뢰성을 검토해 보기 위해서 표준 CT 시편의 유한요소를 작성하여 (124 element, 428 node, 941 freedom) 크랙선단에 형성되는 소성역의 형상과 소성변형 크기를 수치적으로 추적하여 본 결과, 실험결과와 매우 잘 일치함을 볼 수 있어서 프로그램의 신뢰성을 확인 할 수 있었다^(9,10). 이때 실험은 SUS-304 스테인레스강으로 표준 CT 시편을 제작하여, 인장에 의해 크랙선단의 소성역을 형성시킨다음, 재결정 방법^(6,7)에 의해 소성역의 형상과 크기를 가시화 및 정량화 하여서 계산결과와 비교 하였다.

2. 탄·소성 유한요소 프로그램의 작성

탄·소성 유한요소 프로그램은 일반적으로 미소증분 하중방식에 의해 비선형 경로를 증분 구간 사이를 선형화시켜 근사해를 구하게 되므로 수차의 반복 계산을 필요로 할 뿐만 아니라, 증분 전 후 값들을 비교하기 위해 많은 변수들을 필요로 하고 있다. 따라서 소형컴퓨터(512KB)를 사용한다는 것이 대부분 불가능하나, 유한 요소수가 방대하지 않을 경우에는(150 요소미만) 해석방법의 선택에 따라 변수의 수를 최소화 시키므로서 계산이 가능하도록 만들수도 있는 것이다. 예컨대 평형 방정식

$$[K]^e \{u\}^e - \{F\}^e = 0$$

을 푸는 방법에는 앞서 언급한 바와 같이 총강성 해법과 선단요소 해석법이 있는데 컴퓨터 용량면에서만 고찰해 본다면 평면응력을 해석하는 경우 총강성 해법을 사용하면 적어도 $\{\frac{1}{2} \times (\text{총절점수} \times \text{절점의 자유도})^2\}$ 의 크기에 해당하는 행렬변수가 필요한데 반해, 선단요소 해법을 사용한 경우에는 $\{(MFRON \times MFRON - MFRON) / 2 + MFRON\}$ 정도 밖에 소요되지 않으므로 절대적으로 후자의 방법이 소형컴퓨터에 유리한 것을 알 수 있다. 여기서, MFRON은 선단요소의 절점수에 절점의 자유도를 곱한 값이다. 그러나, 비록 후자의 방법인 선단요소해법을 사용한다해도 유한요소의 수가 증가하면 이의 사용이 불가능해 지므로, 본 연구에서는 Hinton과 Owen⁽⁵⁾의 프로그램을 모체로 하여, 다음과 같이 프로그램을 대폭 개조 하였다. 이를 정리하면

(1) 우선 주프로그램과 보조프로그램 사이에서 사용되는 변수들중에 총절점수 또는 총요소수의 크기와 비례하는 변수들을 일단 디스크에 기록하는 방법을 사용하며, 개개의 프로그램에서 공통적으로 사용하지 않는 변수들이 초기억장치를 차지하지 않도록 하였다. (Fig. 1 참조)

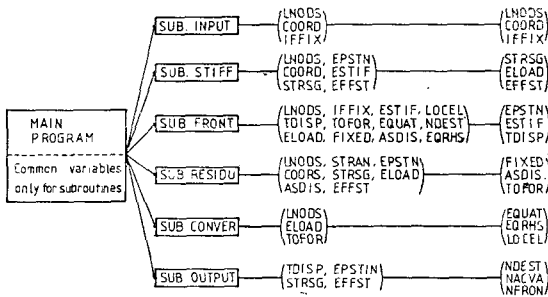


Fig. 1 DISC combined program structure

(2) 강성 매트릭스의 계산과정 프로그램

탄·소성해석을 함에 있어서는 탄성해석과는 달리 강성계수를 계산하는 과정에서 주어진 요소가 항복이 진전되었는지를 판정해 보아야할 필요성이 있기 때문에, 요소내의 응력값들과 등가응력치 및 등가소성변형률의 값을 알아야 한다.

그런데 요소내의 응력값들은 4 종류 ($\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}, \tau_{xy}$)인데 각 유한요소의 가우스 포인트(Gauss point)마다 이값을 알고 있어야 하고, 등가소성응력 및 변형률을 각 가우스 포인트마다 알고 있어야 하므로 전체 요소에 대해 필요한 변수의 크기는

$$\begin{aligned} \sigma_{ij} & ; 4 \times \text{NGAUS} \times \text{NELEM}, \\ \sigma_p & ; \text{NGAUS} \times \text{NELEM}, \\ \epsilon_p & ; \text{NGAUS} \times \text{NELEM} \end{aligned}$$

만큼이나 필요하게 된다. 그러나, 변수들을 요소단위로 디스크에 기록하였다가 필요할 때 요소단위로 읽어서 사용한다면 초기억장치를 차지하는 각각의 변수는

$$\begin{aligned} \sigma_{ij} & ; 4 \times \text{NGAUS} \\ \sigma_p & ; \text{NGAUS} \\ \epsilon_p & ; \text{NGAUS} \end{aligned}$$

정도밖에 소요되지 않으므로, 삭감될수 있는 변수의 크기는 모두

$$(4 \times \text{NGAUS} + \text{NGAUS} + \text{NGAUS}) \times (\text{NELEM} - 1)$$

이 되어 대폭 감소되어 짐을 알 수 있다. 따라서 Fig. 2의 계통도에 보인것처럼 강성계수 계산 프로그램을 개조 시켰다.

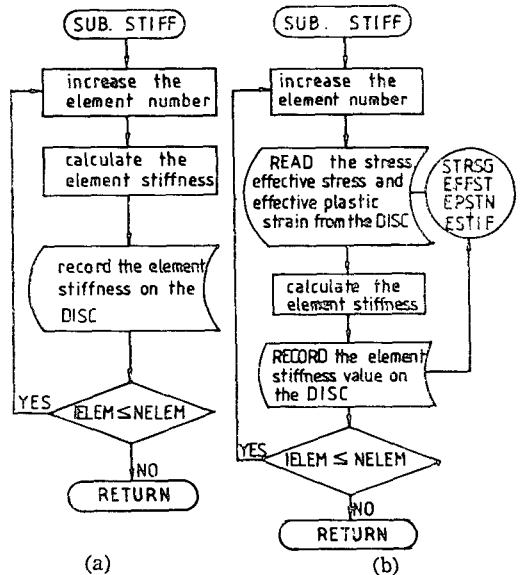


Fig. 2 (a) Original calculation routine of STIFF and (b) Converted calculation routine

(3) 절점하중과 절점변위를 계산하는 副프로그램 절점하중과 절점변위를 계산하는 선단요소 해석기법은 변수가 가장 많이 필요한 副프로그램이다. 따라서 이 계산 과정도 요소단위로 계산이 수행되도록 하던 주기억 장치의 크기를 크게 감소시킬 수 있다. 전체요소의 증분하중을 기억하고 있어야 할 변수는 8-절점 요소인 경우 $(8 \times \text{NDOFN} \times \text{NELEM})$ 의 크기가 필요하지만 요소단위로 디스크로부터 읽고 쓰게하여 계산을 수행하도록 하던 소요되는 활동변수는 $(8 \times \text{NDOFN})$ 정도밖에 되지 않아 삭감될 수 있는 주기억장치의 크기는 $(8 \times \text{NDOFN} \times (\text{NELEM} - 1))$ 만큼이나 되는 것을 알 수 있다. 한편, 이 계산과정에서는 중요소하중의 값이 직접 필요하지 않으므로 이 계산 과정은 삭제하였다. (Fig. 3 참조)

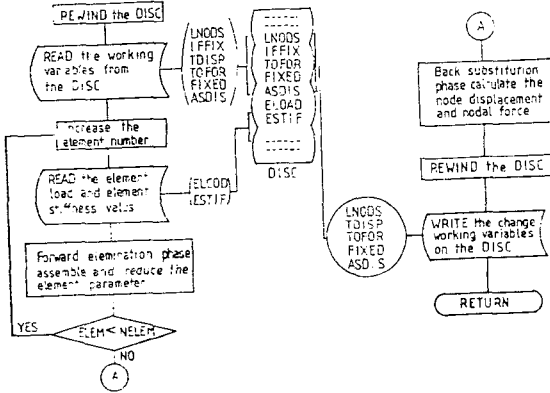


Fig. 3 Converted calculation sub-routine of FRONT

(4) 기타 副프로그램

앞에서 보인 두 프로그램과 같이 잔류하중 계산 副프로그램과 평형상태로의 수렴을 검토하는 副프로그램들을 역시 요소단위로 계산되도록 수정하여 각 副프로그램들 사이에 활동변수들이 상호 부합되도록 하였다. (Fig. 4, Fig. 5 참조)

한편, 응력-변형을 계산과정에서는 누적되는 탄성 에너지와 소성변형에너지가 계산될 수 있도록 수정하여 차후 크랙성장에 따른 에너지 변환률을 계산할 수 있도록 하였다.

3. 재결정법에 의한 소성역의 가시화

최근에 E. Czoboly⁽⁶⁾와 Shoji⁽⁷⁾, Iino⁽¹¹⁾ 등에 의해

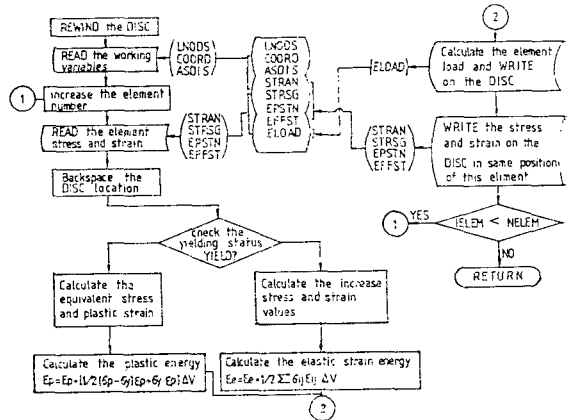


Fig. 4 Residual stress calculation routine

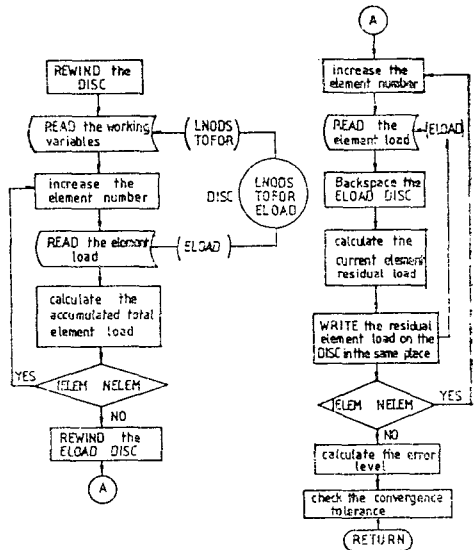


Fig. 5 Converted convergence calculation routine

수행되어진 재결정방법은 극부적으로 소성이 심화된 소성역을 가시화 및 정량화 시키는데 큰 진보를 가져 오게 하였고, 특히 연성파괴를 해석함에 있어 이러한 기술의 응용은 크랙선단에 누적된 소성 심화역을 한눈에 볼수 있게 하기 때문에, 연성파괴 해석에 있어서 괄목할 만한 기법으로 여겨지고 있다.

따라서 본 연구에서도 개발된 유한요소 모델에 의해 추적되어진 소성역의 크기와 양상을 실험적인 결과와 비교 검토하기 위해서, 연성이 좋고 비교적 균질체인 SUS 304 스테인레스강으로 파괴시편을 제작하여 재결정법으로 소성심화역을 가시화시켰다. 준비한 시편은

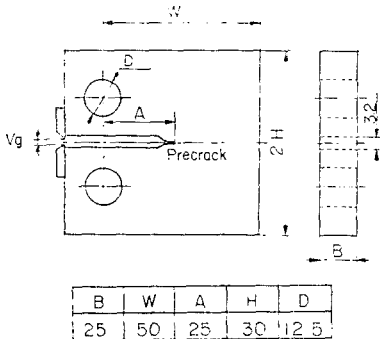


Fig. 6 CT Specimen geometry(mm)

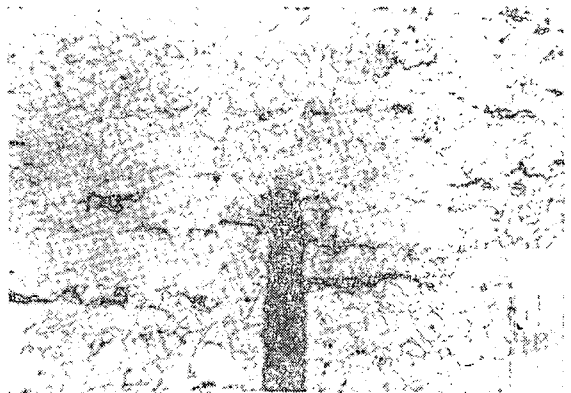
Fig. 6에 보인바와 같이 폭 W 를 두께의 2 배로 취한 1 인치 두께의 표준 CT 시험편으로 노치의 깊이를 $a/w = 0.4$ 가 되게 제작 하였다. 제작된 시험편들을 피로 시험기에 걸어서 hair crack의 길이가 $a/w = 0.5$ 가 되게 3~4mm의 피로크랙 ($\Delta K = 61.2 \text{ kg/cm}^{3/2}$)을 만든다음 크랙입구에 변위계이저를 장착하여 인장시험을 수행 하였다.

한편 Iino⁽¹³⁾에 의하면 304 스테인레스강인 경우 재결정법에 의해 가시화가 가능한 소성변형률의 한계는 $\epsilon \geq 0.02$ 이며, 950°C에서 24 시간 등온처리 하는 것으로 알려져 있으므로, 본 실험에서는 이 방법을 택하여 인장을 가했던 CT 시험편을 950°C로 24 시간 등온처리한 다음 노냉하였다.

재결정된 시편의 재결정 양상과 크기를 관측하기 위해 표면에서부터 5mm깊이의 두께 및 중앙선을 따라서 다이아몬드 절단기를 사용하여 잘라낸 다음 각부의 표면을 연마하여 전해에칭법에 의해 표면을 부식시켰다.

Fig. 7, 8은 표면으로부터 5mm 깊이 그리고 중심부에서의 크랙선단에 형성된 재결정 양상과 크기를 보인 것으로 크랙선단의 양면에 나비날개 모양으로 절정입자가 크게 성장한 부위가 2%이상의 소성변형을 받아 재결정된 곳이다.

표면으로부터 5mm 깊이의 소성변형률의 폭은 약 0.6 mm로 펼쳐져있고, 중앙 단면에서의 소성변형률은 약 0.45mm로 펼쳐져 있음을 볼 수 있다. 이 결과를 볼 때, 두께의 중심부로 깊어짐에 따라 평면 변형률(Plane Strain)상태, 즉 두께방향의 변형률이 $\epsilon_z = 0$ 로 응력장의 형태가 변해 갔음을 알 수 있었으며, Tunneling 효과가 동반되어 표면 크랙에 비해 중앙부의 크랙은 미소한 양(약 0.25mm)만큼 더 성장되어 졌음을 관측할



(a) 50×



(b) 100×

Fig. 7 Microscopic recrystallized zone at 5mm depth. $a/w = 0.52$

수 있었다.

그러나 본 연구에서는 두께의 영향을 고려치 않은 상태의 소성률의 크기와 양상의 고찰을 주 목적으로 삼고 있기 때문에 Fig. 8에 보인 시편의 중앙단면(즉 표면에서 12.5mm 두께의 깊이)에서의 소성률에 초점을 맞추어 고찰하였으며, 유한요소 계산도 이와같은 평면변형률 조건에서 수행되게 하였다.

4. 결과 및 고찰

실험에 사용한 compact tension(CT) 시편은 크랙선상을 따라 대칭인 형상이므로 유한 요소의 mesh는 Fig. 9에 보인바와 같이 1/2 대칭크기로 만들었으며, 총요소의 수는 124 개이고 절점의수는 428 개이다.

초기의 크랙길이를 시편의 중앙부의 크랙길이와 같은 $a/w = 0.52$ 가 되도록 크랙선상의 절점들을 그림과 같이 구축했을 때의 총 자유도는 941 이었다.

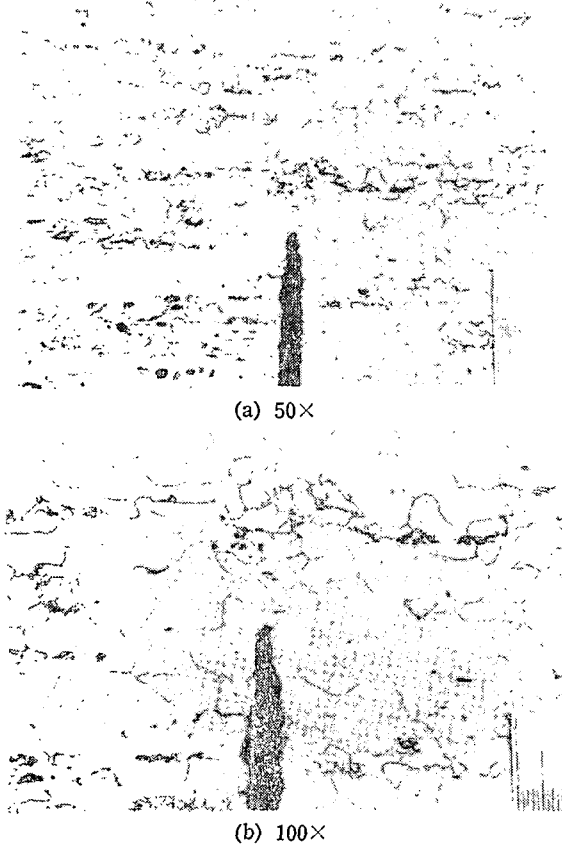


Fig. 8 Microscopic recrystallized zone at 12.5mm depth (center). $a/w=0.52$

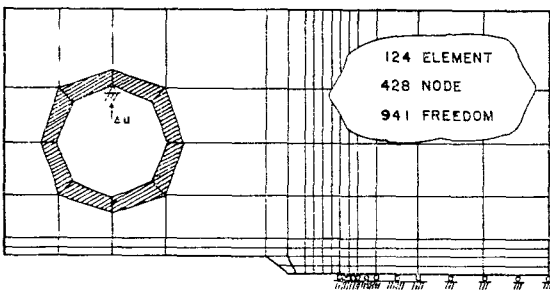


Fig. 9 Finite element of half size CT specimen

크랙선단부의 응력 및 변형률의 특이성을 정확히 고찰하기 위해 크랙선단부의 요소 크기를 $1 \times 1\text{mm}$ □으로 미세 등분하였으며 집중하중이 작용하는 하중점의 응력집중을 완화시키기 위해 하중점 주위를 준강체의 머가 되도록 묘사코자 빗금친 6개 요소의 탄성계수와 항복응력을 모재의 탄성계수의 20 배로 산정하였다.

이상에서 기술한 유한요소의 경우, 총요소의 수와

Table 1 Comparison the number of working variables between the original and converted program

Existing program		Converted program	
Array size	Required memory size	Array size	Required memory size
ASDIS(760)	760	ASDIS(760)	760
COORD(430, 2)	760	COORD(430, 2)	760
ELOAD(125, 18)	2250	ELOAD(18)	18
ESTIF(18, 18)	324	ESTIF(18, 18)	324
EQUAT(50, 10)	500	EQUAT(50)	50
FIXED(760)	760	FIXED(760)	760
GLOAD(50)	50	GLOAD(50)	50
GSTIF(12. 5)	1275	GSTIF(1275)	1275
RLOAD(125, 18)	2250	STFOR(760)	760
STFOR(760)	760	STRSG(4, 9)	36
STRSG(4, 1125)	10125	STRAN(4, 9)	36
TDISP(760)	760	TDISP(760)	760
TLOAD(125, 18)	2250	TOFOR(760)	760
TOFOR(760)	760		
EPSTIN(1125)	1125		
EFFST(1125)	1125		
Total	25834	Total	6349
Integer		Integer	
IFFIX(760)	760	IFFIX(760)	760
LNODS(125, 9)	1125	LNODS(125, 9)	1125
MATNO(125)	125		
Total	2010	Total	1885

절점의 수를 여유를 주어서 125 요소, 430 절점으로 산정하여 입력시켰을때 초기장치를 차지하는 총활동변수의 갯수를 기존 프로그램과 개조된 프로그램에서 가장 많은 변수를 필요로 하고 있는 선단요소 해석과정에 대해서 비교하여 보면 Table 1에 보인바와 같다.

단, 이표에서는 활동변수가 요소의 수, 또는 절점수에 비례하는 비교적 큰 변수들만을 비교 한 것이다.

Table 1에 보인바와 같이 개조된 프로그램에서는 가장 많은 활동변수를 필요로 하는 프로그램에서 기존 프로그램에 비해 소모되는 변수가 1/4 정도밖에 되지 않음을 알 수 있었으며 본 프로그램을 수행중, 위에 열거한 변수외에 다른 모든 변수들을 합하여 볼때 소모된

최대기억용량의 크기는 실수로 8000 개 정도밖에 되지 않았다. 따라서 계산은 무리없이 수행시킬 수 있었으나 입출력 횟수가 빈번하여서 총소요시간이 1 회반복 계산을 수행하는데 평균 20 분정도 소요 되었다. 그런데 시간에 구애를 받지 않는 소형 콤팩터 (personal computer) 인 경우는 이점은 별로 문제가 되지 않을 것이다.

한편 계산을 수행할때 하중의 증분은 fixed grip condition 에서 가중되도록 하기위해 구속된 하중점의 고정변위를 증분시켜서 하중의 증가를 꾀하였다. 계산시에 입력한 304 스텐레스강의 물성치는 $E=2.1 \times 10^6$ kg/cm², $\nu=0.2$, $\sigma_r=25.4$ kg/mm² 로 입력시켰으며, 평면 변형을 상파 (plane strain condition) 의 계산이 수행되도록 하였다. 또한 가공경화에 따른 항복후의 전선강성계수는 단순인장시험을 근사화시켜 $E_r=2.1 \times 10^5$ kg/cm² 로 입력시켰다. 이때 사용한 항복응력 조건은 재료가 균질인 것으로 하여 Von-Mises 항복조건을 사용하였고, Von-Mises potential function⁽¹²⁾을 사용하여 소성변형 요소의 강성분화계산을 수행 시켰다. 이상의 조건들에 의해 계산된 탄소성해의 결과와 실험결과를 비교해 보면 Fig. 10 에 보인바와 같이 하중-COD 선도는 계산결과와 매우 잘 일치하고 있음을 볼 수 있다. 단, pre-crack 을 만드는 과정에서 원래 표면에서 관측한 피로크랙의 길이가 $a/w=0.5$ 가 되도록 만들었으나 계산결과와 비교하여 볼 때 유효크랙의 길이가 $a/w=0.52$ 쪽에 일치함을 볼 수 있으며 이점은 tunneling 효과에 의해 시편 중앙부에서 크랙이 더 질게 성장되어 졌음을 시사하고 있다. 따라서 pop-in 이 시작되기 직전의 유효크랙길이를 $a/w=0.52$ 로 보고 pop-in 이 시작된 한계점, 즉 하중이 3050kg 인 점에서 재결정 결과와 계산에 의한 소성변형률의 결과를 검토하여 보면 Fig. 11 에 보인바와 같다.

그림에서 실선으로 표시된 곡선은 재결정 부위를 100 배로 확대한 재결정 경계곡선이며, X표로 표시한 곳은 크랙선단에 위치한 유한요소내의 가우스점들로서 표기된 숫자는 계산에 의한 등가소성 변형률의 크기이다.

실험결과와 계산결과치를 비교하여 볼때 2%이상의 소성변형이 잔재된 부위는 매우 잘 일치하고 있음을 보이고 있다. 한편 Fig. 12 는 유한요소법으로 계산된 전체 소성부위의 형상으로 2층 빗금친 부분은 0.2% 이상의 소성변형이 형성된 부위로 약 3.5mm 폭으로 형성되어졌음을 볼 수 있으며, 1층 빗금으로 보인 외곽은 Von-Mises 항복조건에 의해 항복이 일어났음이 관

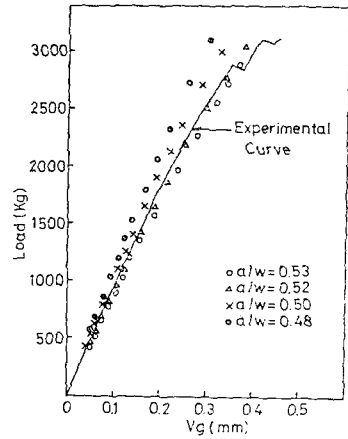


Fig. 10 Calculated and experimental load v.s. crack mouth opening displacement curve

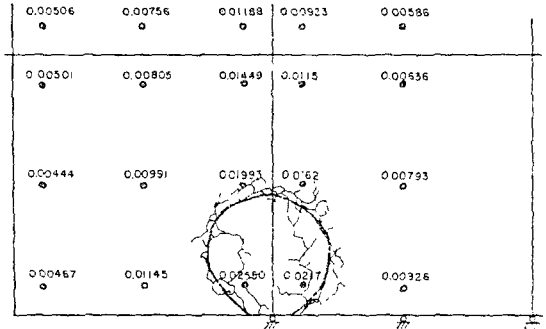


Fig. 11 Expanded structure of recrystallized zone (100X) and calculated plastic strain values of the crack tip element gauss points

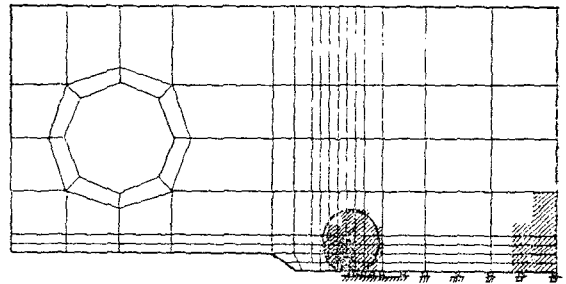


Fig. 12 Shape of calculated plastic zone

정된 소성변형률역으로 최대폭이 약 7.5mm 정도됨을 알 수 있다.

이상에서 2%이상의 소성역, 0.2%이상의 소성역, 항복개시역 등의 크기와 형상을 비교하여 보면, 상호

유사한 형상을 갖고 있음을 알수 있으나 재결정 방법에서 가시화가 가능한 소성역의 한계가 2% 이상이라는 점 때문에 그 크기면에서 해석결과와 완벽한 일치라는 말은 할수없는 형편이다. 이점은 차후 재결정법을 더 발전시켜 적어도 0.2% 이상의 소성변형역을 가시화시킬 수 있도록 연구발전시킬 가치가 있다고 본다.

한편, Fig. 12에서 외곽에 실선으로 그려진 곡선은 Mode I 크랙인 경우 아래식과 같은 응력장의 방정식에 의해 구한 소성반경으로⁽¹³⁾ 다음과 같이 구해진다.

$$r_p(\theta) = \frac{K_I^2}{4\pi\sigma_r^2} \left\{ \frac{3}{2} \sin^2\theta + (1-2\nu)^2 (1+\cos\theta) \right\}$$

여기서

$$K_I = \frac{P}{BW} \sqrt{a} F$$

$$F = 29.6 - 18.5\alpha + 655.7\alpha^2 - 1017.0\alpha^3 + 638.9\alpha^4$$

$$\alpha = a/w$$

이상의 이론식으로 구한 소성경계는 유한요소 해석결과와 매우 잘 일치함을 볼수 있다.

또한 Fig. 13은 본프로그램의 활용예로서 $a/w=0.52$ 및 $a/w=0.53$ 일때 1/2 크기의 시편에 측정되어 지는

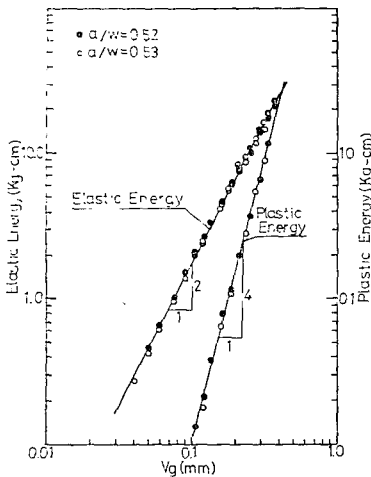


Fig. 13 Crack mouth opening displacement (V_g) v.s. elastic and plastic energy increment

탄성에너지와 소성변형에너지의 변화를 보인 유한요소 해석결과로 탄성변형에너지는 COD(또는 작용하중)의 제곱에 비례하여 증가하고 있으며, 소성변형에너지는 4승에 비례하여 증가하고 있음을 알수 있었다.

5. 결 론

본 연구의 수행결과에 의면 소형컴퓨터(HP-3000 II,

1977년 Model, 512KB)에 의해서도 비선형 유한요소 해석이 원활히 수행되어짐을 확인할 수 있었으며, 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 활동변수들을 요소단위(element base)로 바꾸고 비활동변수들을 디스크에 기록하는 방법을 사용함으로써 작업변수의수를 최소화시킬수 있었으며 실제 124 요소, 428 절점, 941 자유도의 비선형 유한요소해석에 소요되는 최대 변수의갯수는 8000 개 정도로(Real variables)원래 프로그램의 변수에 비해 1/4 정도밖에 소요되지 않음을 알수 있었다.

(2) 디스크의 입출력 횟수가 증대한 관계로 작업시간이 증대되어 HP-3000 II의 컴퓨터를 사용한 경우 1회 반복계산에 소요되는 CPU 시간은 평균 20분정도 소요되었으나 작업시간을 문제삼지 않는 소형컴퓨터 경우에는 큰 문제가 되지 않을 것으로 본다.

(3) SUS-304 스텐레스강 CT 시험편의 하중 COD 선도는 개발된 프로그램에 의한 비선형 유한요소 해석에 의해 추적된 하중변위선도와 매우 잘 일치함을 알수 있었다.

(4) 실험에 의한 CT 시편의 크랙선단에서 소성역의 크기와 양상은 유한요소해석결과와 매우 잘 일치함을 볼수 있었으며, 유한요소해석결과는 0.2% 이상의 소성역 및 Von-Mises 항복조건에 의한 소성경계를 더욱 정확히 묘사할수 있음을 보여주었고, 특히 응력확대계수로부터 구한 소성경계, 즉, $r_p = K_I^2 / 2\pi\sigma_r^2 \cdot f(\theta)$ 는 유한요소 해석결과와 매우 잘 일치하여 해석의 신뢰성을 부여해 주었다.

이상과 같은 프로그램의 개발은 소형 컴퓨터에서도 비선형 유한요소해석의 가능성을 보여준것으로, 소형 컴퓨터의 활용도를 증가시키고 동시에 계산경비의 절감에 크게 기여할 것으로 기대된다.

후 기

본 연구는 1983년도 아산복지사업재단의 연구비 지원에 의해서 이루어진것으로 이 연구를 수행할수 있도록 지원하여주신 재단에게 진심으로 감사를 드립니다. 아울러 계산을 도와준 전남대학교 전자계산소 직원 여러분께도 감사를 드립니다.

Reference

- (1) 町田進, "延性破壊力学", 日刊工業新聞社, 1984
- (2) G.F. Carey and J.T. Oden, "Finite Elements

- Computational Aspects", Vol. III, Prentice-Hall, Inc., New Jersey, pp. 81~129, 1984
- (3) Bathe, "Finite Element Procedures in Engineering Analysis", Prentices-Hall, Inc., New Jersey, 1982
- (4) I.M. Smith, "Programming the Finite Element Method", John Wily & Sons, New York, 1982
- (5) Owen & Hinon, "Finite Element in Plasticity", Pineridge Press, Swansea, U.K., 1980
- (6) E. Czoboly, "Distribution of Plastic Deformation Around a Notch Tip Proc. of Int. Conf. on A&E Fracture Mechanics, Rome, Italy, June, 1980
- (7) T. Shoji, "Deformation of Crack Tip Energy Dissipation and Elastic-Plastic Fracture Toughness Parameter with Ductile Crack Extension", Jour. of Testing and Evalution, pp. 324~334, Nov., 1981
- (8) J.E. Akin, "Application and Implementation of Finite Element Method", Academic Press, New York, 1982
- (9) W.K. Wilson and J.R. Osias, "A Comparison of Finite Element Solutions for an Elastic-Plastic Crack Problem", Int. Jour. of Fracture, Vol. 14, 1978
- (10) T.C. Loo, "Study of Elastic-Plastic Frature Problem Using Finite Element Technique", Trans. ASME, Vol. 106, pp. 476~482, Oct., 1984
- (11) Y. Iino, "Plastic Zone Around Creep and Fatigue Crack at 650°C in Type 304 Stainless Steel", Metal Science, pp. 207~214, April, 1978
- (12) R. Hill, "The Mathematical Theory of Plasticity", Oxford Univ., Press, Ely House, London, 1971
- (13) David Broek, "Elementary Engineering Fracture Mechanics", pp. 97~98, Sijthoff & Noordhoff International Publishes, Netherland, 1978