資本市場의 經濟的 効率性에 관한 硏究

南 壽 鉉*

目 次

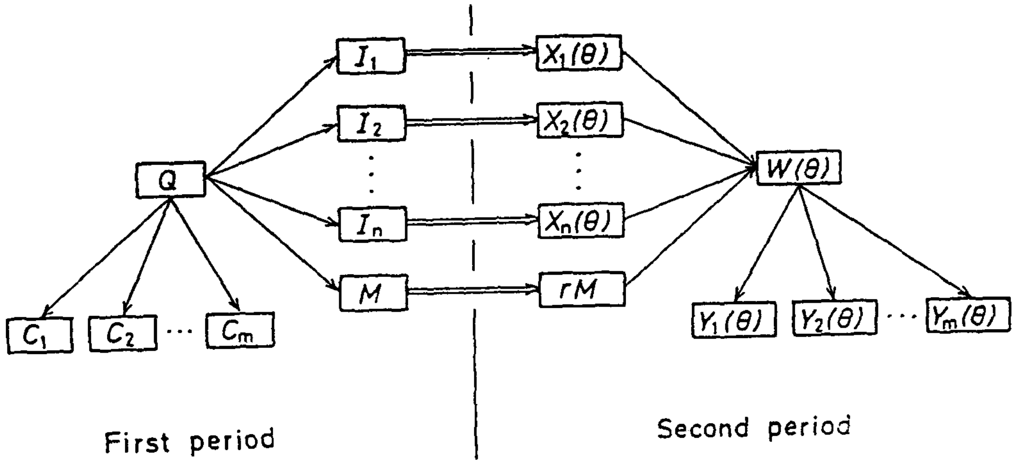
Ⅰ. 序 言

資本主義 經濟內에서 資本市場의 存在의 當爲性은 이미 立證된 바 있다. Fisher의 分離理論의 導出過程에서 알 수 있는 바와 같이 市場의 存在로 인한 交換機會의 이용은 단순한 生産機會만 존재할 경우의 消費·投資 機會集合으로 부터 얻는 効用보다 더 큰 効用을 얻을 수 있게 해 준다. 또한 資本市場은 借入者와 貸出者 사이의 効率的인 資金 移轉을 可能하게 하여 資金의 生産性을 높여 주며, 市場 本來의 機能인 交換回數의 減少, 去來費用의 節減 등으로 去來의 運用効率을 높여 준다. 따라서 資本市場이 존재할 경우는 존재하지 않을 경우보다 사회전체의 効用水準이 높아진다고 할 수 있다.

그러나 資本市場이 市場內에 존재하는 여러 종류의 財務的 請求權 (financial claims)의 競爭的 去來를 통해 이와같은 機能을 수행한다 하더라도 이것이 얼마나 잘 수행되고 있으며 또 어느 정도 社會福祉的 觀點에서의 効用增進에 이바지 하고 있는 가는 疑問이다. 즉 資本市場이 그의 市場 「메카니즘」을 통해 어느 정도 資源을 効率的으로 配分하고 있는가 하는 점은 한번쯤 檢討되어야 할 점이다. 이는 資本市場의 經濟的 効率性 問題의 맥락에서 파악할 수 있으며 따라서 本稿에서는 이 문제의 理論的 背景을 단순한 經濟模型下에서 구축해 보고 이를 현재 財務管理에서 「이슈」가 되고 있는 여러 主題들과의 關聯性下에서 포괄적으로 파악해 보았다.

資源 配分過程에 있어 資本市場의 機能을 보다 명확하게 파악하기 위해서는 <그림-1>과 같은 비교적 단순화된 模型을 이용하는 것이 좋다. 이는 單一商品, 二期間을 가정한 모델

* 水産經營學科 助教(經營學)



〈그림 1〉 資本市場의 資本配分過程

로서, 第1期 間에 있어서의 個人의 消費·投資決定과 第2期間에 있어서의 投資收益의 配分등과 관련된 變數들의 관계를 체계적으로 나타내고 있다. 여기서,

Q : 最初의 상품 總供給量

C_i : 個人 i의 消費($i=1, \cdots, m$)

I_j : 企業 j의 投資($j=1, \cdots, n$)

M : 無危險資産에의 投資

$X_j(\theta)$: θ라는 狀態(state)가 發生했을 경우 企業 j의 産出物 혹은 生産函數 ($X_j(\theta)=\phi_j(I_j, \theta)$)

$W(\theta)$: θ라는 狀態下에서의 總産出物

$Y_i(\theta)$: θ라는 狀態가 發生했을 경우 個人 i가 받는 收益(income)

을 나타내고 있다. 이는 二期間에 걸친 個人과 企業의 消費·投資行爲를 통해 資源 配分이 어떻게 이루어 지고 있는가를 나타낸 것이며, 株主의 期間別消費에 의한 總期待效用의 極大化란 財務管理 目標에 대한 의미를 示唆하고 있다고도 볼 수 있다. 여기서 우리는 아래와 같은 實行可能制約(feasibility constraint)이 成立함을 알 수 있으며, 이와같은

$$\sum_i C_i+\sum_j I_j+M=Q \tag{1.1}$$

$$\sum_i Y_i(\theta)=W(\theta) \quad (\theta=1\cdots, s) \tag{1.2}$$

第1期間의 實行可能制約 (1.1)과 第2期間의 實行可能制約 (1.2)下에서 우리는 最適 $\{C_i, I_j, M, Y_i(\theta)\}$를 결정하게 될 것이다.

Ⅱ. 效率性의 槪念

일반적으로 財務管理나 投資論에서 사용되는 效率性(efficiency)의 槪念은 多樣하다. Markowitz가 이야기하는 效率性은 平均 分散 基準에 의한 「포오트폴리오」選擇時 支配原理(dominance principle)를 만족시키는 性質을 의미하며, 일반적으로 이야기하는 資本市場의 效率性이란 效率的 市場假說(Efficient Market Hypothesis)에 의한 情報의 效率性을 의미한다. 이 외에도 資本市場의 效率性이란 槪念속에는 去來費用이나 手數料등이 없는 運用上의 效率性 등이 포함된다.

그러나 여기서 이야기 하고자 하는 資本市場의 經濟的 效率性이란 그 槪念을 달리한다. 즉 이는 社會福祉(social welfare)的 側面에서 資源配分이 얼마나 效率的으로 이루어졌나를 나타내는 「파레토」最適(Pareto Optimality)의 개념이라 할 수 있다. 「파레토」最適이란 資源의 分配에 있어서 어떠한 형태의 「파레토」優越(pareto superior)도 존재할 수 없는 가장 효율적인 分配의 상태를 말한다. 만약 分配狀態 A가 分配狀態 B에 비해 「파레토」우월하다면 A 상태하에서 소비자들은 결코 B 상태하에서의 效用보다 작지 않다고 생각하며, 적어도 1人이상이 A 상태하에서 효용이 增加할 것이다. 따라서 「파레토」最適하에서는 어느 消費者도 他人의 犧牲없이는 效用을 더 이상 증가시킬 수 없다. 이는 換言하면, 다른 소비자들의 效用에 영향을 주지 않는 상태에서 각 消費者가 개별적으로 效用을 극대화시킨 상태를 뜻한다. 이의 槪念은 「에지워드」箱子(Edgeworth box)라고 불리는 圖表를 통해 잘 설명될 수 있다.

1. 確實性下의 「파레토」最適

資本市場에서의 效率性을 論하기 前에 確實性下의 商品市場의 效率性부터 논의해 보기로 하자. 經濟內에 존재하고 있는 各 個人은 여러 종류의 商品중 一定部分을 소유하게 되며, 이 상품들의 消費로 부터 效用을 얻게 된다. 그는 이 商品結合으로부터 일정한 選好順位(preference ordering)를 갖게 되며 이는 다음과 같은 效用函數로 표시할 수 있다.

$$U_i=f_i(x_{i1},\cdots,x_{in}) \qquad (2.1)$$

이 함수는 序數的 效用을 나타내는 單調增加, 오목效用函數라고 가정한다. 「파레토」最適하에서는 현 상태의 商品結合이 다른 어떠한 상태로 변하더라도 그로 인한 개인의 效用의 增加(dU_i)는 모든 개인(i)에 대해 전부 非陽(non-positive)이어야 한다. 따라서 「파레토」最適條件을 설명하는데 다음 定理가 有用하다.

$$k_i f_{ij}=f_{1i} \quad (i=1,\cdots, m;\ j=1,\cdots m) \qquad (2.2)$$

여기서 $f_{ij}=\dfrac{\partial f_i}{\partial x_{ij}}$, $k_1=1$, $k_2,\cdots k_m$은 임의의 非陰의 常數이다. 이 式은 $f_{1j}/f_{ij}=k_i$로 바꿔 쓸 수 있으며 이는 個人 1이 어떤 상품을 사용함으로써 얻는 限界效用과 다른 個人 i가 이 상

품을 사용함으로써 얻는 限界効用의 比는 모든 商品에 있어 동일하다는 의미이다.

「파레토」最適을 나타내는 또 하나의 方法은 市場決濟條件(market clearing condition) 下에서 各 個人들의 効用의 加重合을 最大로 하는 Lagranigian을 푸는 것이다. 여기서 市場決濟條件은 $\sum_i x_{ij}=v_j$라고 풀 수 있다. v_j는 상품 j의 총 공급량, x_{ij}는 개인 i가 상품 j를 소유한 양을 의미한다.

$$\mathcal{L}=\sum_i k_i U_i+\sum_j \lambda_j(v_j-\sum_i x_{ij})$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_{ij}}=k_i f_{ij}-\lambda_j=0 \tag{2.3}$$

여기서 (2.3)은 앞의 (2.2)와 같음을 알 수 있다.

2. 不確實性下의 「파레토」最適

우리는 個人의 消費 및 投資配分의 期間別 選擇問題를 다루므로 이는 未來에 대한 不確實性을 內包하게 된다. 즉 個人은 확실한 현재 消費(C_i)와 불확실한 미래 收益($Y_i(\theta)$)의 結合을 통해 효용을 얻게 되며, 미래의 어떤 狀態(θ)下에서 얻어지는 主觀的인 確率分布 $f_i(\theta)$를 통하여 아래와 같은 期待効用으로 표시될 수 있는 選好順位를 갖는다고 할 수 있다.

$$U_i=\sum_\theta (C_i, Y_i(\theta))f_i(\theta)=E_i[U_i(C_i, Y_i)] \tag{2.4}$$

여기서 期待值 E를 使用함으로써 우리는 상태(θ)에 대한 依存에서 벗어날 수 있다.

이 때에도 「파레토」最適은 앞의 방법과 같이 Lagranigian을 형성함으로써 가능하다. 이 때 制約條件은 제1,2기간에서의 實行可能制約 (1.1) (1.2)이다.

$$\mathcal{L}=\sum_i k_i U_i+\mu(Q-\sum_i C_i-C_i-\sum_j I_j-M)+\sum_\theta \beta(\theta)[rM$$
$$+\sum_j X_j(\theta)-\sum_i Y_i(\theta)]$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_i}=k_i\sum_\theta U_{ic}(C_i, Y_i(\theta))f_i(\theta)-\mu=0 \tag{2.5}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial I_j}=-\mu+\sum_\theta \beta(\theta)\phi_j'(I_j,\theta)=0 \tag{2.6}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial M}=-\mu+r\sum_\theta \beta(\theta)=0 \tag{2.7}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial Y_i(\theta)}=k_i U_{iY}(C_i, Y_i(\theta))f_i(\theta)-\beta(\theta)=0 \tag{2.8}$$

여기서 $U_{iC}=\partial U_i/\partial C_i$, $U_{iY}=\partial U_i/\partial Y_i(\theta)$를 의미한다. (2.5)에서 (2.8)을 정리하여 $\beta(\theta)$를 구하고, 이를 (2.8)에 대해 풀어보면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$k_i U_{iY}(C_i, Y_i(\theta))f_i(\theta)=U_{1Y}(C_1, Y_1(\theta))f_1(\theta)$$

이는 不確實性下에서의 보다 普遍的인 「파레토」最適條件을 표시해 주는 式이라 볼 수 있다. 이의 意味는 個人 1이 그의 주관적 발생확률로 加重된 제2期間의 收益을 얻음으로써 발생하는 限界効用과 다른 個人 i가 역시 얻게되는 限界効用의 比는 모든 狀態하에서 동일하다는 것이다.

Ⅲ. 完成市場의 經濟的 効率性

1. 狀態條件附請求權과 完成市場

證券은 본질적으로 時間의 次元을 가지며 時間의 經過는 未來의 不確實性을 내포하기에, 證券의 未來價値에는 반드시 不確實性이 內在되어 있는 것이다. 이러한 不確實性은 未來의 一定時點에 발생가능한 수많은 狀況의 豫測不可能에 기인하는 것이며, 이런 狀況下에서 證券은 投資者에게 無作爲的인 收益을 제공해 줄 수 밖에 없다. 그런데, 만약 우리가 그 狀況을 다 把握할 수 있고 그 狀況에 따른 狀益을 모두 豫測할 수 있다면 증권의 가격결정은 매우 손쉬운 일이 될 것이다. 이와같이 不確實性下에서 어떤 狀態에 따라 條件附로 주어지는 收益의 흐름을 나타내 본 것을 狀態條件附 請求權(state contingent claim)이라 한다. 즉 이는 狀況數에 따라 구성된 次元空間에 나타나는 벡타(vector)라고 볼 수 있다. 狀態條件附 請求權의 概念을 보다 단순화시켜, 어떤 한 狀態하에서만 1단위의 收益을 가져다 주고 나머지 다른 狀態에서는 전혀 收益을 주지 않는 그런 請求權을 가정해 보자. 이는(0,1, 0,…,0) 혹은 (0,0,1,0,…,0)등 정해진 次元에 한 元素만 1이고 나머지는 모두 0으로 표시되는 請求權이며 이를 Arrow-Debreu證券, 혹은 純粹證券(pure security)이라 한다. 資本市場內에 존재하는 모든 證券은 이 A-D證券의 적절한 결합으로 표시될 수 있으며 따라서 A-D증권의 가격만 안다면 모든 證券의 價格도 알 수 있다.

한편, 資本市場內에 거래되는 證券의 數와 실현가능한 狀態의 數가 같은 市場을 完成市場(Complete market)이라 한다. 이 市場下에서 投資者는 그의 豫算制約條件內에서는 자유로이 원하는 消費 패턴을 정할 수 있다. 〈그림-1〉을 통해서 살펴보면 $Y_i(\theta)$는 第2期間의 個人 i의 收益으로서 이는 狀態의 數($\theta=1,\cdots,s$) 만큼의 列벡타로 표시할 수 있다. 이 벡타의 各元素는 각 狀態下의 個人 i의 收益을 나타내는 것으로서, 어떤 일정상태 하에서 그가 투자한 증권의 투자비율과 증권수익을 곱한 값의 合으로 나타낼 수 있다. 따라서 이는 s次元의 空間上에 표시가능한데, 完成市場의 경우 이 空間上의 모든 點을 표현가능하나, 不完成市場(incomplete market)의 경우 이의 표현이 불가능하다. 왜냐하면 狀態의 數와 證券의 數가 같은 完成市場의 경우는 완전한 연립방정식이 성립하여 投資比率의 調整에 따라 어떠한 收益의 創出도 가능하나, 不完成市場의 경우는 證券의 數가 모자라 어떤 형태로 投資比率을 調整하더라도 달성하지 못하는 領域이 존재하게 되는 것이다. 따라서 不完成市場이 만들 수 있는 個人의 消費패턴의 集合은 完成市場이 만드는 集合空間의 部分集合에 불

과하다.

2. 完成市場의 經濟的 効率性

直觀的으로 完成市場이 「파레토」最適을 이루리라는 것은 쉽게 알 수 있다. 즉 完成市場下에서 모든 個人은 그가 원하는 消費패턴을 항상 만들 수 있기에 이러한 消費로부터 발생하는 効用은 極大化를 이룰 수 있기 때문이다. 그러나 이러한 直觀的 說明은 제쳐두고 完全市場이 존재하는 상황하에서 企業과 個人은 어떻게 자신의 投資, 消費決定을 하게 되며 그 決定水準은 과연 社會全體的으로 가장 바람직한 資源의 效率的인 配分이 이루어진 狀態인 「파레토」最適에 도달할 수 있는가하는 문제를 논의해 보도록 한다.

먼저 企業의 경우 投資水準(I_j)을 결정하게 되는 데 이의 決定基準은 企業利益의 極大化에 있다. 즉 完成市場下에서의 기업의 利益을 아래의 式으로 表示할 수 있다면, 기업의 最適 投資水準은

$$\Pi_j=\sum_{\theta} \pi(\theta)X_j(\theta)-I_j$$

$\frac{d\Pi_j}{dI_j}=0$가 되는 水準으로 결정되어져야 한다는 것이다. 여기서 $\pi(\theta)$는 A−D證券의 價格을 의미한다. 따라서 企業利益 혹은 市場價値를 극대화시키는 最適投資水準은 아래와 같다.

$$\frac{d\Pi_j}{dI_j}=\sum_{\theta}\pi(\theta)\phi_j'(I_j,\theta)-1=0 \quad (j=1, \cdots, n) \tag{3.1}$$

한편, 個人의 경우는 消費水準(C_i)과 收益水準($Y_i(\theta)$)을 결정하게 되는데, 이의 결정기준은 이들의 消費로 얻어지는 개인자신의 期待効用의 極大化에 있다. 즉 個人은 아래와 같은 豫算制約下에서 그의 期待効用 $U_i=\sum_{\theta}U_i(C_i, Y_i(\theta))f_i(\theta)$를 극대화시키는 C_i, $Y_i(\theta)$를 결정하게 될 것이다. 여기서

$$\sum_{\theta}\pi(\theta)Y_i(\theta)+C_i=W_i \quad (i=1, \cdots, m) \tag{3.2}$$

$\sum_{\theta}\pi(\theta)\,Y_i(\theta)$는 자신의 豫算중 증권에 투자한 總量이다. 이와같은 제약조건하에서 기대효용을 극대화시키기 위해 다음과 같은 Lagranigian을 형성하여 극대조건을 구하면 아래와 같다

$$\mathfrak{L}_i=\sum_{\theta}U_i(C_i, Y_i(\theta))f_i(\theta)+\lambda_i[W_i-\sum_{\theta}\pi(\theta)Y_i(\theta)-C_i]$$

$$\frac{\partial\mathfrak{L}_i}{\partial Y_i(\theta)}=U_{iY}(C_i, Y_i(\theta))f_i(\theta)-\lambda_i\pi(\theta)=0 \tag{3.3}$$

$$\frac{\partial\mathfrak{L}_i}{\partial C_i}=\sum_{\theta}U_{iC}(C_i, Y_i(\theta))f_i(\theta)-\lambda_i=0 \tag{3.4}$$

이와같이 하여 I_j, C_i, $Y_i(\theta)$ 등이 결정되면 實行可能制約에 의해 無危險資産에의 投資量인 M은 자연히 결정된다.

이제 이상과 같은 과정을 거쳐 결정된 諸水準 $\{C_i, I_j, M, Y_i(\theta)\}$ 들이 과연 「파레토」最適을 이루느냐 하는 것이다. 이는 이와같은 균형시장배분 근처의 어떠한 再配分도 個人의 効用을 增大시켜 주지 못한다는 것을 보임으로써 증명되어질 수 있다. 즉 시장배분 근처의 미소한 변화를 이룬 再配分을 $\{dC_i, dI_j, dM, dY_i(\theta)\}$라 하자. 이것은 實行可能制約 (1.1),(1.2)에 의해 다음을 만족한다.

$$\sum_i dC_i+\sum_j dI_j+dM=0 \tag{3.5}$$

$$\sum_i dY_i(\theta)=\sum_j dX_j(\theta)+rdM \tag{3.6}$$

再配分으로 인한 期待効用의 변화는 아래와 같다.

$$\begin{aligned} dU_i&=\sum_\theta[U_{iC}(C_i, Y_i(\theta))dC_i+U_{iY}(C_i, Y_i(\theta))dY_i(\theta)]f_i(\theta) \\ &=[\sum_\theta U_{iC}(C_i, Y_i(\theta)f_i(\theta)]dC_i+\sum_\theta U_{iY}(C_i, Y_i(\theta))f_i(\theta)dY_i(\theta) \end{aligned}$$

여기서 (3.4)로부터 $\sum_\theta U_{iC}(C_i, Y_i(\theta)f_i(\theta)=\lambda_i$, (3.3)으로부터 $U_{iY}(C_i, Y_i(\theta))\,f_i(\theta)=\lambda_i\pi(\theta)$ 인 것을 알 수 있다. 따라서,

$$dU_i=\lambda_i dC_i+\lambda_i\sum_\theta\pi(\theta)dY_i(\theta)$$

혹은 $$\frac{1}{\lambda_i}dU_i=dC_i+\sum_\theta\pi(\theta)dY_i(\theta)$$

로 나타낼 수 있으며 이를 모든 i에 대한 式으로 정리하면 아래와 같다.

$$\begin{aligned} \sum_i\frac{1}{\lambda_i}dU_i&=\sum_i dC_i+\sum_i\sum_\theta\pi(\theta)dY_i(\theta) \\ &=\sum_i dC_i+\sum_\theta\pi(\theta)\sum_i dY_i(\theta) \\ &=\sum_i dC_i+\sum_\theta\pi(\theta)[\sum_j dX_j(\theta)+rdM] \\ &=\sum_i dC_i+\sum_\theta\pi(\theta)[\sum_j\phi_j'(I_j\theta)dI_j+rdM] \\ &=\sum_i dC_i+\sum_j\sum_\theta\pi(\theta)\phi_j'(I_j, \theta)dI_j+rdM\sum_\theta\pi(\theta) \\ &=\sum_i dC_i+\sum_j dI_j+dM \end{aligned}$$

이 式의 展開에서 (3.1), (3.6)의 關係가 이용되었으며 $\sum_\theta\pi(\theta)=\frac{1}{r}$이란 式도 이용되었다. 위 式의 右邊은 (3.5)와 같으므로 결국 $\sum_i\frac{1}{\lambda_i}dU_i=0$가 성립한다. 여기서 λ_i는 Lagrange 乘數로서 最終의 富에 대한 限界期間効用을 나타내므로 不飽和(nonsatiation)假定이 성립하는 限 항상 陽數이다. 따라서 dU_i는 모두 陽數가 될 수는 없는 것이다. 이는 결국 完成市場下의 市場配分이 「파레토」最適을 달성하고 있음을 보여주는 것이다.

Ⅳ. 分配의 經濟的 効率性

完成市場下에서는 아무런 制限事項 없이 항상「파레토」最適을 달성할 수 있다. 그러나 完成市場이란 현실적으로 존재하기 어려운 抽象的 概念의 市場이므로, 우리의 觀心은 자연 不完成市場下의 資源配分 문제에 쏠릴 수 밖에 없다. 不完成市場下에서는 과연 어떠한 條件이 성립해야「파레토」最適상태에 도달할 수 있으며, 또 이 상태에서의 最適 資源配分水準은 얼마인가 하는 것을 규명해 볼 필요가 있다. 最適 資源配分水準 결정문제는 第1期間의 $\{C_i, I_j, M\}$의 결정과 第2期間의 $Y_i(\theta)$의 결정의 두 範周로 나눌 수 있으며 여기서는「파레토」最適에 관한 연구가 먼저 試導된 第2期間에 있어서 個人들간의 收益($Y_i(\theta)$)分配問題에 관해 살펴 보기로 한다.

1. 收益分配의 形態

企業의 生產活動 결과 創出된 第2期間의 總體的 收益을 여러 個人들에게 分配하는 方法에는 여러가지가 있을 수 있다. 中心計劃者(central planner)의 立場에서는 주어진 總收益下에서 가능한 모든 分配方法을 실현할 수 있다. 그러나 일반적인 配分 擔當者의 立場으로서는 단지 어떤 特定 配分 메카니즘에 의해 分配가 이루어 질 수 밖에 없다. 따라서 이러한 分配는 制限된 形式의 分配패턴밖에 달성할 수 없으며, 스스로 分配를 調整하기 보다는 去來가 일어나고 意思決定이 이루어지는 과정을 지켜 보는 受動的 傍觀者 (passive bystander)의 立場을 취할 수 밖에 없다.

일반적으로 收益 分配의 形式은 產出物($X_j(\theta), rM$)과 收益($Y_i(\theta)$)과의 관계를 나타내는 分配規則(sharing rule)에 의해 표현될 수 있다. 分配規則은 다음과 같은 函數의 集合으로 表示할 수 있다.

$$Y_i(\theta)=g_{i\theta}(rM, X_1(\theta), \cdots X_n(\theta))$$

中心計劃者의 경우 이와같은 分配規則은 어떠한 形態라도 가질 수 있으며, 受動的 傍觀者의 경우는 어떤 制限된 形態의 分配規則 밖에 가지지 못할 것이다.

여기서 우리의 觀心은 이러한 分配規則에 의한 資源配分의 經濟的 効率性에 있으므로 가장 일반적인 경우인 中心計劃者의 경우 그가 달성할 수 있는「파레토」最適을 위한 分配規則이 무엇인지 알아보자. 中心計劃者는 實行可能制約(여기서는 第2期間의 實行可能制約 (1.2)를 의미) 외에는 收益 分配上의 制約을 받지 않으므로 이 制約下에서 個人들의 期待効用을 極大化시키는 收益水準을 결정할 수 있다. 이를 Lagrangian으로 풀어보면 다음과 같다.

$$\mathcal{L}=\sum_i k_i U_i+\sum_\theta \beta(\theta)[W(\theta)-\sum_i Y_i(\theta)]$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial Y_i(\theta)}=k_i U_i'(Y_i(\theta))f_i(\theta)-\beta(\theta)=0$$

여기서 $\beta(\theta)$를 제거하고 정리하면

$$k_i U_i'(Y_i(\theta))f_i(\theta) = U_1'(Y_1(\theta))f_1(\theta) \tag{4.1}$$

이 되며 이것이 가장 일반적인 形態의 「파레토」最適을 위한 分配規則이라 할 수 있다. 여기서 同質的 豫測(homogeneous expectation)의 假定을 가미하면 아래와 같다.

$$k_i U_i'(Y_i(\theta)) = U_1'(Y_1(\theta)) \tag{4.2}$$

한편, 受動的 傍觀者의 立場의 一種인 資本市場에 의한 資源配分이 「파레토」最適을 가져다 줄 수 있는 分配規則은 무엇인지 살펴보기로 하자. 이는 (4.1), (4.2)를 援用함으로써 가능하다. 즉 모든 個人이 모두 동일한 어떤 効用函數를 가지며, 또 同質 豫測을 할 때 이를 (4.1), (4.2)에 대해 풀어서, 收益 $Y_i(\theta)$에 대한 分配規則을 얻으면 그것이 線形 分配規則(linear sharing rule)이 됨을 발견할 수 있다. 이는 위의 假定下에서 個人의 收益이 總收益($W(\theta)$)의 一定部分을 이루는 線形 分配規則이 資本市場의 「파레토」最適을 가져다 준다는 것을 의미한다. 따라서 어떤 조건下에서 株式과 社債에 의한 資本市場의 資源配分이 이러한 線形 分配規則을 가지느냐가 우리의 觀心의 초점이 된다.

2. 達成可能性(attainability)

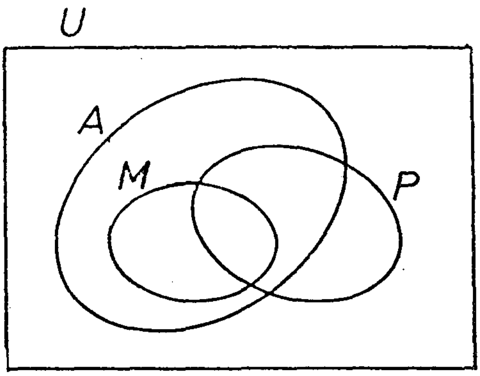
우리는 不完成市場下에서 각 個人間의 收益分配類型을 다음과 같은 集合 圖表를 使用하여 표시할 수 있다. 여기서 사용된 記號의 意味는 다음과 같다.

U: 가능한 收益分配의 全集合

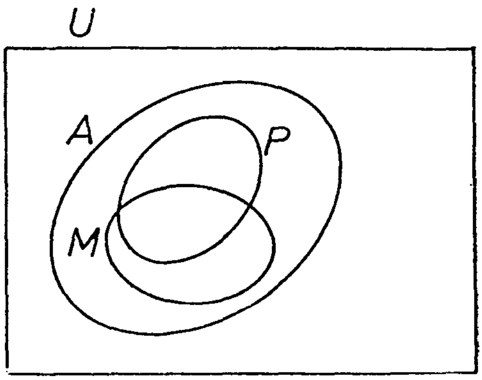
A: 株式과 社債에 의해 달성가능한 收益分配集合

P: 「파레토」最適을 이루는 收益分配集合

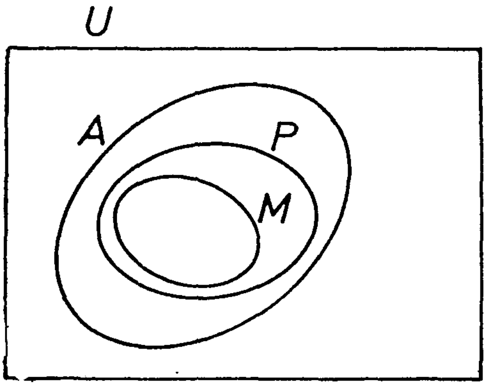
M: 競爭的 資本市場에서의 去來 결과 나타나는 收益分配集合



〈그림 2〉 制約이 존재하지 않을때의 收益 分配圖表



〈그림 3〉 達成可能性의 條件이 만족될 경우의 收益 分配圖表



〈그림-4〉 市場最適性의 條件이 만족될 경우의 收益 分配圖表

〈그림-2〉는 個人의 效用函數나 確率分布에 대한 制約이 존재하지 않을 때의 收益分配圖表로서 이 경우 A에 속하지 않는 P의 부분이 존재한다. 이 이야기는 株式과 社債를 가지고 어떠한 방법을 사용해서 분배한다 하더라도 「파레토」最適에 이르지 못하는 경우가 있다는 뜻이다. 이 경우를 排除하기 위하여 필요한 것이 達成可能性(attainability)의 條件이며 이는 P가 A의 部分集合이 될 條件을 의미한다. 이 조건이 達成되었을 때의 收益分配圖表가 〈그림-3〉이다. 〈그림-4〉는 競爭的 資本市場에서의 資源配分이 항상 「파레토」最適을 이루는 市場 最適性(market optimality)의 條件을 만족시킬 경우의 收益分配圖表이다.

達成可能性의 條件을 논하기 前에 前述한 資本市場의 「파레토」最適條件을 想起할 필요가 있다. 資本市場이 最適資源配分을 이루기 위해서는 株式과 社債를 통한 收益分配方法이 線形 分配規則을 따라야 한다. 線形 分配規則은 아래와 같이 쓸 수 있으며, 이는 個人 i가

$$Y_i(\theta))=\alpha_i+\sum_j \alpha_{ij} X_j(\theta)$$

社債에 $\frac{\alpha_i}{r}$, 株式에 기업 j의 α_{ij}부분을 투자한 경우를 의미한다. 그런데 「파레토」最適을 만족하는 線形 分配規則은 $\alpha_{ij}=b_i$라는 等式을 성립시킨다. 이는 個人이 어떤 企業에 투자한 投資比率은 모든 個人에 있어 다 同一하다는 것을 의미하며, 이렇게 形成된 포오트폴리오를 均衡포오트폴리오(balanced portfolio)[1]라고 한다. 이러한 均衡포오트폴리오下에서는 個人의 收益은 總體的 收益의 크기에만 영향을 받지 個別企業의 收益의 크기에는 영향을 받지 않는다. 이는 아래와 같은 式으로 표시할 수 있다.

$$\begin{aligned} Y_i(\theta) &= \alpha_i+b_i\sum_j X_j(\theta) \\ &= \alpha_i+b_i[W(\theta)-rM] \\ &= a_i+b_iW(\theta) \quad (a_i=\alpha_i-b_irM) \end{aligned} \tag{4.3}$$

또한, 均衡포오트 폴리오는 個人의 危險資產에의 投資選擇이 그의 富의 水準과 관계가 없다는 뜻을 內包하므로 포오트폴리오 分離(portfolio seperation)를 가능하게 한다고 볼 수 있다. 따라서 均衡포오트 폴리오가 성립하면 資本市場의 「파레토」最適이 달성된다고 볼 수 있다.

---

1) 均衡포오트폴리오는 市場포오트폴리오의 暗黙的 概念이라 할 수 있다. $Z_{ij}=Z_i$ for every $j \rightleftarrows X_{ij}=X_j$ for every i가 성립한다. 여기서 Z_{ij}는 기업 j의 발행株式중 個人 i가 소유한 株式의 比率을 의미하며 X_{ij}는 個人 i의 총투자량중 기업 j에 투자한 자금의 比率을 의미한다.

이제 가장 일반적인 「파레토」最適인 (4.1)이 어떤條件하에서 (4.3)과 같은 均衡포오트폴리오를 갖는가를 규명함으로써 達成可能性을 위한 條件을 誘導해 낼 수 있다. 미리 明示하자면 達成可能性을 위한 條件은 (1) 모든 效用함수는 다음과 같은 危險堪耐函數[2] (risk tolerance function)로 표현되어야 하며,

$$-\frac{U_i'(Y_i)}{U_i''(Y_i)}=\mu_i+\lambda Y_i \tag{4.4}$$

이때 係數 μ_i, λ는 Y_i와 독립이다. (2) 同質的 豫測이 존재하여야 한다. 즉 모든 個人 i에 대해 $f_i(\theta)=f_i$여야 한다와 같다. 이 條件이 達成可能性 條件이 된다는 것을 보여 주기 위하여 가장 일반적인 「파레토」最適條件인 (4.1)에 均衡 포오트폴리오를 나타내는 (4.3)을 代入하여 보자. 代入한 式을 $W(\theta)$와 k_i에 대해 微分하면 아래 式을 얻는다.

$$k_iU_i''(Y_i(\theta))b_if_i(\theta)=U_1''(Y_1(\theta))b_1f_1(\theta)$$
$$U_i'(Y_i(\theta)f_i(\theta)+k_iU_i''(Y_i(\theta))(a_{ii}+b_{ii}W(\theta))f_i(\theta)$$
$$=U_1''(Y_1(\theta))(a_{1i}+b_{1i}W(\theta))f_1(\theta)$$

여기서 $a_{rs}(b_{rs})$는 k_s에 대한 $a_r(b_r)$의 微分値이다. 첫번째 방정식 두번째 방정식의 右邊에 代入하고, $W(\theta)=(Y_i(\theta)-a_i)/b_i$를 이용하여 정리하면 아래와 같은 危險堪耐함수를 얻게

$$-\frac{U'(Y_i)}{U_i''(Y_i)}=\mu_i+\lambda_iY_i \tag{4.5}$$

된다. 이 때 μ_i, λ_i의 값은 아래와 같다.

$$\mu_i=k_i(a_{ii}-b_ia_i/b_i)-k_ia_i(b_{ii}-b_ib_{1i}/b_1)/b_i$$
$$\lambda_i=k_i(b_{ii}-b_ib_{1i}/b_1)/b_i$$

이렇게 하여 얻어진 危險堪耐函數를 $\lambda_i=0$의 경우와 $\lambda_i\neq 0$의 경우로 나누어 이 경우에 맞는 效用函數를 각각 가정하여 가장 일반적인 「파레토」最適條件인 (4.1)에 적용하여 $Y_i(\theta)$에 대한 分配規則을 유도해 보면 $f_i(\theta)=f(\theta)$, $\lambda_i=\lambda$가 되어야 線形 分配規則을 만족시킨다는 것을 알 수 있다. 따라서 우리는 (1), (2)의 條件이 達成可能性의 條件이 됨을 逆으로 證明한 셈이 된다.

3. 市場 最適性(Market Optimality)

市場 最適性이란 競爭的 資本市場이 「파레토」最適配分을 달성할 수 있는 條件의 分析으로서 〈그림-3〉과 같이 M이 P의 部分集合일 것을 요구한다. 그런데 市場 最適性을 위한 條件은 達成可能性을 위한 條件과 一致한다. 競爭的 資本市場下에서 모든 個人은 均衡포오트폴리오를 선택하게 되고 이는 市場 最適性條件下에서 「파레토」最適을 달성하게 된다. 이의 증명은 $Y_i(\theta)=a_i+b_iW(\theta)$를 危險堪耐極數의 一種인 指數函數($\lambda=1$)와 Power函數($\lambda\neq 1$)

2) 이는 Pratt-Arrow의 絶對危險廻避函數(ARA)의 逆數이며 위험에 대한 투자결정 태도를 나타낸다고 볼 수 있다. 여기에 속하는 효용함수로서는 여러가지가 있으며 대표적인 것으로서는 指數함수($\lambda=0$), 로그함수($\lambda=1$), 2次함수($\lambda=-1$), Power함수(otherwise)등이 있다.

에 代入하여 同質的 豫測을 가정했을 때의 「파레토」最適條件인 (4.2)에 대해 展開했을 때 이 式이 성립함을 보이면 된다. 이는 競爭的 市場에서 결정된 分配規則이 주어진 市場 最適性의 條件下에서 「파레토」最適을 달성함을 보여주는 것이다.

V. 投資의 經濟的 効率性

여기서는 제1기간에 있어서의 기업의 투자와 개인의 소비수준결정 문제와 이의 「파레토」最適에 대해 논의해 보기로 한다. 우선 이 문제를 논의하기 前에 제2기간에 있어서의 配分의 經濟的 効率性은 이미 달성되었다고 가정하며, 또한 기업투자에 필요한 자금조달방법이 기업의 가치에 아무런 영향도 미치지 못한다는 MM이론의 命題를 그대로 수긍하기로 한다. 이러한 假定下에서, 보다 현실에 가까운 不完成市場(incomplete market)하에서 기업의 투자결정이 과연 「파레토」最適을 달성할 수 있을 것인가에 관심을 두며, 이 문제와 관련하여 파생되는 企業目的의 적절한 設定問題와 企業行動方式에 대해 논의해 보기로 한다.

1. Diamond 模型

Diamond는 1967年 그의 論文에서 시장에서 결정된 投資水準은 「파레토」최적을 달성한다고 주장하였다. 그는 제1기간의 개인의 소비수준은 고정되어 있고, 기업은 투자에 필요한 자금을 전부 株式을 통해 조달한다는 가정하에서 市場均衡條件을 제시하고 다시 그의 模型에서 가장 중요하다고 볼 수 있는 企業行動에 관한 두가지 假定을 첨가했다.

그 첫째는, 기업의 生産技術的 性格에 관한 것으로서 모든 기업의 生産函數는 分解可能(decomposable)한 形態를 갖는다는 것이다. 이는 일반적으로 투자수준(I_j)과 상태(θ)에 의존하는 생산함수가 투자수준에 대한 함수와 狀態에 대한 함수로 따로 따로 분해되어 표시가능하다는 뜻이다. 즉 분해가능 생산함수는

$$X_j(\theta)\equiv\phi_j(I_j,\theta)=k_j(I_j)\cdot F_j(\theta)$$

로 표시되며 이는 다시

$$\frac{dX_j(\theta)}{dI_j}\Big/X_j(\theta)=\frac{k_j'(I_j)}{k_j(I_j)} \tag{5.1}$$

와 같이 표시할 수 있다. 이는 투자수준의 변동이 산출수준(X_j)을 모든 狀態下에서 항상 동일한 比率로 변하게 한다는 것을 의미하는 것으로서 여러가지 有用한 意味를 가진다.

둘째는, 기업이 價格順應者(price taker)로 행동한다는 것이다. 이를 Diamond는 比例性假定(proportionality assumption)이라 불렀는데, 이는 분해가능 생산함수下에서 기업은 그들의 투자 의사결정을 기업가치가 산출량의 변화비율과 동일한 비율로 변하게 될 것이라는 확신하에서 행하게 된다는 것을 의미한다. 따라서 이는 기업가치와 투자수준 사이에 다음과 같은 관계를 가정하는 셈이 된다.

$$\frac{dP_j}{dI_j}\Big/P_j=\frac{dX_j(\theta)}{dI_j}\Big/X_j(\theta)$$

이를 바꿔쓰면

$$\frac{dP_j}{dI_j}=\frac{k_j'(I_j)}{k_j(I_j)}P_j \tag{5.2}$$

$$p_j=C_jk_j(I_j) \tag{5.3}$$

여기서 C_j는 투자수준(I_j)와는 무관한 常數이다. 比例性 假定의 意味를 보다 명료하게 알기 위해서는 株式의 市場需要曲線을 살펴 보는 것이 有効하다. 비례성 가정은 前述한 대로 투자수준의 변동에 따른 기업가치의 변동이 동일비율을 유지한다는 의미를 가지므로 이는 곧 株當收益의 確率分布가 모든 價格水準에서 동일해야 한다는 것을 의미한다. 이것은 주어진 분해가능 생산함수하에서는 $k_j(I_j)$와 같은 數의 株式을 保有함으로써 이루어 질 수 있

$$\frac{X_j(\theta)}{n_j}=\frac{X_j(\theta)}{k_j(I_j)}=F_j(\theta)$$

다. 이를 (5.3)과 연결시켜 보면 다음 式이 성립된다.

$$\frac{P_j}{n_j}=C_j$$

즉, 株價는 投資水準과 무관한 일정 값을 갖는다는 것이다. 따라서 比例性 假定하에서는 기업이 주어진 가격으로 株當收益의 確率分布가 동등한 주식을 무제한 팔 수 있다고 볼 수 있으며, 이는 곧 比例性 假定이 企業의 完全彈力的 需要曲線을 나타내는 것이라 볼 수 있다.

Diamond는 이와같은 가정하에서 企業의 최적투자수준 결정문제를 논의하였는데, 그도 일반적인 기업의 투자의사결정 기준인 $\frac{dP_j}{dI_j}=1$[3]을 (5.2)에 적용시켜 최적투자수준을 導出해 내었다.

$$\frac{k_j'(I_j)}{k_j(I_j)}P_j=1 \tag{5.4}$$

이는 기업이 株價極大化란 목표하에 행동할 때 성립되는 최적투자수준을 의미한다. 企業은 株式價格(P_j)이 公示되면 (5.4)를 이용, 최적투자수준을 계산할 수 있으며, $\frac{P_j}{n_j}(n_j-\bar{n}_j)=I_j$의 조건에 의해 발행주식數를 결정할 수 있다. 한편 個人들은 이 투자수준하에서 생산된 산출물($X_j(\theta)$)로 구성되는 그들 소득의 기대효용을 극대화시키는 최적 「포오트폴리오」(z_{ij})를 계산할 수 있으며, $n_{ij}=z_{ij}\cdot n_j$에 의해 그들이 소유하여야 할 기업의 구체적인 株式數를 알 수 있다. 여기서 이 과정이 市場決濟條件(market clearing condition)인 $\sum_i n_{ij}=n_j$를 만족시키면 均衡이 달성되어 去來가 종결되나, 그렇지 않을 경우는 새로운 價格水準이 公示되어 여태까지의 과정이 다시 反復되며 이는 均衡이 달성될 때 까지 계속될 것이다.

3) 기업은 최소한 그 投資로 인한 기업價値의 상승이 그 投資費用을 上廻하여야만 그 投資를 採擇하게 되므로 이 基準이 성립한다. 이는 純現價法(NPV)의 概念과 一脈相通한다고 볼 수 있다.

Diamond는 (5.4)를 만족시키는 投資水準이 결정되었을 때 이는 「파레토」最適을 의미한다는 것을, 이와같은 資源配分 주변의 어떠한 再配分 $\{dI_j, dm_i, dz_{ij}\}$이라도 모든 사람의 기대효용을 증가시켜 줄 수 없다는 사실을 증명함으로써 立證하였다. 그러나 Diamond의 模型은 분해가능 생산함수라는 특수하고 제한된 경우를 고려하고 있으며 比例性의 假定 또한 많은 反論에 부딪치고 있다. 분해가능 생산함수에 의한 「모델」설정은 기업의 산출물간의 확률적 종속(stochastic dependence)을 고려에 넣지 않고 있으며 이는 기업의 意思決定行爲를 동시에 변경시키지 않고서는 이 생산함수가 일반화되어 질 수 없다는 것을 의미한다. 또한 比例性 假定도 분해가능 생산함수의 개념 없이는 성립될 수 없기에 일반적으로 타당하다고 할 수 없다.

따라서 보다 일반적인 경우에 기업의 意思決定의 바탕이 될 수 있는 단순 評價모델의 설정이 필요하다. 물론 Diamond는 個人의 選好에 대한 假定도 않고, 個人의 異質的 豫測도 허용했으나 이런 기초評價模型을 갖지 못했다는 점에서 비판을 받았고, 이는 Sharpe, Lintner, Mossin 등에 의해 開發된 平均·分散 一般均衡모형(mean-variance general equilibrium model)에 의해 代置될 수 있다. 이 模型은 임의의 산출 패턴을 가진 모든 기업의 均衡價格을 명료하게 구해 주며, 상이한 기업간의 산출물의 確率的 從屬 문제도 쉽게 해결해 준다. 따라서 이 模型을 이용한 최적투자수준 결정에 대한 연구가 계속되었다.

2. Stiglitz 模型

Stiglitz는 기업의 價値가 平均·分散 評價模型에 의해 결정된다고 가정하고 그의 이론을 展開하였다. 이 模型에 의한 기업가치평가식은 일반적으로 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$P_j=\frac{1}{r}(\mu_j-Rb_j)^{4)} \qquad (5.5)$$

P_j : 기업의 시장가치

μ_j : 산출물(X_j)의 期待値

R : 위험 修正要素 $\left(R=\frac{1}{\sum\beta_i}\right)$

여기서 $\beta_i=-\frac{f_{iE}}{2f_{iV}}$이고 $f_{iE}=\frac{\partial U_i}{\partial E_i}$, $f_{iV}=\frac{\partial U_i}{\partial V_i}$를 나타낸다. 이 때 個人의 選好函數는 $U_i=f_i(E_i, V_i)$이다.

b_j : 산출물과 관련된 위험측정치$(b_j=\sum_k\sigma_{jk})$

r : 무위험 이자율

4) mean-variance approach에 의한 CAP모델은 일반적으로 두가지 방법에 의해서 구할 수 있다. 하나는 우리가 흔히 알고 있는 Sharpe-Lintner式의 2단계 방법이고, 다른 하나는 Mossin이 개발한 1단계 방법이다. 前者는 모델이 수익율(R_j)에 대한 방정식으로 표시되며 後者는 이와같이 價格(P_j)에 대한 방정식으로 표시되는 것이 特徵이다.

이 模型은 支配原理에 따르는 個人選好와 同質的 豫測의 假定下에서, 어떠한 생산함수를 갖는 기업의 시장가치도 전부 나타낼 수 均衡模型이라 할 수 있다.

Stiglitz는 그 나름대로의 生産函數를 假定하고 이 생산함수下에서 산출된 산출물(X_j)의 평균, 분산, 공분산 등을 구해 (5.5)에 代入함으로써 그의 기업가치평가식을 도출하였다. 즉 그는 Diamond와 비슷한 분리특성을 가진 생산함수를 가정했으나 상이한 기업의 산출물들 간의 確率的 從屬의 가능성을 포함시킴으로써 다소 일반화 시켰다.

$$X_j(\theta)=g_j(I_j)+k_j(I_j)F_j(\theta)+m_j(I_j)M(\theta) \tag{5.6}$$

여기서 $E(F_j)=\rho_j$, $E(M)=0$, $C_{ov}(F_j,\ F_k)=0$,

$C_{ov}(F_j, M)=0$, $E(M^2)=1$, $E(F_j-\rho_j)^2=\sigma_j^2$ $g_j(0)=k_j(0)=m_j(0)=0$을 가정했다.

따라서 $E[X_j(\theta)]=\mu_j=g_j+\rho_j k_j$

$$E[X_j-\mu_j]^2=\sigma_{jj}=\sigma_j^2 k_j^2+m_j^2$$

$$E[(X_j-\mu_j)(X_k-\mu_k)]=\sigma_{jk}=m_j m_k\ (k\neq j)$$

로 기대수익, 분산, 공분산 등을 표시할 수 있으며 이를 이용한 기업 가치평가식은 다음과 같다.

$$P_j=\frac{1}{r}[g_j+\rho_j k_j-R\,(\sigma_j^2 k_j^2+m_j\sum_k m_k)] \tag{5.7}$$

Stiglitz는 이 式에 기초를 두고 최적투자수준 결정을 시도하였다. 즉 株價極大化를 위한 투자결정규칙인 $\frac{dP_j}{dI_j}=1$을 (5.7)에 적용하면,

$$g_j'+\rho_j k_j'-R(2\sigma_j^2 k_j' k_j+2m_j' m_j+m_j'\sum_{k\neq j} m_k)=r \tag{5.8}$$

$$\frac{d\mu_j}{dI_j}-R\left(\frac{d\sigma_{jj}}{dI_j}+\sum_{k\neq j}\frac{d\sigma_{jk}}{dI_j}\right)=r \tag{5.9}$$

와 같은 式을 유도할 수 있다.

이제 이와같은 가정에서 떠나 가장 일반적인 방법, 즉 시장의 實行可能 制約條件(feasibility constraint) 下에서 個人의 選好函數의 加重合을 최대로하는 配分方法을 구함으로써 기업간의 투자자본의 「파레토」最適 條件을 구해 보도록 하자.

제1기간 制約 : $\sum_j I_j+M=S$

제2기간 制約 : $Y_i(\theta)=\alpha_i+\sum_k \alpha_{ij} X_j(\theta)$

$$\sum_i \alpha_i=rM,\quad \sum_j \alpha_{ij}=1$$

이 制約下에서 個人의 效用函數인 $U_i=f_i(E_i, V_i)$의 加重合인 $\sum_i k_i f_i(E_i, V_i)$를 최대로 하는 Lagrangian을 풀면

$$\mathcal{L}=\sum_i k_i f_i(E_i, V_i)+\lambda_i(rM-\sum_i \alpha_i)+\sum_j \gamma_j(1-\sum_i \alpha_{ij})+\omega(S-M-\sum_j I_j)$$

$$\frac{\partial \mathfrak{L}}{\partial M}=\lambda r-\omega=0 \tag{5.10}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial \mathfrak{L}}{\partial I_j}&=\sum_i k_i\left(f_{iE}\frac{\partial E_i}{\partial I_j}+f_{iv}\frac{\partial V_i}{\partial I_j}\right)-\omega\\&=\sum_i k_i[f_{iE}\alpha_{ij}(g_j'+\rho_j k_j')+f_{iv}(2\alpha_{ij}^2\sigma_j^2 k_j' k_j+2\alpha_{ij}m_j'\sum_k \alpha_{ik}m_k)]-\omega\\&=\sum k_i f_{iE}[\alpha_{ij}(g_j'+\rho_j k_j')-\frac{\alpha_{ij}}{\beta_j}\left(\alpha_{ij}\sigma_j^2 k_j' k_j+m_j'\sum_k \alpha_{ik}m_k\right)]-\omega\\&=0\end{aligned} \tag{5.11}$$

$$\frac{\partial \mathfrak{L}}{\partial \alpha_i}=k_i f_{iE}-\lambda=0 \tag{5.12}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial \mathfrak{L}}{\partial \alpha_{ij}}&=k_i\left(f_{iE}\frac{\partial E_i}{\partial \alpha_{ij}}+f_{iV}\frac{\partial V_i}{\partial \alpha_{ij}}\right)-\gamma_j\\&=k_i[f_{iE}(g_j+\rho_j k_j)+f_{iV}(2\alpha_{ij}\sigma_j^2 k_j^2+2m_j\sum_k \alpha_{ik}m_k)]-\gamma_j\\&=k_i f_{iE}[g_j+\rho_j k_j-\frac{1}{\beta_i}(\alpha_{ij}\sigma_j^2 k_j^2+m_j\sum_k \alpha_{ik}m_k)]-\gamma_j=0\end{aligned} \tag{5.13}$$

(5.10)에서 $\lambda=\frac{\omega}{r}$이며 이를 (5.12)와 결합시키면 $k_i f_{iE}=\frac{\omega}{r}$를 얻을 수 있다. 이를 (5.11), (5.13)에 각각 대입하면

$$\sum_i[\alpha_{ij}(g_j'+\rho_j k_j')-\frac{\alpha_{ij}}{\beta_i}(\alpha_{ij}\sigma_j^2 k_j' k_j+m_j\sum_k \alpha_{ik}m_k)]=r \tag{5.14}$$

$$g_j+\rho_j k_j-\left(\frac{\alpha_{ij}}{\beta_i}\sigma_j^2 k_j^2+m_j\sum_k \frac{\alpha_{ik}}{\beta_i}m_k\right)=\frac{r\gamma_j}{\omega} \tag{5.15}$$

를 각각 구할 수 있다. (5.15)는 모든 i, j에 대해 성립하며, 또 모든 i에 대해 $\frac{\alpha_{ij}}{\beta_i}=\frac{\alpha_{1j}}{\beta_1}$이면 이 式은 만족된다. 따라서 $\alpha_{ij}=\frac{\alpha_{1j}}{\beta_1}\beta_i$, $\sum_i \alpha_{ij}=\frac{\alpha_{1j}}{\beta_1}\sum_i \beta_i=1$ 이 성립되며 $\frac{\alpha_{1j}}{\beta_1}=R$ 이라 할 수 있다.

이상에서 (5.14)를 이용하면 「파레토」最適投資를 위한 조건을 아래와 같이 유도해 낼 수 있다.

$$g_j'+\rho_j k_j'-R(\sigma_j^2 k_j' k_j+m_j' m_j+m_j'\sum_{k\neq j}m_k)=r \tag{5.16}$$

$$\frac{d\mu_j}{dI_j}-R\left(\frac{1}{2}\frac{d\sigma_{jj}}{dI_j}+\sum_{k\neq j}\frac{d\sigma_{jk}}{dI_j}\right)=r \tag{6.17}$$

이 式들을 (5.8), (5.9)와 비교해 보면 다르다는 것을 알 수 있다. 즉 (5.17)에서는 $\frac{d\sigma_{jj}}{dI_j}$의 係數가 $\frac{1}{2}$인데 대하여 (5.9)에서는 1로 나타나 있다. 이는 주어진 R의 값하에서 시장법칙에 의한 투자수준이 「파레토」最適의 투자수준 보다도 낮다는 것을 의미한다. 이는 결국 Diamond의 결론을 반박하는 것으로서 시장에서 결정된 投資水準은 「파레토」 最適에 못 미치는 準最適(suboptimal)狀態밖에 가져다 주지 못한다는 것을 알 수 있다.

3. Jensen과 Long의 研究

Stiglitz의 研究 이후 Jensen과 Long도 不確實性下에서의 企業投資의 最適性에 대한 研究를 행하였다. 그들은 기업가치 평가에 있어서는 平均·分散 接近方法을 사용함으로써 Stiglitz와 같은 觀點을 취하였으나, 구체적 分析方法에 있어서는 다소 그 내용을 달리 하고 있다. 즉 그들은 財務均衡(financial equilibrium)[5] 상태에서 주어진 投資資金의 配分을 변경시킴으로써 발생되는 결과에 注目하였다. 그러나 원래 주어진 기업중의 하나에 대한 투자수준의 변경을 요구한 것이 아니고, 새로운 이용가능한 투자기회를 설정하였다. 이 새로운 투자기회는 어떤 특정기업에 의해 행하여 지는데, 이에 필요한 투자자금은 無危險資産에의 투자를 줄이거나 個人의 消費를 줄임으로써 조달된다고 가정한다. 또한 새로운 投資機會에 대한 個人의 투자비율은 원래의 均衡「포오트폴리오」下에서 자신이 갖고 있던 各 企業에 대한 持分所有比率과 동등하다고 한다.

이러한 가정하에서 그들은 Stiglitz와 같이 시장법칙에 의한 최적투자수준과 사회적복지조건에 입각한 최적투자수준을 유도해 내었다.[6] 기업의 제2기간의 産出物 $X_j(\theta)$를 유도해 내고, 이의 平均, 分散, 共分散등을 구해 기업평가모델(5.5)에 대입시켜 기업의시장가치를 계산한 후, 여기에 최적투자수준 결정규칙인 $\frac{dP_j}{dI_j}=1$을 적용시켜 시장법칙에 의한 최적투자수준을 유도해 낸다. 한편 「파레토」最適에 의한 최적투자수준은, 個人의 제2기간의 수익 $(Y_i(\theta))$을 산출하고 이의 平均, 分散으로 규정된 효용함수 $U_i=f_i(E_i, V_i)$를 가정하여 이의 $\frac{dU_i}{dI}=0$가 되는 투자수준을 도출해 내면 된다.

그런데, 재미있는 사실은 이와같이 유도된 最適投資水準의 결과가 Stiglitz의 결과와 꼭 一致한다는 것이다. 즉 前者의 시장법칙에 의한 최적투자수준은 Stiglitz의 (5.8) 또는 (5.9)와 一致하며, 後者의 사회적복지조건에 입각한 최적투자수준도 Stiglitz의 (5.16) 또는 (5.17)과 一致함을 발견하였다. 이는 Stiglitz모형의 妥當性을 다시 한번 立證한 것이라 할 수 있다.

4. 準最適性의 原因

그러면 과연 이와같이 시장에서 결정된 最適投資水準이 「파레토」最適에서 要求하는 最適投資水準에 못 미치는 이유는 무엇인가라는 문제가 대두되지 않을 수 없다.

Stiglitz는 이와같은 準最適性에 대해 Diamond의 모델과 비교하여 설명하였다. 즉 그는 Diamond 모델에서는 比例性의 假定에 의해 完全彈力的인 需要曲線의 도출이 가능하지만 평균·분산 모델하에서는 이것이 불가능하기 때문에 「파레토」最適에 이를 수 없다고 설명하

5) 財務均衡이란 기업이 어떤 投資水準을 결정하고 개인은 이 수준에 대하여 最適인 株式과 社債의 포오트폴리오를 형성한 상태를 의미한다.
6) 구체적인 導出過程은 Jensen과 Long의 論文을 參考할 것

였다. Stiglitz의 企業價値評價式인 (5.7)에 Diamond의 분해가능 생산함수를 가정하면 ($g_j=0$, $m_j=0$), 이 式은 $P_j=\frac{1}{r}(\rho_j k_j - R\sigma_j^2 k_j^2)$와 같이 변한다. 이미 Diamond 모델에서 논의한 것처럼 投資水準에 대해 不變인 株當收益의 確率分布를 갖기 위해서는 株式(n_j)를 k_j와 같이 놓을 필요가 있다. 그러면 $\frac{P_j}{n_j}=\frac{P_j}{k_j}=\frac{1}{r}(\rho_j - R\sigma_j^2 k_j)$의 성립이 가능하고 이는 株價가 k_j의 減少函數임을 의미한다. 따라서 우리는 平均·分散 모델下에서는 株式의 市場需要曲線이 下向하는 것을 알 수 있으며, 이는 시장상황이 獨占的競爭狀態에 있다는 것을 의미한다. 따라서 이와같은 시장下에서 형성되는 투자수준은 「파레토」最適이 될 수 없다.

Merton과 Subrahmanyam도 이와 같은 準最適性의 原因에 대하여 연구하였다. 그들은 1974年 발표한 論文에서 Stiglitz나 Jensen & Long의 투자규칙이 어떤 특정기업이 현재 고려하고 있는 투자기회에 투자할 排他權(exclusive right)를 가지고 있다는 가정하에서 유도되었다는 점을 지적했다. 完全競爭의 假定하에서는 모든 기업이 競爭的으로 投資機會에 參與할 수 있고 또 설혹 어떤 특정기업이 그 機會를 포기했다 하더라도 다른 기업에 의해 그 機會가 포착되어 총체적인 균형투자수준이 형성된다고 할 수 있다. 그러나 Stiglitz나 Jensen & Long은 이러한 競爭的 投資案(Competitive investment)의 存在를 배제함으로써 「파레토」最適에의 接近에서 멀어지고 있다고 이들은 주장했다. 또한 이들은 價格順應者로서의 기업을 가정하고 最適投資水準의 도출을 시도했으며 이때의 결과는 Stiglitz나 Jensen & Long이 유도한 「파레토」最適條件에 의한 最適投資水準과 同一함을 발견하였다. 따라서 이들은 競爭的 投資案의 배제가 完全競爭市場의 成立을 방해하여 결국 투자자본배분의 準最適性밖에 보장해 주지 못하게 된다고 결론지었다.

Ⅳ. 結 言

本稿는 株式과 社債라는 財務的 請求權을 통해 資源配分을 하고 있는 資本市場의 經濟的 効率性을 社會福祉의 指標인 「파레토」最適에 기준을 두고 행하였으며, 따라서 이는 現代資本市場理論과 厚生經濟學을 연결시켜 본 것이라 할 수 있다. 그러나 이것이 傳統的 厚生經濟理論과 다른 點은 分析時 不確實性이 介在된다는 點이다. 資本市場의 分配道具인 證券 그 자체가 時間的 次元의 槪念이며, 미래에 발생할 狀態와 收益은 不確實하기 때문이다. 이것은 完成市場 槪念의 導入으로 해결이 가능하나 완성시장이 현실에 존재하지 않는 抽象的 市場이므로 이의 현실에의 실제적용은 곤란하다. 따라서 本稿에서는 不完成市場의 一種인 資本市場에서의 資源配分問題에 대해 논의하며, 市場內의 意思決定 주체인 個人과 企業이 각각 期間別 消費로부터의 期待効用 極大化와 企業價値極大化란 行動基準에 의해 움직일 때 그들의 最適投資·消費決定과 이의 「파레토」最適性등을 第1期間과 第2期間을 區分하여 분석해 보았다.

第2期間에서 나타나는 收益分配의 經濟的 効率性 문제에서는 達成可能性이나 市場最適性

을 위한 條件이 共히 모든 個人의 效用函數가 危險堪耐函數에 속해야 하며 모든 個人이 同質的 豫測을 하여야 한다는 條件임을 발견하였고, 第1期間의 效率性 문제인 企業의 投資水準의 經濟的 效率性은 學者들간에 다소 相反된 意見을 보이고 있다. 그러나 대체로 市場規則에 의해 유도된 投資水準이 「파레토」最適條件下에서 유도된 投資水準보다 낮아 準最適性의 상태에 머무르고 있다는 것에 意見이 모아지고 있다. 이와같은 準最適性의 원인에는 分解可能 生産函數와 平均·分散 評價模型의 차이, 排他的 投資案과 競爭的 投資案에 대한 차이 등을 들 수 있다. 또한 이는 株價極大化라는 企業目的의 妥當性과 株主들의 意見一致 정도 등과 관련된 문제를 낳는다. 結論的으로 이러한 理論的 背景하에서 個人과 企業은 $\{C_i, I_j, M, Y_i(\theta)\}$를 결정하게 되며 이러한 最適配分下에서 經濟全體는 한 사람의 效用을 감소시키지 않고서는 다른 사람의 效用을 증가시킬 수 없는 「파레토」最適狀態에 도달할 수 있는 것이다.

參 考 文 獻

1. Mossin, J., The Economic Efficiency of Financial Markets, D.C. Health and Company, 1977.
2. ___________, Theory of Financial Markets, Englewood Cliffs, N.J., Prentice-Hall, 1973.
3. Diamond, P., "The Role of a Stock Market in a General Equilibrium Model with Technological Uncertainty," American Economic Review, 1967, pp. 759-776.
4. Jensen, M., and J. Long, "Corporate Investment under Uncertainty and Pareto Optimality in the Capital Markets," Bell Jounal of Economics and Management Science, 1972, pp. 151-174.
5. Merton, R.C., and M.G. Subrahmanyam, "The Optimality of a Competitive Stock Market," Bell Journal of Economic and Management Science, 1974, pp. 145~170.
6. Pratt, J., "Risk Aversion in the Small and in the Large," Econometrica, 1964, pp. 122~136.
7. Stiglitz, J.E., "On the Optimality of the Stock Market Allocation of Investment," Quarterly Journal of Economics, 1972, pp. 25~60.

南 壽 鉉

A Study on the Economic Efficiency of Capital Market

Soo-Hyun Nam

Summary

This article is to analyse the economic efficiency of capital market, which plays a role of resource allocation in terms of financial claims such as stock and bond. It provides various contributions to the welfare theoretical aspects of modern capital market theory. The key feature that distinguishes the theory described here from traditional welfare theory is the presence of uncertainty. Securities has time dimensions and the state and outcome of the future are really uncertain. This problem resulting from this uncertainty can be solved by complete market, but it has a weak power to explain real stock market. Capital Market is faced with the uncertainity because it is a kind of incomplete market. Individuals and firms in capital market made their consumption-investment decision by their own criteria, i.e. the maximization of expected utility form intertemporal consumption and the maximization of the market value of firm. We noted that allocative decisions that had to be made in the economy could be naturally subdivided into two groups. One set of decisions concerned the allocation of first-period resources among consumption C_i, investment in risky firms I_j, and riskless investment M. The other decisions concern the distribution among individuals of income available in the second period $Y_i(\theta)$. Corresponing to this grouping, the theoretical analysis of efficiency has also been dichotomized. The optimality of the distribution of output in the second period is distributive efficiency" and the optimality of the allocation of first-period resources is "the efficiency of investment".

We have found in the distributive efficiency that the conditions for attainability is the same as the conditions for market optimality. The necessary and sufficient conditions for attainability or market optimality is that (1) all utility functions are such that $-\frac{U_i'(Y_i)}{U_i''(Y_i)}=\mu_i+\lambda Y_i$—linear risk tolerance function where the coefficients μ_i and λ are independent of Y_i, and (2) there are homegeneous expectations, i.e. $f_i(\theta)=f(\theta)$ for every i. On the other hand, the efficiency of investment has disagreement about optimal investment level. The investment level for market rule will

not generally lead to Pareto-optimal allocation of investment. This suboptimality is caused by (1)the difference of Diamond's decomposable production function and mean-variance valuation model and (2) the selection of exelusive investment or competitive investment. In conclusion, this article has made an analysis of conditions and processes of Pareto-optimal allocation of resources in capital market and tried to connect with significant issues in modern finance.