Journal of the KSQC
Vol. 13, No. 2, 1985

計數選別型 샘플링檢査의 經濟性에 관한 研究

A Study on the Economical Design of Sampling Inspection Plan by Attribute

李 秉 瑾*
田 在 耕*

ABSTRACT

This paper intends to decide the optimum OC curves and to find the minimized α, β-risk based upon the Linear Cost Model (L.C.M.) for the destructive or nondestructive acceptance sampling inspection plan.

For the solution from the L.C.M., we assume the uniform distribution as a Prior-distribution and use numerical analysis by computer.

I. 序 論

現代産業社會에서 大量生産이 一般化 되면서부터 品質保證은 매우 重要한 문제로 浮刻되게 되었다.

生産되는 製品의 品質이 전반적으로 좋지 못하다면 企業自體로는 많은 費用이 들게 되고 이러한 製品이 消費者의 손에 들어갔을 때에는 企業의 신뢰를 떨어뜨리며, 나아가서는 그 企業의 존폐를 가름하는 重要한 문제가 되므로 가능한 한 좋은 製品을 적은 費用으로 生産하고자 한다. 이러한 理由 때문에 檢査 과정에서 品質이 좋은 제품은 많이 받아 들이고 낮은 품질의 製品은 가능한 한 不合格 시키려는 노력이 경주되어 왔다.

그러나 大量生産 체제하에서는 모든 製品을 하나하나 檢査해 본다는 일은 거의 不可能하거나 그렇지 않으면 막대한 費用을 필요로 하는경우가 대부분이므로 必然的으로 샘플링 檢査의 理論의 發達이 있게 되었다.

製品의 設計, 生産, 檢査, 販賣, 市場調査 등의 綜合的 品質管理의 모든 분야에서 샘플링 理論의 必然性이 높아져 가고 있는 것은 이러한 점에서 볼 때 당연한 結果라 하겠다. 現在 행하여지고 있는 샘플링 檢査方式은 合格品質水準(AQL), 生産者 위험 α와 소비자 위험 β에 대한 lot의 불량률(P_0 P_1), 平均出檢品質限界(AOQL), 또는 lot의 허용 불량률(LTPD) 등의 값을 定함으로 決定된다.

*慶南專門大學 工業經營科

그런데 이들 값을 決定하기 위한 임의적, 定量的 方法이 아직 確立되어 있지 않기 때문에 生産者나 消費者에 의해 實用性과 經濟性을 고려하여 經驗的으로 定하여지는 경우가 많다.[1] 그러나 品質管理의 目的이 消費者가 만족할 수 있는 제품의 品質水準을 최소비용으로 生産하는데 있음을 減案한다면 샘플링 檢査方式을 決定하는 과정에서 경제적인 요소를 고려한다는 것은 불가피한 것이다. 이제까지 最小費用 샘플링 檢査方式에 대한 많은 연구가 Hsu,[2] Ladany,[3] mandelson,[4] Martin,[5] Heermans,[6] Hald[7] 등에 의해서 이루어져 왔다.

本 論文에서는 α, β—Lisk를 모두 費用化하여 계수 선별형 파괴, 비파괴 1회 검사의 경우로 나누어 최소비용 샘플링 檢査方式을 구하고자 한다.

이 檢査方式을 도출하는데 있어서의 선형 비용 모델(Linear Cost Model;LCM)을 設定하고 이 모델에 의해 전체 비용 함수가 최소화 되는 샘플의 크기를 찾으려고 하여 검사안에 들어 있는 不良品은 구형분포(uniform distribution) 에 따른다고 假定하고 컴푸터를 사용하여 수치 해석적 方法을 채택하였다.

II. 最小費用 샘플링 檢査方式의 設定

II-1. 계수파괴 1회검사 모형의 설정

이 파괴검사에 있어서 LCM을 設定하기 전에 몇가지 假定이 必要하다.

가. 모든 샘플은 랜덤하게 推出되었다.

나. 檢査하는 모든 製品은 파괴검사에 의해 良品, 不良品으로 판정한다.

다. 언제든지 파괴검사는 完全無訣하며 製品이 잘못 판정되는 경우가 없다.

라. 不良品은 대체로 한눈에 보아 알 수 없으며, 檢査할 모든 製品은 體係的으로 檢査해 보아야 한다.

마. 샘플을 檢査하는 費用 screen하는 費用, 不良品을 良品으로 대체해 주거나 수정해 주는 費用은 모두 해당하는 製品의 數에 비례한다.

바. 만약 lot의 일부분이 檢査되지 않았다면 그 속의 不良品은 結果的으로 費用을 有發시키며 그 費用은 不良品의 數에 비례한다.

사. 샘플에서 發見된 不良品은 良品으로 내체 수정해 주며, 不合格 lot는 잔존가치가 있다.

아. 이 檢査는 納品者 中에서 최종 出何檢査로 실시하여 구입자는 검사를 하지 않는것으로 한다.

위와 같은 假定下에서 本 硏究의 파괴검사에 대한 일반적인 샘플링 檢査節次는 다음과 같다.

가. 주어진 lot에서 n개를 샘플링하여 파괴실험 검사를 행한다. 이 때 檢査된 製品은 모두 파괴된다고 가정한다.

나. 만약 이중에서 不良品의 수가 nP_0 보다 작거나 같으면 그 lot는 合格시키고 nP_0를 초과하면 그 lot는 不合格시킨다. 만일 샘플을 전부 검사하기 전에 不良品의 數가 nP_0를 넘었을 경우에도 그대로 n개의 샘플을 모두 檢査한다.

다. 不合格한 lot는 폐기(Scrap)시킨다.

위의 檢査節次를 表示하면 Fig. 1과 같다.

이와같은 계수파괴 1회 샘플링 검사에서 發生하는 費用을 보면 우선 α-risk에 해당하는 費用은 合格되어야 할 좋은 製品이 不合格됨으로써 發生하는 損失費用이 될것이다.

가. 검사비용의 경우 製品單價를 U_c, 檢査費用을 I_c라고 할때 파괴검사를 하면 좋은 製品을 使用할 수가 없으므로 총 검사비용은 製品單價에 檢査費用을 合한 費用에 검사個數를 곱해 준 $(U_c+I_c)\cdot n$이 된다.

나. 合格되어야 할 좋은 製品이 不合格 됨으로서 발생하는 損失費用은 검사후 좋은 제품이 불합격되어 남은 갯수가 $(N-n)\,p_p$이므로 여기에 製品單價에서 잔존가치를 뺀 (U_c-S_c)를 곱해준 것이다.

다. β-risk에 해당하는 비용은 合格된 로트중 포함된 불량품으로 인한 총 손실비용이 될 것이며 이것은 不良品 한개로 인한 손실비용을 D_c라고 했을 때 여기에 合格 로트

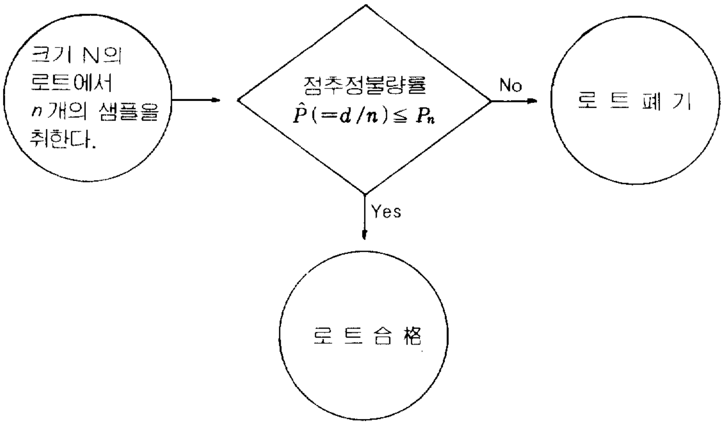

Fig. 1. The procedure of single sampling plan for Destructive Testing by Attribute.

안에 포함된 불량품의 수를 곱해 준 $D_c (N-n) \cdot P \cdot P_a$ 이다.

이상의 各 費用을 선형 結合한 LCM에 의한 총비용 T_c 는 식 (1)과 같다.

$$T_c = (U_c + I_c) \cdot n + (N-n) \cdot P_p \cdot (U_c - S_c) + D_c (N-n) \cdot P \cdot P_a \quad \cdots\cdots (1)$$

단, P : 로트의 不良率

P_a : 불량률 P 인 로트가 合格할 확률

P_p : 생산자 위험

II-2. 계수 비파괴 1회 검사 모형의 설정

이 비파괴검사에 있어서 LCM을 설정하기 전에 몇가지 가정이 必要하다. (파괴검사와 同一하다)

위와 같은 가정하에서 本 硏究의 비파괴검사에 대한 일반적인 샘플링 檢査節次는 다음과 같다.

가. 주어진 로트에서 n개를 샘플링하여 비파괴 實驗檢査를 행한다. 이 때 檢査된 製品은 모두 비파괴된다고 가정하였다.

나. 만약 이 중에서 不良品의 수가 nP_0 보다 작거나 같으면 그 로트는 合格시키고 nP_0 를 초과하면 그 로트는 不合格시킨다. 만일 샘플을 전부 檢査하기 전에 不良品의 수가 nP_0 를 넘었을 경우에도 그대로 n개의 샘플을 모두 檢査한다.

다. 不合格된 로트는 100% 全數檢査하여 전수과정에서 發見된 不良品은 모두 良品과 대체해 주거나 必要한 修正을 해준다.

위의 檢査節次를 表示하면 Fig. 2 와 같다.

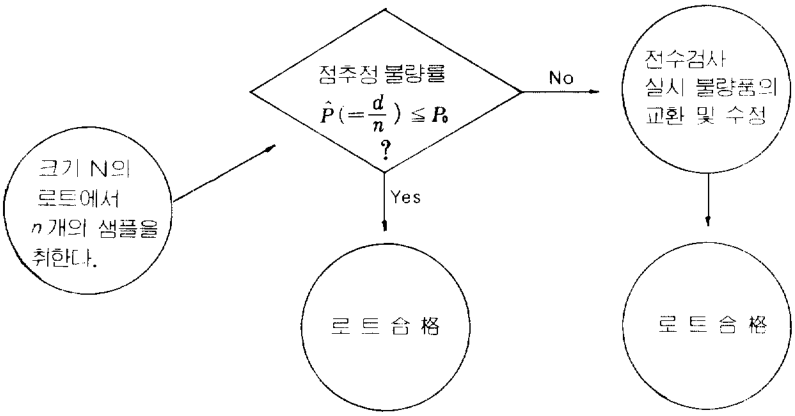

Fig. 2. The procedure of single sampling plan for non-Destructive Testing by Attribute.

이와 같은 비파괴 1회 검사에서 발생하는 費用을 보면 우선 α-risk에 해당하는 費用으로는 不良品의 修理費用이 여기에 해당된다.

가. 단위製品당 檢査費用을 I_c라 하면 여기에 平均檢査量을 곱해 준 $I_c[n+(N-n)(1-P_a)]$가 平均 檢査費用이 될것이다.

나. 檢査中 發見된 不良品을 수리 혹은 교환을 가정했으므로 단위製品당 수정 혹은 교환비용을 R_c라 하면 총수정 혹은 교환비용은 $R_c \cdot P[n+(N-n)(1-P_a)]$ 가 된다.

다. 生産者 立場에서 β-risk에 해당하는 費用은 合格된 로트 중에 포함된 不良品으로 인한 총 손실비용이 될것이며 이것은 불량품 한개로 인한 損失費用을 D_c라고 했을 때 여기에다가 合格 로트안에 포함된 불량품의 수를 곱해 준 $D_c \cdot P \cdot P_a(N-n)$가 된다.

이상의 各 費用을 선형 結合한 LCM에 의한 총비용 T_c는 식 (2)와 같다.

$$T_c = I_c[n+(N-n)(1-P_a)] + R_c \cdot P[n+(N-n)(1-P_a)] + D_c \cdot P \cdot P_a(N-n) \quad \cdots\cdots (2)$$

Ⅲ. LCM에 의한 최적 샘플링 檢査計劃 수립

Ⅲ-1. 解析과정

샘플링 계획의 수립에 있어서 공정 평균 불량률 $\bar{P}$가 Parameter로 들어가게 된다. 그런데 기존의 샘플링 계획은 $\hat{P}$가 점추정을 가정하여 왔으나 많은 경우 로트별 P가 일정하다고 가정하는 것은 비현실적이다. 예를들면 어떤 特定 製品을 生産하는 경우에 매 로트별 生産 후 機械는 점검되고 保證된다. 따라서 특정 제품의 로트의 P는 一定하다고 생각되나 各 로트별 P는 어떤 분포를 이룬다고 보아야 한다. 이 分布를 P의 사전분포(Prior distribution)라 하며 P의 사전분포로 β 분포를 가정한다.

$$f(P:\alpha\cdot\beta) = \frac{(\alpha+\beta-1)!}{(\alpha-1)!(\beta-1)!} p^{\alpha-1}(1-p)^{\beta-1} \quad \cdots\cdots (3)$$

단, $0<p<1$, $\alpha, \beta>0$

그러나 現實的이로 P의 사전분포의 추정은 다소 불확실하므로 사전 分布의 변화가 총 샘플링 費用에 미치는 영향을 알아보는 것이 重要하다.

A. Hald는 로트속의 不良品의 수 x의 사전분포를 가정하고 있으며 이렇게 해서 얻어진 費用 함수를 最小化하는 검사 方式을 解析的인 方法을 求하였다. 또한 그는 사전분포로 복합 이항분포를 가정하였을 때 그 分布가 어떤 離散的인 한계치를 갖고 있다면 샘플의 수는 로트의 크기의 제곱근에 비례하여 증가해야 한다는 것을 證明하였다. 또한 그는 좋은 檢査方式은 사전分布나 費用要因의 變化에 맞추어 항상 새로운 것이 될수 있도록 一種의 feed back mechonism을 갖추고 있어야 한다고 지적하고 있다.

J. Pfanzagl[8]에 의하면 사전분포의 變化는 실제로 샘플링 費用에 큰 영향을 미치지 않는다고 한다. 즉, 一般的으로 사전분포의 영향을 무시할 수는 없는 것이지만 사전분포의 현저한 차이에 비해서 샘플링 費用은 매우 둔감하다. 따라서 不良率 P의 사전분포로서 β분포를 가정하여 工程平均不良率 $\bar{P}$대신에 P의 期待値를 使用할 수 있다.

本 硏究에서는 $\alpha=1$, $\beta=1$인 β분포 즉, 구형분포 $f(P)=1$을 使用하기로 한다.

檢査로트의 참 不良率을 P, P의 사전분포의 확률 밀도함수(P, d, f)를 $f(P)$, 점추정불량률[(샘플중의 不良品數/샘플수)$=\frac{d}{n}$]를 $\hat{P}$ 合格판정 不良率을 P_0라고 하면 合格되어야할 로트가 不合格할 確率 즉, 生産者 위험률 α는 식 (4)와 같다.

$$\alpha = 1 - P_a[n \cdot P_0 \mid P < P_0]$$
$$= 1 - P_r[\hat{P} < P_0 \mid P < P_0]$$

$$=1-[P_r(\hat{P}<P_0 \cdot P<P_0)\,|\,P_r(P<P_0)] \cdots (4)$$

$n/N<0.1$, $np \geq 5$ 일 때

이항분포를 使用하여 점추정 불량률 $\hat{P}$는 식(5)와 같다.

$$P_r(\hat{P}=\frac{d}{n})=nCd\ \ p^d(1-P)^{n-d} \cdots\cdots\cdots (5)$$

그러므로 식 (4)는 식 (6)이 된다.

$$\alpha=1-\left\{\int_0^{p_0}\sum_{d=0}^{np_0} nCd\, p^d(1-p)^{n-d}f(p)dp \middle/ \int_0^{p_0} f(p)dp\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots (6)$$

또한 나쁜임에도 불구하고 合格할 確率 즉, 消費者 위험률 β는 식 (7)과 같다.

$$\begin{aligned}\beta &= P_a[n \cdot p_0 \,|\, p>p_0] \\ &= P_r[\hat{p}<p_0 \,|\, p>p_0] \\ &= P_r[\hat{p}<p_0 \cdot p>p_0]\,|\,P_r[p>p_0] \\ &= \int_{p_0}^{1}\sum_{d=0}^{np_0} nCd\ \ p^d(1-p)^{n-d}f(p)dp \Big/ \int_{p_0}^{1} f(p)dp \cdots\cdots\cdots\cdots (7)\end{aligned}$$

마찬가지로 合格할 確率의 기대치는 식(8)과 같다.

$$E[P_a]=\int_0^1\sum_{d=0}^{np_0} nC^d\ \ pd(1-p)^{n-d}f(p)dp \cdots\cdots\cdots\cdots (8)$$

이 경우는 α－risk와 β－risk가 모두 費用化되어서 model상에 반영되어 있으므로 各 n에대한 총비용을 計算하여 이것이 最小가 되는 (n, P_0)가 최적 샘플링 검사계획이 될것이며, 이 때의 α－risk와 β－risk는 최적 OC곡선을 決定해 줄것이다.

이상의 결과에 의하여 식(1)과 식(2)는 식(9), 식(10)으로 된다.

$$\begin{aligned}T_c &= \int_0^1 (U_c+I_c)nf(p)dp \\ &+ \int_0^1 (N-n)P_p(U_c-S_c)f(p)dp \\ &+ \int_0^1 D_c(N-n)P \cdot P_a f(p)dp \cdots\cdots\cdots (9)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}T_c &= \int_0^1 I_c[n+(N-n)(1-p_a)]f(p)dp \\ &+ \int_0^1 R_c \cdot P[n+(N-n)(1-p_a)]f(p)dp \\ &+ \int_0^1 D_c \cdot P \cdot P_a(N-n)f(p)dp \cdots\cdots (10)\end{aligned}$$

식(9)와 식(10)은 n에 대해 T_c의 最小値는 有一하게 존재하며 費用 함수식은 uni-model이다. (Fig. 3, Fig. 4)

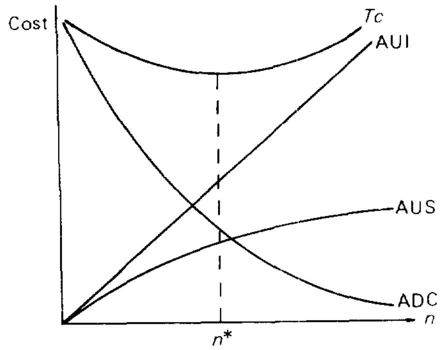

Fig. 3. Cost function graph of single destructive sampling inspection plan

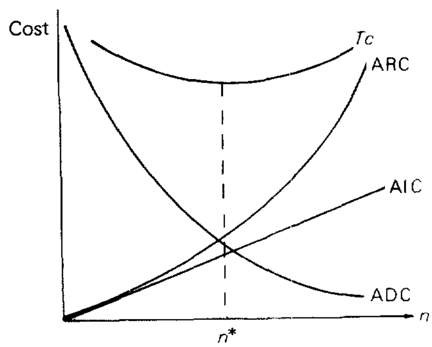

Fig. 4. Cost function graph of single nondestructive sampling inspection plan

Ⅲ－2. 수치해석 및 고찰

LCM의 최적해를 구하는 계산과정에 있어서 로트의 크기가 큰 경우에는 수계산으로 계산하는 것은 時間과 노력면에서 많은 낭비가 있으며, 로트의 크기가 대단히 클 경우에는 수계산이 不可能하다. 따라서 컴퓨터를 利用한 LCM의 최적화 과정에 대한 flow-diagram은 Fig. 5와 같다.

本 例에 대한 計算은 컴퓨터 금성 마이티 G-MC-5620을 使用하여 $P_0=0.05$, $U_c=5$, $I_c=10$, $S_c=3$, $D_c=5$, $N=100$ 으로 하였다.

그 結果는 Table 1과 같다. (파괴)

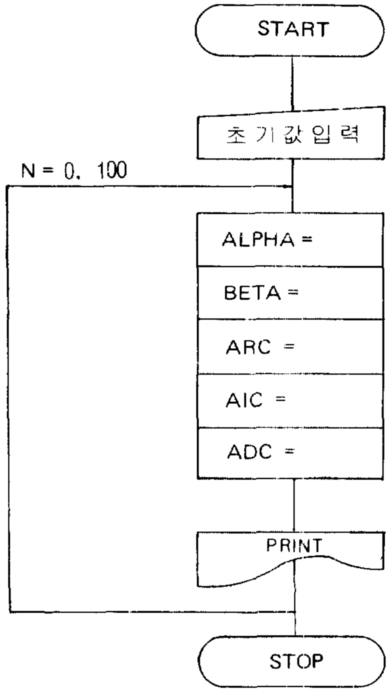

Fig. 5. Flow Diagram

Table 1. Minimum cost sampling inspection plan for destructive

C	NN	ALPHA	BETA	AUI	AUS	ADC	TC
0	100	.000	1.000	0.000	.000	250.000	250.000
1	99	.025	.523	15.000	4.950	82.500	102.450
2	98	.049	.349	30.000	9.637	40.833	80.470
3	97	.073	.261	45.000	14.071	24.250	83.321
4	96	.095	.207	60.000	18.264	15.999	94.263
5	95	.117	.172	75.000	22.225	11.309	108.533
6	94	.138	.146	90.000	25.964	8.391	124.355
7	93	.159	.127	105.000	29.490	6.456	140.947
8	92	.178	.111	120.000	32.813	5.108	157.922
9	91	.197	.099	135.000	35.940	4.133	175.073
10	90	.216	.089	150.000	38.880	3.405	192.285
11	89	.234	.081	165.000	41.640	2.848	209.488
12	88	.251	.075	180.000	44.228	2.412	226.640

$P_0=0.05$, $I_c=0.1$, $R_c=0.5$, $D_c=1.0$, $N=1000$ 으로 하였다.

그 結果는 Table 2와 같다. (비파괴)

Table 2. Minimum cost sampling inspection plan for nondestructive

N	NN	ALPHA	BETA	AIC	ARC	ADC	TC
0	100	0.000	1.000	0.000	0.000	50.000	50.000
1	99	0.025	0.523	5.050	16.750	16.500	38.300
2	98	0.049	0.349	6.733	20.917	8.167	35.817
3	97	0.073	0.261	7.575	22.575	4.850	35.000
4	96	0.095	0.207	8.080	23.400	3.200	34.680
5	95	0.117	0.172	8.417	23.869	2.262	34.547
6	94	0.138	0.146	8.657	24.161	1.678	34.496
7	93	0.159	0.127	8.837	24.354	1.291	34.483
8	92	0.178	0.111	8.978	24.459	1.022	34.468
9	91	0.197	0.099	9.090	24.587	0.827	34.503
10	90	0.216	0.089	9.182	24.659	0.681	34.522
11	89	0.234	0.081	9.258	24.715	0.570	34.543
12	88	0.251	0.073	9.323	24.759	0.482	34.564
13	87	0.268	0.067	9.378	24.793	0.413	34.585
14	86	0.284	0.062	9.426	24.822	0.357	34.604
15	85	0.300	0.057	9.468	24.845	0.311	34.623
16	84	0.315	0.053	9.505	24.864	0.273	34.641
17	83	0.330	0.049	9.533	24.880	0.241	34.658

本 論文에서 최적 샘플링 계획은 파괴검사의 경우, $(n,\ P_0)=(2,\ 0.05)$이며, 이때 α-risk, β-risk는 각각 0.049, 0.349이다. (Fig. 6)

또한 $P=0.333$일 때 AOQL=0.222가 된다.

비파괴 검사의 경우, $(n,\ P_0)=(7,\ 0.05)$이며, α-risk, β-risk는 各各 0.159, 0.127이다. (Fig. 7) 또한 $P=0.125$일 때 AOQL=0.049가 된다.

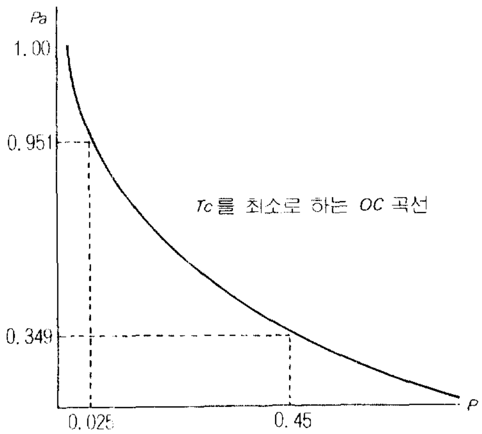

Fig. 6. O.C curve of destructive sampling plan

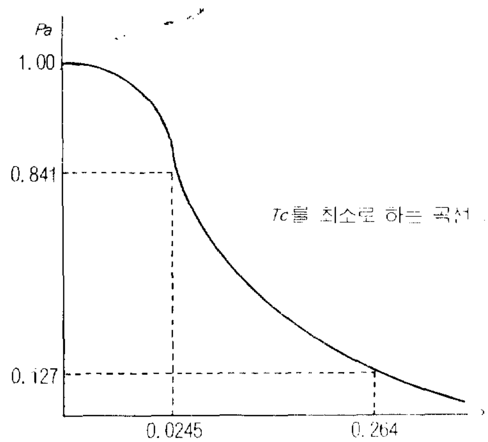

Fig. 7. O.C curve of nondestructive sampling plan

Ⅳ. 結 論

샘플링 계획을 決定하는 것이란 결국 OC 곡선을 결정하는 것인데 α, β – risk 가 決定되면 이것을 만족하는 (n, c) 가 결정되며 따라서 OC 곡선도 결정된다.

계수 규준형 샘플링 檢査方式에서와 같이 α, β를 임의로 定하여 주거나 혹은 Doadge-Romig 시스템처럼 단지 檢査費用만이 최소화 되도록 α, β를 決定하여 주는 方法으로 샘플링 계획을 設計할 것이 아니라 L. C. M을 利用함으로서 α, β를 적절하게 費用化 시켜주고 전체 費用함수를 最小化되도록 OC 곡선을 決定하여 주는것이 바람직하다. 結局은 OC 곡선상에서 α, β – risk를 어떻게 충분히 費用으로써 고려하여 반영시키는가의 문제이다.

本 硏究에서 지적할 수 있는 문제점은 費用要因의 槪念주입을 전제로 한 모델의 전개를 벗어나서 새로운 費用 변수에 대한 수리적인 전개나 證明과정에 따른 모델의 정립과 수치변동에 대한 結果分析, 여러가지 사전분포에 대해 解析的으로 최적해의 형태를 밝히는 것도 硏究할 문제이다.

參 考 文 獻

1. 前野證夫, 検査の経済性, 品質管理, Vol 29, 1978, pp. 71～77
2. Hsu, John I. S., *A Cost Model for Skiplot Destructive Sampling, IEEE Transactions on Reliability*, Vol. R-26, No. 1, 1977.
3. Ladany, Shaul P., *Least Cost Acceptance Sampling Plans for Destructive Testing, Journal of Quality Technology*, Vol. 7, No. 3, 1975, pp. 123-126.
4. Mandelson, J., *Estimation of Optimum Sample Size in Destructive Testing by Attribute, Industrial Quality Controls*, No. V. 1946, pp. 24-26.
5. Martin C. A., *The Cost Breakeven Point in Attribute Sampling, Industrial Quality Control*, 1964, pp. 137-144.
6. Heermans, J.H., *Determination of Optimal In-Process, Industrial Quality Control*, Vol. 8, 1962, pp. 22-37.
7. Hald, A., *The Compound Hypergeometric Distribution and a System of Single Sampling Inspection Plan Based on Prior Distribution and Cost, Technometrics*, Vol. 2, No. 3, 1960, pp. 275-340.
8. Pfanzagl, J. *Sampling Procedures Based on Prior Distribution and Costs, Technometrics*, Vol. 5, No. 1, February 1963, pp. 47-61.
9. Edward G. *Schilling, Grasb, Journal of Quality Technology*, Vol. 10, No. 3, July 1978, pp. 125-130.
10. 深尾青志, 抜取検査, 金原出版社, 昭和 37年, pp. 23～33