

이 논문은 1984년도 문교부 학술 연구조성비에 의하여 연구 되었음.

論 文

L - 형 사형주조에서 Chill 효과에 관한 수치적해석

김 삼 동*, 강 춘 식**

Numerical Analysis of the Chill Effect in L-shaped Sand Castings

Sam-Dong Kim,* Choon-Sik Kang**

ABSTRACT

A two dimensional analysis of the solidification phenomena has been simulated by IAD (Implicit Alternating Direction) method for L-shaped castings with external chills. The effect of chills has been studied with the variation of chill size, shape, and their materials, and also with the variation of the pouring temperature. Three kinds of cross-sectional shapes of chills such as triangle, square, and L-shape were chosen, and graphite, cast iron, and copper for their materials.

It has been shown by the computation that the hot spot at the junction of L-shaped castings can not be removed by external chills, and that the distance between the inner corner and the hot spot on the line of symmetry, as well as the solidification time of castings depend only on VHC (Volumetric Heat Capacity).

1. 서 론

주조법을 연구하는 사람에게나 실제 생산현장에서 주조설계를 담당한 사람에게 주물이 응고하는 양상을 예측할 수 있는 방법을 제시할 수 있다면 매우 유익할 것이다. 즉 이러한 예측을 통하여 건전한 주물의 생산, 불량율의 감소 그리고 품질의 향상등을 가져올 수 있기때문이다.

주물의 응고양상은 매우 복잡하고 다양한 현상들을 포함하고 있다. 응고 완료시간, 응고순서, hot spot의 위치 그리고 온도구배등에 대한 정보는 주조방안에 있어서 절대적인 지침이 되는 것들이며 응고과정중에서의 온도분포를 예측할 수 있다면 이러한 문제들은 충분히 해결될 수가 있다.

주물 공업에서 computer의 이용은 생산과 경영 그리고 주조설계에까지 그 범위를 넓혀가고 있다. 즉 압탕설계⁽¹⁾, 탕구계 설계⁽²⁾, 응고수축의 예측⁽³⁾, Chi-

vorinov의 법칙을 이용한 응고순서의 계산⁽⁴⁾ 그리고 용탕이 응고할 때의 온도분포에 대한 수치적 계산⁽⁵⁾, ~⁽¹³⁾등이 연구, 보고되어 있다. 특히 AFS는 University of Michigan과 Georgia Institute of Thchnolgy의 두 연구단체를 통하여 주조설계, 특히 computer simulation에 의한 주조설계의 연구를 진행하였다.⁽¹⁴⁾ 그 중요한 연구의 대상은 다음과 같았다. 1) Geormetrical Modeling/Physical Simulation, 2) Thermal Data의 정립, 3) 주입시 비정상 상태의 문제, 4) 주형과 주물간의 반응, 5) 계면현상, 6) Computer 계산의 경제성. 이러한 문제들을 아직도 해결하기 위한 과정에 있으며 따라서 수치적 응고해석은 적절한 최소의 근사를 통하여 computer 계산시간의 무리한 증대가 없는 범위를 유지하면서 실제현상에 접근해야 한다고 생각한다.

본 연구는 대부분 경험이나 직감에 의존하고 있는 chill이 주물의 응고에 미치는 영향을 수치적 계산

* 서울대학교 대학원 금속공학과
** 서울대학교 공과대학 금속공학과 교수

을 통하여 예측, 검토하는데 그 목적을 두고 있다. chill의 효과에 관한 연구는 실험⁽¹⁵⁾⁽¹⁶⁾이나, 주물의 Modulus를 이용한 chill 효과의 계산⁽¹⁷⁾ 그리고 FDM(Finite Difference Model)⁽⁷⁾⁽⁸⁾에 의한 수치적 계산등이 보고되어 있다. FEM(Finite Element Method)은 복잡한 형상의 modeling에 매우 편리하며 일반적인 program의 완성이 가능하다. 그러나 비교적 간단한 형상의 model에서는 FDM이 FEM보다 계산시간을 작게하면서도 응고의 다양한 상황을 충분히 고려해줄 수 있기 때문에 간단한 형상과 경계조건을 갖고있는 본 계산에서는 FDM을 선택하였다.

주물에서 생각할 수 있는 연결부의 형태는 L, X, T, Y, V 등 여러가지가 있으나, L-형 연결부는 그 중에서 가장 기본 되는 형태이다. 본 연구에서는 External corner chill을 설치한 L-형주물을 대상으로 하여 IAD (Implicit Alternating Direction, FDM)법에 따른 2차원 응고해석의 program을 작성하고 그 결과를 검토하였다. 주형은 사형으로, 주물재료로는 순수 Aluminium을 선택하였고, chill 재료로는 흑연, 주철 그리고 구리 중에서 선택하였다. 계산은 chill의 형태, 크기, 재료 그리고 용탕의 주입온도를 변수로 하여 응고의 완료직후까지 실행하였다.

2. 계산 방법

2.1 가정

주물의 응고과정을 실제 현상과 부합될 수 있는 범위에서 수식화하기 위하여 다음과 같은 가정을 설정하였다.

2.1.1 열이동에 대한 가정

1) 주물은 액상일 때 정지상태에 있으며, 따라서 convective mass & heat transfer는 없다.

2) 주형, 주물 그리고 chill의 내부 또는계면에서의 열전달은 오로지 heat conduction에 의해서만 이루어진다.

2.1.2 Thermal property에 대한 가정

1) 주형, 주물 그리고 chill재료의 thermal property 들은 실험자료에 근거한 온도의 함수로 본다.

2.1.3 초기조건에 대한 가정

1) 주입온도에서 용탕은 조용히 그리고 순간적으로 주형을 채운다. 따라서 주입초기(t=0)부터 용탕(순수 Al)은 전체적으로 주입온도로 유지된다.

2) 만일 두 재료사이의 어떠한 thermal contact resistance도 없다면 주입초기(t=0)에서 A와 B의 두 재료사이의 계면온도 T_i 는 식(2.1)로 나타내어진다.

$$T_i = T_A + \frac{T_B - T_A}{1 + \frac{K_A \sqrt{\alpha_B}}{K_B \sqrt{\alpha_A}}} \quad (2.1)$$

단, T_A, T_B ; 계면에서 A, B재료의 온도
 K_A, K_B ; A, B재료의 열전도도
 α_A, α_B ; A, B재료의 열확산도

2.1.4 경계조건에 대한 가정

1) 주형의 표면은 응고완료시까지 초기의 주형온도($T_{M0} = 25^\circ C$)로 유지된다.

2) Fig.2에서와 같이 45° 대칭선은 그 면의 수직방향으로 heat flux가 없는 단열면으로 본다. 따라서 Fourier의 법칙에 의해

$$\frac{\partial T}{\partial n} = 0, 45^\circ \text{ 대칭선을 따라} \quad (2.2)$$

3) A, B의 두 재료(주형/주물, 주물/Chill 그리고 Chill/주형)의 경계면은 perfect contact 상태로 본다. 따라서 계면에서의 경계조건은

$$K_A \frac{\partial T_A}{\partial n} = K_B \frac{\partial T_B}{\partial n} \quad (2.3)$$

으로 주어진다.

(식(2.2)와(2.3)에서 \vec{n} 는 그 면에 수직방향의 단위벡터이다.)

2.2 Finite Difference 모델

2.2.1 기본 개념

FDM은 FEM 과 함께 열전도, 유체현상, 구조 문제 등에서 생겨나는 PDE(Partial Differential Equation) 들을 수치적으로 해결해줄 수 있는 방법이다. 비정상 상태 (Nonsteady state) 문제를 해결하는 과정에서 FDM 은 Explicit FDM과 Implicit FDM으로 대별할 수 있다. Explicit FDM은 신속한 계산이 가능하나 stability와 convergence 조건에서 엄격한 제한이 주어지며 Implicit FDM은 위의 제한은 없으나 많은 계산량을 처리해야하는 문제가 있다.⁽¹⁸⁾

본 연구에서는 stability와 convergence 제한을 피하며 동시에 계산의 효율을 높이기 위하여 IAD 방법을 선택하였다. 이 방법은 time step, Δt 를 각각 $\Delta t/2$ 의 두 step으로 분할한다. 2차원 RCS(Right-handed Cartesian coordinate System)에서는 첫번째 $\Delta t/2$ 에서 x -방향으로 implicit, y -방향으로 explicit로 두번째 $\Delta t/2$ 에서는 x -방향으로는 explicit, y -방향으로 implicit로 PDE를 근사한다. 즉 균일한 재료내에서 어떤 임의의 grid point(i, j)의 경우, 정사각형의 grid($\Delta x = \Delta y$)로 평면을 분할했을 때 식 (2.4)는 식 (2.5), 식 (2.6)으로 근사할 수 있다.⁽¹⁸⁾

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.4)$$

첫번째 $\Delta t/2$;

$$\delta^2_x T^*_{i,j} + \delta^2_y T^n_{i,j} = \frac{1}{\alpha^n_{i,j}} \frac{T^*_{i,j} - T^n_{i,j}}{\Delta t/2} \quad (2.5)$$

두번째 $\Delta t/2$;

$$\delta^2_x T^*_{i,j} + \delta^2_y T^{n+1}_{i,j} = \frac{1}{\alpha^{n+1}_{i,j}} \frac{T^{n+1}_{i,j} - T^*_{i,j}}{\Delta t/2} \quad (2.6)$$

단, $\alpha^n_{i,j} : T^n_{i,j}$ 온도에서 계산된 (i, j) point의 열 확산도

$$Z^n_{i,j} = \frac{(\Delta x)^2}{\alpha^n_{i,j}}$$

식 (2.5)와 식 (2.6)을 다시 쓰면 다음과 같다.

$$-T^*_{i-1,j} + 2(Z^n_{i,j} + 1) T^*_{i,j} - T^*_{i+1,j}$$

$$= T^n_{i,j-1} + 2(Z^n_{i,j} - 1) T^n_{i,j} + T^n_{i,j+1} \quad (2.7)$$

$$-T^{n+1}_{i-1,j} + 2(Z^n_{i,j} + 1) T^{n+1}_{i,j} - T^{n+1}_{i+1,j} = T^*_{i-1,j} + 2(Z^n_{i,j} - 1) T^*_{i,j} + T^*_{i+1,j} \quad (2.8)$$

식 (2.7)에서 i 를 2부터 $M-1$ 까지 변화시킨다면 3개의 미지수들을 포함한 $M-2$ 개의 연립방정식이 생겨난다. 단 $i=2$, $i=M-1$ 일 때에는 $T^*_{1,j}$ 와 $T^*_{M,j}$ 가 경계조건으로 주어지므로 2개의 미지수만을 가진 방정식이 나타난다. 이러한 일련의 연립방정식은 $[A]T=B$ 의 꼴로 표현이 되며, 이러한 Tridiagonal system을 첫번째 $\Delta t/2$ 에서 풀면 $T^*_{i,j}$ 를 얻고 두번째 $\Delta t/2$ 에서 계산하여 다음 time step에서의 온도 $T^{n+1}_{i,j}$ 를 얻을 수 있게 된다.

2.2.2 FDM 2차원 모델

L-형태와 같은 주물의 연결부에서는 열방출 속도의 차이 때문에 안쪽 corner에서 표면수축, 내부에서는 수축공등의 결함이 발생할 수 있다. 실제 주조설계에서는 압탕의 설치, 안쪽 corner의 각을 둔화시키는 방안, 그리고 외부 또는 내부 chill을 통하여 이러한 문제들을 해결하고 있다.

본 연구에서는 안쪽 corner에 외부 chill을 설치하였을 때의 응고양상을 계산하기 위하여 Fig.1과 같은 주물을 모델로 정하였다.^{(5),(19)} 주물의 크기는 너비 8.4 cm, 두께 2.4 cm이고 45° 대각면을 중심으로 대칭이며 길이는 충분히 길다고 가정하였다. 주형은 너비 15.6 cm, 두께 9.6 cm의 단면이 L-형인 사형이며 chill은 단면이 삼각형, 정사각형 그리고 L-형인 3가지 종류로 정하였다. 이러한 주물의 중앙부분에서 단면의 대칭이 되는 반만을 생각하면 Fig.2에서 볼 수 있는 형태가 되며 이것을 본 연구의 2차원 모델로 정하였다. 이 Domain을 FDM근사를 위하여 정사각형의 Grid($\Delta x = \Delta y$)들로 분할하였다. 가정에 의하여 45° 대칭면은 단열면이며 주형의 표면은 $T = T_{Mo} (25^\circ C)$ 의 경계조건을 갖는다. Fig.3은 균일한 재료 내부의 점 (point 7)과 계면에서 나타날 수 있는 12종류의 점들을 나타내고 있다. 이러한 12종류의 점들은 서로 다른 T-

tridiagonal matrix의 계수들을 구성하며 그 계면 부분의 특성을 나타낸다.

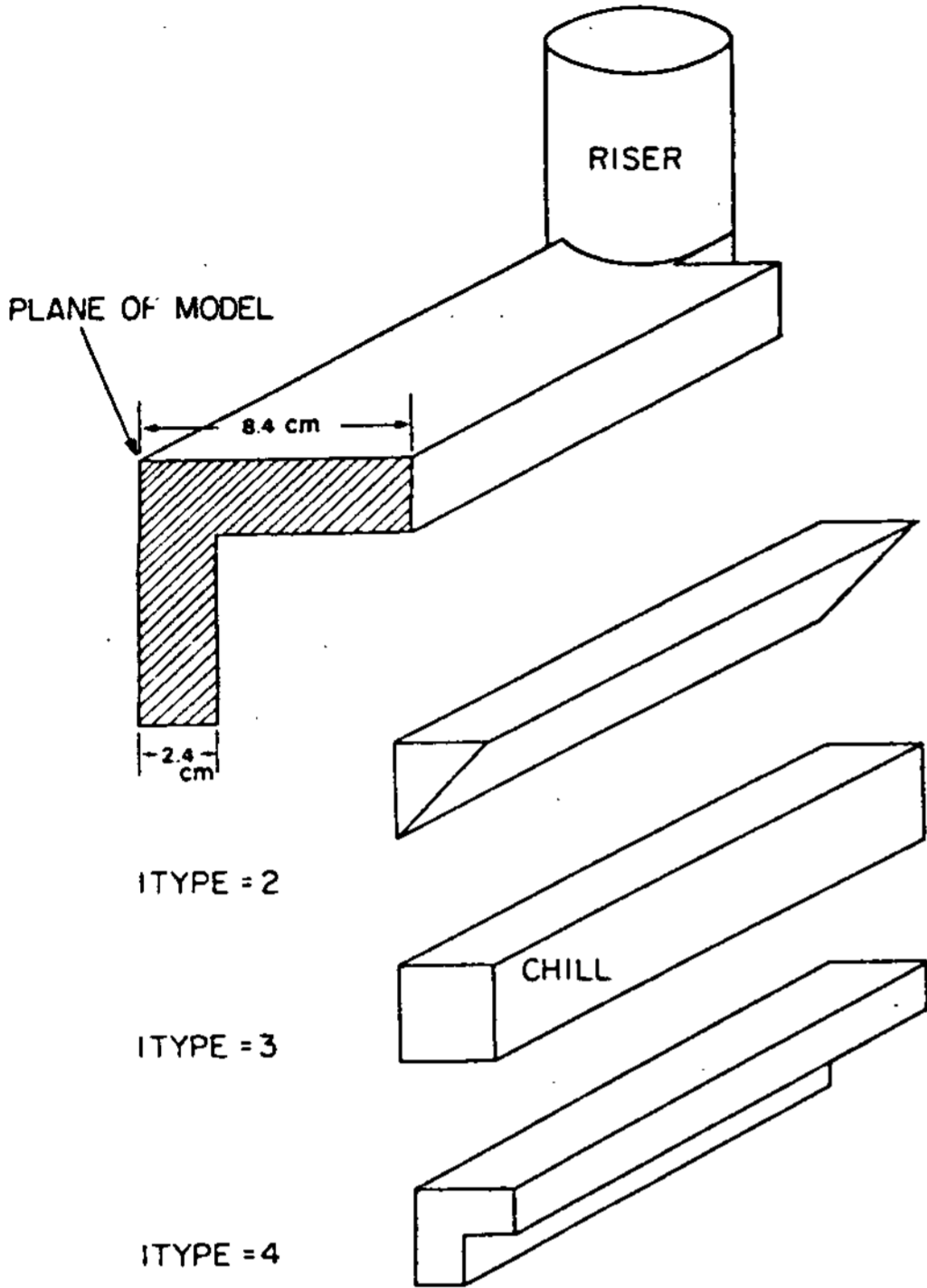


Fig. 1 L-shaped casting with 3 kinds of chills

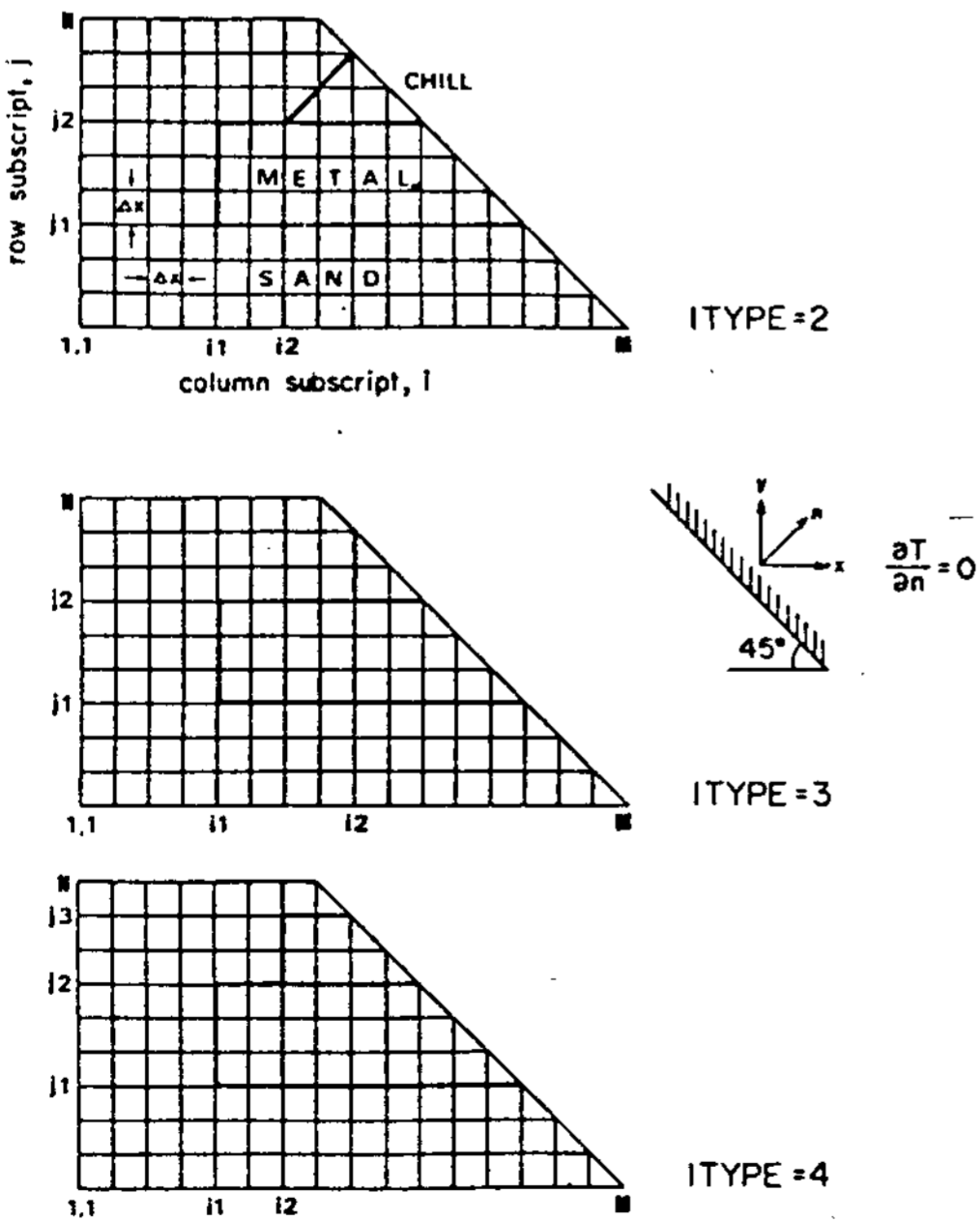


Fig. 2 Illustrative representation of grid points of mold, casting and chill

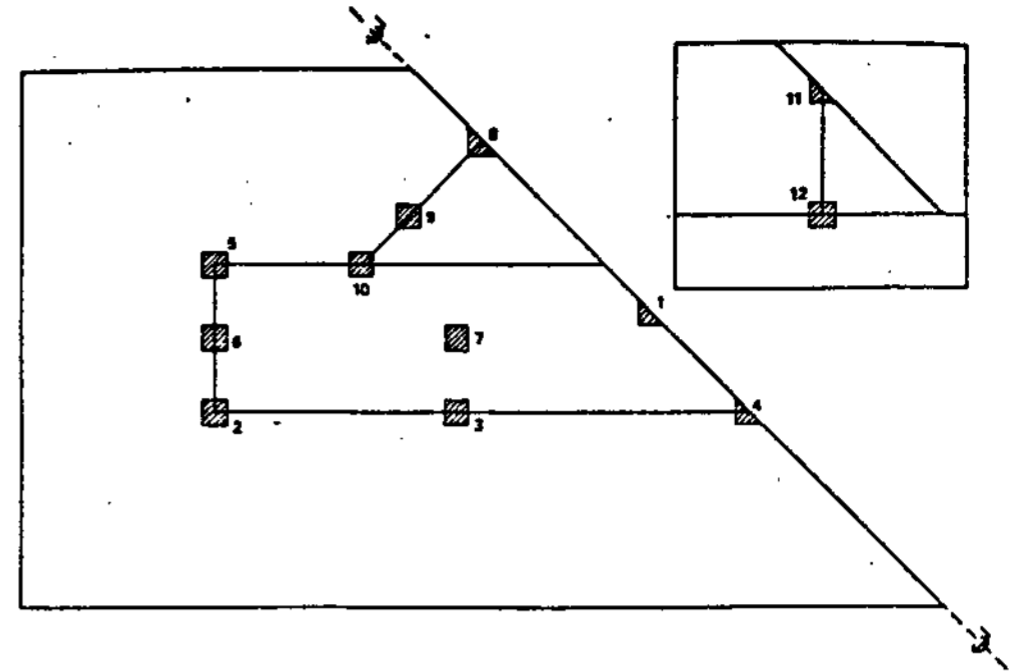


Fig. 3 Illustrative representation of 12 particularly important grid points

2.2.3 Thermal property의 자료

일반적으로 열전도와 관계된 thermal property 들 (열전도도, 열확산도, 비열, 밀도, 열전달계수 등) 은 온도와 어떤 함수관계를 갖는다. 따라서 넓은 온도 범위에서 열전도의 computer simulation 을 위해서는 이러한 값들을 전체 구간 또는 여러 구간마다에서 온도의 간단한 함수들로 근사할 필요가 있다. 따라서 본연구에서는 주형⁽²⁰⁾ 및 chill 재료⁽²¹⁾⁽²²⁾에 대하여 고상의 전체 구간에서, 주물재료⁽²⁰⁾에 대하여서는 가상의 응고구간에서의 잠열근사를 포함하여 여러 구간에서 thermal property 들을 온도의 함수로 가정하였다.

2.3 Programming

계산의 핵심은 첫번째 $\Delta t/2$ 에서 계산된 $T_{i,j}^*$ 와 두번째 $\Delta t/2$ 에서 계산된 $T_{i,j}^{n+1}$ 를 기억하는 $T(I,J)$ 와 $TSTAR(I, J)$ 행렬이다. 이러한 값들은 계속되는 time step (본 계산에서는 0.1 sec)에서 계산된다. ITYPE의 변수에 의해 chill이 없을 경우, 삼각형, 정사각형, L-형태들의 단면을 갖는 chill을 설치하였을 경우가 구분되어진다. (ITYPE = 1, 2, 3, 4) ICHILL의 변수는 흑연, 주철 그리고 구리의 chill 재료들을 지정하게된다. (ICHILL = 1, 2, 3)

Fig. 4에서는 main program의 순서도를 보여주고 있으며 각 subroutine들의 기능은 다음과 같다.

가) CALCUIJ ; 첫번째 $\Delta t/2$ 에서 각 j에 대하여 Tridiagonal 계수들을 지정한다.

나) CALCUI ; 두번째 $\Delta t/2$ 에서 각 i 에 대하여 Tridiagonal 계수들을 지정한다.

다) TRIDAG; Gauss 소거법에 의해 Tridiagonal system을 푼다.

라) COEF $\phi_1 \sim$ COEF ϕ_2 ; Point 1에서 Point 12에 해당하는 Tridiagonal 계수들을 계산한다.

마) PROPMO, PROPCA, PROPCH ; 주형, 주물 그리고 Chill의 Thermal property 들을 현재의 온도에서 계산한다.

주형의 크기는 M과 N (본 계산에서는 53,33) 그리고 $\Delta x(0.3 \text{ cm})$ 에 의해 결정되며, 주물의 크기는 I1, J1 그리고 J2 (본 계산에서는 13,13,21)와 Δx 에 의해 결정된다. 이 외에 I2, J3는 Chill의 크기를 변화시켜주는 변수이다.

첫번째 heat sink로서의 기능이다. Chill이 주물로부터 열을 빼앗아 올 수 있는 능력을 가장 잘 나타내는 값은 VHC (Volumetric Heat Capacity)이다. Chill이 가지는 heat sink로서의 기능은 이 VHC에 의해 결정된다. 계산에 의하면 응고 초기에 chill 전체의 온도는 급격히 상승되어 주물의 온도에 육박하며, 따라서 이러한 heat sink로서의 기능은 응고 초기에 거의 상실한다고 볼 수 있다. 두번째, heat tunnel로서의 기능이다. Chill은 초기에 heat sink로서의 기능을 상실하지만 이후에도 가지는 매우 큰 열전도도에 의해 주형 표면까지 매우 빠르게 열을 전달한다.

Fig.5에서 볼 수 있는 바와같이 chill이 없는 경우에 주물내부의 hot spot는 안쪽 corner와 가까운 부분에서 발생한다. Chill의 목적은 원래의 온도구배에 변화를 주어 이러한 hot spot를 주조방안에서 계획한 곳까지 이동시키는 데 있다. 계산결과에 의하면 Fig.6부터 Fig.9까지에서 볼 수 있는 바와 같이 45° 대칭선 상의 존재하는 hot spot는 chill에 의해 바깥 corner쪽으로 이동하였지만 결코 없어지지 않았다. 가상적으로 응고양상을 추정한다면 이것은 합리적이다. 바깥 corner쪽에서는 Brandt, Bishop 그리고 Pellini의 실험결과⁽¹⁹⁾와 같이 solidification contour가 주물밖에서 보아 볼록하게 된다. 안쪽 corner에서는 chill이 없을 때와는 다르게 45° 대칭선 방향으로 거의 편평한 그리고 두께 방향으로 주물안에서 보아 볼록한 solidification contour를 갖게 될 것이다. 따라서 Fig.6부터 Fig.9까지에서 볼 수 있는 바와 같이 새로운 2개의 hot spot를 만들게 될 뿐이며 수축공이 없는 건전한 주물을 만든다는 원래 목적의 성취는 그 부위에 압탕을 세우는 등의 방법이 없다면 어려운 것으로 생각된다. 따라서 hot spot가 보다 바깥 corner쪽으로 이동함에 기인한 안쪽 corner 표면에서의 수축 결함은 저지될 수 있겠지만 근본적으로 내부 수축공의 원인을 제거하기 위해서는 압탕이 없는 한 외부 chill보다는 내부 chill의 설치가 유리할 것이다.

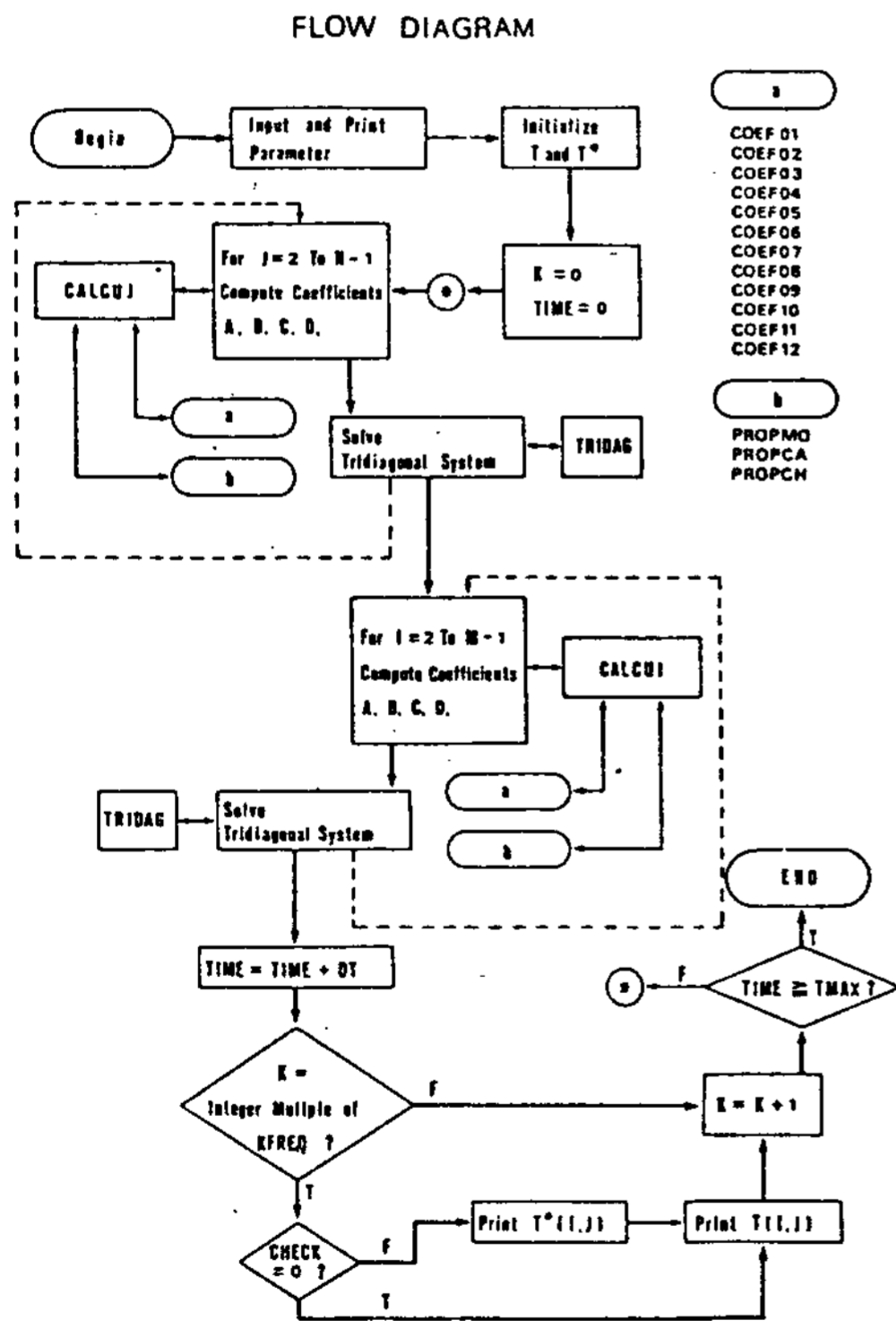


Fig.4 Flow diagram of IAD Program

3. 계산결과 및 검토

3.1 Chill의 크기, 형태 및 재료에 의한 효과
Chill의 기능은 다음의 두가지로 생각할 수 있다.

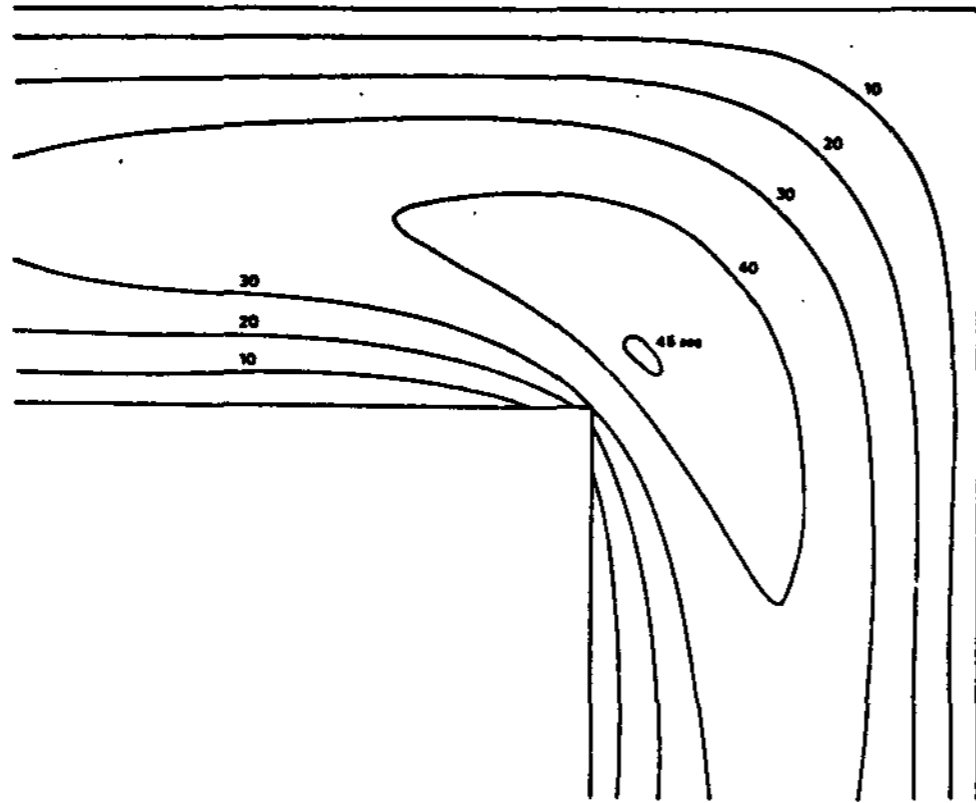


Fig. 5 Progression of complete solidification when chill is not applied

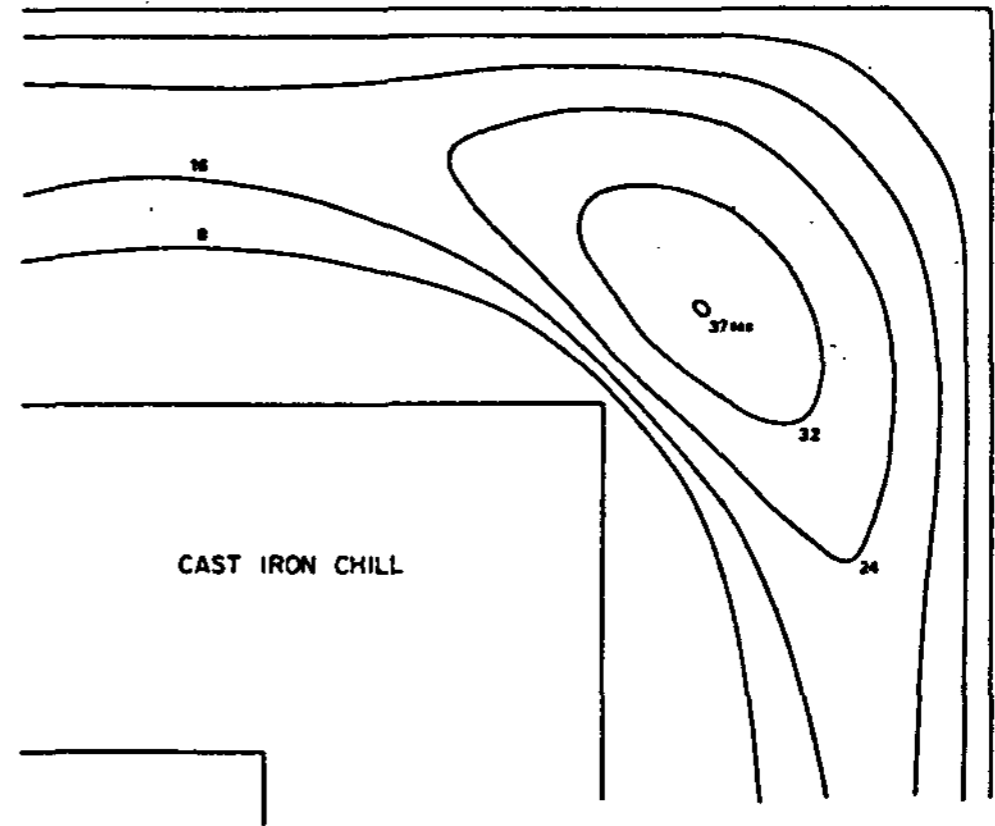


Fig. 8 Progression of complete solidification when cast iron chill is applied. Cross section of chill is L-shaped, and its area is equal to 13.23 cm². (I2=19, J3=28)

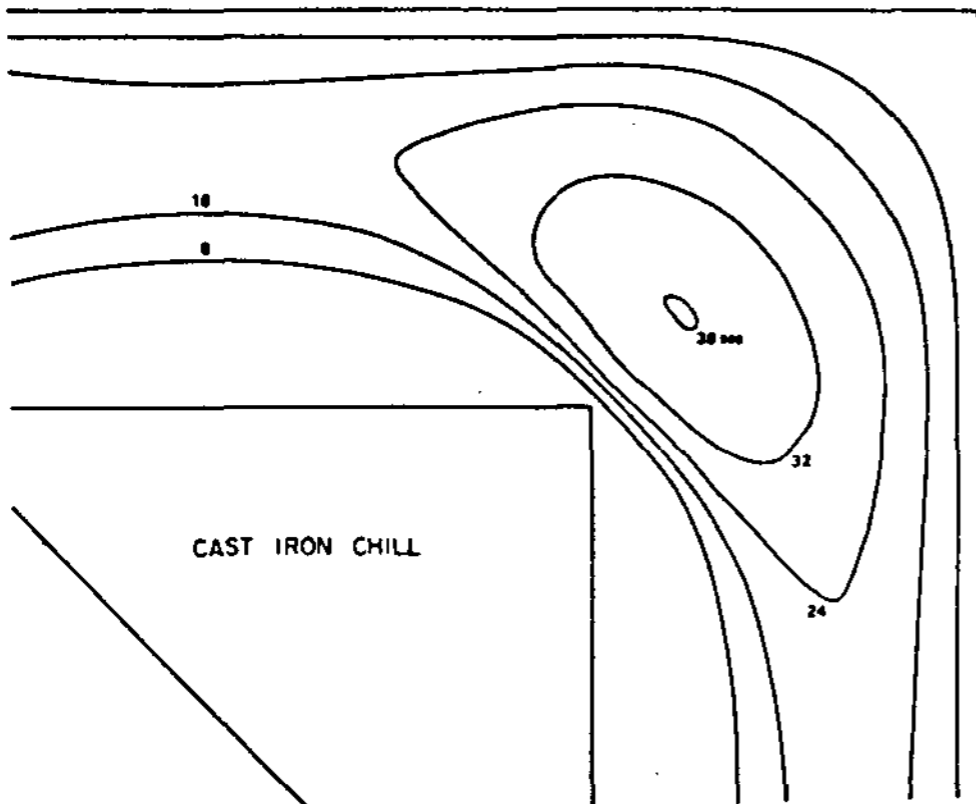


Fig. 6 Progression of complete solidification when cast iron chill is applied. Cross section of chill is triangle, and its area is equal to 8.86 cm². (I2=19)

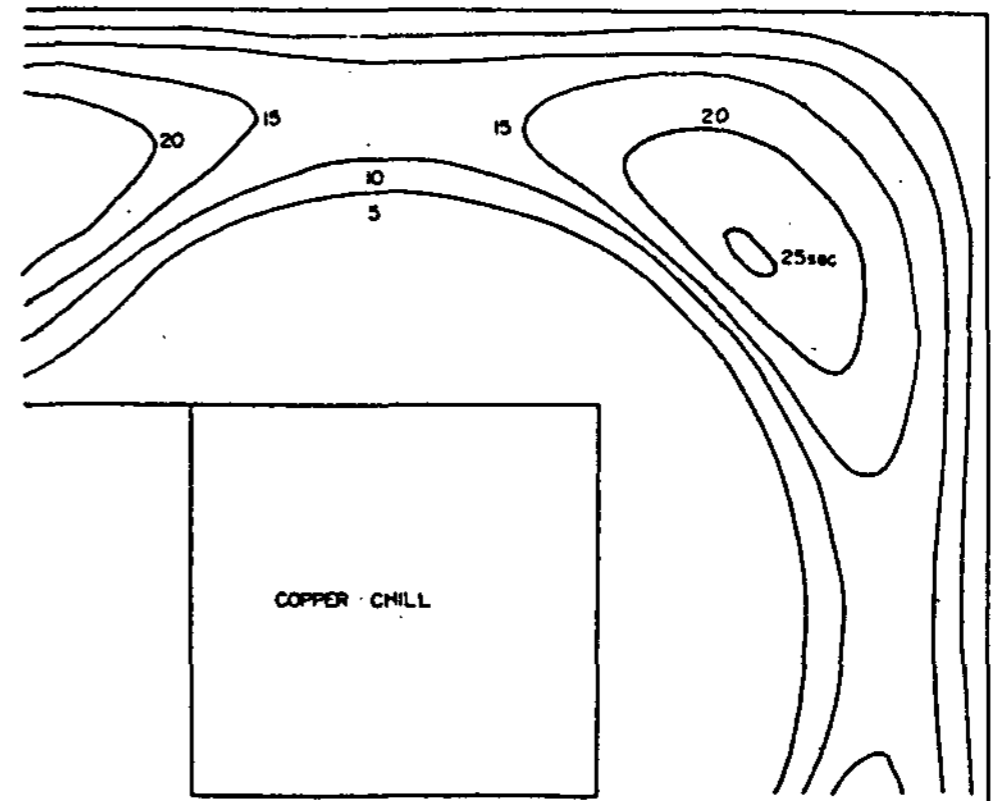


Fig. 9 Progression of complete solidification when copper chill is applied. Cross section of chill is square, and its area is equal to 5.76 cm² (I2=25)

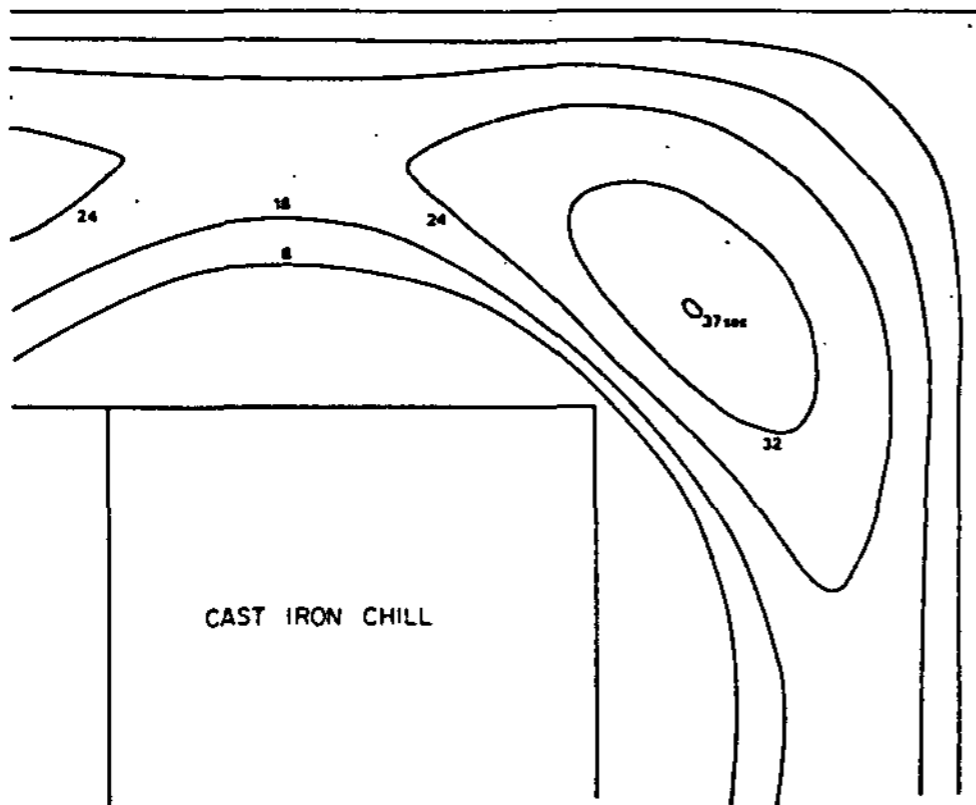


Fig. 7 Progression of complete solidification when cast iron chill is applied. Cross section of chill is square, and its area is equal to 9.00 cm². (I2=23)

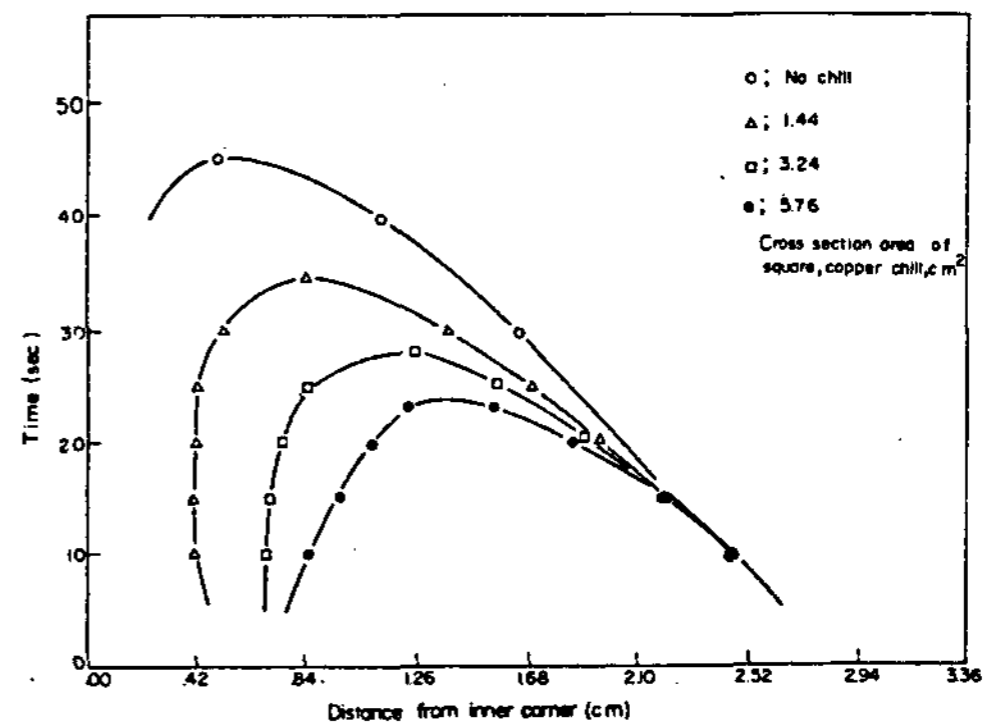


Fig. 10 End of freezing time at various points in 45 degree diagonal (Pouring temperature, 700°C)

Fig. 10은 한 종류의 chill (정사각형, 구리 chill)의 경우 각 단면적 (VHC)에 대하여 45° 대칭선 상에서 안쪽 corner로부터 응고가 완료된 거리와 그 응고시간을 나타내고 있다. 곡선의 정점은

hot spot의 위치와 그 응고시간에 대응이 된다. 계산결과에 의하면 hot spot는 chill의 단면적의 증가에 따라 점차 바깥 corner 쪽으로 이동하면서 그

이동율이 둔화되고 있다. Fig.11은 이러한 현상을 보다 자세히 보여주고 있다. Bishop, Pellini⁽¹⁵⁾ 등은 실험을 통하여 bar 형 주물에서 측면 Chill 을 설치 하였을 때 위와 유사한 결과를 확인하고 Chill s-ufficiency 를 제시하였다. 따라서 chill의 크기를 상당히 늘린다고 가정하여도 45° 대칭선 상의 hot spot가 완전히 없어지는 것을 기대할 수는 없을 것이다.

Chill의 형태가 hot spot 이동에 미치는 효과는 Fig. 12에서와 같이 거의 무시할 정도였다. 따라서 chill은 초기에 heat sink로서의 기능을 거의 상실하지만 이러한 기능은 이후에 주요한 heat tunnel로서의 기능보다 응고의 전체 과정에서 지배적 임을 추측할 수 있다. 왜냐하면 같은 크기에서 정사각형의 단면을 가진 chill은 L-형보다 45° 대칭선 방향으로 더 멀리 chill을 통하여 열을 전달시켜주기 때문이다. 이러한 결과는 chill이 주물의 응고 완료시간에 미치는 효과에서도 동일하게 나타난다. Fig.13은 세가지 형태의 주철 chill과 삼각형 형태의 구리 chill에서 그 VHC가 변화할 때의 응고 완료시간의 변화를 보여주고 있다. 일정한 재료에서 chill이 상당히 커지면 응고 완료시간의 감소가 상당히 완만해지면서 다소 형태변화에 의해 응고 완료시간의 차이를 나타내고 있다. 그러나 chill이 상당히 커지지 않는 범위에서 주물의 응고 완료시간은 거의 chill의 VHC에 의해서만 결정되고 있다.

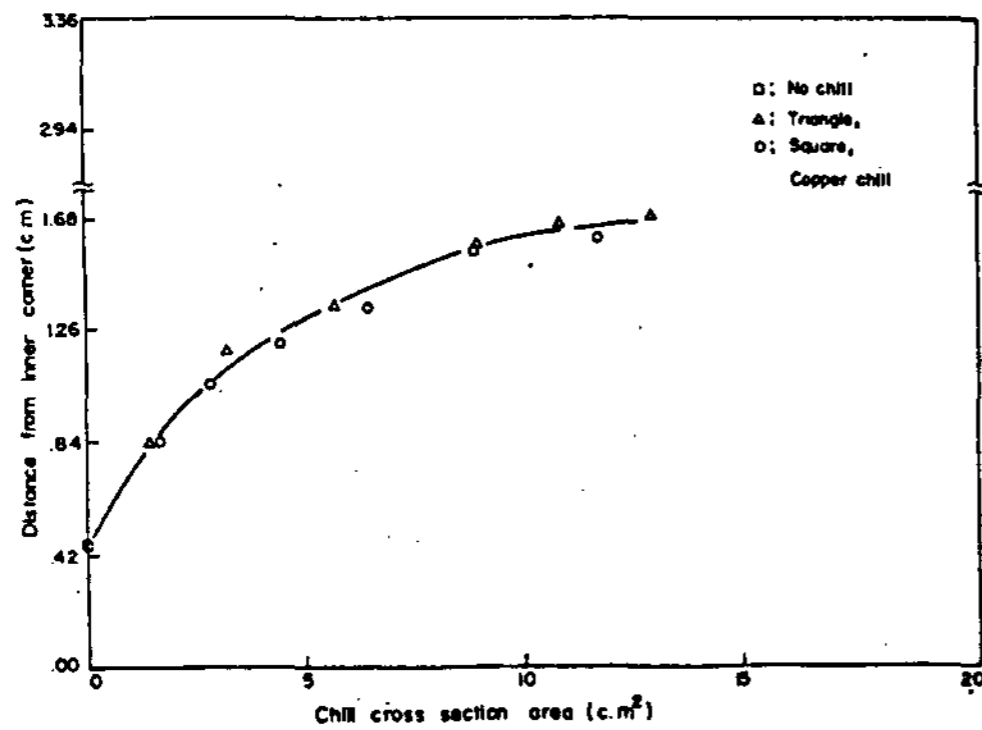


Fig.11 Hot spot position in 45 degree diagonal with chill cross section area (Pouring temperature, 700°C)

3.2 Chill에 의한 주입온도의 효과

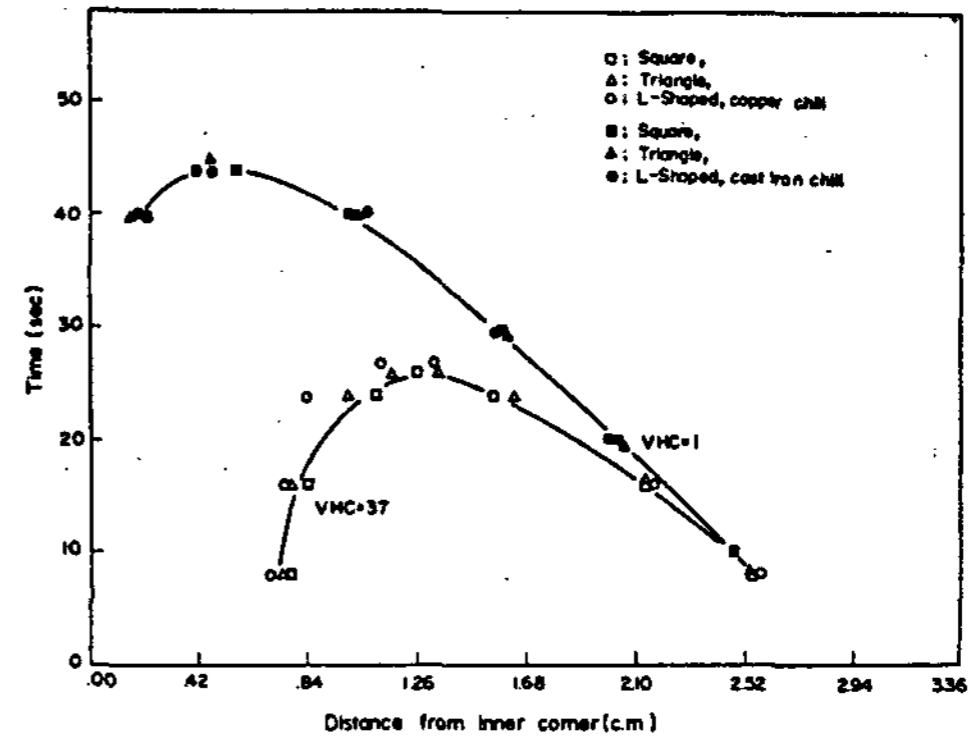


Fig.12 End of freezing time at various points in 45 degree diagonal (Pouring temperature, 700°C)

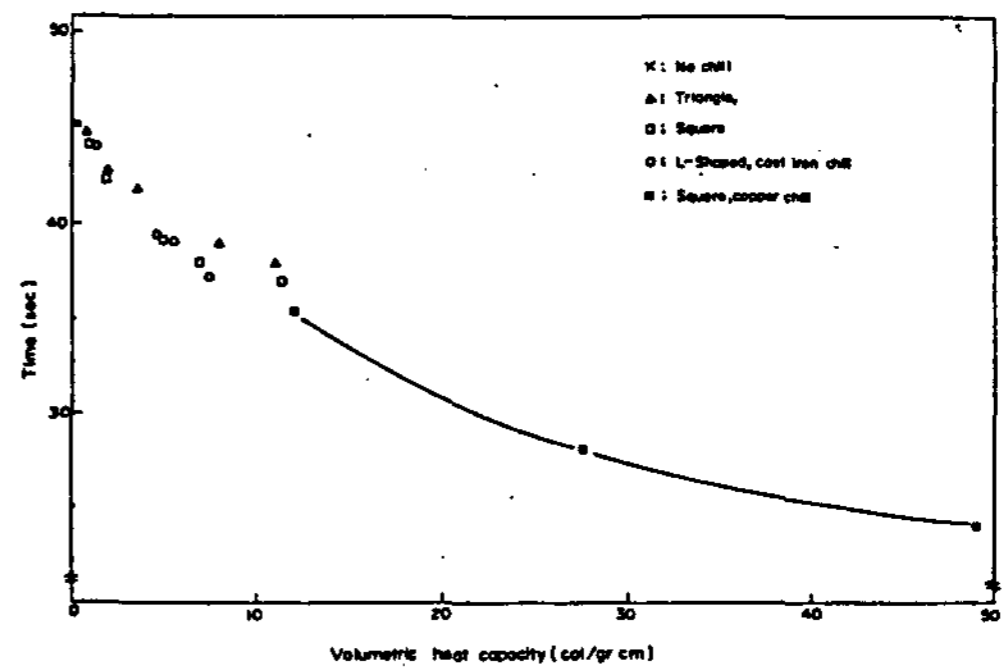


Fig.13 Change of solidification time calculated with V.H.C (Pouring temperature, 700°C)

주입온도가 너무 높으면 주형으로 용탕이 침입하는 현상이 발생할 수 있으나, 너무 낮을 때에는 premature solidification이 일어나게 된다. 따라서 적절한 주입온도에서 가장 큰 chill 효과를 얻을 수 있다면 그것은 바람직할 것이다. 본 연구에서는 680°C, 700°C 그리고 720°C의 주입온도에서 각각 계산을 실시하여 chill이 hot spot 이동에 미치는 효과를 살펴보았다. Fig.14에서와 같이 Chill

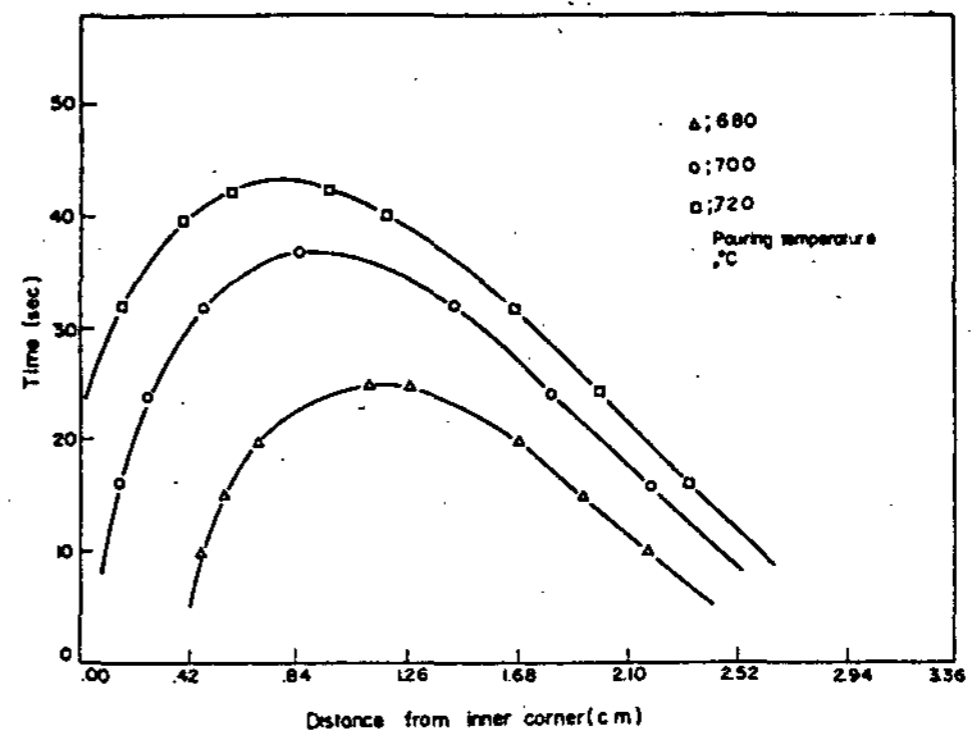


Fig.14 End of freezing time at various points in 45 degree diagonal (Square, cast iron chill, 9.00cm²)

은 주입온도의 강하에 의해서도 hot spot 를 점차 바깥 corner 쪽으로 이동시킴을 알 수 있다.

4. 결 론

Computer 를 사용한 수치적 방법을 통하여 L - 형 주물의 응고에 미치는 chill 효과를 계산한 바, 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. L - 형 주물에서 45° 대칭선상에 있는 hot spot 의 VHC 와 주입온도에 의해서만 결정되었다.

2. Chill 의 부피가 증가함에 따라 45° 대칭선상에 있는 hot spot 는 점차 바깥 corner 쪽으로 이동하지만 chill 의 부피가 어느 크기에 도달하면 그 이동율은 상당히 둔화되었다.

3. L - 형 주물 내부의 hot spot 는 외부 chill 에 의해 없어지지 않았다.

후 기

본 논문은 1984년도 문교부 학술연구 조성비에 의하여 연구되었으며 저자는 이미 연구비를 지원하여 주신데 대하여 심심한 사의를 표합니다.

참 고 문 헌

1. Robert I. Muller and Michael S. Maken: Programming Riser Calculations. AFS Transactions, 79-01.

2. 綜合鑄物, 1981. 11, pp.21-33.

3. E. Niyama et, al.: A Method of Shrinkage Prediction and Its Application to Steel Casting Practice. 鑄物, 1982, vol. 54, pp.507-517.

4. R.M. Kotschi and C.R. Loper: Design of T and X Sections for Castings. AFS Transactions, 76-139.

5. R.E. Marrone, J.O. Wilkes and R.D. Pehlke: Numerical Simulation of Solidification. AFS Cast Metals Research Journal, 1970, 12, pp.184-192.

6. R.B. Weatherwax and O.K. Riegger: Computer-Aided Solidification Study of a Die-

Cast Aluminium Piston. AFS Transactions, 77-103.

7. A. Jeyarajan and R.D. Pehlke: Application of Computer-Aided Design to a Steel Wheel Casting. AFS Transactions, 78-157.

8. A. Jeyarajan and R.D. Pehlke: Computer Simulations of Solidifications of a Casting with a Chill. AFS Transactions, 76-143.

9. A. Jeyarajan and R.D. Pehlke: Casting Design by Computer. AFS Transactions, 75-101.

10. R.D. Pehlke et, al.: Numerical Simulation of Casting Solidification. AFS Transactions, 73-122.

11. G.P. Reddy: Design at the External Corners of V Junctions Using Numerical Techniques. AFS Transaction, 77-14.

12. M.I. Thamban and V. Panchanathan: Numerical Simulation of Solidification of Aluminium Alloys in Cast Iron Molds. AFS Transactions, 80-53.

13. 김 동환, 강 춘식: L형 주철 금형에 주입한 순수 알루미늄의 IAD 법에 의한 응고해석. 주조, 1984. 제 4 권, 제 7 호, pp.21-31.

14. J.T. Berry and R.D. Pehlke: Progress Report on the Computer-Aided Design System Project. AFS Transaction, 80-103.

15. E.J. Myskowski, H.F. Bishop and W.S. Pellini: Studies of Chill Action. AFS Transactions, 54-63.

16. K. Radhakrishna and S. Sehan: Application of Chills for Aluminium Alloy Castings. AFS Transactions, 81-14.

17. R.M. Kotschi and C.R. Loper: Effect of Chills and Cores on the Design of Junctions in Castings. AFS Transactions, 76-139.

18. D.R. Croft and D.G. Lilley : Heat Transfer Calculations Using Finite Difference Equations.
19. F.A. Brandt, H.F. Bishop and W.S. Pellini : Solidification at Corner and Core Pistons. AFS Transaction, 53-41.
20. R.D. Pehlke, R.E. Marrone and J.O. Wilkes : Computer Simulation of Solidification. AFS, Des Plaines, Illinois, 1976.
21. Richard C. Sun : Simulation and Study of Surface Conductance for Heat Flow in the Early Stage of Casting. AFS Cast Metals Research Journal, 1970, vol.6, pp.105-110.
22. Colin J. Smithells : Metals Reference Book. 5th ed., vol.2, London & Boston, 1978.

이 논문은 1984년도 문교부 학술 연구조성비에 의하여 연구 되었음.