

# 實驗과 FEM 技法을 使用하여 求한 浸透流量의 比較

## Comparison of Seepage Quantity Calculated by Experiments and Finite Element Method

秦	柄	益*
Jin,	Byung	Ik
金	在	弘**
Kim,	Jae	Hong

---

### Abstract

The thesis is established on the basis of model tests on the central core dam. With variations in the upstream water level, the quantity of seepage in the downstream boundaries were obtained for each specific water level.

Seepage alignment and equipotential lines to these occasions were also researched and measured. By making use of the resulting data from the experiment, the flow velocities and seepage quantity computed to the flow rate of each element of flownets by the Finite Element Method was compared with the values produced by experiments and approximate theoretical formula. Further to this, transitions of water level related thereto was also examined in the thesis.

During the high water level, seepages shown by the experiment were larger than that of the F.E.M. Meanwhile, the in-between differences were found to be quite small during the low water level.

In the flow rate of each element with which the flow-nets are constructed, flow velocities of the X and Z axis were faster on account of the variations in water level. Flow velocities of the Y axis were extremely small enough to be disregarded.

---

### 要 旨

本 論文은 堤體의 中央心壁型 model 을 製作해서 上流側 各 水位의 變化에 대한 浸透流量을 實驗을 통하여 구하고, 이 때의 浸潤線形狀과 Equipotential line 에 대하여도 考察한 것이다.

또한 實驗에서 얻은 資料를 FEM 技法을 使用하여 구한 流線網의 各要素別 Flow-rate 에 대한 流速과 浸透水量을 實驗値와 近似理論公式에서 算出된 값과 比較檢討하였다.

浸透水量은 高水位時에서는 實驗値보다 FEM 값이 적게 나타났으며, 低水位時에는 거의 비슷한 값이었다.

---

\*正會員·漢陽大學校 工科大學 教授, 土木工學科

\*\*正會員·漢陽大學校 大學院 博士課程

그리고, 流線網이 形成된 各 要素別 Flow-rate는 X, Z 軸은 水位變化가 있어 흐름에 따른 流速이 크나 Y 軸의 流速은 무시할 수 있을 정도의 적은 값이었다.

## 1. 序 論

필댐이나 河川堤防 등에서는 土質構造物의 上下流 또는 內外側의 水位差에 따라 水位가 높은 쪽으로부터 낮은 쪽으로 浸透한다. 이 때, 堤體內의 動水壓이 같은 점에서 綫적을 等壓面 또는 等水頭線(equipotential line)이라 하고 堤體中으로 물이 浸透하는 경로를 流線이라고 한다<sup>(3)</sup>.

이 2個의 曲線은 서로 직교하고 一般的으로 等水頭線은 Laplace의 方程式 또는 有限要素法에 의해 解析할 수 있다.

Laplace 方程式에서 보통  $\phi, \psi$ 인 2個의 함수로 주어지고 있다.

그러므로,  $\phi$ 가 等水頭線을 나타내면, 이것과 公域인  $\psi$ 는  $\phi$ 에 직교함을 알게 된다. 이 때,  $\phi$ 를 速度 potential,  $\psi$ 를 流線函數라 부르고 있다. 그러나, 이러한 式에서 解析할 수 있는 것은 극히 간단한 조건에 한하고 조건이 좀 복잡해지면 사실상 不可能하게 된다.

그러므로, 여기서는 이러한 諸問題點을 고려하여 實驗에서 얻은 equipotential line을, 그리고 이러한 流線網을 이용하여 有限要素解析을 하여 實測值와 理論值의 浸透水量을 比較分析하였으며 均質材料에서 3次元 浸透流解析의 結果에 대

하여도 考察하였다.

## 2. 實驗的 方法

心壁模型을 設置하는 水槽는 184 cm×61 cm×30 cm, 두께는 2 mm의 鋼板으로 만들고, 前面에 두께 10 mm의 유리板을 붙여서 浸透流 現象을 볼 수 있도록 제작하였다. 心壁材料는 모래를 使用하고 모래의 粒度分布는 #4의 체에서 100%, 그리고 #200의 체에서 1.02%가 되었으며, 透水係數는 定水位透水試驗에 의해서 求한  $k=4.30 \times 10^{-2}$  cm/sec이다.

實驗方法으로는 上流面水位를 20 cm, 25 cm, 30 cm, 35 cm 경우에 대한 浸潤線 및 浸透流量 potential 등을 測定하였다.

測定用 色素는 물의 比重에 가까운 과망간산 카리 (KMnO<sub>4</sub>)를 使用하였으며, 前面 유리판에 接하는 點으로부터 色素를 注入시켜 浸潤線形을 觀測하였다. 浸透流量은 心壁內의 水位와 透水量이 安定되었다고 推定된 후 計測하기 위해서 水位를 一定하게 하여 全透水量을 3回 以上 測定하여 1,000 cc 當 所要時間을 計量하여 平均流量을 求하였다<sup>(23)</sup>.

實驗에 使用된 模型과 近似值 理論式에 利用된 記號는 다음 그림과 같다.

表 2-1 Experimental model core wall type dimension

Symbol	Water Level (cm)	Dimension(cm)			Slope		Angle(°)		Model Core Type
		b	B	H	UP	DWN	$\alpha$	$\beta$	
CW-A <sub>1</sub> -1	20								
2	25								
3	30	10	90	40	1:1.0	1:1.0	4.5	4.5	
4	35								

또한 實驗에서 測定한 각 case에 대하여 값은 表 2-2와 같으며, 여기서 얻은 값으로 各 近似理

論公式로 計算하여 導出된 값은 表 2-3과 같다.

以上的 實驗結果로부터 다음과 같은 性質을 찾아 볼 수 있다.

(1) 實驗値는 大體의으로 各 計算値의 中央에 分布해 있음을 알 수 있다.

(2) 表 2-2에서 檢討한 結果 schoklitch 公式이 實驗値와 가장 가까운 理論値로 計算되었다.

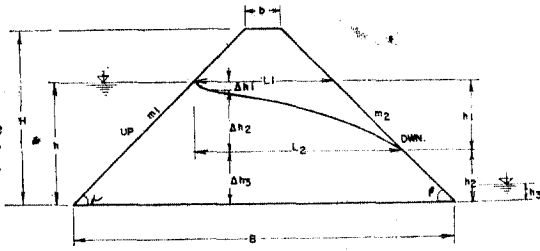


그림 2-1 Symbol used in model test

表 2-2 Testing results

Test No.	$h$ (cm)	$l_1$ (cm)	$l_2$ (cm)	$h_1$ (cm)	$h_2$ (cm)	$h_3$ (cm)	$h_1/h_2$	$\Delta h_1$ (cm)	$\Delta h_2$ (cm)	$\Delta h_3$ (cm)	$i = \frac{h_1}{l_2}$	$I = \frac{h_1+h_2}{l_2}$	$Q$ (cm <sup>3</sup> / sec·cm)	$q$ (cm <sup>3</sup> / sec·cm)
CW-A <sub>4</sub> -1	20	50.0	70.0	20.0	0.0	2.5	0.00	2.3	17.7	0.0	0.286	0.286	5.0117	0.1671
2	25	40.0	62.5	25.0	0.0	5.0	0.00	1.6	23.4	0.0	0.400	0.400	7.9745	0.2658
3	30	30.0	59.0	26.0	4.0	5.0	6.50	1.9	24.1	4.0	0.441	0.508	11.4591	0.3820
4	35	22.0	55.0	35.0	5.0	5.0	7.00	1.4	28.6	5.0	0.636	0.727	15.1515	0.5101

表 2-3 Calculated values of seepage quantities

unit : cm<sup>3</sup>/sec·cm

Test No.	Symbol $q$ $H$ (cm)	Experimental V.	Dachler	Pavlovsky	Schoklitsch	A. Casognante	L. Casognante	Forchheimer
		E.	D.	P.	S.	A.	L.	F.
CW-A <sub>4</sub> -1	20	0.1671	0.3979	0.1925	0.1229	0.1113	0.1132	0.1229
2	25	0.2658	0.3523	0.2960	0.2067	0.1801	0.1857	0.2150
3	30	0.3820	0.5741	0.6326	0.3394	0.2683	0.2817	0.3221
4	35	0.5101	0.6689	0.8528	0.4962	0.3769	0.4064	0.4691

### 3. 3次元 浸透流 解析

堤體內的 3次元 浸透流問題는 平面 또는 軸 方向으로 흐르는 假定을 함으로써 相當한 복잡 스러운 方法으로 解析되고 있다.

이러한 경우, 效果的인 解法으로서는 高速電子 計算機를 利用하여 概略의인 數値를 入力 精確한 값을 얻을 수 있다. 專門技術의 數値應用으로서 定常 및 非定常 浸透流問題를 解析하기 위해 여기서 3次元 有限要素法을 適用하였다. 지금까지 Taylor와 Brown<sup>(15)</sup> 및 Finn<sup>(16)</sup>에 의해 自由 水面 存在 有無에 따른 定常解析을 2次元 有限 要素 浸透流 program으로 開發하였다.

그後 浸潤面의 移動狀態 位置 等에 대해 Neuman과 Witherspoon<sup>(17)</sup>은 研究하였다.

Desai<sup>(19)</sup>가 처음으로 Mississippi江의 堤防에 대해 2次元 非定常 浸透流解析<sup>(19)</sup>을 함으로써 要素變化 適用方法을 理解할 수 있게 되었다.

또한 France<sup>(20)</sup>가 보다 깊게 定常 浸透流問題를 研究함으로써 非定常解析에 대한 有限要素解法의 技術開發이 보다 나은 發展이 있었다.

Isaacs와 Mills<sup>(21)</sup>는 France<sup>(20)</sup>의 基本方法을 利用, 浸潤面變化에 따른 各 流線網에 대해 幾何學的으로 修正을 하였다.

TEMPO<sup>(22)</sup>가 開發한 瞬間的인 堤體內 흐름의 3次元의 模型解析에서 다음과 같은 條件을 提示하였다.

- 1) 各 要素는 1個의 層으로 된다.
- 2) 各 要素內의 水頭는 一定하다고 假定한다.
- 3) 流出速度는 水平狀態로 假定.
- 4) 1次方程式을 利用 各 時間 段階別로 解析.

以上の複雑한 幾何學的 形狀을 가진 問題를 有限한 值數와 變化된 形狀을 利用하여 各 條件에 對해 풀이하고자 한다.

材料의 均質함과 等方性 模型은 크기와 浸透性, 그리고 貯溜係數에 따라 값이 서로 다를 수 있다.

Confined 와 Unconfined 흐름에 對해서, 흐르고 있는 浸潤面은 浸透流가 通過되고 있는 동안 다른 透水性 Zone 과 交叉할 수 없고, 흐르고 있는 自由水面에서는 適切한 境界條件을 維持한다.

Darcy의 法則에 의해 土質含水比의 壓縮性은 無示하고 瞬間停滯現狀으로 두고 解析하였다.

電子計算機를 利用한 有限要素 program 은 等媒介變數 要素에서 2次方程式만을 利用해도 可能하며, 非定常 浸透流, 또는 時間的인 變化解析에 對한 電算時間은 可能한 짧게 잡을 수 있다. 大體로 複雜한 매트릭要素의 各 時間 段階別 再計算은 있을 수 있는 경우가 많다.

### 3.1. 有限要素法에 의한 理論<sup>(1)</sup>

3次元 異方性連續體의 浸透領域  $R$ 에 對해 그 內部에 浸透流는 Darcy의 法則을 따라 假定한다. 이러한 法則을 流量에 關하여 連續方程式을 使用하여 定常狀態의 浸透流에 對한 支配方程式은

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( R_x \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( R_y \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( R_z \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) = 0$$

에서 물의 흐름을 고려하여 다음 水頭值  $\phi$ 의 分布에 關하여 準調和微分方程式(quasi-harmonic equation)을 求하면,

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( R_x \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( R_y \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( R_z \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) + Q = 0 \quad (3-1)$$

이며  $R_x, R_y, R_z$ 는  $x, y, z$  方向의 透水係數이고,  $Q$ 는 물의 흐름이 있을 때 나타나고, 그때의  $x, y, z$ 의 좌표에 關連된 數值라고 볼 수 있다.

이 때, 位置水頭의 基準面을  $y=0$ 으로 취하고  $p$ 를 點( $x, y, z$ )에서 浸透水壓,  $\gamma_w$ 를 물의 單位重量이라 하고 이 點의 水頭  $\phi$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\phi = p / \gamma_w + y$$

式(3-1)을 풀이하면 境界條件이 必要하므로 物理的으로 生기는 通常境界條件은 다음 두 가지의 경우를 생각할 수 있다.

(a) 固定條件: 水頭  $\phi$ 值의 境界  $\Gamma_1$ 일 경우,  

$$\phi = \phi_0 \quad (3-2)$$

(b) 自由條件: 境界  $\Gamma_2$ 가 浸透流의 流出에 따라 流入量으로 나타날 경우 流量에 關하여 다음 連續式이 成立한다.

$$R_x \frac{\partial \phi}{\partial x} l_x + R_y \frac{\partial \phi}{\partial y} l_y + R_z \frac{\partial \phi}{\partial z} l_z + q = 0 \quad (3-3)$$

이 때,  $q$ 는 單位表面流出入量이고  $l_x, l_y, l_z$ 는 境界表面法線方向의 餘弦이다.

式(3-3)에서  $R_x = R_y = R_z$ 이고  $q=0$ 일 경우 境界面不透水層에서 境界條件은 다음과 같다.

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = 0$$

變分原理에 있어 浸透領域  $R$ 가 境界條件式(3-2), (3-3)을 고려하여 支配方程式(3-1)을 풀어서 다음 函數  $E$ 值를 最小로 하여  $\phi$ 分布를 求한다.

$$E = \iint_R \left[ \frac{1}{2} \left\{ R_x \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + R_y \left( \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)^2 + R_z \left( \frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 \right\} - Q\phi \right] dx \cdot dy \cdot dz + \int_{\Gamma_2} q\phi ds \quad (3-4)$$

이 때,  $s$ 는 境界에 沿하는 길이이며 式(3-4)의  $E$ 極値는

$$\partial E = 0 \quad (3-5)$$

上記式이 성립하는 필요조건이다.

이 때, 式(3-1), 式(3-5)를 풀면  $n$ 個의 未知 parameter ( $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n$ )로서 다음 式과 같이 나타낼 수 있다.

$$\phi = \phi(x, y, z, \phi_1, \phi_2, \phi_3, \dots, \phi_n) \quad (3-6)$$

式(3-6)을 式(3-5)에 代入하면

$$\partial E = \sum_{i=1}^n \frac{\partial E}{\partial \phi_i} \delta \phi_i = 0 \quad (3-7)$$

이다. 式(3-7)은 變數  $\delta \phi_i (i=1, 2, \dots, n)$ 의 組合에 對하여 成立하므로 다음 式에서  $n$ 個의 方程式을 얻는다.

$$\frac{\partial E}{\partial \phi_i} = 0 \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (3-8)$$

式(3-8)은  $n$ 個의 變數( $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n$ )을  $n$ 個의 方程式으로 풀어서 求하고 이것을 式(3-6)에 代入하면  $\phi(x, y, z)$ 의 函數에 對해서 求할 수 있다.

以上の 變分原理는 有限要素法을 適用하여 解

析領域을 나타낼 수 있으며, 4角形要素群을 分割하여 各要素內 透水係數  $R_x, R_y, R_z$ 가 一定하면 要素內의 水頭  $\phi$ 의 分布는 다음式에서  $x, y, z$ 에 관한 一次式으로 나타내어 가정한다.

$$\phi = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y + \alpha_4 z \quad (3-9)$$

式(3-9)를 式(3-8)에 代入하면 定常浸透流에 대하여 다음式을 도출할 수 있다<sup>(12)</sup>.

$$\sum_{i=1}^n K_{ij} \phi_j + F_i = 0 \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (3-10)$$

(3-10)은 變數  $n$ 個의  $n$ 元 1次聯立方程式으로 풀어  $(\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n)$ 을 求한다.

다음 flownet의 解析에서 flownet를 作圖하려면 potential 分布  $\phi$ 에 있어  $\phi$ 와 共役關係인 흐름의 函數  $\phi'$ 의 分布를 알아 둘 必要가 있다.

$$\text{흐름의 函數 } \phi' \text{ 는 } \frac{\partial \phi'}{\partial x} = \frac{\partial \phi}{\partial y'} = \frac{\partial \phi'}{\partial y} = -\frac{\partial \phi}{\partial x}$$

$$\frac{\partial \phi'}{\partial z} = \frac{\partial \phi'}{\partial y} \text{에서 다음과 같다.}$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} - \frac{1}{R_x} \frac{\partial \phi}{\partial y'}, \quad \frac{\partial \phi}{\partial y} = -\frac{1}{R_y} \frac{\partial \phi}{\partial x}$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = -\frac{1}{R_x} \frac{\partial \phi}{\partial y} \quad (3-11)$$

지금 式(3-4)에서  $Q=0, q=0$ 일 경우, 式(3-11)을 式(3-4)에 代入하면 다음과 같은 函數를 얻는다.

$$E' = \iint_{dx dy dz} \left[ \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{R_x} \left( \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)^2 \right\} + \left\{ \frac{1}{R_y} \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 \right\} \right. \\ \left. + \left\{ \frac{1}{R_z} \left( \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)^2 \right\} \right] \quad (3-12)$$

式(3-12)에 나타난 函數  $E'$  值를 極小로 하여 函數  $\phi$ 를 求하고 앞에서 말한 바와 같이 水頭值의 解析을 나타낼 수 있다. 이것을 式(3-4)와 比較하면  $\phi$ 의 分布를 求할 경우 같은 모양의 process  $\phi$  分布를 求할 수 있다.

以上の 理論을 美國 캘리포니아 大學校에서 1975 年度에 A Three-Dimensional Finite element Ground Water Model로 開發한 program을 一部修整하여 SEEP-3D의 電算 program을 使用하여 다음과 같은 入力 Data를 利用, 3次元 浸透流 解析을 하였다.

入力資料는 그림 3-1~3-2에서와 같이 Nodel points 數는 180個, 要素(Element)의 數는 90個이며, 堤體는 均質한 試料인 바 Material의 數는 1이며, 그 浸透係數는  $K_1=K_2=K_3=4.30 \times 10^{-2}$  cm/sec로 入力하였다.

그리고,  $X$ 는 水平거리를 나타내고,  $Z$ 는 垂直 Elevation의 水位關係에 대해 表示할 수 있으며  $Y$ 軸은 橫方向으로  $y$ 方向 堤體의 幅으로서, 여기서는 全體幅 30cm를 2等分하여 各 15cm當으로 分割하여 計算하였으며  $X, Y, Z$ 에 대한 單位는 cm이다.

앞에서 言及한 바 있는 實驗的方法 및 近似理論式, 그리고 有限要素法에 의한 3次元 浸透流 解析을 比較分析한 結果, 水位 35cm에서 30cm까지의 實驗值보다 FEM 값이 적게 나타났으며, 또한 近似理論式도 이러한 現狀을 보이고 있으

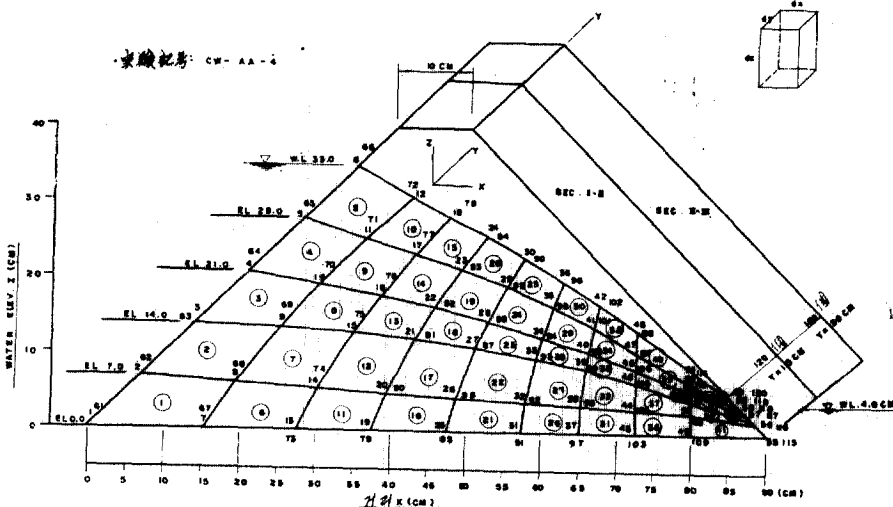


그림 3-1 流線網의 各要素分割 및 格點(Section I~II)

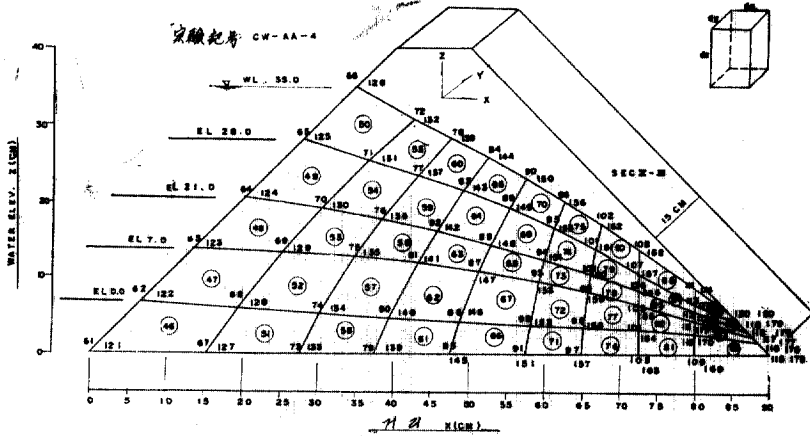


그림 3-2 流線網의 各要素分割 및 格點(Section II~IV)

나 Dachler와 Pavlovsky의 公式로 計算된 값은 상당히 크게 나타났다.

水位가 25 cm에서 20 cm까지는 實驗値와 FEM 값이 거의 비슷하게 나타났다, 다만 Dachler와 Pavlovsky의 公式로 計算된 값을 제외하고는 모두 實驗値와 가까운 값들이었다. 以上 說明한 事項을 比較하기 위하여 그림 3-3으로 표시하였다.

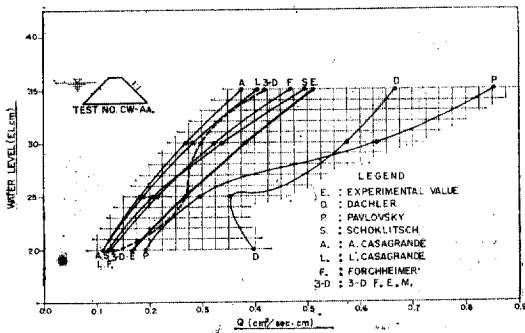


그림 3-3 浸透量에 대한 各理論値와 實驗値의 比較

實驗方法<sup>(7)</sup>에 의하여 얻은 Equipotential line과 3.1 有限要素法에 의한 方法에서 浸透流解析한 結果에서 導出한 各要素別 Flowrate<sup>(8)</sup>는 그림 3-4와 같다.

여기서 等水頭値의 部分的인 異常現狀은 實驗當時 連結管의 不良에서 있는 誤差이며 各要素別 Flowrate 값을 考察하면 X軸은 堤體 基礎地盤에 接한 面으로부터 上流에서 下流로 갈수록 流速이 커지고, Y軸은 堤體 中心部에서 임계원

을 形成하면서 값이 變化하고 있다. 한편, Z軸은 基礎地盤으로부터 堤體 Elevation이 上昇함에 따라 값이 커지고 있는 傾向이 있다.

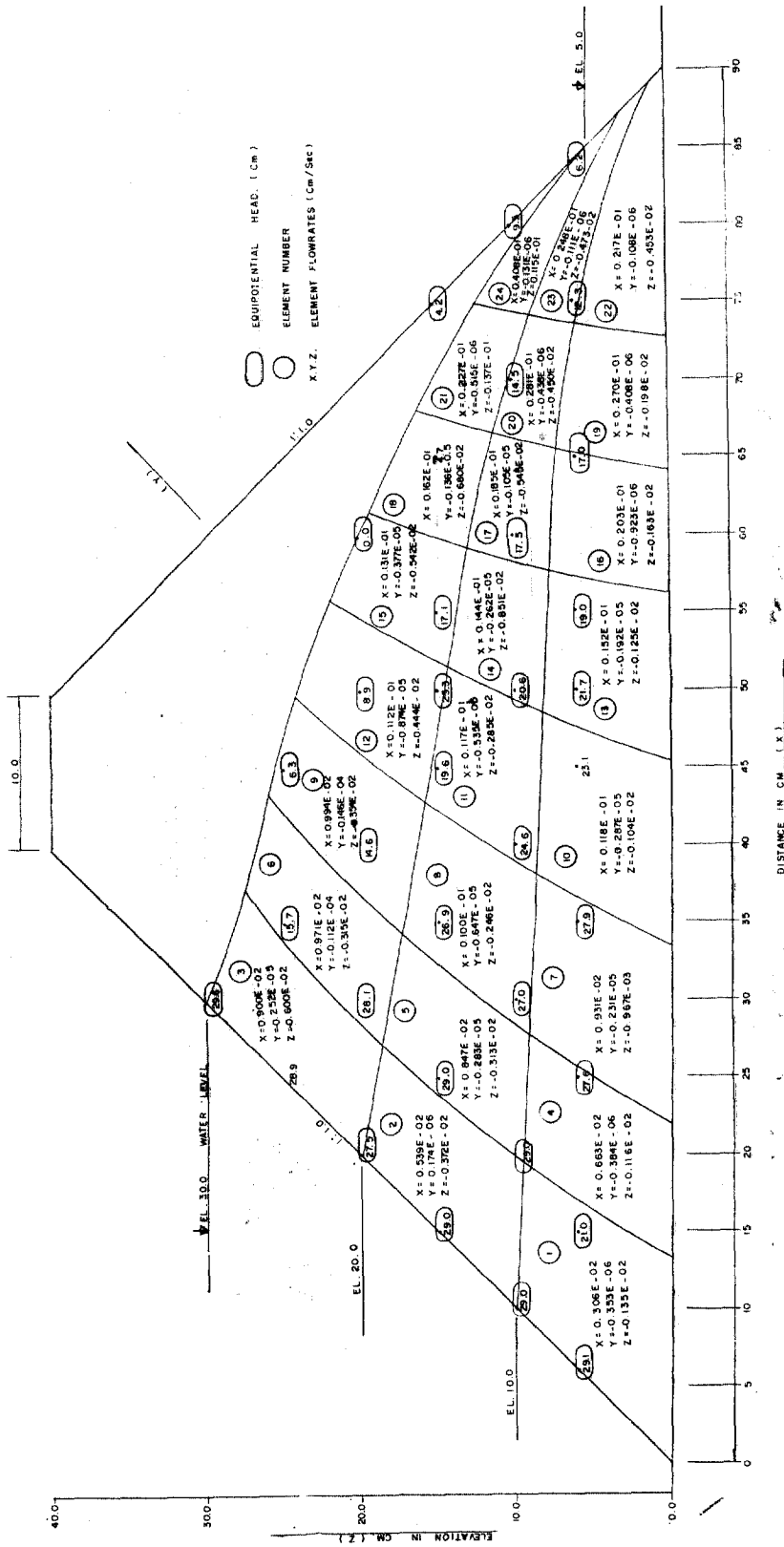
즉, 여기서 堤體斷面을 基準으로 할 때 X軸은 거리, Y軸은 堤體의 軸方向, 그리고 Z軸은 Elevation, 수직방향을 나타낸 것이다. 以上 言及된 X, Y, Z의 값은 各要素別 流速이며 單位는 cm/sec이다.

#### 4. 結 論

(1) 有限要素法에 의한 3次元 浸透流 解析에서 求한 浸透量은 水位 30 cm 以上에서는 實驗値보다 FEM 값이 적게 나타났으나 水位 25 cm 以下에서는 거의 비슷한 값이었다.

(2) 中央心壁型斷面에서는 Dachler (1934년) Pavlovsky (1922년)의 公式를 제외하고는 實驗値와 近似하나 그 중 가장 가까운 近似理論式은 Schoklitch 公式이었다.

(3) 流線網이 形成된 狀態에서 各要素別 Flow-rate는 X, Z軸은 水位의 變化가 있어 흐름에 따른 流速이 크나 Y軸의 流速은 무시할 수 있을 程度의 적은 값이었다. 이러한 狀態는 FEM의 program 自體가 3次元 解析을 하도록 되어졌기 때문에 橫方向의 흐름에 微小하게 나타났기 때문이다.



二目 3-4 堤體流線網の各要素別流速分布

參 考 文 獻

1. 金在弘：有限要素法에 의한 包和浸透流解析 理論의 考察, **大韓土木學會誌** 第31卷 第1號 1983. pp. 16~17.
2. 金在弘：Laplace 方程式을 利用한 Flow-net의 理論的方法과 實驗的方法에 關한 考察, **大韓土木學會** 1984年度 學術發表會概要集.
3. 秦柄益：土質力學, 洽庭文化社 1984. 3, pp. 102~103.
4. Earth and Earth-Rock Dam. 森北出版株式會社, 1974年 5月 30日 pp. 149.
5. 山口柏樹, 大根義男著：フィルダムの設計および施工, 技報堂. 1973年. pp. 226~227.
6. 權武男：堤體의 浸透流解析에 關한 比較研究, **韓國農工學會誌** 第25卷 第1號, (1983年 3月), p. 46
7. 秦柄益, 金在弘：필댐 堤體心壁의 斷面變化에 對한 浸透流解析에 關한 實驗的研究, **大韓土木學會論文集**, 第5卷 第1號. 1985. pp. 55~64.
8. A Three-Dimensional Finite Element Ground Water Model, California University November 1975.
9. 농수산부：농지개발사업계획설계기준, 謄本 1982, pp. 303~305.
10. Harr, M.E.: *Mechanics of Particulate Media*, McGraw-Hill Book Co., Inc., 1977, pp. 90~98, pp. 142~178.
11. Verruijt, A.: *Theory of ground water flow*, Macmillan and Co., Ltd. 1970, pp. 144~158.
12. 川本朧萬ほか：堤體おとび基礎における浸透流の有限要素解析について；土と基礎, Vol. 16, No. SM 11, pp. 1143~1162, 1972. 11.
13. 久保田敬一・河野伊一郎・宇野尚雄 共著. 透水一設計へのアプローチ, 鹿島出版會, 昭和 51年 7月 10日. pp. 67~71.
14. 最新フィルダ工學, 電力土木技術協會, 昭和 56年 pp. 352~354.
15. Taylor, R.L. and Brown, C.R., "Darcy Flow Solutions with a Free Surface," *Journal, Hydraulics Division*, ASCE, Vol. 93, No. HY2, Mar. 1967, pp. 25~33.
16. Finn, W.D. Liam, "Finite-Element Analysis of Seepage Through Dams," *Journal Soil Mechanics and Foundations Division*, ASCE, Vol. 93, No. SM6, Nov. 1967, pp. 41~48.
17. Neuman, S.P. and Witherspoon, P.A., "Finite Element Method of Analyzing Steady Seepage with a Free Surface," *Water Resources Research*, Vol. 6, No. 3, Jun. 1970, pp. 1376~1382.
18. Desai, C.S., "Seepage in Mississippi River Banks; Analysis of Transient Seepage Using Viscous Flow Model and Numerical Methods," *Miscellaneous paper*, S-70-3, Report 1, Feb. 1970, U.S. Army Engineer Waterways Experiment Station, CE, Vicksburg, Miss.
19. Larkin, B.K., "Some Simple Explicit Difference Approximations to the Diffusion Equation," *Mathematics of Computation*, Vol. 18, No. 86, Apr. 1964.
20. France, P.W. et al., "Numerical Analysis of Free Surface Seepage Problems," *Journal, Irrigation and Drainage Division*, ASCE, Vol. 97, No. IRI, Mar. 1971, pp. 165~179.
21. Isaacs, L.T. and Mills, K.G., Discussion on "Numerical Analysis of Free Surface Seepage Problems," *Journal, Irrigation and Drainage Division*, ASCE, Vol. 98, No. IRI, Mar. 1972, pp. 150~151.
22. Meyer, C.F. and Kleinecke, D.C., "Development of Capabilities for Mathematical Modeling of Ground Water Flow by Use of Digital Computers," Dec. 1968, General Electric Co., TEM-PO, Santa Barbara, Calif.
23. 秦柄益, 金在弘：필댐 堤體心壁의 斷面變化에 對한 浸透流解析에 關한 實驗的研究. **大韓土木學會論文集** 第5卷 第1號 1985, pp. 59~61.
24. Harry, R., Cedergren, *Seepage, Drainage, and Flow Nets*, John Wiley & Sons, New York · London · Sydney · Toronto.
25. M.E. Harr, *Groundwater and Seepage*, McGraw-Hill Book Company, Inc. New York.

(接受：1985. 4. 16)