

地盤과 構造物사이의 相互作用을 考慮한 農業用 사이로의 解析에 관한 研究(I)

— 第1報 模型 및 프로그램의 開發 —

An analysis of the farm silo supported by ground

曹 鎮 久*·趙 顯 榮**
Cho, Jin Goo·Cho, Hyun Young

Summary

The reinforced concrete farm silos on the elastic foundation are widely used in agricultural engineering because of their superior structural performance, economy and attractive appearance.

Various methods for the analysis and design of farm silo, such as the analytical method, the finite difference method, and the finite element method, can be used. But the analytical procedure can not be applied for the intricate conditions in practice. Therefore lately the finite element method has been become one of the powerful and versatile methods for the solution of various problems in the structural mechanics.

In this paper, a method of finite element analysis for the cylindrical farm silo on the elastic foundation is presented. A new technique is introduced to evaluate the stiffness matrix for the elastic foundation governed by winker's assumption. A complete computer programs have been developed in this paper can be applicable not only to the shell structures on elastic foundation but also to the arbitrary three dimensional structures.

Assuming the small deflection theory, the membrane and plate bending behaviours of flat plate element can be assumed mutually uncoupled.

In this case, the element has 5 degrees of freedom per node when defined in the local coordinate system. However, when the element properties are transformed to the global coordinates for assembly, the 6th degree of freedom should be considered.

A problem arises in this procedure if the neighboring elements associated with any one node lie in same plane because the resultant stiffness in the 6th degree of freedom at this node will be zero. But this singularity of the stiffness matrix can be eliminated easily by merely replacing the zero diagonal by dummy stiffness.

*全南大學校 農科大學

**釜山大學校 工科大學

I. 序 論

一般的으로 쉘 構造物은 地盤에 基礎를 두고 그 위에 上部構造를 露出시킨다. 이러한 경우 地盤上에 놓이는 쉘 構造는 地盤의 變形을 考慮하지 않으면 쉘과 底版과의 接合部에서 發生하는 교란응력의 正當한 計算이 不可能하다. 또 底版의 應力解析도 地盤反力の 分布가 均等하다는 假定으로서는 不充分하다.

지금까지의 보편적인 解法은 地盤 變形을 無視하고 즉 地盤을 剛고한 것으로 假定하고 쉘 下端의 回轉이 固定, 半固定 또는 힌지라고 假定하고있다.

다시 말하면 構造物과 地盤을 各各 分離한 研究들이 大體的으로 많이 이루어져왔다. 한편 地盤과 上部構造를 連結시켜 問題를 解決하려는 研究들이 많이 있었다^{1~4), 10~18)}. 1867년 Winkler와 1885년 Boussinesq에 의해 地盤에 대한 基礎理論이 定立된 후 지금까지 많은 研究가 繼續되고 있다. 最近 컴퓨터의 活發한 利用과 더불어 有限要素法을 利用한 解析方法이 많이 研究되었다^{11, 15, 16~17)}.

1981년筆者^{16, 17)}는 基礎地盤을 半無限彈性體로 假定하여 上部構造物을 解析한 結果 地盤變形이 그 위에 놓이는 構造物의 力學的 舉動에 大端히 큰 影響을 준다는 것을 究明한바 있지만 이때 컴퓨터의 容量上 몇개의 假定이 導入되었었다. 이와같이 地盤과 構造物을 連結시켜 解析하려는 努力이 繼續 試圖되어 온것은 地盤變形이 그 위에 놓이는 構造物의 應力分布에 큰 影響을 미치고 있기 때문이다. 즉 上部 構造物의 應力解析을 正確하게 하기 위해서는 地盤變形의 影響을 考慮한 構造解析의 必要性을 意味하고있다. 지금까지의 研究의 結果를 綜合하여 보면 彈性地盤의 處理는 地盤을 Winkler 基礎로 假定하는 경우와 Boussinesq 基礎로 假定하는 경우의 2 가지로 大別할 수 있다. Winkler 基礎는 地盤을 스프링의 集合으로 考慮하여 地盤의 어떤 點의 反力は 그 點의 變形만에 比例하고 다른 點의 變形은 그 點의 反력에 影響을 주지 않는다는 것이다. 즉 地盤自體가 갖는 荷重分散 能力을 無視하는 것이다. 그러나 實際의 地盤은 어느 程度의 荷重分散 能力을 갖고 있으며 그것을 考慮에 넣는것이 妥當하다. 이와같이 地盤의 荷重分散 能力을 考慮한 모델의 數學的인 記述은 Boussinesq의 解로된다. 그러나 이러한 解析法에서는 地盤의 任意的 1點의

反力は 그 點의 變形의 影響뿐만 아니라 基礎地盤全體의 變形의 影響을 받게되므로 컴퓨터 프로그램 상 상당한 어려운 점이 있으며 大端히 큰 컴퓨터 容量을 必要로 하므로 본 研究에서는 地盤을 Winkler 基礎로서 假定하기로 한다.

본 研究의 目的은 地盤의 變形이 그 위에 놓이는 構造物의 力學的 舉動에 어떠한 影響을 주는가를 究明하기 위한 模型을 개발하는데 있다. 이를 위하여 地盤을 Winkler 基礎로 假定하고 柱狀體의 要素로 分割하였다. 對象으로 한 構造系는 彈性, 等方性 및 均質인 材料로 만들어져 있으며 靜荷重이 作用하는 경우로 制限하였다.

II. 解析方法

1. 基本假定

가. 地盤의 垂直침침은 反力強度에 比例한다. (Winkler의 假定)

이 假定은 底版에서 基盤岩까지의 깊이가 底版의 直徑에 比하여 그리 깊지 않은 경우에는 妥當하다고 볼 수 있다.

나. 鐵筋콘크리트는 鐵筋斷面積을 無視한 總斷面積만을 考慮하고 等方, 均質이고 應력과 變形率은 正比例한다.

이 假定은 콘크리트의 크리프와 건조수축을 考慮하고 인장균열로 인한 有効斷面의 減少를 考慮하면 問題가 되지만 프리스트레스의 導入 또는 적절한 鐵筋의 配置를 하므로써 實際로 設計荷重이 作用할 때 鐵筋과 콘크리트에 적은 應력이 發生되기 때문에 위의 假定에 의한 斷面 設計值가 充分히 活用될 수 있다고 生覺된다.

다. 사이레이지가 지정된 농업용 사이로의 壁體에 作用하는 荷重은 靜荷重으로서 다음과 같이 考慮한다.

$$\text{水平力} : f_1 = 17.94dh^{1.45} \text{ (kg/m}^2\text{)} \quad (2-1)$$

여기서 d : 直徑(m)

h : 上端으로부터 水平力 作用點까지의 距離(m)

$$\text{鉛直力} : f_2 = \nu \times f_1 \quad (2-2)$$

여기서 ν : 壁體와 사이레이지 사이의 마찰계수

2. 板要素의 剛度行列

'8-節點 아이스 파라메트릭 要素'에 대한 剛度行

列은 다음과 같이 要約된다.

'Displacement Model'에서 'Total potential Energy' 函數 Π_p 는 Tensor 表記法에 따라 다음과 같이 表示된다.

$$\Pi_p^e = \int_v \left(\frac{1}{2} D_{ijkl} \epsilon_{ij} \epsilon_{kl} - F_i u_i \right) dv - \int_s T_i u_i ds \quad (2-3)$$

여기서

Π_p^e : 要素 "e"의 Potential energy 函數

ϵ_{ij} : Strain tensor components

D_{ijkl} : 彈性係數

v : 體積

F_i : 體積力 成分

u_i : 變位

s : 表面積

T_i : Surface traction

變位 u 와 變形率 ϵ 은 各 節點에서의 變位와 補間函數에 의해서 假定된다.

$$u = \sum_{i=1}^8 N_i \delta_i \quad (2-4)$$

$$\epsilon = \sum_{i=1}^8 B_i \delta_i \quad (2-5)$$

여기서 i 는 節點 i 를 나타내는 것으로서 tensor 表記는 아니다. 그리고

N_i : 補間函數 또는 形狀函數

B_i : strain-displacement matrix

式(2-4)와 式(2-5)를 式(2-3)에 代入하고 간단히 하기 위해 tensor 表記를 없애면

$$\Pi_p^e = \int_v \left(\frac{1}{2} u_i^T B D B u_i - u_i^T N^T F \right) dv - \int_s u_i^T N^T T ds \quad (2-6)$$

이 式을 더 간단한 形態로 다시 쓰면

$$\Pi_p^e = \frac{1}{2} u_i^T k^e u_i - u_i^T F_i^e \quad (2-7)$$

여기서

$$k^e = \int_v B D B dv \quad (2-8)$$

$$F_i^e = \int_v N^T F dv + \int_s N^T T ds \quad (2-9)$$

式(2-7)을 節點變位 u_i 에 關해 微分하면 式(2-7)은 다음과 같이 된다.

$$k^e u_i - F_i^e = 0 \quad (2-10)$$

各 要素의 剛度行列과 荷重벡터가 얻어지면 全體

セル構造物에 대한 剛度行列과 荷重벡터는 이들의 組合으로 얻어질 수 있다.

$$k^e u_i^e = F_i^e \quad (2-11)$$

이리하여 소위 荷重-變位 方程式이라 일컬어지는 1次 聯立方程式을 얻는다.

式(2-4)에서 要素內의 變位 u 에 關한 近似函數를 設定함에 있어서 Fig. 1와 같은 自然座標系를 考慮하고 2次的 補間函數로서 다음과 같은 形狀函數를 假定한다.

$$\text{偶節點; } N_i(\xi, \eta) = \frac{1}{4} (1 + \xi_0)(1 + \eta_0)(\xi_0 + \eta_0 - 1) \quad (2-12)$$

邊節點;

$$\xi_i = 0, N_i(\xi, \eta) = \frac{1}{4} (1 - \xi_0^2)(1 + \eta_0)$$

$$\eta_i = 0, N_i(\xi, \eta) = \frac{1}{2} (1 + \xi_0)(1 - \eta_0^2) \quad (2-13)$$

$$\text{但 } \xi_0 = \xi \xi_i \quad \eta_0 = \eta \eta_i$$

式(2-8) 및 (2-9)에서 dv 및 ds 에 대한 積分은 均一두께 t 와 自然座標系 $d\xi$ 및 $d\eta$ 에 關한 積分으로 變換하면 다음과 같이 된다.

$$dv = t dx dy = t \det. J d\xi d\eta$$

$$ds = \det. J d\xi d\eta \quad (2-14)$$

따라서 式(2-8) 및 (2-9)의 積分을 ξ, η 에 對하여 구체적으로 表現하면 다음과 같다.

$$k^e = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 t B^T D B \det. J d\xi d\eta \quad (2-15)$$

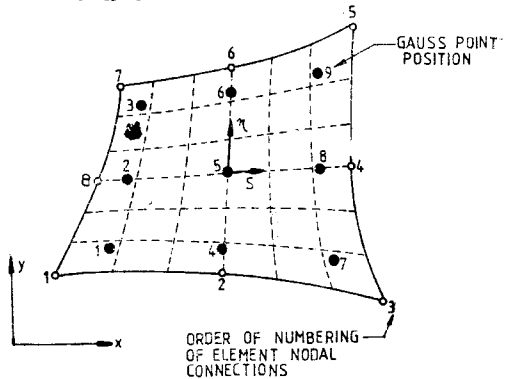


Fig. 1. Orientation of local axes ξ, η and order of gauss point numbering for two dimensional parabolic isoparametric elements

$$F_i^e = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 N^T P t \det J d\xi d\eta + \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 N^T q d\xi d\eta + F_i \quad (2-16)$$

즉 要素剛度行列은 自然座標系(ξ,η)에 관한 面積積分으로서 구할수 있다. 一般으로 式(2-15) 및 (2-16)의 積分遂行은 數值積分法에 의하며 그 중에서도 'Gaussian Quadrature'가 많이 利用된다. 이때 셀의 舉動은 面內作用과 面外作用으로 나뉘어지며 面內作用은 平面應力狀態에 있는 要素로서 代表되어진다. 平面應力狀態에서는 膜應力을 除外한 다른 모든 應力成分은 無視되므로 面內要素는 節點에서 2개의 自由度를 갖는다.

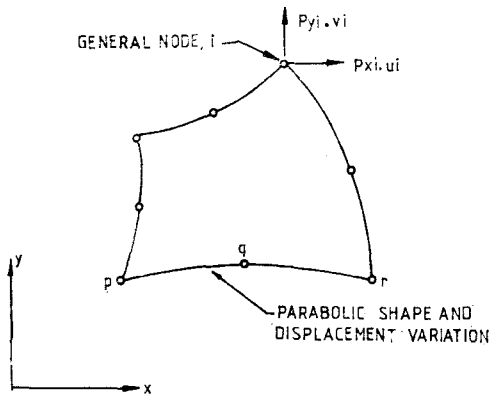


Fig. 2. Typical two-dimensional parabolic isoparametric element

한편 面外要素의 定式化에서는 Mindlin의 假定을 導入하므로써 變位場은 獨立變數로서 처짐 w와 中面의 回轉角 θ_x, θ_y로서 定義될수 있다. 面外要素에서 斷面力의 부호규약은 Fig. 5와 같다.

面內要素및 面外要素의 剛度行列에 대해서는 文獻(16)에 자세히 記述되어있으므로 여기서는 생략

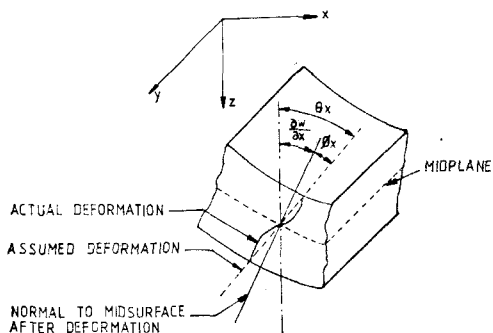


Fig. 3. Deformation of the cross-section of plate homogeneous section

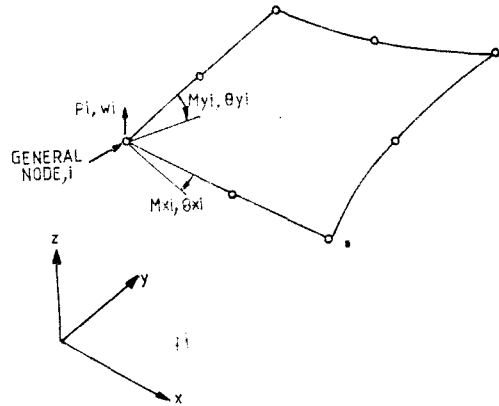


Fig. 4. Generalised forces and displacement for plate bending element

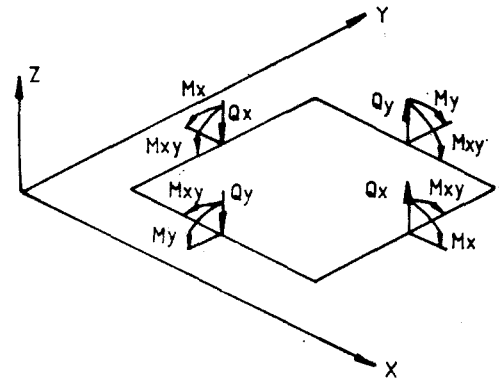


Fig. 5. Sign convention for bending moments and shear forces (+ve sense indicated)

하겠나.

3. 'Winkler' 地盤要素의 剛度行列

Fig. 6에 보인바와 같이 Winkler 基礎는 地盤을 스프링 支持로 모델化 한 것이고 그의 剛性은 地盤의 支持力 係數 k로서 나타낼수 있다.

즉 節點에서의 反力은 그 節點의 垂直變位에 比例한다고 假定한다. 이러한 모델에서는 한 節點에서의 反力은 다른 節點의 變位の 影響을 받지 않재

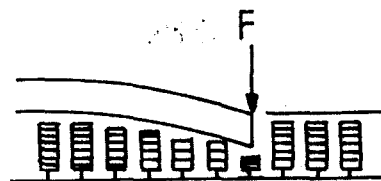


Fig. 6. Winkler foundation

되고 그러므로 地盤自體의 荷重分散 效果를 無視하게 된다.

Winkler 基礎의 경우 地盤은 Fig. 7과 같이 柱狀體의 要素로 分割할 수 있다.

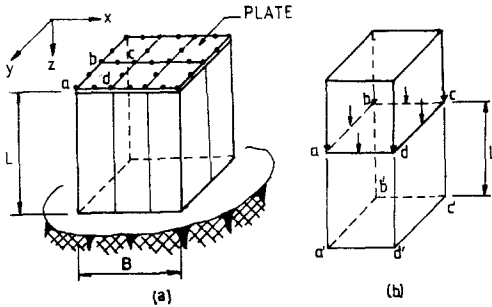


Fig. 7. (a) The element division of the plate and the soil
(b) One element section

이러한 柱狀要素 表面內의 變位는 基礎底板으로부터 받는 壓力強度에 比例하므로

$$q_x = kw \quad (2-17)$$

단, k 는 地盤係數($\text{kg/cm}^2/\text{cm}$)

이러한 q_x 에 대한 等價節點力系 F_i^* 는 假想일의 原理에 의하여 다음과 같이 評價될 수 있다.

$$\delta \delta_i^T F_i^* = \int_A (\delta w) (kw) dA \quad (2-18)$$

$$\text{단 } \delta_i^T = [w_1, w_2, \dots, w_8]$$

$$F_i^* = [F_1, F_2, \dots, F_8]$$

要素內의 變位 w 를 앞에서의 變位函數를 使用하여 節點變位의 函數로 나타내면 다음과 같다.

$$w = \delta_i^T N^T = N \delta_i \quad (2-19)$$

$$\text{단 } N = [N_1, N_2, \dots, N_8]$$

式(2-19)를 式(2-18)에 代入하면 다음과 같은 剛度方程式을 얻는다.

$$F_i = k^w \delta_i \quad (2-20)$$

$$\text{단 } k^w = \int_A N^T k N dA \\ = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 k N^T N \det. J d\xi d\eta$$

이 경우 地盤의 剛度行列 k^w 는 節點間의 連成作用이 없기 때문에 全體剛度行列에 중첩될 때는 對角線上의 要素에 合해져야 한다.

4. 全體剛度方程式의 構成

面內作用과 面外作用을 同時에 받는 셀要素에 대하여 한 節點의 變位成分은 3개의 直線變位와 3개의 回轉變位로 構成되므로 8節點에 대하여 48×48 行列이 되는 것이 通常의 이다.

왜냐하면 全體座標系에 대한 要素剛度 方程式의 中첩은 立體構造에 대한 中첩이 되므로 節點의 回轉變位 成分은 3개를 考慮해야 되기 때문이다. 따라서 全體座標系에 대한 變換을 쉽게 하기 위하여 要素剛度方程式에 z -軸 方向의 回轉自由度를 추가한 剛度方程式을 만든 후에 全體座標系으로 變換을 하고 이들을 中첩하여 構成全體의 剛度方程式을 만들던 다음과 같다.

$$FG = kGG \quad (2-21)$$

$$\text{여기서 } kG = T^T k^* T \quad (2-22)$$

$$k^* = k^m + k^b + k^w \quad (2-23)$$

$$F^* = F^m + F^b + F^w \quad (2-25)$$

T : 座標變換行列

k^m, F^m : 面內要素 剛度行列 및 等價節點力 벡터

k^b, F^b : 面外要素 剛度行列 및 等價節點力 벡터

k^w, F^w : 地盤要素 剛度行列 및 等價節點力 벡터

다만 k^w 및 F^w 는 혹과 접하는 要素에 한해서 中첩이 되며 그렇지 않은 要素의 경우에는 이 部分을 考慮할 必要가 없다.

그런데 要素剛度 行列의 定式化에서 5개의 變位 즉 $u_i, v_i, w_i, \theta_{xi}, \theta_{yi}$ 만이 考慮되었으므로 셀要素의 剛度行列에서는 이들 5개의 變位 以外에도 1개의 面內回轉(θ_z)을 받게 된다. 물론 이 面內回轉은 매우 작아서 無視할 수 있지만 要素들을 組立하여 全體構造에 대한 剛度行列을 形成할 때 變換과 演算의 편의를 위하여 θ_z 를 假想偶力 M_z 와 關聯을 지어야 하는데 에너지 最小化 過程에서 考慮된바 없으므로 要素剛度 行列에 適當한 數의 零들을 넣으므로써 다음과 같은 擬似方程式으로 表示할 수 있다.

$$M_{zi} = 0 \cdot \theta_{zi} \quad (2-26)$$

이렇게 하므로써 셀要素에 대한 剛度行列(48×48)이 式(2-27)과 같이 構成된다.

이와같은 要素剛度 行列을 全體座標系로 變換하여 全體剛度 行列을 組立할 때 어떤 한 節點에 보이

$$k_{ij} = \begin{pmatrix} k_{ij}^a & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 0 & 0 & k_{ij}^b & 0 & 0 \\ & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (2-27)$$

는 모든 要素들이 同一 平面上에 있지 않다면 相關이 없지만 사이로의 바닥판 要素들과 같이 同一 平面上에 있는 경우에는 面內回轉剛度 係數를 零으로 넣었기 때문에 不定 方程式이 언어진다. 즉 剛度行列의 行列式이 'Singular'로 되기 때문에 그의 逆을 구할수 없게된다. 이러한 問題를 解決하는 方法에는 2가지가 있는데

첫째는 局所座標系와 全體座標系 사이의 座標變換行列을 作成할때 直線變位(u_i, v_i, w_i)와 回轉變位(θ_{xi}, θ_{yi})에 대해서 各各 다른 基準座標系를 使用하는 方法이다. 즉 局所座標系에서 5개의 變位成分을 基準座標系로 變換한 후에도 그대로 維持하는 方法이다. 이 方法에 의하면 構造物 全體의 自由度를 줄일수 있어서 컴퓨터의 使用時間과 容量을 節約할수 있지만 任意形狀을 갖는 3次元 構造物에 대해서 座標變換行列의 어려움이 있게된다.

두번째 方法으로는 同一 平面上에 있는 要素들만이 모이는 節點의 面內回轉剛도에 대해서 어떤 작은 剛度係數 $k_{\theta x}$ 를 삽입하므로써 局所座標系에서의 平衡方程式을 不定形에서 다음과 같이 고쳐쓰는 것이다.

$$k_{\theta x} \cdot \theta_{xi} = 0 \quad (2-28)$$

結局 θ_{xi} 는 應力에 影響을 끼치지 않고 모든 平衡方程式과 關聯이 없으므로, 任意的 $k_{\theta x}$ 값을 剛度係數로 採擇하는 것은 結果에 無關하다. 이 方法은 첫번째 方法에 比해서 全體 自由度가 增加하므로 컴퓨터 容量과 計算時間만을 考慮한다면 不利한 方法이라고 할수 있지만 計算上的 便宜를 위하여 實際的인 方法이라 하겠다.

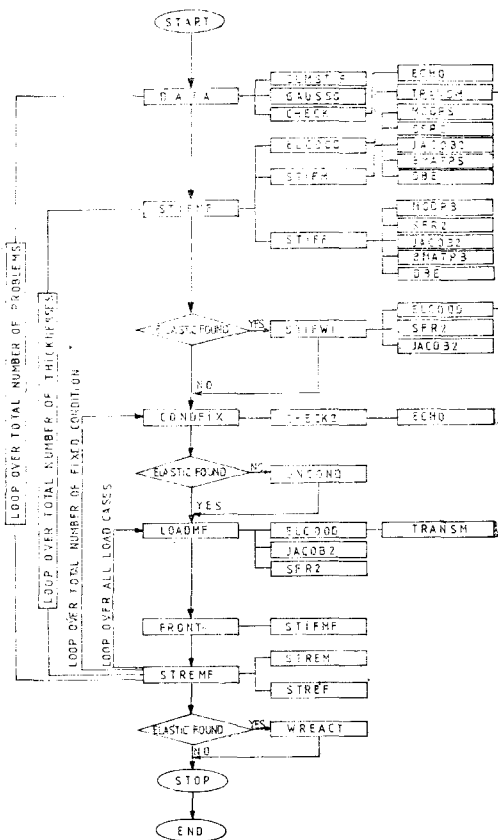
본 論文에서는 둘째 方法을 採擇하고 座標變換을 容易하게 함과 同時에 프로그램에 一般性을 부여하였다.

5. 프로그램의 構成

全體 剛度方程式의 解法은 軸對稱이 아닌 사이로 構造物 板要素로 分割할 경우 通常 要求되는 컴퓨터의 過대한 容量을 考慮하여 補助記憶裝置를 活用하는 'frontal solution method' 를 사용하였다.

이와같이 하므로써 적은 컴퓨터를 活用할 수 있었다.

또한 連續體를 有限個의 작은 要素로 分割하는데 따라서 各 要素들에 대한 幾何學的 資料를 準備해야 되고 마즈막으로 資料入力を 위해서 節點카드 및 要素카드를 作成해야 되는데 여기에 따르는 많은 어려움을 없애기 위해서 要素의 分割 및 關聯된 資料의 準備를 自動화할 수 있는 프로그램을 開發하였다. 뿐만 아니라 셀 要素에 대한 剛度行列의 組立에서 'dummy stiffness'의 삽입 여부를 判別하고 必要한 경우 셀 要素 剛度行列의 適當한 個所に 'dummy stiffness'를 삽입하는 프로그램을 開發하므로써 모든 作業이 컴퓨터 內에서 一貫하여 自動的으로 處理되도록 하였다. 본 論文에서 開發된 프로그램은 彈性地盤上에 놓인 셀 構造物 뿐만 아니라 약간의 修正만을 加한다면 모든 3次元 構造物의 解析에 利用될 수있는 汎用性이 있다.



본 研究에서 使用된 프로그램은 한개의 메인 프로그래밍과 29개의 서브루틴으로 構成되어 있으며 이의 構成은 흐름도에 의해서 Fig. 8과 같이 概略된다.

III. 提案된 解法의 應用

1. 모델 構造物

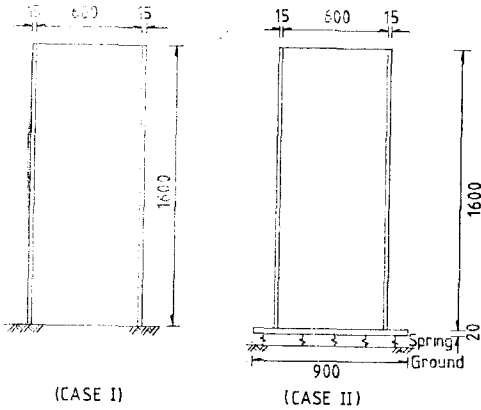


Fig. 9. Model structures

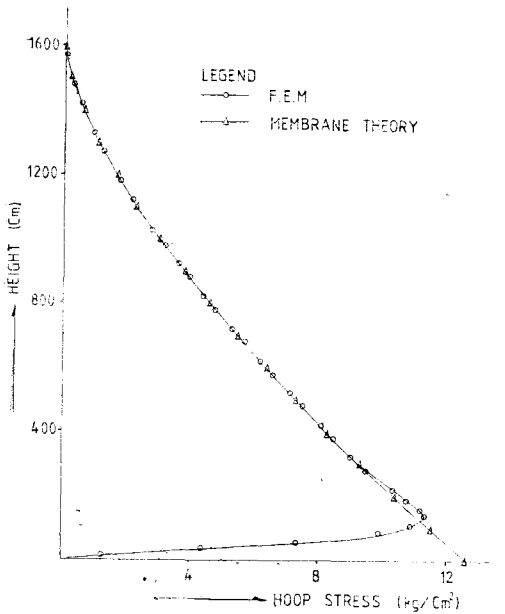


Fig. 10. Comparison of hoop stress between F.E.M. and membrane theory for case I

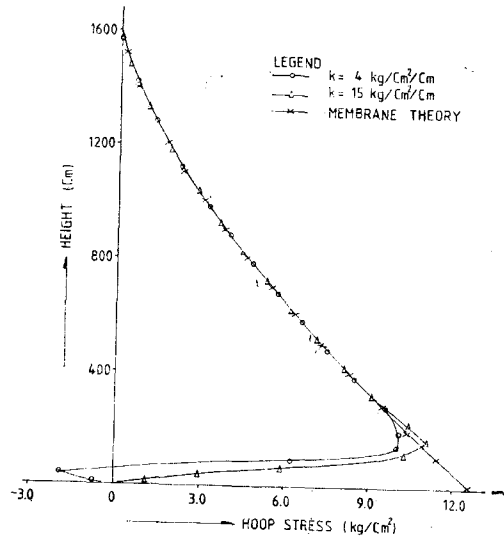


Fig. 11. Comparison of hoop stress between F.E.M. and membrane theory for case II

모델 構造物로서는 Fig. 9와 같은 높이 16m 直徑 6m되는 사이로의 下端이 固定된 경우(Case I)와 直徑 9m 되는 底版을 갖는 사이로가 彈性地盤上에 놓여있는 경우를 解析하고 이때의 圓周方向應力을 膜應力理論에 의한 圓周方向應力과를 比較 圖示한 것이 Fig. 10과 11이다. 사이로 軀體의 上部에서는 半徑方向變形이 自由로히 일어날수 있으므로 膜應力理論에 의한 값과 잘 一致되고 있으며 下端에서 값의 差異가 있는 것은 變位의 拘束 때

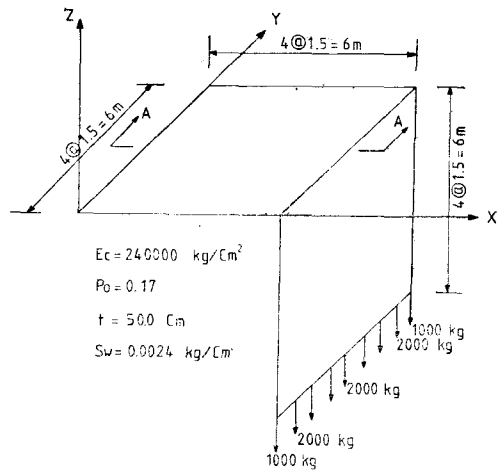


Fig. 12. Model structures for case II

력에 생기는 當然한 結果이다. 또한 Ⅰ의 固定端에 생기는 鉛直方向 反力の 合이 載荷荷重의 값과도 같음을 確認하였으며 Ⅱ의 스프링에 걸리는 反力の 合이 載荷荷重의 값과 一致되었다. 또한 彈性地盤上의 構造物이 아닌 경우에 본 解法을 適用하여 보았다. 즉 Fig. 12와 같은 構造物을 解析하여 간단히 理論에 의한 값과 比較한 것이 Fig. 13이다. 약간의 값의 差異가 있는 것은 平板을 單位幅을 갖는 캔틸레버 보로서 간단히 解析하였기 때문에 여기서는 剪斷變形的 影響과 斷面 A-A의 端部에 걸리는 모멘트의 影響 등이 無視되었기 때문이다.

이것으로서 본 論文에서 提案된 解法의 妥當성을 認定할 수 있었다.

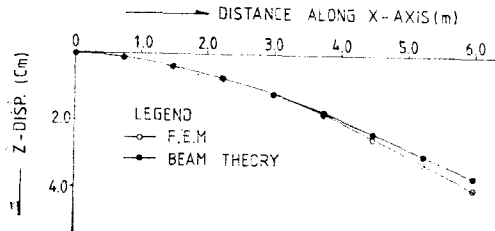


Fig. 13. Comparison of displacement between F.E.M. and beam-theory for case II

IV. 結 論

본 論文은 彈性地盤上에 놓인 쉘 構造物을 解析할 수 있는 一連의 解析模型을 開發하고 面內應力과 面外應力을 同時에 받는 構造物의 解析節次를 確立한 것이다. 여기서 提案된 解析節次는 8節點 아이소 파라메트릭 平板要素를 立體的으로 連結하고 여기에 Winkler 假定에 따르는 地盤要素를 結合하여 地盤과 構造物 사이의 相互作用을 考慮하여 解析하는 方法으로서 그의 有用성을 計算例를 通하여 檢證하였다. 計算例를 通하여 提示된 模型은 構造物의 下端이 固定이거나 또는 地盤이 軟弱한 경우이거나 단단한 경우 모두에 適用할 수 있음을 確認하였다. 또한 要素의 分割 및 그와 關聯된 幾何學的 資料의 準備는 물론 拘束條件의 設定 등 모든 作業을 컴퓨터 내에서 一貫하여 自動적으로 名理되도록 프로그램을 作成하였다. 본 論文에서의 理論構成에서 알 수 있듯이 여기서 開發된 프로그램은 거의 修正함이 없이 地盤上에 놓이는 箱子形 탱크나 高層

建物等 모든 3次元 構造物의 解析뿐만이 아니라 地盤과의 相互作用이 없이 面內應力과 面外應力을 同時에 받는 構造物의 解析에도 適用될 수 있는 汎用의 것이다. 要素의 組立에 있어서 同一 平面上에 있는 要素들만이 모이는 節點의 面內回轉剛度에 대해서 'dummy stiffness'를 삽입함으로써 複雜한 二重座標系의 使用을 피하였다. 또한 8節點 아이소 파라메트릭 要素로서 底版을 近似表現시키므로써 曲線境界를 갖는 地盤要素에 대해서도 어려움 없이 適用이 可能하다.

本 研究은 韓國科學財團의 研究費에 의하여 이루어 졌음.

參 考 文 獻

1. Lighthfoot, E. and Michael, D., "The Analysis of Ground-supported Open Circular Concrete tanks" (Part I) Civil Engineering and Public Works Review, December, 1963. pp ; 1524-1527.
2. _____, "The Analysis of Ground-supported Open Circular Concrete Tanks" (Part II) Civil Engineering and Public Works Review, January, 1964. pp ; 92-95.
3. _____, "The Analysis of Ground-supported Open Circular Concrete Tanks" (Part III) Civil Engineering and Public Works Review, September 1965. pp ; 1307-1313.
4. _____, "The Analysis of Ground-supported Open Circular Concrete Tanks" (Part IV) Civil Engineering and Public Works Review, October, 1965, pp ; 1503-1505.
5. Timoshenko, S.P. and Woinowsky-Krieger, S. "Theory of Plates and Shells" McGraw-Hill Book Co., New York.
6. Hinton and D.R.J. Owen "Finite Element Programming" Academic Press Inc., Ltd., 1977.
7. Zienkiewicz, O.C. "The Finite Element Method in Engineering Science" McGraw-Hill Book Co. Ltd., 1972.
8. Johnson, C.P. "The Analysis of Thin Shells by a Finite Element Procedures" Thesis for Ph.D. University of California, Berkeley

- Sept. 1967.
9. Sukhvarsh Jerath and Arthur P. Boresi "Stress Analysis of Bins by Shell Bending Theory" Journal of the Structural Div., ASCE, Vol. 105, No. ST 6, June, 1979, pp ; 1069-1087.
 10. Bela Goschy "Soil-Foundation-Structure Interaction" Journal of the Structural Div., ASCE, Vol. 104, No. ST, 5 May, 1978, pp ; 749-766
 11. Cheng, Y.K. and Zienkiewicz, O.C. "Plates and Tanks on Elastic Foundational Application of Finite Element, Method" Int. J. Solids Structures, 1965, Vol, 1, pp ; 451-461
 12. Davies, J.D. "Influence of Support Condition on the Behaviour of Long Rectangular Tanks" Journal of the American Concrete Institute, April 1962, pp ; 601-608.
 13. Otto J. Svec "Thick Plates on Elastic Foundations by Finite Elements" Journal of the Engineering Mechanics Div., ASCE, Vol. 102, No. EM 3, June 1976, pp ; 461-476.
 14. Richard Bolton "Stresses in Circular Pates on Elastic Foundation" Journal of the Engineering Mechanics Div., ASCE, Vol. 98, No EM 3. June, 1972, pp ; 629-640.
 15. 송유진, "탄성지반성의 축대칭프리스트 레스트 콘크리트 탱크 해석에 관한 연구" 1984. 부산대학교 대학원 박사학위 논문
 16. 조진구, 박병기, 조현영, "유한요소법에 의한 PC 농업용 사이로의 해석에 관한연구 제 1 보 "한국 농공학회지, 제23권 제 4 호 pp ; 60-74.
 17. 조진구, 조현영, 박병기, "유한요소법에 의한 농업용 사이로의 해석에 관한 연구 제 2 보—" 한국 농공학회지 제24권 제 3 호
 18. John Duncan Davis, "The influence of support conditions on the behaviour of cylindrical concrete tanks", proc. of The Institution of civil Engineers, 1962, pp ; 379-388. Y.K. CHEUNG, D.K. NAG, "Plates and beams on elastic foundation", Geotechnique, 18 : pp ; 250-260.