

# 理論的인 考察에 의한 라인 밸런싱 알고리즘의 比較 研究

## A Study on the Comparison of Line Balancing Algorithms with Theoretical Consideration

康 景 植 \*  
朴 世 榮 \*\*

### ABSTRACT

Line balancing algorithm can be classified by two class, the analytical method and the heuristic method.

In this thesis the study was focused on the deterministic line balancing model of the single model production assembly line balancing which is one of the heuristic method.

The algorithm of Tonge, Kilbridge & Wester, Helgeson & Birnie which is using the analytical method was examined with one example. And then the algorithms were compared with using line balancing - efficiency, number of work station, standard deviation and range. The result showed that Helgeson & Birnie algorithm is the most convenient in use.

A computer program was run in order to use Helgeson & algorithm more conveniently.

### 1. 序 論

오늘의 企業들이 추구하는 少品種 大量生産의 形態는 흐름작업으로 이루어지고 이 흐름작업에 대한 工程均衡이 必要하게 된다.

工程均衡을 위한 알고리즘(Algorithm)은 지금까지 약 30여가지가 發表되었다.

本研究에서는 지금까지 發表된 工程均衡 알고리즘에 관해 考察하고, 이 中 가장 根本이 되는 알고리즘인 Tonge, Kilbridge & Wester, Helgeson & Birnie, Hoffman, Jackson의 알고리즘을 比較하여 少品種 大量生産을 위한 單一品種 組立工程均衡問題 解決에 가장 妥善하게 適用할 수 있는 알고리즘을 발견·提示함으로써, 實際 現場에서 組立工程均衡問題를 解決하는 데 도움을 주고자 한다.

### 2. Assembly Line Balancing Algorithm의 分析

#### 2.1 Assembly Line Balancing Algorithm의 種類

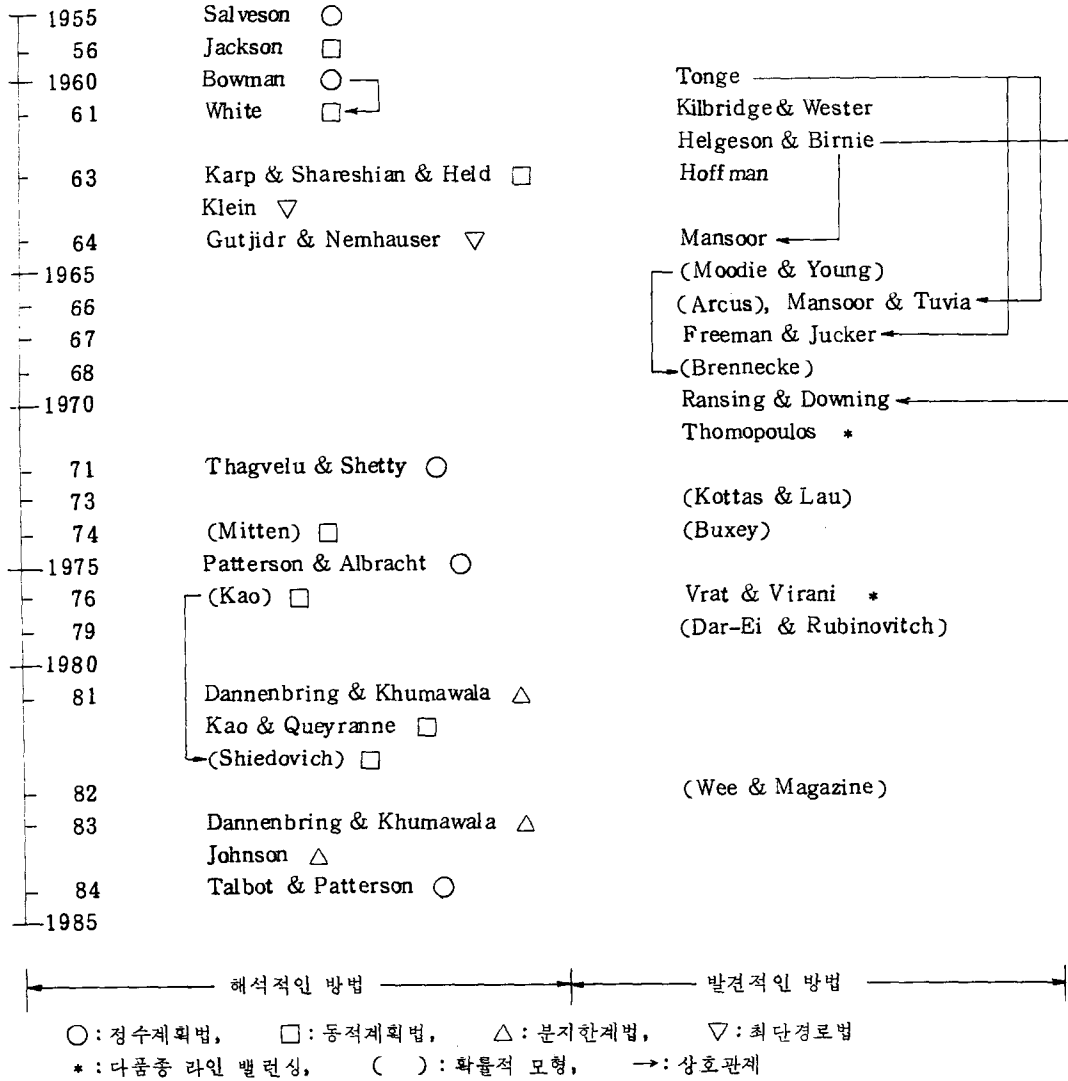
最初의 Line Balancing 문제에 대한 研究는 1954년 Benjamine Bryton에 의한 收斂節次라고 하는 Algorithm으로, Line Balancing 문제를 해석적으로 해결하려고 試圖했으며, 1955년 Melvin E. Salvesson이 발표한 論文에 의해서 Assembly Line Balancing Algorithm에 관해 본격적으로 研究되었다.

이후 여러 학자들에 의해 많은 Assembly Line Balancing Algorithm이 발표되었으며, 이 Algorithm들은 해석적 방법(A analytical Method)과 발견적 방법(Heuristic Method)으로 大別되며, 또한 해석적 방법은 풀이 기법에 따라 整數計劃法·動的計劃法·分岐限界法·最短經路法으로 나뉘고, 발견적 기법은 기법적용대상에 따라, 확정적 모형과 확률적 모형으로 나눌 수 있고, 확정적 모형은 단일품종·다품종 라인 밸런싱으로 나뉜다.

지금까지 發表된 Algorithm을 分類別로 나열하면 표 2.1 과 같다.

\* 明知大學校 産業工學科 副教授  
\*\* 明知大學校 産業工學科 講師

표 2.1 라인 밸런싱 알고리즘 분류표



2.2 Line Balancing Algorithm의 解法

2.2.1 解析的 方法 (Analytical Method)

Salveson의 技法과 Bowman, White의 技法은 라인 밸런싱 문제를 정수계획법에 의해 풀이하려는 최초의 試圖였다는 점에 큰 의의가 있다.

대부분의 정수계획법은 Bowman이 사용한 8개의

작업요소를 가진 先行作業工程圖를 例題로서 풀이하여 먼저 발표된 Algorithm과 比較되었다.

이 工程圖에 의한 각 Algorithm간의 變數 및 제한식의 數를 比較하여 보면 表 2.2와 같다.

표 2.2 정수계획법에 의한 변수 및 제한식의 갯수

정수계획법에 의한 Algorithm	Bowman	White	Thangavelu and shetty	Patterson and Albracht
변수의 수	112	56	56	29
제한식의 수	135	71	24	23

이 기법들은 모두 0-1 정수계획법을 사용하여 Line Balancing 문제를 수학적 모형으로 정식화할 수 있음을 보여주고 있으나, 복잡하고 計算過程에 많은 시간이 所要되어 실제로 사용하기에는 어려움이 있다.

최근 Talbot & Patterson<sup>1)</sup>은 Balas의 확률적 열거법에 의한 Algorithm을 發表하였다.

이 技法은 0-1 변수보다 정수변수를 사용하여 그 계산시간과 컴퓨터의 기억용량의 사용을 현저히 감소시켰다.

여기에서는 Assembly Line Balancing 문제를 다음과 같이 정식화시켰다.

$$\begin{aligned} & \text{Minimize } An \\ & \text{Subject to: } \sum_{i \in w_j} T_i \leq C \text{ for } j = 1, \dots, H, \\ & A_m \leq A_n, m \in P_n^*, \text{ for } \\ & n = 1, \dots, N. \end{aligned}$$

$A_n$ 은 마지막에 할당된 작업이고 제약 1은 어떤 특정한 작업장에 割當된 작업의 작업시간의 합이 週期時間(cycle time)  $C$ 를 초과할 수 없음을 나타낸다.

또한 이 技法의 풀이과정에서는 다음과 같은 上限値와 下限値를 사용한다.

$$\begin{aligned} U_i &= H - \left\{ (T_i + \sum_{k \in s_i} T_k) / C \right\}^+ \\ & \text{for } i = 1, \dots, N-1 \text{ and } U_N = H-1 \\ L_i &= \left\{ (T_i + \sum_{k \in p_i} T_k) / C \right\}^+ \\ & \text{for } i = 1, \dots, N. \end{aligned}$$

이 경계치는 정수변수를 사용한다.

Talbot와 Patterson은 이러한 개념에 의해서 다른 여러 학자들이 발표한 기법보다 계산속도가 빠르다는 것을 Computer C. P. U. Time을 측정함으로써 보여주었다.

Jackson은 모든 경우의 수를 나열하여 계산하거나, 불필요한 조합을 제외하고 계산하거나 모두 같은 解를 구할 수 있다는 것을 수학적으로 증명하여 보다 간편한 동적 계획모형을 발표하였다. 이어서 Held & Karp & Shareshian에 의한 動的計劃模型이 發表되었고, Mitten의 우선순위에 의한 動的計劃模型, Kao의 動的計劃模型을 한층 발전시킨 Shredovich의 動的模型이 發表되었다.

### 2.2.2 發見的인 方法(Heuristic Method)

發見的인 技法은 1985년도까지 약 20여개가 발표되었으며, 이들 기법들의 특징을 살펴보면 다음과 같다.

1960년 Tonge<sup>2)</sup>의 Algorithm에 의해 발견적인 방법이 제시되기 시작했다. 제품단위당 정해진 작업수행시간을 갖는 작업요소로서 구성된 조립공정과 그 순서가 주어졌을 때 원하는 생산을 얻기 위해 필요한 최소한의 작업장수를 찾는 방법이다.

이어 Kilbridge & Wester<sup>3)</sup>의 Algorithm이 발표되었는데, 이 방법도 주어진 주기시간에 대하여 필요로 하는 作業場數를 최소로 하는데 호환성과 이동가능성에 의해 풀이한다.

Helgeson & Birnie<sup>4)</sup>는 주어진 주기시간에 할당할 작업요소에, 해당작업요소에 후속하는 모든 작업요소들이 작업시간의 합인 위치비중(Positional weight)를 구하고 그 크기가 큰 순서로 할당해 나가는 방법이다.

Hoffman<sup>5)</sup>은 0과 1값으로 표시되는 선행행렬을 이용하여 라인 밸런싱 문제를 해결하는 방법으로 첫번째 작업장부터 주기시간 범위내에서 가능한 최대의 작업요소시간이 할당되도록 한다.

Mansoor는 Helgeson & Birnie의 기법을 발전시킨 것으로, 현재까지 실시한 작업장의 전체 遊休時間이 事前에 設定된 값을 초과할 경우 현 작업장에 마지막으로 할당된 작업요소를 소거하는 Back tracking 실시를 첨가했다. 이 방법의 특징은 점차적으로 주기시간을 증가시켜 作業場割當을 試圖해 가는 것이다.

Moodie & Young은 Assembly Line Balancing 문제에 대해 각 작업자 시간의 평균값에 적절한 편차를 더한 값이 주기시간을 초과하지 않도록 작업요소를 할당하여 각 작업자가 작업을 완료하지 못할 확률이 임의의 한계를 유지하도록 한다.

Arcus의 기법은 Computer Method of Sequencing Operations for Assembly Line이라고도 불리며, 선행관계를 어기지 않는 모든 작업요소들에 선택 확률을 부여하여 몬테칼로(Monte Carlo) 기법에 의해서 샘플링(sampling)하여 할당 작업요소를 선정하며 이런 절차를 계속 반복시켜 공정균형을 이루는 것으로, Arcus는 이 기법을 Computer programming 하였다.

Brennecke는 Moodie & Young의 方法에 라인 전체에서 완료하지 못할 확률을 사전에 설정하여 주기시간을 결정한다.

Thomopoulos는 일일 근무시간을 주기시간 대신 사용하여 일일 총작업량이 각 작업자에게 균등히 되도록 작업요소를 할당한다.

Kottas와 Lau<sup>6)</sup>는 組立Line에 배치된 작업자의 임금과 작업자가 작업을 완료하지 못했을 때 발생하

는 손실임금을 최소로 하는 모형을 제시하여 비용을 고려한 Line Balancing 문제 해결기법을 발표했다.

Vrat & Virani<sup>7)</sup>는 다품종 생산의 Line Balancing 문제를 단일 품종의 Line Balancing 문제로 변형하여 Kottas & Lau의 기법을 이용하여 풀이하는 방법을 제시하였다.

### 3. Assembly Line Balancing Algorithm의 比較分析

#### 3.1 適用對象 Algorithm에 대한 考察

앞 章에서 考察해본 各 Algorithm 중에서 適用對象 Algorithm의 長點과 短點을 整理하면 表 3.1과 같다.

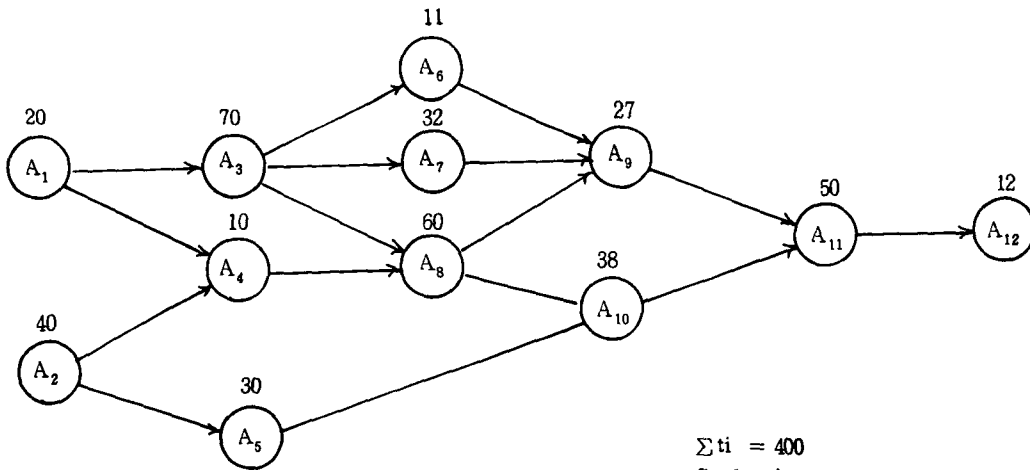
표 3.1 적용대상 Algorithm의 장·단점 비교

	장 점	단 점
Jackson	해석적 기법중에서는 비교적 계산이 가능하다. 발견적 기법에 비해 효율이 높고 편차도 적다.	큰 규모의 문제를 손으로 풀기가 어렵고 전산화해도 많은 시간이 걸린다.
Tonge	작업요소가 적은 문제에서는 비교적 좋은 해를 구할 수 있다.	전산화가 힘들다. 큰 규모의 문제를 풀기 힘들며 각 작업간의 편차가 크다.
Kilbrige & Wester	Computer나 어려운 수학적 지식 없이도 사용할 수 있다.	사람의 판단력과 직관이 개입되므로 전산화하기 힘들다.
Helgeson & Birnie	해의 풀이과정이 손쉽고 간단하여 규모가 큰 문제도 쉽게 해결된다. 발견적 기법중에서는 편차가 제일 적다.	구해진 해의 효율이 해석적인 방법보다는 다소 떨어진다.
Hoffman	발견적 기법중 해의 최적성이 가장 높다. 전산화가 용이하다.	계속 같은 계산이 반복되므로 손으로 풀기에 지루하며 편차가 크다.

#### 3.2 各 Algorithm에 대한 例題 適用

앞에서 선정한 Jackson, Tonge, Kilbrige & Wester, Helgeson & Birnie, Hoffman의 Algori-

thm을 例題에 適用하여, 各 Algorithm에 의해 풀이한 計算結果를 表 3.2에 比較하였다.



$\sum t_i = 400$   
Cycle time = 100  
단위 : 분, 작업공정수 : 12

그림 3.1 예제의 작업공정도

표 3. 2 예제의 계산결과표

Algorithm	작업장					작업장 수	최대작업장수	유휴시간	평균 효율	표준편차	범위	
	1	2	3	4	5							
Jackson	A <sub>1</sub>	A <sub>3</sub>	A <sub>8</sub>	A <sub>7</sub>	A <sub>11</sub>	5	100	100	80	80	17.26	41
	A <sub>2</sub>	A <sub>6</sub>	A <sub>10</sub>	A <sub>9</sub>	A <sub>12</sub>							
	A <sub>4</sub>											
	A <sub>5</sub>											
Tonge	A <sub>1</sub>	A <sub>3</sub>		A <sub>5</sub>	A <sub>10</sub>	5	100	100	80	80	14.01	40
	A <sub>2</sub>	A <sub>6</sub>	A <sub>8</sub>	A <sub>7</sub>	A <sub>11</sub>							
	A <sub>4</sub>			A <sub>9</sub>	A <sub>12</sub>							
Kilbridge & Wester	A <sub>1</sub>	A <sub>3</sub>	A <sub>7</sub>	A <sub>9</sub>	A <sub>11</sub>	5	100	100	80	80	14.79	38
	A <sub>2</sub>	A <sub>6</sub>	A <sub>8</sub>	A <sub>10</sub>	A <sub>12</sub>							
	A <sub>4</sub>											
	A <sub>5</sub>											
Helgeson & Birnie	A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	A <sub>8</sub>	A <sub>10</sub>	A <sub>11</sub>	5	92	100	80	87	13.52	30
	A <sub>3</sub>	A <sub>4</sub>	A <sub>7</sub>	A <sub>9</sub>	A <sub>12</sub>							
		A <sub>5</sub>										
		A <sub>6</sub>										
Hoffman	A <sub>1</sub>	A <sub>3</sub>	A <sub>8</sub>	A <sub>7</sub>	A <sub>11</sub>	5	100	100	80	80	17.26	41
	A <sub>2</sub>	A <sub>6</sub>	A <sub>10</sub>	A <sub>9</sub>	A <sub>12</sub>							
	A <sub>4</sub>											
	A <sub>5</sub>											

4. 結 論

각 Algorithm의 比較方法으로 例題를 통하여 각 Algorithm에 대한 Line Balancing 효율을 比較하고, Line Balancing 효율이 같을 때에는 각 作業時間의 산포를 나타내는 範圍와 標準偏差를 比較함으로써 Eb가 같을때 어느 Algorithm의 作業時間이 고른 均衡을 이루었는가를 分析하였다.

이러한 基準에 의해 分析한 結果, Helgeson & Birnie의 Algorithm이 現實적으로 타당하고, 實用的인 技法으로 分析되었다.

그러므로 실제現場에서 作業工程이 많고 복잡한 作業의 Single Model Assembly Line Balancing을 실시할 때에는 일단 Helgeson & Birnie의 Algorithm에 의해 試圖하는 것이 효율적이며 이 Algorithm은 실제 현장에서 Line Balancing 問題를 다루는데 많은 도움이 되리라 생각된다.

마지막으로 본 연구의 附錄으로 Helgeson & Birnie의 Algorithm의 Computer Program을 添附하였다.

參 考 文 獻

- 1) 康景植, 공정관리개론, 이공도서출판사, 1977.
- 2) F. B. Talbot & J. H. Patterson, "An Integer Programming Algorithm with Network cuts for solving the Assembly Line Balancing Problem", MS., Vol. 1, 1984, pp. 85 ~ 99.
- 3) Tonge, F. M., "Summary of a Heuristic Line Balancing Procedure", MS., Vol. 7, No 1, 1960, pp. 21 ~ 42.
- 4) Kilbridge, M. D. & L. Waster, "A Huristic Line Balancing Procedure", MS., Vol. 7, No 1, 1960, pp. 21 ~ 42.
- 5) Helgeson, W. B. & D. P. Birnie, "Assembly Line Balancing Using the Ranked Positional Weight Technique", J. IE., Vol. 12, No 6, 1961, pp. 394 ~ 398.
- 6) Hoffman, T. R., "Assembly Line Balancing with a Precedence Matrix", MS., Vol. 9, No 4, 1963, pp. 552 ~ 562.

