最適作業者數의 決定을 위한 Simulation 模型

A Simulation Model for the Determination of Optimal Workers

延 庚 化*

Abstract

The queue theory is based on the assumption that most system are normally designed to stay under steady state. Therefore, the initial problem can be represented by a symbolic model but such a representation does not permit analysis of all the interesting alternatives.

When the solution to the problem is thus restricted to a particular subclass of available alternatives, the symbolic model can be solved by mathematics to deduce which alternative is optimal. However, when be consider slightly more complicated alternatives, the analytic procedures become interactable.

The purpose of this study is to show how a simulation model enable us to handle the more complicated system after examining the characteristics of the complications that negate more complicated system. Then construct a simulation model and compare the solution of simulation models with analytic methods

1. 序 論

1・1 硏究目的

待期行列理論은 대개의 system이 稼動을 始作한 後 充分한 時間이 지나면 時間의 經過와는 關係가 없는 安定狀態에 到達한다는 假定下에서 分析을 하기 때문에 時間의 經過에 따른 system의 狀態가 重要한 關心對象이 된다. 따라서 system의 安定狀態를 豫測할 수가 있고 問題의 解가 特定의 利用可能代替案으로 限定될 때 待期行列理論을 利用하여 어느 代替案이 最適案인가를 數理的 演算方式으로 求할 수 있게 된다. 그러나 確率變數가 상당히 많은 複雜한 代替案의 경우에는 分析節次가 까다로와서 數理的인 方式으로 解를 求하는 것이 困難해진다.

이처럼 數理的인 方式으로는 解析할 수 없는 狀況이 發生할 때는 simulation을 利用하는 方法이 가장 妥當한 方法이라 할 수 있다. simulation은 非現實的인 假定의 設定이나 操作을 가하지 않고 있는 그대로의 實際system을 模型化하여 反復的인 實驗으로 最適解에 接近해가는 方法으로서 여러가지 不確實性을 包含시킬 수 있는 것이다. 이러한 점을 考慮하여 本硏究에서는 數理的 模型을 紹介하고 數理的인 方法으로 解를 구할 수 없는 問題의 特性을 檢討한 後 이 system의 最適案을 simulation에 의해 구하는 데 그 目的이 있다.

1・2 硏究方法

本硏究에서는 待期行列理論의 諸特性과 이에 준한 simulation 開發의 意義를 살펴보고 simulation 計劃을 보다 迅速하고 體系的으로 遂行하는 데 도움을 줄 수 있는 simulation 節次를 提示한다.

simulation 過程을 段階別로 살펴보면,

① 問題의 設定
② 資料의 蒐集 및 調査
③ simulation 使用有無
④ 模型의 作成
⑤ simulation

등으로 區分되나 本硏究에서는 ④ 模型의 作成에 置重하여 設計하였다.

simulation 言語로는 GPSS・DYNAMO・SIMSCRIPT・GASP・SIMULA 등과 같은 專門言語가 있었으나 本硏究의 模型에 대한 program은 BASIC을 使用하였고 이중 mainprogram은 待期行列의 system 模型을 設計하는 데 주로 活用되며 Ran-

* 湖西大學 講師.

dom number로 發生된 故障率 및 修理率 또는 作業者數의 變動을 表現하기 위해 sub-program을 作成하였다.

한편 simulation의 對象이 되는 parameter로서는 simulation 期間, 調整待期台數, 作業者數 등이 되고 이들 變數에 의해 作業者의 作業狀態, 機械(λ)의 狀態를 分析할 수 있는 數理模型을 computer simulation 模型으로 再構成시키고 時間當 總費用을 最小化시키는 代案을 選擇하도록 한다.

2. 數理的 模型

2・1 問題의 領域

研究目的을 위하여 生産問題의 一例를 다음과 같이 假定하기로 한다.

Y社는 最近 熔接作業을 自動化하기 위한 新設備를 導入하였다. 熔接作業은 4個의 生産line으로 이루어져 있으며 各 生産line의 工程能力・作業順序는 同一하고 獨立的으로 作業이 進行되고 있다. 그러나 自動化設備를 導入함으로써 發生하는 問題點은 機械故障의 發生과 熔接作業이 滿足스러울만큼 이루어지지 않는다는 점이다. 이 경우 機械의 修理와 作業調整이 必要할 때마다 製品의 待期現象이 發生됨으로써 作業效率의 減小를 招來한다. Y社는 作業効果를 最大限으로 維持하기 위해서 過去의 經驗으로부터 熔接對象製品의 到着率과 熔接機械의 作業率을 分析한 結果 各 line에서는 餘分의 機械가 稼動되어야 함을 發見하고 line당 6대의 機械를 設置하기로 하였다. 그러나 餘裕能力을 保有함으로써 間接費用이 發生되고 機械의 修理・調整作業을 担當할 作業者를 雇傭함으로써 追加的 直接費用이 發生된다. 따라서 Y社는 作業能率을 最大限으로 維持하고 費用을 最小化하는 作業者의 數를 決定해야 하는 狀況에 直面하게 된 것이다. 이 會社의 生産 line은 週6日, 1日 24時間 稼動되고 日程計劃은 製品의 規格・種類를 多樣하게 供給하는 까닭으로 同一製品을 生産하는데 生産line을 둘 以上으로 樹立할 수 없다. 또한 機械의 設置場所 및 既存의 作業方式으로 인하여 作業者는 同時에 한 line 이상의 機械에서 作業을 遂行할 수 없으나 週期的으로 한 line에서 다른 line으로 移動하도록 日程計劃이 樹立될 수는 있다.

本研究에서는 作業者의 時間當賃金을 7,200(원), 機械故障으로 인한 遊休費用이 表-1과 같이 주어진 것으로 한다.

表-1. 非稼動機械別 費用推定値 (單位:원/분)

非稼動機械數	遊休費用
0	0
1	15
2	26
3	50
4	148
5	340
6	980

2・2 模型의 前提條件

2・2・1 機械故障時間의 分布

機械故障에 대해 다음 假定을 設定한다.

① 機械의 故障發生狀況, 調整에 必要한 時間, 稼動時의 生産率에는 差가 없다.

② 任意의 時間에 機械故障發生確率은 時間과 獨立이며 一定하다.

③ 機械故障의 平均時間은 16分으로 한다.

④ 機械故障의 確率分布는 指數分布를 따른다.

2・2・2 機械修理・調整時間의 分布

作業者의 特性은 機械故障率과 類似한 것으로 假定한다.

① 作業者들의 作業能率에는 差가 없다.

② 任意의 時間에 修理・調整作業을 完了할 確率은 作業이 始作된 時間과는 獨立이며 一定하다.

③ 修理・調整作業의 平均時間은 6分으로 한다.

④ 作業時間의 確率分布는 指數分布를 따른다.

以上과 같이 熔接作業에 대한 假定을 設定하고 作業者의 數에 따른 効果를 알기 위해 數理的 模型을 考察하기로 한다.

2・3 模型의 定式化

위의 假定에 따라 機械가 稼動되고 나서 t時點後에 故障이 發生할 確率分布가

$$\mathrm{Pr}\,(t\text{ 時點에서 機械의 故障發生}) = \lambda_e^{-\lambda t}$$

이므로 t時點까지는 故障이 發生치 않고 $t+\delta$에 故障이 發生할 確率은 다음과 같이 誘導된다.

$$\mathrm{Pr}\,(t\text{에서 } t+\delta\text{에 故障發生} \mid t\text{ 前까지는 故障없음})$$

$$= \frac{\mathrm{Pr}\,(t\text{ 後 故障發生} \cap t+\delta\text{前 故障發生})}{\mathrm{Pr}\,(t\text{ 後 故障發生})}$$

$$= \frac{\int_t^{t+\delta} \lambda e^{-\lambda x}\, dx}{\int_t^{\infty} \lambda e^{-\lambda x}\, dx}$$

$$= \frac{e^{-\lambda t} - e^{-\lambda(t+\delta)}}{e^{-\lambda t}}$$

$$= 1 - e^{-\lambda\delta}$$

$\delta > 0$이고 아주 작은 값일 때 Taylor 展開를 利用하면 이 確率을 보다 간단하게 表示할 수 있다.[1)]

1) Hamdya Taha, Operations Research, Macmillan Publishing Co. Inc., 1982, p. 585.

$$f(x) = f(\lambda\delta) = e^{-\lambda\delta} = 1 - \lambda\delta + \frac{(\lambda\delta)^2}{2!} - \frac{(\lambda\delta)^3}{3!} + \frac{(\lambda\delta)^4}{4!} - \cdots$$

여기서 $(\lambda\delta)^2$항 이상은 "0"에 수렴하므로 $1 - [1-(\lambda\delta)] = \lambda\delta$가 된다. 그러므로

P_r(t까지는 故障이 없고 t에서 $t+\delta$에 故障發生) $= \lambda\delta$

가 된다. 同一한 方法으로 機械의 調整作業을 完了할 確率은

P_r(t時點에 調整을 完了) $= \mu e^{-\mu t}$

P(t時點에서 $t+\delta$에 調整을 完了) $= \mu\delta$

가 된다. 그런데 system稼動을 나타내기 위해 必要한 情報는 t時點에서의 system狀態에 대한 確率과 t時點과 $t+\delta$ 사이에 發生하게 될 狀態의 確率로서 이는 稼動되는 機械數에 의하여 決定된다.

system의 狀態를 나타내기 위해서

$P_i(t) = P_r$(t時點에 i번째 機械가 非稼動)

이라 定義하고 여기서는 6대의 機械와 2명의 作業者에 대한 模型을 取扱하기로 하면 非稼動機械數(機械故障·修理)가 0, 1, ……6대일 確率은 다음과 같이 表示할 수 있다.

$$P_0(t+\delta) = P_0(t)(1-6\lambda\delta) + P_1(t)(\mu\delta) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

$$P_1(t+\delta) = P_0(t)\,6\lambda\delta + P_1(t)(1-5\lambda\delta-\mu\delta) + P_2(t)\,2\mu\delta \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$ [2]

$$P_2(t+\delta) = P_1(t)\,5\lambda\delta + P_2(t)(1-4\lambda\delta-2\mu\delta) + P_3(t)\,2\mu\delta \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (3)$$

2) (2)식은 ① t에는 고장이 없으며 t와 $t+\delta$ 사이에 6대중 1대가 고장날 確率
② t에 1대 고장, t와 $t+\delta$에 또 다른 기계고장 없이 $t+\delta$에 작업이 끝나지 않을 確率
③ t에 2대 고장, t와 $t+\delta$에 1대의 기계조정작업이 끝날 確率을 합계한 것으로

$$P_1(t+\delta) = P_0(t)\,6\lambda\delta + P_1(t)(1-5\lambda\delta)(1-\mu\delta) + P_2(t)\,2\mu\delta(1-\mu\delta)$$ 에서

$$P_1(t)(1-5\lambda\delta)(1-\mu\delta) = P_1(t)(1-5\lambda\delta-\mu\delta+5\lambda\cdot\mu\delta^2)$$

δ^2은 0에 수렴하므로 $P_1(t)(1-5\lambda\delta-\mu\delta)$

기계 1대가 고장이고 1대가 수리될 確率은 $\mu\delta(1-\mu\delta)$. 그런데 작업자가 2명이므로 $2\mu\delta(1-\mu\delta) = 2\mu\delta - 2(\mu\delta)^2$에서 $(\mu\delta)^2$은 제거되므로 $2\mu\delta$

$\therefore P_0(t)\,6\lambda\delta + P_1(t)(1-5\lambda\delta-\mu\delta) + P_2(t)\,2\mu\delta$ 가 된다. (3)式이하도 동일하게 전개된다.

$$P_3(t+\delta) = P_2(t)\,4\lambda\delta + P_3(t)(1-3\lambda\delta-2\mu\delta) + P_4(t)\,2\mu\delta \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (4)$$

$$P_4(t+\delta) = P_3(t)\,3\lambda\delta + P_4(t)(1-2\lambda\delta-2\mu\delta) + P_5(t)\,2\mu\delta \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (5)$$

$$P_5(t+\delta) = P_4(t)\,2\lambda\delta + P_5(t)(1-\lambda-2\mu\delta) + P_6(t)\,2\mu\delta \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (6)$$

$$P_6(t+\delta) = P_5(t)\,\lambda\delta + P_6(t)(1-2\mu\delta) \cdots (7)$$

그런데 熔接機械system을 稼動시키는 데 대한 費用을 推定하기 위해서는 各 機械가 故障이 發生할 安定狀態의 確率을 求해야 한다. 이는 위 式 (1)~(7)에서 $P_0(t)$를 左邊으로 移向하여 δ로 나누어서 $\delta \to 0$를 取하고 時間과는 獨立이므로 時間을 나타내는 添字를 除去함으로써 얻은 새로운 方程式으로부터 求할 수 있다.

$$P_0(t+\delta) = P_0(t)(1-6\lambda\delta) + P_1(t)(\mu\delta) = P_0(t) - P_0(t)\cdot 6\lambda\delta + P_1(t)(\mu\delta)$$

$$P_0(t+\delta) - P_0(t) = -P_0(t)\cdot 6\lambda\delta + P_1(t)(\mu\delta)$$

$$\frac{P_0(t+\delta)-P_0(t)}{\delta} = -6\lambda\cdot P_0(t) + P_1(t)\,\mu$$

$$\lim_{\delta\to 0}\frac{P_0(t+\delta)-P_0(t)}{\delta} = -6\lambda P_0(t) + P_1(t)\mu$$

$$0 = -6\lambda P_0 + P_1\cdot\mu$$

$$\therefore 6\lambda P_0 = \mu P_1 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (8)$$

同一한 方法으로

$$(5\lambda+\mu)P_1 = 6\lambda P_0 + 2\mu P_2 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (9)$$

$$(4\lambda+2\mu)P_2 = 5\lambda P_1 + 2\mu P_3 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (10)$$

$$(3\lambda+2\mu)P_3 = 3\lambda P_2 + 2\mu P_4 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (11)$$

$$(2\lambda+2\mu)P_4 = 3\lambda P_3 + 2\mu P_5 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (12)$$

$$(\lambda+2\mu)P_5 = 2\lambda P_4 + 2\mu P_6 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (13)$$

$$2\mu P_6 = \lambda P_5 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (14)$$

위 式에서 P_0가 決定되면 $P_i(i>1)$에 대한 解는 차례로 구할 수 있으며 P_0는 $\sum_{i=0}^{6} P_i = 1.0$ 임을 利用하여 決定할 수 있다. 위 式은 6대의 機械와 作業者가 2명인 system에서 各 機械의 故障發生에 대한 安定狀態를 推定하기 위한 式이다. 이를 더 擴大해서 M대의 機械, A명의 作業者인 경우 安定狀態의 確率은 다음 式으로 구할 수 있다.[3) 4)]

3) James R. Emshoff, Roger L. Sissom, Design and use of Computer Simulation Models, Mckinsey & Company, Inc., 1970, p. 33.

4) Feller는 다음 식을 이용하고 있다(m은 비가동 기계수).
$m < A$일 때 $(m+1)\,\mu P_{m+1} = (M-m)\lambda P_m$
$m \geq A$일 때 $A\mu P_{m+1} = (M-m)\lambda P_m$
Feller. W, An Introduction to Probability Theory and Its Applications, Volume I, John Wiley & Sons, Inc., 1968, p. 465.

$j <$ A일 때

$$E[D_{A(j+1)}] = \frac{(M-j)\lambda}{(j+1)\mu} \cdot E[D_{A(j)}] \cdots (15)$$

$j \geqq$ A일 때

$$E[D_{A(j+1)}] = \frac{(M-j)\lambda}{A\mu} \cdot E[D_{A(j)}] \cdots (16)$$

$E[D_{A(j)}]$; 作業者가 A명일 때 非稼動機械數가 j 대일 確率

式 (15)~(16)을 利用하면 P_0는 다음과 같이 求할 수 있다(M=6, A=1, 2, 3,).

A=1일 때

$$P_0 = \frac{1}{1+6(\frac{\lambda}{\mu})+30(\frac{\lambda}{\mu})^2+120(\frac{\lambda}{\mu})^3+360(\frac{\lambda}{\mu})^4+720(\frac{\lambda}{\mu})^5+720(\frac{\lambda}{\mu})^6}$$

$$P_1 = 6\ (\frac{\lambda}{\mu}) \cdot P_0 \qquad P_4 = 360(\frac{\lambda}{\mu})^4 \cdot P_0$$

$$P_2 = 30(\frac{\lambda}{\mu})^2 \cdot P_0 \qquad P_5 = 720(\frac{\lambda}{\mu})^5 \cdot P_0$$

$$P_3 = 120(\frac{\lambda}{\mu})^3 \cdot P_0 \qquad P_6 = 720(\frac{\lambda}{\mu})^6 \cdot P_0$$

A=2일 때

$$P_0 = \frac{1}{1+6(\frac{\lambda}{\mu})+15(\frac{\lambda}{\mu})^2+30(\frac{\lambda}{\mu})^3+45(\frac{\lambda}{\mu})^4+45(\frac{\lambda}{\mu})^5+22.5(\frac{\lambda}{\mu})^6}$$

$$P_1 = 6\ (\frac{\lambda}{\mu}) \cdot P_0 \qquad P_4 = 45(\frac{\lambda}{\mu})^4 \cdot P_0$$

$$P_2 = 15(\frac{\lambda}{\mu})^2 \cdot P_0 \qquad P_5 = 45(\frac{\lambda}{\mu})^5 \cdot P_0$$

$$P_3 = 30(\frac{\lambda}{\mu})^3 \cdot P_0 \qquad P_6 = 22.5(\frac{\lambda}{\mu})^6 \cdot P_0$$

A=3일 때

$$P_0 = \frac{1}{1+6(\frac{\lambda}{\mu})+15(\frac{\lambda}{\mu})^2+20(\frac{\lambda}{\mu})^3+20(\frac{\lambda}{\mu})^4+\frac{40}{3}(\frac{\lambda}{\mu})^5+\frac{40}{9}(\frac{\lambda}{\mu})^6}$$

여기서 確率의 推定과 關聯된 資料를 假定에서 選定한 값으로 위 式에 代入하면 各 機械의 故障에 대한 確率은 表-2와 같이 求해진다.

$M=6,\ A=1, 2, 3,\ \lambda=0.0625,\ \mu=0.167$

表-2. 作業者別 故障機械數에 대한 安定状態의 確率

作業者數	$P_i = i$ 대가 非稼動될 確率						
	P_0	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6
1	0.036	0.080	0.150	0.224	0.252	0.188	0.070
2	0.122	0.274	0.256	0.192	0.108	0.040	0.008
3	0.145	0.325	0.304	0.152	0.057	0.014	0.002

各 機械가 非稼動일 確率이 決定되면 다음의 費用模型[5]을 利用하여 時間當 機械의 非稼動으로 인하여 發生하는 費用과 system稼動의 總費用을 産出할 수 있다.

$$TC(A) = \sum_{j=1}^{6} C_j \cdot E[D_{A(j)}] + A \cdot L$$

TC (A) : 作業者가 A명일 때 system稼動의 時間當 總費用

L : 時間當 賃金

$E[D_{A(j)}]$: 作業者가 A명일 때 非稼動機械가 j 대일 確率

C_j : 非稼動機械가 j 대일 때 時間當 費用

表-3. 作業人員別 system 費用

(단위 : 원/시간)

作業人員	賃 金	非稼動費用	稼動總費用
1	7,200	11166.96	18366.96
2	14,400	3467.4	17867.4
3	21,600	2132.1	23732.1

위 表에서 作業者 1명을 雇傭하든 2명을 雇傭하든 system總費用에는 그렇게 큰 差가 없으나 system 에

5) James R. Emshoff, Roger L. Sisson, op. cit., p. 26.

미치는 效果는 전혀 다르다. 1명을 雇傭하는 경우 勞動力은 가장 效率的으로 利用할 수 있으나 機械遊休時間의 頻度가 높고 두명을 雇傭할 경우 機械의 稼動率은 더 높아지지만 훨씬 높은 賃金을 發生시킨다.

以上의 結果로 各 line에 1.5명을 雇傭함으로써 system이 훨씬 더 經濟的으로 稼動될 수 있음을 짐작할 수 있다. 물론 實際로 1.5명을 雇傭한다는 것은 不可能한 일이지만 1.5명을 雇傭하는 經濟的 効果에는 近接할 수가 있다. 즉, 서로 다른 機能을 가진 2명의 作業者를 雇傭해서 1명은 하나의 生産 line에 있는 6대의 作業을 担當하는 固定作業者로, 다른 1명은 둘 또는 그 以上의 line에 대해 指定된 順序에 따라 各 line을 巡回하는 巡回作業者로 配置하는 것이다.[6)]

巡回作業者를 system稼動에 適用하는 경우 앞에서 誘導된 待期行列理論을 利用해서는 system 狀態를 表現할 수 없다. 待期理論에서는 system의 狀態가 t時點에 있음을 條件으로 $t+\delta$에서의 system 狀態만을 나타낸 것이며 時間과는 獨立임을 假定하기 때문에 安定狀態를 豫測할 수 있었으나 巡回作業者가 雇傭된 경우 模型의 變數中 時間을 分明히 包含시켜야 한다. 作業者의 數는 時間의 函數가 되기 때문이며[7)] 固定作業者와 巡回作業者의 併用system에서 安定狀態의 解는 一定한 cycle로 循環을 하게 되기 때문이다.

固定作業者와 巡回作業者를 1명씩 雇傭한 system의 狀態에 대한 確率을 다음과 같이 定義하기로 한다.

$P_n(t, c) = P_r$(巡回作業者가 c회 cycle 完了後 c+1회 始作하는 t에서 非稼動台數가 n)

cycle은 最初에 巡回作業者와 固定作業者가 동시에 作業을 進行해서 固定作業者만이 作業을 進行하는 것으로 終了된다. 그러므로 1회 cycle이 T時間 持續되고 1회 cycle동안 巡回作業者가 T_A時間을 利用할 수 있다면

A＝2일 때

$0 < t \leqq T_A$

A＝1일 때

$T_A < t < T$

됨으로 任意의 t, c에 대해서 (t, c)의 可能한 狀態 및 δ의 推移에 따른 $(t+\delta, c)$에서의 system의 狀態를 定義할 수 있다. system이 稼動되고 過渡的 狀態(transient state)가 消滅된 후 각 cycle은 다음 cycle과 同一하게 進行됨으로 時間的 變動問題를 部分的으로 單純化할 수 있다. 즉,

$$\operatorname*{line}_{c\to\infty} p_n(t, c) = P_n(t)$$

그러므로 巡回作業者와 固定作業者의 system에서도 式 (1)～(14)와 同一한 方法으로 $\Delta P_n(t)/\Delta t$에 관한 式을 誘導할 수 있다. 그러나 여기서는 시간의 函數이므로 添字인 (t)를 除去할 수 없으며 微分方程式을 "O"로 놓아서는 安定狀態의 解를 求할 수 없고 system稼動用의 推定値는 다음 聯立方程式을 풀어야 한다.

① $0 < t \leqq T_A$ 일 때

$$\frac{\Delta P_0(t)}{\Delta t} = -6\lambda P_0(t) + \mu P_1(t)$$

$$\frac{\Delta P_1(t)}{\Delta t} = -(5\lambda+\mu)P_1(t) + 6\lambda P_0(t) + 2\mu P_2(t)$$

$i = 2, 3, 4, 5$ 일 때

$$\frac{\Delta P_i(t)}{\Delta t} = -[(6-i)\lambda + 2\mu]P_i(t) + [6-(i-1)]\lambda P_{i-1}(t) + 2\mu P_{i+1}(t)$$

$$\frac{\Delta P_6(t)}{4t} = -2\mu P_6(t) + \lambda P_5(t)$$

② $T_A < t \leqq T$ 일 때[8)]

$$\frac{\Delta P_0(t)}{\Delta t} = -6\lambda P_0(t) + \mu P_1(t)$$

i_0 $i = 1, 2, 3, 4, 5$ 일 때

$$\frac{\Delta P_i(t)}{\Delta t} = -[(6-i)\lambda + \mu]P_i(t) + [6-(i-1)]\lambda P_{i-1}(t) + \mu P_{i+1}(t)$$

$$\frac{\Delta P_6(t)}{\Delta t} = -\mu P_6(t) + \lambda P_5(t)$$

위 式에서처럼 巡回作業者를 配置한 경우 非稼動時間의 確率은 式 (1)～(14)에서와 같이 간단한 式으로는 計算할 수 없다. 이러한 問題를 解決할 수 있는 方法으로는 simulation이 가장 妥當한 方法이 된다. simulation은 實際 system을 模型化하고 simulation 實驗에 의거하여 狀況變化에 따른 여러 代替案을 順次的으로 評價하는 方法이기 때문이다.

3. Simulation 模型의 設定

6) 1.25명이 最適解인 경우는 1명의 固定作業者와 cycle time의 1/4을 各 line에 할애하는 巡回作業者를 配置함으로써 1.25명을 雇傭하는 經濟的 効果에 近接할 수 있다.

7) 이 경우 安定狀態의 確率分布는 λ보다는 μ에 의존하기 때문이다.
War D. Whitt, Approximating A point Process By a Renewal Process ; The View through A Queue An Indirect Approach, Management Science, Vol. 27, No. 6, June 1981, p. 632.

8) 作業者가 1명인 경우 機械遊休의 狀態. t ; c+1회의 cycle시간, T_A ; 固定作業者와 巡回作業者의 利用作業時間의 合. T: cycle시간.

3・1 Simultion의 一般的 節次

simulation의 수행을 위한 節次는 다음과 같다.[9)]

3・1・1 問題의 定式化

이 段階에서는 達成해야 할 目的이 무엇인가를 明確히 하는 것이다. 즉, 當面한 問題에 대한 明確한 定義, 問題의 代案을 評價하기 위한 達成度를 計算하는 目的函數의 決定, 統制可能變數와 統制不可能變數를 決定하는 것이다. 따라서 모든 parameter와 變數를 取扱한다.

3・1・2 資料의 蒐集과 分析

이 段階에서는 資料가 parameter의 값을 推定하는 데 利用될 수 있는가 아니면 過去의 資料를 變數의 값으로 利用할 것인가를 決定해야 한다. simulation에서 利用되는 資料는 다음과 같다.

① 變數와 parameter의 推定値를 決定

② 變數의 初期狀態의 決定

③ 模型의 妥當性을 檢證하기 위해 出力과 比較할 수 있는 資料를 提供해야 한다.

이 資料가 必要할 때 利用될 수 있도록 資料가 分類되어 蒐集되고 適合性이 評價되어야 한다.

3・1・3 subsystem模型의 定式化

制御不可能한 內生變數의 過去資料는 여러개의 subsystem으로 구분하여 subsystem을 檢證하는데 有效하다.

3・1・4 subsystem의 simulation 模型으로 轉換

simulation을 記述하기에 가장 適切한 言語를 選定해야 하고 subsystem을 system活動의 論理的順序를 나타내는 흐름도로 變型시켜야 한다. 흐름도는 選定된 言語로 프로그램이 計劃된다.

3・1・5 變數와 parameter의 推定

時間이 經過함에 따른 變數와 값을 蒐集하고 度數分布를 計算하는 一般的인 資料處理過程이다.

3・1・6 simulation debugging

submodel은 다른 submodel과 獨立되도록 選定되어야 한다. 이 條件은 simulation프로그램을 debugging하는데 利用된다. 왜냐하면 各 submodel은 獨立的으로 記述되고 檢證되기 때문이다. submodel은 內生變數의 出力과 그에 對應하는 過去의 實績資料로 比較, 檢證된다.

3・1・7 模型의 妥當性檢證

模型이 意圖하는 대로 目的을 遂行하는가, system의 實際稼動을 豫測할 수 있는가, 變數 parameter 關係가 妥當한가를 類似한 外生變數의 값과 類似한 環境下에서 얻은 制御變數의 實績資料를 比較함으로써 檢證된다.

3・1・8 實驗計劃

制御變數의 1개組合에 관한 達成度를 알기 위해서 必要한 計算機費用, 特定變數에 대한 達成度의 感度, 制御變數間의 相互作用分析에 대한 設計를 行한다.

3・1・9 simulation의 實行

simulation模型의 妥當性이 檢證되고 나면 實驗計劃에 의해 實行된다. 이 段階는 앞으로의 simulation期間, 模型 또는 問題의 再定式化에 의해 實驗的인 設計가 變便될 수도 있는 出力을 觀察하는 段階이므로 매우 重要하다.

以上의 節次로 進行이 되나 simulation을 實行하기 前에 本 問題에서 先決되어야 할 세가지의 重要한 問題는 다음과 같다. 첫째 cycle의 時間길이와 cycle 時間內에 作業者의 作業時間을 配分하는 것이고, 둘째 simulation에서 어떠한 出力을 必要로 하는 것인가를 決定하는 것이며, 세째 初期狀態에 依存하지 않는 結果를 얻을 수 있도록 simulation의 時間길이와 單位時間크기를 決定하는 것이다.

3・2 模型의 一般條件

本硏究를 위한 simulation模型에서는 다음과 같은 몇가지 條件을 設定하였다.

3・2・1 MTBF와 MTTR

simulation進行의 時間間隔을 ¼單位로 實行할 때에 δ 사이에 修理가 完了될 確率은 0.167이며 稼動中의 機械가 故障이 發生할 確率은 0.0625이다.

3・2・2 費用要素

system의 稼動費를 決定하기 위해서는 稼動費에 關聯된 變數를 把握하고 作業者의 數에 따른 稼動費의 效果를 考慮하여야 한다. 이 問題를 解決하기 위한 費用要素는 다음과 같다.

① 作業者의 賃金

② 機械遊休로 發生되는 損失

③ 製品흐름의 制限으로 發生되는 損失

④ 機械故障으로 發生되는 損失

3・3 模型의 定式化

費用資料를 蒐集하기 전에 어떠한 資料를 準備할 것인가를 把握하기 위해서는 模型의 種類를 考慮해야 한다. 本硏究에서는 다음 模型을 利用하였다.

總費用＝〔費用係數 1 × 1時間에 機械 1 대의 故障時間〕
＋〔費用係數 2 × 1 時間에 機械 2 대의 故障時間〕

9) James R. Emshoff, Roger L. Sisson, op. cit., pp. 50～58.

+〔費用係數 3 × 1 時間에 機械 3 대의 故障時間〕
+
⋮
⋮
+〔費用係數 6 × 1 時間에 機械 6 대의 故障時間〕
+作業者賃金

3・4 出力形式

cycle 時間을 1時間으로 하여 最適作業者를 決定할 수 있는 費用을 評價하기 위해서는 1 cycle 당 機械稼動時間을 推定해야 하므로 simulator 를 適當期間동안 稼動한 후 非稼動機械台數의 比率을 求하여 system 稼動費用의 推定에 必要한 情報를 얻도록 設計하였다.

3・4・1 時間單位

適當한 時間分割의 幅을 $\delta = 1/4$ 로 選定하여 實行하였다.

3・4・2 實行單位時間

8時間 shift 를 10회 實行, 즉 19,200 單位時間을 simulation 時間으로 選定하여 實行하였다.

4. Simulation 實行

本硏究에서 다룬 最適作業者數를 決定하기 위한 simulation 模型에서는 서로 獨立인 區間 $0.0 \leq x \leq 1.0$ 에서 分布하는 亂數를 發生시켜 故障發生과 修理完了를 模型化 하였다. 이 simulation 模型이 構成하는 program에 대해 記述하면 다음과 같다.

4・1・1 simulation main program

單位時間에 대한 各 機械의 故障發生確率과 修理完了確率을 求하기 위한 諸般過程을 包含한다.

4・1・2 sub routine program

特定한 分布를 따르는 確率變數를 求하기 위한 亂數發生過程을 包含한다.

上記한 program으로 構成한 flow-chart는 그림 -1과 같다.

4・1・3 simulation 結果

表-4는 非稼動中인 機械가 0대에서 6대까지가 될 確率을 simulation에 의해 구한 結果이다.

表-4. 各 機械가 非稼動일 確率

순회작업자의 line 담당시간	$P_j = j$ 대가 非稼動일 確率						
	P_0	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6
¼	0.049	0.110	0.205	0.244	0.219	0.130	0.039
½	0.060	0.134	0.250	0.249	0.186	0.092	0.023
¾	0.069	0.154	0.288	0.246	0.157	0.067	0.014

4・1・4. 總費用의 計算結果

表-5는 最適作業者의 數를 決定하기 위한 費用을 計算한 結果이다. 이에 따라 經營者는 政策樹立에 必要한 最適資料를 구할 수 있게 될 것이다.

表-5. 作業者數에 따른 費用

(단위 : 원/시간)

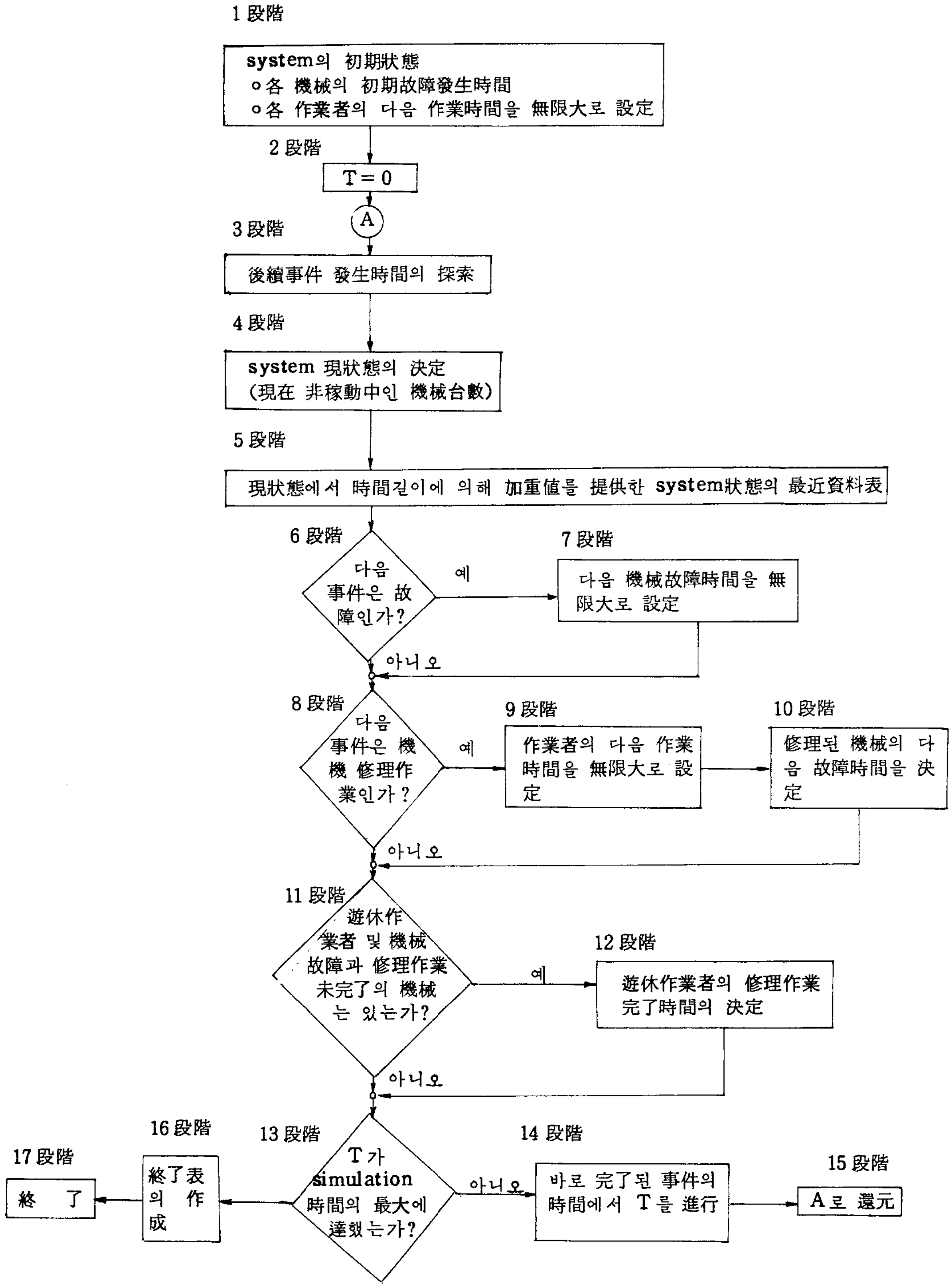
作業者數	賃 金	非稼動費用	system 總費用
1	7.200	11166.96	18366.96
1¼	9,000	8040.72	17040.72
1½	10,800	6138.48	16938.48
1¾	12,600	4910.04	17510.04
2	14,400	3467.4	17867.4

5. 結 論

以上의 結果로 보면 待期行列理論을 適用하여 産出된 最適作業者의 數와 simulation 模型을 통하여 産出된 最適作業者를 比較할 때 4個의 生産 line 에 1명씩의 固定作業者를 配置하고 30分의 cycle 時間을 갖는 巡回作業者를 利用하는 것이 年間 約 6,910,000원의 費用을 節約할 수가 있음을 알 수 있다.

待期行列의 數理的 模型은 機械故障時間의 分布, 修理作業時間의 分布가 獨立이며 一定한 安定狀態를 假定함으로써 成立된다. 물론 이러한 非現實的인 假定의 設定에도 불구하고 理論과 그 結果가 그대로의 價値를 지니고 있기는 하지만 simulation 을 위한 模型은 理論的 分析을 위한 待期行列模型에서보다 훨씬 現實狀況에 近接한 假定들로서 그 構成이 可能하다. 그러므로 simulation에 의해 얻어진 分析結果는 安定狀態에의 接近可能性 如何에 따라 過渡狀態에서의 system 稼動에 관하여 有用한 情報를 많이 提供할 수 있는 것이다. 따라서 이러한 두가지 資料를 모두 檢討한 후에 實際問題에 대한 意思決定을 행하는 것이 바람직하다고 하겠다.

參 考 文 獻



그림－1. Simulation의 flow-chart

1) 尹錫喆, 計量經營學, 經文社, 1983.
2) Harvey M. Wagner, Principles of Management Science, Tower Press, 1975.
3) Feller W, An Introduction to Probability Theory and Its Applications, Volume I, John Wiley & Sons Inc., 1968.
4) Paul G. Hoel, Sidney C. Port, Charles J. Stone, Introduction to Stochastic Process, Houghton Minfflin Company, 1972.
5) Frederick S. Hillier, Gerald J. Lieberman, Introduction to Operations Research, Holden −Day Inc, 1974.
6) Ward Whitt, Approximating A Point Process by A Renewal Process ; The View Through A Queue, An Indirect Approach, Management Science, Vol. 27. No 6, June 1981.
7) Howard J. Weiss ; The Compution of Optimal Control Limits for a Queue With Batch Services, Management Science, Vol. 25. No. 4, April 1979.
8) Hamdy A. Taha, Operations Research, MacMillan Publishing Co., Inc., 1982.
9) Richard I. Levin, Charles A. Kirkpatrick David S. Rubin, Quantitative Approaches to Management, McGraw-Hill Book Company, 1982.
10) Geoffrey Gordon, System Simulation, Prentice-Hall, Inc., 1978.
11) Everett E. Adam, Ronald J. Ebere, Production and Operations Management, Prentice-Hall, Inc., 1978.
12) James R. Emshoff, Roger L. Sisson, Design and Use of Computer Simulation Models, Mckinsey & Company, Inc., 1970.