

Nonorthogonal 基本函數의 信號處理

車潤烈 安聖烈* 面會員 金門浩**

Nonorthogonal Basis Functions to Signal Processing

Seoung Ryeul AN* Associate Member, Moon Ho LEE**, Regular Member

要 約 Walsh function은 최근 디지털信號處理에 많이 이용되고 있다. 本論文에서는 Walsh函數을 非線形시스템에 적용하여 信號를 數出할 때 有用함을 보였다. Nonorthogonal 3 角波信號는 주리에 數로 나타낼 수 있다. Nonorthogonal 基本函數의 信號處理는 양복집에서 고객의 需求를 考慮하는 業務의 信號를 處理할 수 있음을 確認했다.

ABSTRACT An interesting area of application which makes use of the unique features of the walsh series is that of non-linear stochastic problems. In particular, some success has been obtained in improving the efficiency of signal detection for those transducers which are essentially non-linear in operation. The set of harmonically-related nonorthogonal triangle waves is shown to form a basis spanning the same function space representable by fourier(trigonometric) series. A method for generating nonorthogonal bases for signal representation is presented tailor-made basis function can be used for specific purposes. Fundamental proofs of the basis properties of the representation are examined along with examples illustrating the techniques and computer simulation.

1. 서 론

수기파형으로 나타내는 신호의 해석은 애널로그에서 디지털화되어가는 오늘에 이르기까지 우리에 급수가 신호처리에 유용하게 사용되고 있다. 최근 디지털 신호에서는 Walsh, Hadamard, Cosine, Haar 그리고 Slant등의 orthogonal의 기본함수인 변환 부호화로 영상신호를 처리하고 있다.

본 논문에서는 orthogonal이 아닌 nonorthogonal한 주기함수로 신호처리방법을 제시했다^[1].

nonorthogonal기본함수는 orthogonal에서 보이고 있는 데이터 압축, sparse가 됨을 보이기 위하여 triangular기본함수들을 적용하므로 모든 신호들이 이루고 있는 cosine과 sine의 신호를 나타낼 수 있다. 또 nonorthogonal함수가 linear bijec-

tive map이나 banach space에 있음을 증명하고 mapping관계 및 수렴법을 보이고 평균자승오차도 구했다^[2].

nonorthogonal은 자유로이 만들 수 있는 새로운 함수를 가지고 있어 특수한 목적에 사용할 수 있고 신호합성과 신호분석 그리고 데이터 압축 등에 적용할 수 있다. 최근에 DSP IC가 나온으로써 nonlinear처리를 더욱 용이하게 구현할 수 있다.

2. 비선형 함수를 Walsh(orthogonal) 함수로 표시

Walsh함수를 비선형에 적용하는 방법은 그림 1과 같다. 만일 주어진 파형들은 Walsh함수들의 순서에 의해서 파형들을 한 단계씩 원래신호에 접근시키면 나타낼 수 있다면 독립된 계단들의 크기는 변하나 전체적인 계단수는 변하지 않는다^[6]. 입력신호가 다음과 같이 Walsh함수로 나타낸다면

$$X(t) = WAL(r, t) + WAL(s, t) \quad (1)$$

* 全北大學校工科大學電子工程科

Dept. of Electronics Engineering Chonbuk National University Korea

論文番號 : 85-04 (接受 1984. 12. 31)

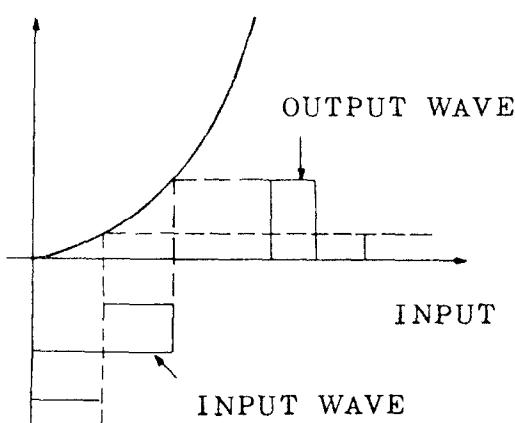


그림 1 계단신호의 비선형연산처리
Non-linear operations on a stair-stepped signal.

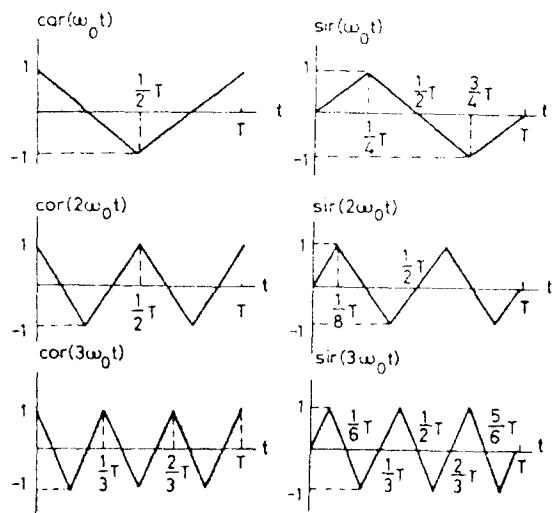


그림 2 삼각기본함수
Triangular basis function.

출력신호는 전력차승법칙에 의해 식(2)와 같이 표시된다.

$$y(t) = a_1 x(t) + a_2 x^2(t) + a_3 x^3(t) \quad (2)$$

식(1)과 식(2)에서

$$\begin{aligned} y(t) &= a_1 [\text{WAL}(r, t) + \text{WAL}(s, t)] \\ &\quad + a_2 [\text{WAL}^2(r, t) + \text{WAL}^2(s, t) \\ &\quad + 2\text{WAL}(r, t)\text{WAL}(s, t)] \\ &\quad + a_3 [\text{WAL}^3(r, t) + \text{WAL}^3(s, t) \\ &\quad \quad \quad \text{WAL}(r, t) \\ &\quad + 2\text{WAL}^2(r, t)\text{WAL}(s, t) \\ &\quad + \text{WAL}(s, t)\text{WAL}^2(r, t) \\ &\quad + \text{WAL}^3(s, t) + 2\text{WAL}(r, t) \\ &\quad \quad \quad \text{WAL}^2(s, t)] \end{aligned} \quad (3)$$

Walsh변환의 몇 셈이론에 의해 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} y(t) &= a_1 [\text{WAL}(r, t) + \text{WAL}(s, t)] \\ &\quad + a_2 [2\text{WAL}(r+s, t) + 2\text{WAL}(o, t)] \\ &\quad + a_3 [\text{WAL}(r, t) + \text{WAL}(r, t) \\ &\quad + 2\text{WAL}(s, t) + \text{WAL}(s, t) \\ &\quad + \text{WAL}(s, t) + 2\text{WAL}(r, t)] \\ &= 2a_2 \text{WAL}(o, t) + (a_1 + 4a_3) \text{WAL}(r, t) \\ &\quad + (a_1 + 4a_3) \text{WAL}(s, t) \\ &\quad + 2a_2 \text{WAL}(r+s, t) \end{aligned} \quad (4)$$

여기서

$$\text{WAL}(o, t) = 1 \quad \therefore 0 \leq t \leq 1$$

$$\text{WAL}(2k, t) = \text{CAL}(k, t) : \text{even}$$

$$\text{WAL}(2k-1, t) = \text{SAL}(k, t) : \text{odd}$$

$$\text{WAL}^3(r, t) = \text{WAL}(r, t)$$

$$\oplus : \text{Module-2 Addition} \quad (5)$$

식(4)의 결과를 보면 직류분 $2a_2 \text{WAL}(o, t)$ 에 의한 진폭의 크기가 변했고 후변조 $\text{WAL}(r \oplus s, t)$ 항이 추가되었다. 따라서 요구하는 신호의 검파에 유효하게 사용할 수 있다.

3. nonorthogonal의 일반적인 함수와의 관계

$f(x)$ 신호는 다음 식(6)과 같이 기본주기함수로 나타낸다.

$$f(x) \sim \sum_{k=1}^{\infty} A_k H_k(x) \quad (6)$$

sine과 cosine을 triangular 기본함수로 나타내면 그림 2와 같다.

주기함수는 3각파이므로 식(7)과 같다.

$$f(x) \sim \sum_{k=1}^{\infty} [A_k H_1(kx) + B_k H_2(kx)] \quad (7)$$

식(7)에 있는 함수 $H_1(\cdot)$, $H_2(\cdot)$ 가 zero mean 일 때를 나타내면

$$H_1(x) = \sum_{k=1}^{\infty} [a_k \cos(kx) + b_k \sin(kx)]$$

$$H_2(x) = \sum_{k=1}^{\infty} [z_k \cos(kx) + z_k \sin(kx)] \quad (8)$$

식(8)을 다시 쓰면

$$\begin{pmatrix} H_1(x) \\ H_2(x) \end{pmatrix} = \sum_{k=1}^{\infty} m_x^t \begin{pmatrix} \cos(kx) \\ \sin(kx) \end{pmatrix} \quad (9)$$

where : t is transpose

$$m_x^t \triangleq \begin{pmatrix} 1 & a_k & 2 & a_k \\ 1 & b_k & 2 & b_k \end{pmatrix} \quad (10)$$

trigonometric 頁수들을 보면

$$f(x) \sim \sum_{k=1}^{\infty} [\alpha_k \cos(kx) + \beta_k \sin(kx)] \quad (11)$$

식(7)과 식(11)에서 계수들의 mapping 관계로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^{\infty} [\alpha_k \cos(kx) + \beta_k \sin(kx)] \\ &= \sum_{k=1}^{\infty} [A_k H_1(kx) + B_k H_2(kx)] \quad (12) \end{aligned}$$

식(12)에 있는 두 합이 수렴된다면 식(13)과 같다.

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} 1 & a_1 & 2 & a_1 \\ 1 & b_1 & 2 & b_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_k \\ B_k \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \alpha_k \\ \beta_k \end{pmatrix} = \sum_{l=1}^k \begin{pmatrix} 1 & a_{k/l} & 2 & a_{k/l} \\ 1 & b_{k/l} & 2 & b_{k/l} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_l \\ B_l \end{pmatrix} \quad (13) \end{aligned}$$

where : k/l 이 정수가 아니면 모두 zero
식(13)을 일반적인 vector set로 나타내면

$$\begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \beta_1 \\ \alpha_2 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \alpha_m \\ \beta_m \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} A_1 \\ B_1 \\ A_2 \\ B_2 \\ \vdots \\ A_m \\ B_m \end{pmatrix} \quad (14)$$

Matrix M 은 lower triangular 자승 matrix이다.

$$(M)_{k,l} = \begin{cases} m_{k/l} : k/l이 정수일 때 \\ 0 : otherwise \end{cases} \quad (15)$$

$$(M')_{k,l} = \begin{cases} (M^l)_{k/l} = m^l_{k/l} : k/l이 정수일 때 \\ 0 : otherwise \end{cases} \quad (16)$$

식(11)에서 α_k, β_k 와 식(7)의 A_k, B_k 사이에서 식(17)처럼 isomorphism이 가능하다.

$$\begin{pmatrix} A_k \\ B_k \end{pmatrix} = \sum_{l=1}^{\infty} \begin{pmatrix} m^l_{k/l} & \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \beta_1 \end{pmatrix} \\ 0 & \end{pmatrix} \quad (17)$$

$$\begin{pmatrix} \alpha_k \\ \beta_k \end{pmatrix} = \sum_{l=1}^{\infty} \begin{pmatrix} m^l_{k/l} & \begin{pmatrix} A_1 \\ B_1 \end{pmatrix} \\ 0 & \end{pmatrix}$$

식(8)의 Triangular 기본함수는 식(18)과 같다.

$$H_1(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \left[\frac{8}{\pi^2} \cdot \frac{1}{2k^2} (1 - (-1)^k) \cos(kx) \right]$$

$$H_2(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \left[\frac{8}{\pi^2} \cdot \frac{1}{2k^2} (1 - (-1)^k) (-1)^{(k-1)/2} \sin(kx) \right] \quad (18)$$

$$\cos(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \left[\frac{\pi^2}{8} \cdot \frac{1}{2k^2} \mu(k) (1 - (-1)^k) H_1(kx) \right] \quad (19)$$

$$\therefore \mu(k) = \begin{cases} (-1)^m : k가 1이 아닌 소수로 서 \\ \text{로 다른 } m\text{의 곱} \\ 0 : otherwise \end{cases} \quad (20)$$

식(13)으로부터 A_k, B_k 를 구하면 다음 식과 같다.

$$\begin{aligned} A_k &= \frac{\pi^2}{8} \sum_{l=1}^k \left(\alpha_l \left(\frac{l}{k} \right)^2 \mu(k/l) \right) \\ B_k &= \frac{\pi^2}{8} \sum_{l=1}^k \left(\beta_l \left(\frac{l}{k} \right)^2 \mu(k/l) (-1)^{(k-1)/2l} \right) \quad (21) \end{aligned}$$

식(17)에서 inverse 관계가 있으므로

$$\begin{aligned} \alpha_k &= \frac{8}{\pi^2} \sum_{l=1}^k \left(A_l \left(\frac{l}{k} \right)^2 n(k/l) \right) \\ \beta_k &= \frac{8}{\pi^2} \sum_{l=1}^k \left(B_l \left(\frac{l}{k} \right)^2 n(k/l) (-1)^{(k-1)/2l} \right) \quad (22) \end{aligned}$$

$$\text{Let, } n(a) = \begin{cases} 1 : a가 odd integer \\ 0 : otherwise \end{cases} \quad (23)$$

Ex. 1, LWH matrix가 $f(x)$ 신호에 수렴

LWH (Lee Weighted Hadamard)의 형태는 식(24)와 같이 Hadamard matrix와 weighted 계수 matrix로 이루어져 있다 ^{(4), (5), (6), (7), (8)}.

$$(\text{LWH}) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 2 & -1 \\ 1 & 2 & -2 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} = [\mathbf{H}] (\text{Weighted}) \quad (24)$$

그러므로 nonorthogonal인 LWH가 $f(x)$ 에 convergence됨을 보이기 위하여 새로운 계수값을 첨가하여 triangular matrix에 있음을 보이므로 증명할 수 있다. 따라서 식(15), 식(16)에 의해서 구하면 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$M_{k,t} = [LWH](C) = \begin{bmatrix} m_2 & m_1 & 0 & 0 \\ m_3 & 0 & m_1 & 0 \\ m_4 & m_2 & 0 & m_1 \end{bmatrix} \quad (25)$$

$M_{k,t}$ 은 $M_{k,t}$ 의 대각선에 0이 있는 행렬입니다.

$$M_{k,t}^{-1} = \begin{bmatrix} n_1 & 0 & 0 & 0 \\ n_2 & n_1 & 0 & 0 \\ n_3 & 0 & n_1 & 0 \\ n_4 & n_2 & 0 & n_1 \end{bmatrix} \quad (26)$$

where: $\begin{cases} n_1 = \frac{1}{m_1} : R = \sqrt{\frac{1}{m_1}} \text{ 일 때} \\ n_k : k/t \text{의 역수일 때 } k \end{cases}$

$$n_k := -\sum_{t=2}^k b_k t \frac{m_t}{m_1} \quad (27)$$

4. 일반신호를 nonorthogonal 함수로 표시

trigonometric 함수는 함수 $f(x)$ 가 bounded variation인 때 mean square 안에서 한계 $f(x)$ 에 대해 정립합니다. 함수 $f(x)$ 에 대한 Lipschitz의 조건은 다음과 같은 모든 경우에 있어서 $f(x)$ 의 부울함수와 일정하게 수렴하도록 주어진 조건이 되어야 합니다.

Ex. 2. $f(x) = \cos(x)$, $H_1(x) = \cos(x) + r \cos(2x)$, $H_2(x) = \sin(x)$,

$r=0$ 일 때 식(27)을 사용하여 그 결과가 $\cos(x)$ 가 됨을 보여면 다음과 같다.

$$\cos(x) = f(x) \sim \sum_{k=1}^{\infty} [A_k H_k(kx)]$$

$$= \sum_{l=1}^{\infty} [r^{l-1} H_1(2^{l-1}x)] \quad (28)$$

$$A_k = \begin{cases} r^{k-1} : k = 2^{l-1}, l \geq 1 \\ 0 : \text{otherwise} \end{cases} \quad (29)$$

식(28)의 (2^l)의 부분합은 식(30)과 같다.

$$\sum_{l=1}^k [r^{l-1} H_1(2^{l-1}x)] = \cos(x) + r^k \cos(2^k x) \quad (30)$$

수렴은 r 의 크기에 의존합니다.

- i) $0 < |r| < 1$: 2^k 의 부울합은 수렴
- ii) $|r| = 1$: 부울합은 발산

5. 최소평균 자승오차 (MMSE)

일반적으로 기본함수들이 $H_1(kx)$, $H_2(kx)$ 는 모두 대 orthogonal 하므로 MMSE를 식(2)에 쓰기 힘든 합수의 계수들을부터 구할 수 있으나, 아직 m_k 는 그렇지 않으므로 새로운 기본식을 만듭니다.

$$E_N = \|f(x) - \sum_{k=1}^{\infty} C_k^N H_1(kx) + D_k^N H_2(kx)\|^2 \quad (31)$$

E_N 은 미지수 C_k^N , D_k^N 에

$$[C_k^N, D_k^N] =$$

$$\left[\begin{array}{c} C_k^N \\ D_k^N \end{array} \right] = (P^N)^{-1} S^N \quad (32)$$

P^N 은 D^N 은 모두 빼고, P^N 은 $2N \times 2N$ positive-definite 대칭 대각행렬입니다.

$$P^N = \begin{bmatrix} P_{11}^N & P_{12}^N \\ P_{21}^N & P_{22}^N \end{bmatrix} \quad (33)$$

$$(P_{m,l}^N)_{m,k} = \langle H_m(jx), H_l(kx) \rangle \quad (34)$$

i), m, l = 1, 2, ..., j, k = 1, 2, ..., N

S^N 은 $2N \times 2N$ 대각행렬입니다.

$$\begin{aligned} (S^N)_{1,k} &= \langle f(x), H_1(kx) \rangle \\ (S^N)_{2,k} &= \langle f(x), H_2(kx) \rangle \end{aligned} \quad (35)$$

i), k = 1, ..., N

$$E_N = \|f(x)\|^2 - (P^N)^T P^N S^N \quad (36)$$

Ex. 3. $f(x) = \cos(x)$, $H_1(x) = \cos(x) + r \cos(2x)$, $H_2(x) = \sin(x)$ 일 때

i) $N=2$

$$P_{11} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1+r^2 & -r \\ -r & 1+r^2 \end{bmatrix} \quad (37)$$

i), $r = 1/2$ 일 때 $C_1 = 0.9524$, $C_2 = 0.3810$,

$$E_2 = 2.38 \times 10^{-2}$$

ii) $N=4$

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1+r^2 & -r & 0 & 0 \\ -r & 1+r^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1+r^2 & 0 \\ 0 & -r & 0 & 1+r^2 \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1+r^2 & -r & 0 & 0 \\ -r & 1+r^2 & -r & 0 \\ 0 & -r & 1+r^2 & 0 \end{bmatrix} \quad (38) \end{aligned}$$

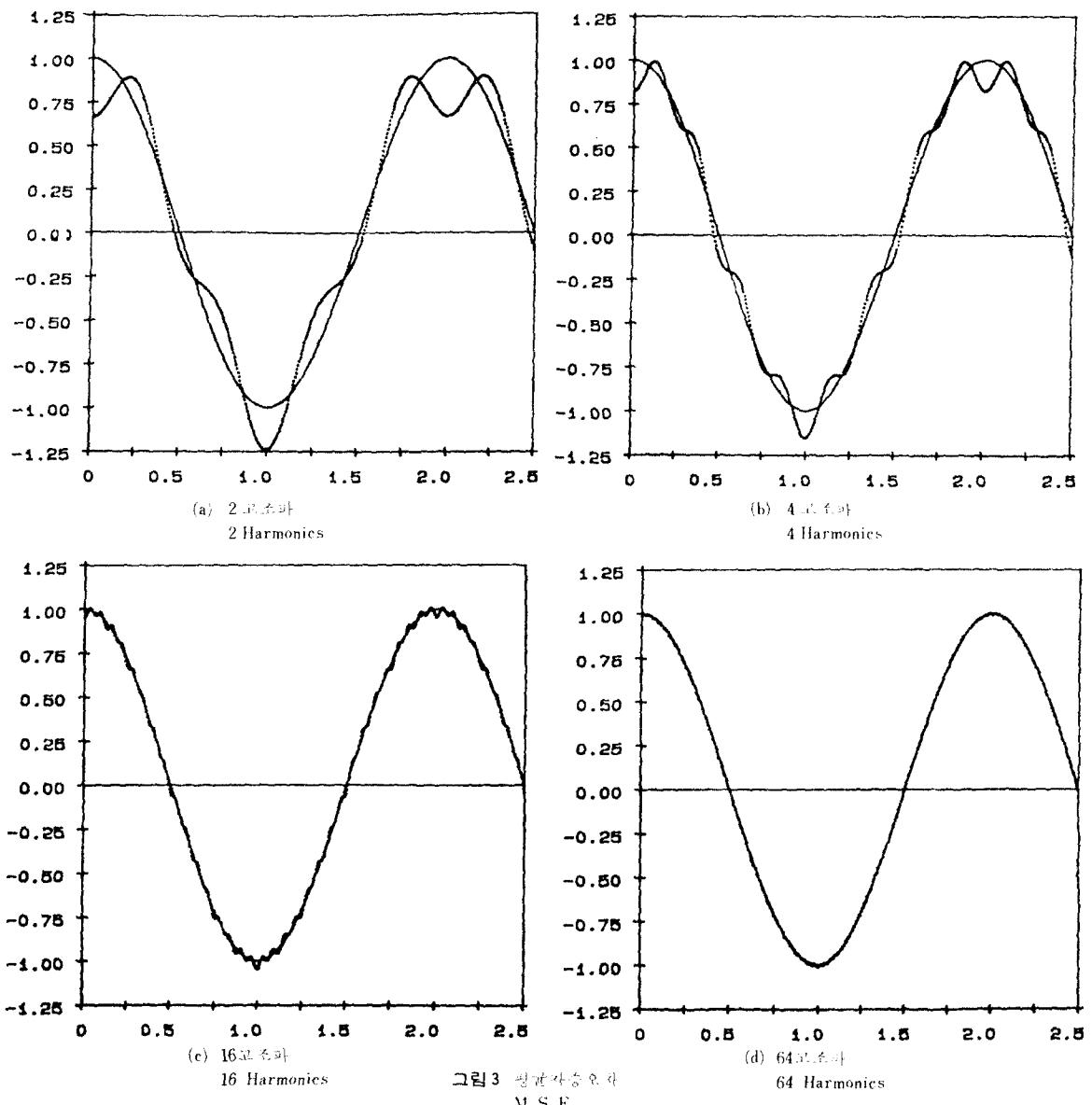
여기서 P^N 에 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 column, row는 $k \neq 2^l$ 이면 zero가 됩니다.

$N \rightarrow \infty$ 경우 M.S.E가 zero에 가깝게 수렴하는 경우 고증이가 많을 수록 원래 결과에 가깝다.

식(9)의 대수식은 아래와 있거나 아래 식과 같다.

$$\begin{bmatrix} \cos(x) \\ \sin(x) \end{bmatrix} \sim \sum_{k=1}^{\infty} \begin{bmatrix} (m_k)^T [H_1(kx)] \\ (m_k)^T [H_2(kx)] \end{bmatrix} \quad (39)$$

식(39)의 상수 m_k 은 합수 $f(x)$ 가 식(31)에 대



절대 수렴한다면 식(40)이 되나.

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{\{C_k^N\}}{\{D_k^N\}} = \frac{\{A_k\}}{\{B_k\}} \quad (40)$$

$$\text{Ex. } 4. f(x) = 2 \cos(x) + \frac{1}{2} \cos(2x) + \frac{1}{3} \cos(3x)$$

$H_1(x), H_2(x)$ 는 (19)에 있는 triangular 기본함수이다.

식(13)과 식(21)로부터

$$A_1 = \frac{\pi^2}{8} \times 2$$

$$A_2 = \frac{\pi^2}{8} \times \frac{1}{2}$$

$$A_3 = \frac{\pi^2}{8} \left[\frac{1}{3} - \frac{1}{3^2} \cdot 2 \right] \quad (41)$$

$$A_4 = 0$$

$$A_5 = \frac{\pi^2}{8} \cdot \frac{1}{3^2} \cdot 2$$

식(32)에 의해

$$C_1 = \frac{12}{\pi^2} \cdot 2 \left[1 + \frac{1}{3^4 - 1} + \frac{1}{5^4 - 1} \right]$$

표 1 고조파 신호함수에 따른 평균사용오류
M. S. E. versus harmonics function(N) in signal processing.

N	N=2	N=4	N=16	N=64
M. S. E	2.38×10^{-2}	5.88×10^{-3}	3.66×10^{-4}	2.28×10^{-5}
C_1	0.9524	0.9882	0.9993	1.0000
C_2	0.3810	0.4706	0.4982	0.4999
C_4		0.1882	0.2462	0.2498
C_8			0.1172	0.1245
C_{16}			0.0469	0.0615
C_{32}				0.0293
C_{64}				0.0117

$$C_2 = \frac{12}{\pi^2} \cdot \frac{1}{2} \quad (42)$$

$$C_3 = \frac{12}{\pi^2} \cdot 2 \left(-\frac{3^2}{3^4 - 1} \right) + \frac{12}{\pi^2} \cdot \frac{1}{3}$$

$$C_4 = 0$$

$$C_5 = \frac{12}{\pi^2} \cdot 2 \left(-\frac{5^2}{5^4 - 1} \right) + \frac{12}{\pi^2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{5^2}{3^2} \cdot \frac{1}{5^4 - 1} \right)$$

A_k 와 C_k 을 비교해 볼 때 convergence되는 것을 볼 수 있다.

M. S. E.를 구하여 컴퓨터 그래픽으로 나타내면 그림 3과 같고 표 1에서는 M. S. E.와 계수 C_k 에 대한 값을 보인다.

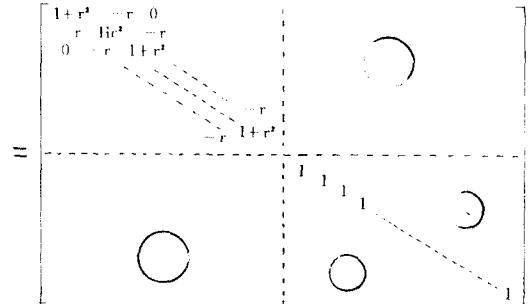
6. orthogonal과 nonorthogonal의 신호처리

식(31)을 확장하면 다음과 같다.

$$E_N = \| f(x) - \sum_{k=1}^{\infty} C_k H_1(kx) + D_k H_2(kx) + C_{N+k}^N H_1(kx) + D_{N+k}^N H_2(kx) \|^2 \quad (43)$$

식(43)은 식(31)에서 nonorthogonal만 처리할 수 있는 것을 동시에 orthogonal로도 처리할 수 있다. $C_{N+k}^N H_1(kx)$ 와 $D_{N+k}^N H_2(kx)$ 항이 추가된 것은 orthogonal로 처리할 수 있도록 만든 항이다. user가 nonorthogonal로 처리할 때는 P_{11}^N 을, orthogonal로 처리할 때는 P_{22}^N 을 이용한다.

$$P^N = \begin{bmatrix} P_{11}^N & P_{12}^N \\ P_{21}^N & P_{22}^N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{11}^N & 0 \\ 0 & P_{22}^N \end{bmatrix}$$



P^N 에서 보면 첫처럼 P_{11}^N 은 unitary matrix가 되지 않을 때 nonorthogonal이지만 P_{22}^N 은 unitary matrix가 되는 orthogonal이 된다. 여기서 1주목적으로 신호처리할 때는 P_{11}^N 을, 일반적인 신호처리 시에는 P_{22}^N 을 사용하여 필요 여하에 따라 이용할 수 있으므로 linear나 nonlinear을 동시에 처리할 수 있다.

7. 결 론

비선형 신호함수를 Walsh(orthogonal)함수로 나누었고 nonorthogonal함수로도 나타내었다. 식(11)에 있는 α_k , β_k 의 계수로부터 계수 A_k , B_k , C_k^N , D_k^N 을 계산하는 방법을 보이고 서로간의 ONTO로 대응되어 수렴함을 보였다. 그림 3은 HP-1000 컴퓨터 그래피로 나타낸 시뮬레이션한 결과에서 $N=2$ 일 때 MSE는 2.38×10^{-2} , $N=16$ 일 때 MSE는 3.66×10^{-4} 로 줄어 들었고 $N=64$ 일 때 MSE는 2.28×10^{-5} 로 거의 0에 가깝게 수렴하여 고조파함수 많을수록 원래신호에 접근하였다. 따라서 nonorthogonal의 기본함수로도 신호처리를 할 수 있다. 즉 nonorthogonal변환은 Tailor-made 기본함수로서 신호해석의 특수한 목적에 요구하게 쓸 수 있다. 최근에 나오는 TMS 320등 DSP chip 기술로 H/W구현에 대한 연구가 이루어져야 할 것이다.

참 고 문 헌

- (1) D. N. Green and S. C. Bass, "Representing periodic waveforms with nonorthogonal basis functions," IEEE Transactions on circuits and systems", vol. CAS-31, no. 6, pp. 518 - 534, June 1984.
- (2) D. N. Green, "Theory and application of nonorthogonal basis functions to signal representation," IEEE, ISCAS, Proceedings, May 1984.
- (3) Letters from D. N. Green to Moon Ho Lee: Answers, "Representing periodic waveforms with nonorthogonal basis function," Errata for, September 5, 1984.

- (4) M. H. Lee, D. Y. Kim, "Weighted hadamard transformation for S/N ratio enhancement in image transmission," IEEE ISCAS; Proceedings, May 1984.
- (5) Moon Ho Lee, "Nonorthogonal basis of weighted hadamard to signal processing," Submitted to IEEE, ISCAS, 1985.
- (6) K. G. Beauchamp, "Walsh functions and their applications," 1975.
- (7) Jong Ki Jeong, Seoung Ryeul An and Moon Ho Lee, "Nonorthogonal basis functions of weighted hadamard to signal processing," KICS, November 3, 1984.
- (8) Seoung Ryeul An, Moon Ho Lee and Hyun Jae Kim, "The fast algorithm of Lee weighted hadamard transform," KIEE, pp. 138 - 140, vol. 7 no. 1 July 1984.



安聖烈 (Seoung Ryeul AN) 準會員
1959年3月1日生
1979年3月～1983年2月：全北大學校工科大學電子工程系卒業
1983年3月～1985年2月：全北大學校大學院電子工程系卒業



李門浩 (Moon Ho LEE) 正會員
1945年1月15日生
1967年：全北大學校工科大學電氣工程系卒業
1976年：全北大學校大學院電子工程系（碩士）
1984年：全南大學校大學院電子工程系（博士）
1982年：電氣通信技術士
1967年：陸軍將校
1972年～1980年10月：南洋文化放送(株)技術部 次長、部長
1980年～現在：全北大學校工科大學電子工程系助教授
1983年～現在：아마추어무선국(HL4CDO)運用