

盛土下에 埋設된 剛性管의 接觸應力

Contact Pressure around the Buried Rigid pipe under Embankment

安 重 善*

Ahn, Jung Seon

姜 秉 熙**

Kang, Byung Hee

ABSTRACT

The behaviour of buried rigid pipe under embankment is analysed by a linear finite element program to study the influence of variation of the geometry of soil-conduit pipe system and elastic modulus of soil on the pipe response. The geometry of the system considered includes the thickness of pipe, the height of embankment, and the width and the depth of trench.

The normal contact pressure distribution around the pipe and the vertical load on the pipe are modelled by a multiple linear regression. And the vertical load on the pipe computed by Marston-Spangler Theory is generally larger than that by finite element analysis. The settlement ratio in Marston-Spangler Theory is found to be variable for various values of all factors mentioned above.

要 旨

盛土 下에 埋設된 剛性管에 있어서 管의 두께, 埋設狀態, 盛土높이, 盛土흙의 彈性係數, 트렌치 의 폭 및 깊이 등이 埋設管에 作用하는 應力에 미치는 영향에 대해서 有限要素法의 線型解析을 利用하여 檢討하였다.

管 주위의 垂直接觸應力의 分布와 垂直荷重을 線型重回歸式으로 나타내었으며, Marston-Spangler 理論에 의해서 구한 垂直荷重은 有限要素解析에 의한 값보다 一般적으로 크다. 그리고 Marston Spangler 理論에서 利用되는 沈下比는 恒常 一定하지 않고 위에서 언급한 여러가지 要因의 크기에 따라서 달라진다는 사실을 알았다.

1. 序 論

현재 埋設管은 Marston-Spangler 理論에 의해서 設計되고 있다. 이 理論은 흙의 相對的 沈下,

管의 突出比, 等沈下面의 位置에 基礎를 두고 管에 미치는 垂直荷重을 구하는 것으로써 1913년에 Marston과 Talbot에 의해서 發表된 이후 Spangler에 의해 擴張되었으며, 현재까지 큰 變動없이 設計에 利用되고 있다.^{1,6)} 그러나 이 理

* 正會員, 大宇建設技術研究所 研究員

** 正會員, 仁荷大學校教授

論은 많은 假定을 包含하고 있을뿐만 아니라 흙과 管의 相互作用에 의해 管에 미치는 應力狀態를 파악할 수 없으며, 垂直荷重에 영향을 끼치는 要因들을 充分히 反映할 수 없는 缺點이 있다.¹⁰⁾

管에 作用하는 垂直荷重, 주변 흙과의 垂直接觸應力(normal contact stress), 剪斷應力 및 管의 變形은 管과 흙의 재료특성, 盛土두께, 관의 돌출비 및 트렌치(trench)형태 등의 여러 要因에 의해서 영향을 받는다.^{2,10)} 이러한 要因들이 管의 거동에 미치는 영향을 分析하기 위하여 최근에 有限要素法을 이용하는 연구가 이루어졌다. 1974년 Anand²⁾는 흙과 管의 彈性係數의 변화와 上載荷重이 應力에 미치는 영향을 연구하였으며, 1981년 Prakash 등¹⁰⁾은 正突出狀態로 埋設된 管의 舉動을 해석하여 Marston-Spangler 理論에 포함시킨 假定을 評價하였으며, 또 管에 作用하는 垂直接觸應力을 나타내는 近似式을 提示하였다. 그리고 1982년 Rude¹³⁾는 管의 應力 및 變形에 대한 實測値와 有限要素法에 의해서 구한 값을 比較하여 埋設管에 대한 有限要素法 解析의 신뢰성을 確認하였다. 본 연구에서는 여러가지의 要因, 즉 埋設管 위의 盛土높이, 흙의 彈性係數, 트렌치의 폭과 깊이 및 管의 두께가 管에 作用하는 垂直荷重 및 接觸應力에 미치는 영향을 有限要素法을 이용하여 分析하고 分析結果를 利用하여 垂直荷重과 垂直接觸應力을 구하는 近似式을 提示한다. 그리고 Marston-Spangler 理論에 의해서 구한 垂直荷重과 有限要素法에 의해서 구한 값을 比較하여 Marston-Spangler 理論을 적용할 때의 問題點을 파악하고자 한다.

2. Marston-Spangler 理論

盛土下에서 不完全正突出(incomplete positive projection) 상태 및 不完全負突出(incomplete negative projection) 상태로 埋設된 剛性管에 作用하는 垂直荷重은 다음과 같다.

正突出狀態

Fig. 1에서 管에 作用하는 垂直荷重 W_c 는 아래와 같다.

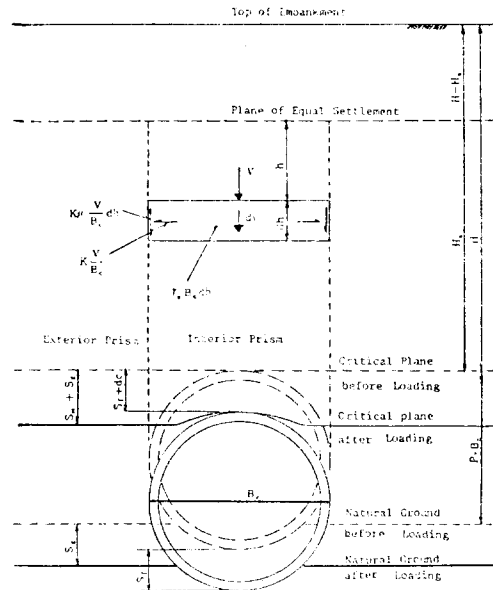


Fig. 1. Forces acting on a conduit pipe in the incomplete positive projection condition

$$W_c = Cc\gamma_s B_c^2 \quad (1)$$

식중 C_c 는 荷重係數로서 식(2)로 표시된다.

$$C_c = \frac{\exp(2K\mu H_c/B_c) - 1}{2K\mu} + \left(\frac{H}{B_c} - \frac{H_c}{B_c} \right) \exp(2K\mu H_c/B_c) \quad (2)$$

그림에서 內外部 프리즘의 沈下差 $\lambda - \lambda'$ 는

$$\lambda - \lambda' = \gamma_{sd} - S_m \quad (3)$$

이고 沈下比 γ_{sd} 와 沈下量 S_m 은

$$\gamma_{sd} = \frac{(S_m + S_g) - (S_f + d_c)}{S_m} \quad (4)$$

$$S_m = \left(\frac{3H\gamma_s B_c - Cc\gamma_s B_c^2}{2B_c} \right) \cdot \frac{P \cdot B_c}{E_s} \text{이다.}$$

여기서 P 는 管의 정돌출비이며, $P \cdot B_c$ 는 정돌출 깊이를 나타낸다. 그리고 H_c 는 아래의 관계식으로부터 구한다.

$$\begin{aligned} & \frac{\exp(2K\mu H_c/B_c) - 1}{2K\mu} \left\{ \frac{1}{2K\mu} - \left(\frac{H}{B_c} - \frac{H_c}{B_c} \right) \right. \\ & \left. - \frac{1}{3}\gamma_{sd} \cdot P \right\} + \frac{1}{2} \left(\frac{H_c}{B_c} \right)^2 - \frac{1}{3}\gamma_{sd} \cdot P \cdot \left(\frac{H}{B_c} \right. \\ & \left. - \frac{H_c}{B_c} \right) \exp(2K\mu H_c/B_c) - \frac{1}{2K\mu} \cdot \frac{H_c}{B_c} \\ & - \frac{H}{B_c} \cdot \frac{H_c}{B_c} = \gamma_{sd} \cdot P \cdot H/B_c \quad (5) \end{aligned}$$

식중

γ_s =흙의 단위중량

K =주동토압계수

μ =흙의 마찰계수

λ, λ' =내부 및 외부프리즘의 침하

S_f =관의 침하

S_g =원지반의 침하

S_m =임계면과 원지반 사이의 흙의 침하

d_c =관의 중방향 변형

負突出狀態

Fig. 2에서 管頂에 作用하는 垂直荷重 W_c 는

$$W_c = C_n \gamma_s B_d^2 \quad (6)$$

이고 식중 荷重係數 C_n 은 아래와 같다.

$$C_n = \frac{1 - \exp(-2K\mu H_c/B_d)}{2K\mu} + \left(\frac{H'}{B_d} - \frac{H_c}{B_d} \right) \exp(-2K\mu H_c/B_d) \quad (7)$$

그리고 내외프리즘의 沈下差 $\lambda - \lambda'$ 와 沈下比 γ_{sd} 는

$$\lambda - \lambda' = \gamma_{sd} - S_d \quad (8)$$

$$\gamma_{sd} = \frac{S_g - (S_d + S_f + d_c)}{S_d} \quad (9)$$

이고 트렌치내 흙의 沈下量 S_d 는

$$S_d = \frac{C_n' \cdot \gamma_s \cdot B_d^2}{B_d E_s} \cdot P' \cdot B_d \quad (10)$$

이다. 여기서 P' 는 관의 부들출비이며 $P' \cdot B_d$ 는 부들출 깊이를 나타낸다. 식중 C_n' 는 식(7)에서 H_c 대신 H_c' 를 대입한 값으로서 載荷 以前의 臨界面에서의 荷重係數이다. 그리고 H_c' 는 아래의 식에서 구한다.

$$\frac{\exp(-2K\mu H_c'/B_d) - 1}{2K\mu} \left[\frac{1}{2K\mu} - \left(\frac{H'}{B_d} - \frac{H_c'}{B_d} \right) \right] - \frac{H_c'}{B_d} \left\{ \left(\frac{H'}{B_d} - \frac{H_c'}{B_d} \right) + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{H_c'}{B_d} - \frac{1}{2K\mu} \right) \right\} = \frac{2}{3} \gamma_{sd} \cdot P' \left[\frac{1 - \exp(-2K\mu H_c'/B_d)}{2K\mu} + \left(\frac{H'}{B_d} - \frac{H_c'}{B_d} \right) \exp(-2K\mu H_c'/B_d) \right] \quad (11)$$

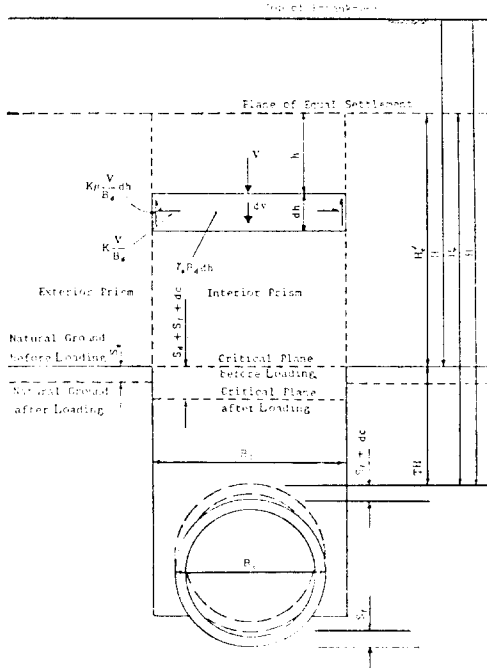


Fig. 2. Forces acting on a conduit pipe in the incomplete negative projection condition

以上の 두 埋設狀態에 대한 식중에서 沈下比 γ_{sd} 및 $K\mu$ 値는 管의 埋設狀態 및 地盤土의 종류에 따라 달라지는데 Spangler는 盛土下에서 埋設된 剛性管에 대해서는 Table. 1에서 提示한 값을

Table 1. Values of γ_{sd} and $K \cdot \mu$ recommended by Spangler

Pipe type	Construction	Projection condition	Foundation soil condition	Settlement ratio γ_{sd}	$K \cdot \mu$
Rigid	Embankment	Positive	Rock or hard unyielding soil	1.0	0.19
			Ordinary soil	0.5~0.8	0.19
			Yielding soil	0.0~0.5	0.19
		Negative	Any soil (Value not well established)	-0.3	0.13

利用할 것을 권하고 있다.¹⁾

3. 解析結果 및 考察

正突出, 負突出 및 中立狀態下에서 突出比 $P=0.9$ 로 埋設되어 성토흙의 自重을 받고 있는 직경 100cm의 剛性管(彈性係數 $E_c=2.2 \times 10^5 \text{kg/cm}^2$, 포앗스비 $\nu=0.2$)에 作用하는 應力을 有限要素法에 의해서 解析하였다. 解析對象은 Fig. 3과 같이 理想化 하였으며, 경계조건은 그림에서와 같고 성토하중은 一時에 作用하는 것으로 假定하고 8-nodes isoparametric element를 利用하여 線型解析하였다.⁷⁾

본 해석에서 사용한 管의 직경 D 는 100cm, 管의 두께 t 는 10cm, 성토흙의 단위중량 γ_s 는 1.5t/m^3 , 탄성계수 E_s 는 900kg/cm^2 , 원지반토의 탄성계수 E_g 는 $1,500 \text{kg/cm}^2$, 이들 흙의 포앗스비는 0.3을 취하였다. 그리고 성토고 H 는 주로 590cm로 하고 다음의 각 要因에 대한 評價에서 그 要因의 크기만을 변화시켜서 그 影響을 分析하였다.

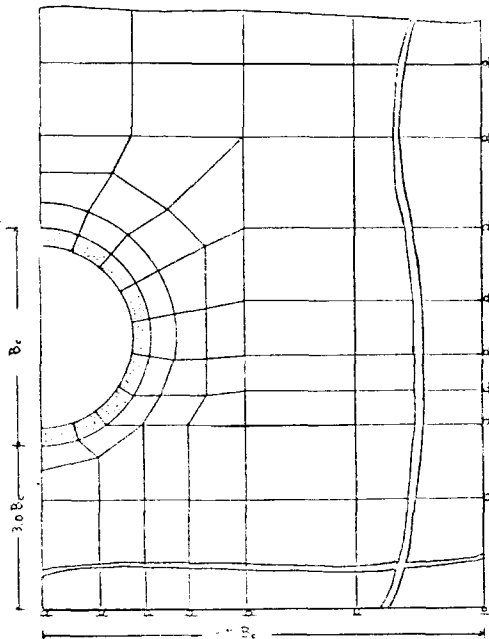


Fig. 3. Finite element idealization

3.1 盛土높이

성토높이 H 가 190, 290, 390, 490, 590 및

690cm로서 正突出 및 負突出狀態로 埋設한 管에 대해서 檢討하였으며, 성토높이가 管에 作用하는 應力의 分布에 미치는 影響은 正突出狀態와 負突出狀態에서 거의 同一하므로 여기서는 正突出狀態로 埋設된 管에 關해서만 檢討結果를 提示한다.

Fig. 4 및 Fig. 5에서 管과 흙의 接觸面에 作用하는 水平應力 σ_x , 鉛直應力 σ_y , 垂直接觸應力 σ_n 및 剪斷應力 τ_n 를 3가지의 다른 성토높이에 대해서 나타내었다. 그림에서 σ_y 는 管頂上으로부터 35° 부근과 管과 地面의 接觸部에서 最大値를 보이고 있으며 σ_x 는 管頂上으로부터 90° 부근에서 最大値를, 그리고 35° 부근과 地面과의 接觸部에서 最小値를 나타낸다. 그리고 σ_n 의 分布는 管頂上에서 側面에 이르기까지 점차 감소하여 90° 부근에서 最少値를 나타내고 管과 地面과의 接觸部에서 最大値를 보이고 있다. 또한 τ_n 은 管頂上으로부터 95° 부근 管의 頂上 및 바닥에서 零이 되었다.

以上과 같이 分布되어 있는 이들 應力들은 모두가 盛土높이가 增加함에 따라 管의 모든 部位에서 거의 正比例하게 增加됨을 볼 수 있다.

그리고 有限要素解析에 의한 鉛直應力 σ_y 를 積分해서 구한 管에 作用하는 垂直荷重 W_F 와

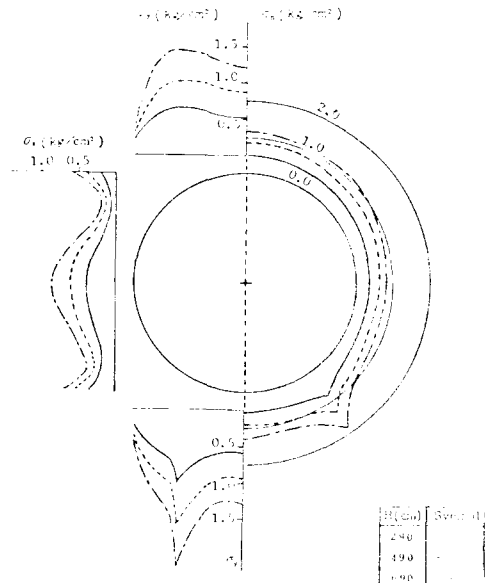


Fig. 4. Variation of vertical stress, horizontal stress, and normal contact stress for various embankment heights(H)

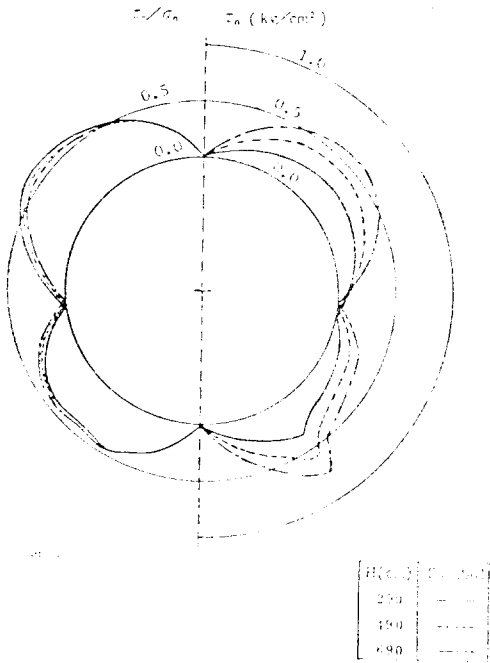


Fig. 5. Variation of shear stress at the interface and ratio of shear stress to normal contact stress for various embankment heights (H)

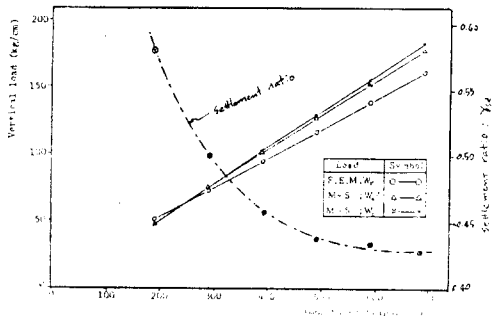


Fig. 6. Vertical loads and settlement ratio for various embankment heights

Marston-Spangler 理論(以下에서 M-S 理論이라 칭함)에 의해서 구한 垂直荷重 W_c 를 Fig. 6에서 비교하였다. 그림에서 W_c' 는 沈下比 γ_{sd} 를 Spangler 가 提案(Table.1)한 값 0.5를 취하지 않고 有限要素解析에서 구한 沈下比를 利用하여 M-S 理論에 의해서 구한 垂直荷重이다.

垂直荷重은 성토높이의 增加에 따라 增加하고 M-S 理論에 의한 垂直荷重 W_c 와 W_c' 는 有限要素解析에서 구한 W_F 보다 약간 큰 경향이 있으며, 이 差異는 성토높이가 增加함에 따라 增

加한다. 그리고 沈下比는 Fig. 6에서 볼 수 있는 바와 같이 Spangler 의 提案과는 달리 성토높이의 增加에 따라 減少함을 볼 수 있다.

3.2 성토층의 彈性係數

성토높이를 390cm로 하고 성토층의 彈性係數 E_s 를 600, 750, 900, 1050, 1200 및 1350kg/cm²로 변화시켜 가면서 管에 作用하는 應力을 구하였다. Fig. 7 및 Fig. 8은 正突出狀態로 埋設된 管에 대해서 E_s 가 600, 1050 및 1350kg/cm²인 경우의 각종 應力 σ_x , σ_y , σ_n 및 τ_n 의 分布를 보여준다.

그림에서 흙의 탄성계수가 커짐에 따라 管의 頂上과 바닥에서 鉛直應力 σ_y 는 약간 減少하고 側面에서는 水平應力 σ_x 가 增加하는 傾向을 보여준다. 그리고 垂直接觸應力 σ_n 도 이와 비슷한 傾向을 보이고 특히 管과 地面과의 接觸부에서 탄성계수의 影響이 크다. 剪斷應力 τ_n 는 Fig. 8과 같이 흙의 탄성계수에 의한 影響은 거의 받지 않으나 管과 地面과의 接觸부에서는 그 影響이 크게 나타나고 τ_n/σ_n 의 分布는 탄성계수의 크기에 關係없이 Fig. 5와 비슷하다.

그리고 Fig. 9에서 볼 수 있는 바와같이 垂直荷重은 흙의 탄성계수가 增加함에 따라 약간 減

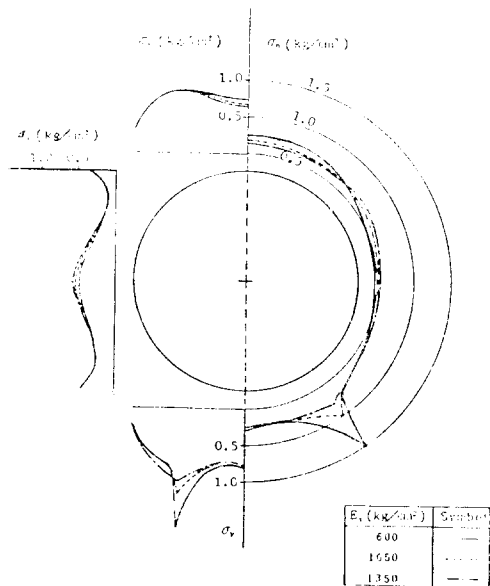


Fig. 7. Variation of vertical stress, horizontal stress, and normal contact stress for various elastic moduli of fill (E_s)

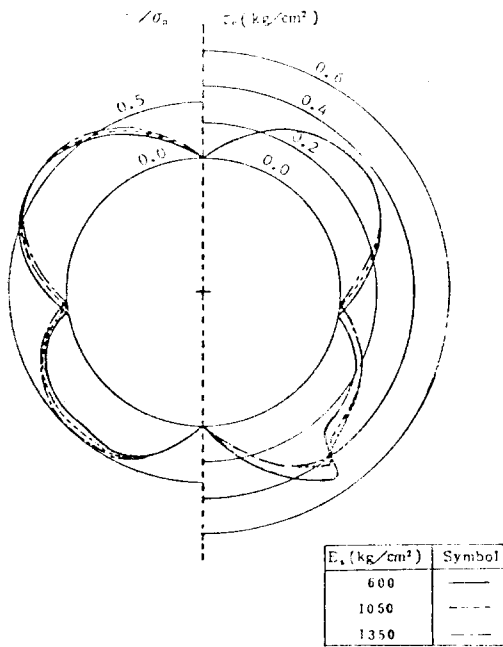


Fig. 8. Variation of shear stress and ratio of shear stress to normal contact stress for various elastic moduli of fill (E_f)

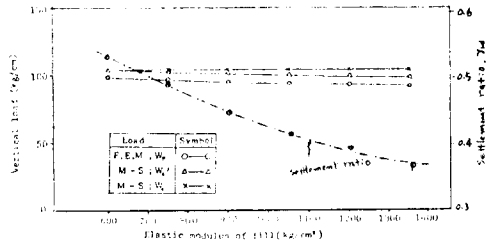


Fig. 9. Vertical loads and settlement ratio for various elastic moduli of fill

소하므로 그 영향은 크지 않다. 有限要素解析에 의한 수직하중 W_F 는 M-S理論에 의한 값보다 약간 크나 비교적 서로 잘 一致한다. 그리고 沈下比도 흙의 탄성계수의 증가에 따라 감소함을 볼 수 있다.

3.3 管두께

관두께가 5, 7.5 및 10cm 인 경우의 應力의 分布를 Fig.10에서 나타내고 있다. 管두께가 얇아짐에 따라 管頂上과 바닥에서는 環狀應力 σ_y 및 수직접촉 應力 σ_n 는 감소함을 보이고 管의 側面에서는 수평應力 σ_x 와 環狀應力 σ_y 는 증가함을 보여준다.

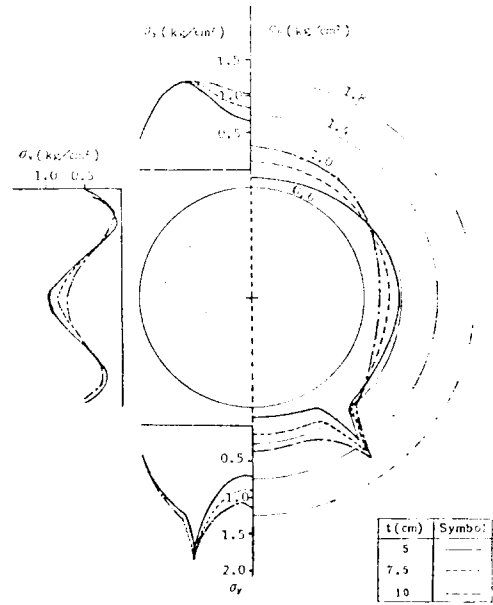


Fig. 10. Variation of vertical stress, horizontal stress, and normal contact stress for various thicknesses of pipe (t)

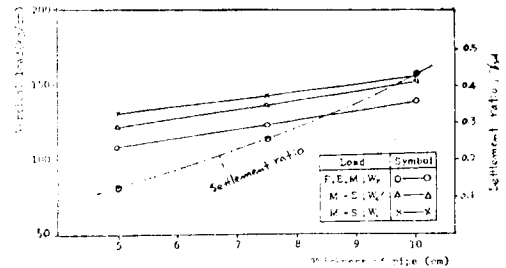


Fig. 11. Vertical loads and settlement ratio for various thicknesses of pipe

그리고 Fig.11에서 管에 作用하는 垂直荷重은 管의 두께가 두꺼울수록 增加하고 有限要素解析에 의한 垂直荷重 W_F 는 M-S理論에 의한 W 보다 적으며, 그 差異는 管두께의 增加에 관계 없이 一定함을 보여주고 있다. 그리고 有限要素解析에 의한 沈下比는 管두께의 增加에 따라 크게 增加함을 볼 수 있다.

3.4 트렌치 깊이

Fig. 2에서와 같이 負突出상태로 埋設된 경우 원지반으로부터 트렌치 안에 埋設된 管의 管頂까지의 길이를 TH 로 나타내어 TH 를 0, 90, 190, 및 290cm로 변화시켜 가면서 應力을 구하

었다.

Fig. 12는 TH가 0, 90 및 290cm인 경우 應力分布의 변화를 보여준다. 트렌치의 깊이 TH가 증가함에 따라 管의 上部에서는 垂直應力 σ_v 와 수직접촉應力 σ_n 는 감소하나 管의 下部에서는 이들 應力의 변화는 적으며 管의 側部에서는 σ_n 의 변화는 없다. 그러나 수평應力 σ_x 의 변화는 전혀 나타나지 않는다. 수직 하중 W_F 와 W_c 는 트렌치 깊이의 증가에 따라 약간 감소하며 W_F 가 항상 W_c 보다 적다. 그리고 有限要素解析에서 구한 沈下比는 TH值가 零보다 큰 負突出인 경우 모두 負의 값을 보였으며, TH의 변화에 의한 沈下比의 변화는 거의 없는 것같이 보이며, 그 값은 Spangler가 提案한 값인 -0.3보다는 훨씬 크다.

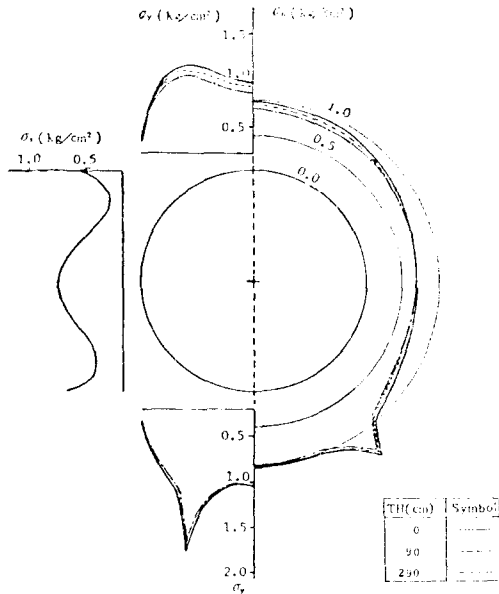


Fig. 12. Variation of vertical stress, horizontal stress, and normal contact stress for various depths of trench (TH)

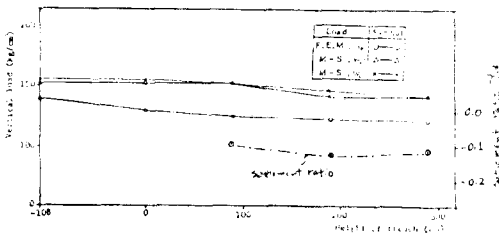


Fig. 13. Vertical loads and settlement ratio for various heights of trench

3.5 트렌치 폭

트렌치 깊이를 나타내는 TH가 190cm인 경우 트렌치 폭 B_d 가 200, 220, 260, 300 및 340cm에 대해서 계산하였다. Fig. 14에서 應力分布를 나타내었으며, 트렌치 폭의 증가에 따라 모든 應力이 약간 증가하는 傾向을 보이나 側面의 應力에 대해서는 전혀 변화를 나타내지 않는다.

수직하중 W_F 및 W_c 는 트렌치 폭의 증가에 따라 약간 증가하며, W_F 가 W_c 보다 항상 적다. 그리고 沈下比는 트렌치 폭의 증가에 따라 약간 감소하며, 이 경우 負突出狀態이므로 모두 負의 값을 가지며 Spangler가 提案한 -0.3보다 훨씬 크다.

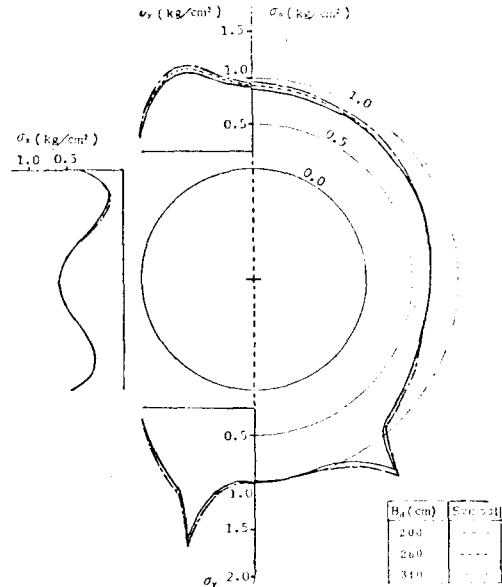


Fig. 14. Variation of vertical stress, horizontal stress, and normal contact stress for various widths of trench (B_d)

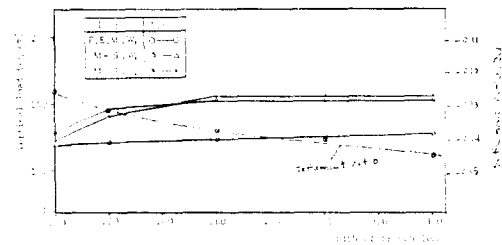


Fig. 15. Vertical loads and settlement ratio for various widths of trench

3.6 垂直荷重 및 垂直接觸應力의 近似式

正突出, 中立突出 및 負突出상태로 埋設된 剛性管의 5개 位置에 作用하는 垂直接觸應力 σ_n 의 크기와 管에 作用하는 垂直荷重 W_F 의 크기를 성토높이(H), 트렌치 깊이(TH), 트렌치 폭(B_d) 및 성토흙의 탄성계수(E_s)의 변화에 따라서 近似式으로 나타내었다.

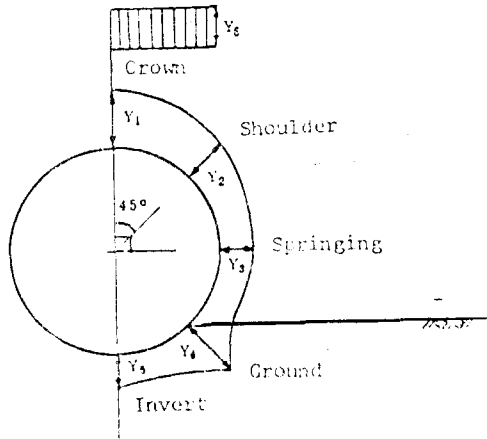


Fig. 16. Position of independent variables

獨立變數로서 $x_1 = \frac{H}{B_c}$, $x_2 = \frac{TH}{B_c}$, $x_3 = \frac{B_d}{B_c}$, $x_4 = \frac{E_s}{E_s}$ 그리고 $x_5 = \frac{t}{D}$ 의 5개의 變數를 택하였으며, Fig. 16에서 보이는 5개 位置의 垂直接觸應力 σ_n 를 위한 Y_1, Y_2, Y_3, Y_4 및 $Y_5 = \frac{\sigma_{nn}}{\gamma_s \cdot H}$ 로 나타내고 垂直荷重 W_F 를 $Y_6 = \frac{W_F}{\gamma_s \cdot H \cdot B_c}$ 로 나타내에 無次元으로 하여 아래 방정식과 같이 線型으로 假定하여 重回歸分析에 의해서 나타내었다.

$$Y = \alpha_0 + \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \alpha_3 x_3 + \alpha_4 x_4 + \alpha_5 x_5 \quad (12)$$

즉,

$$\begin{pmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \\ Y_4 \\ Y_5 \\ Y_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_{10} & \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} & \alpha_{14} & \alpha_{15} \\ \alpha_{20} & \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} & \alpha_{24} & \alpha_{25} \\ \alpha_{30} & \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} & \alpha_{34} & \alpha_{35} \\ \alpha_{40} & \alpha_{41} & \alpha_{42} & \alpha_{43} & \alpha_{44} & \alpha_{45} \\ \alpha_{50} & \alpha_{51} & \alpha_{52} & \alpha_{53} & \alpha_{54} & \alpha_{55} \\ \alpha_{60} & \alpha_{61} & \alpha_{62} & \alpha_{63} & \alpha_{64} & \alpha_{65} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix}$$

여기서 回歸係數 α_{ij} 는 Table.2와 같다.

4. 結 論

埋設된 剛性管의 舉動에 대한 有限要素分析 結果와 Marston-Spangler 理論에 의한 結果를 比較하여 다음과 같은 結論을 얻었다.

1) 본 연구에서 考慮한 條件下에서는 管에 作用하는 垂直荷重은 正突出狀態로 埋設된 경우 Marston-Spangler 理論에 의한 값이 有限要素解析보다 5~10% 정도 크게 계산되고 負突出狀態인 경우 약 10~20% 정도 크다.

2) 有限要素解析에 의한 垂直接觸應力과 垂直荷重은 식(12)와 같이 線型回歸式으로 나타낼 수 있고, 이 식에 의해서 埋設剛性管의 垂直接觸應力分布와 垂直荷重을 간단하게 구할 수 있다.

3) 剪斷應力과 垂直接觸應力과의 比 τ_n/σ_n 의 分布는 본 연구에서 고려한 모든 조건 즉 성토 높이, 성토흙의 탄성계수, 관두께 및 트렌치의 폭과 깊이에 관계없이 거의 一定하다.

4) 有限要素解析에 의해서 구한 沈下比는 성토높이, 성토흙의 탄성계수, 관두께 및 트렌치의 폭과 깊이의 변화에 따라 달라진다. 따라서 흙의 종류와 管의 埋設狀態에 따라 一定한 값을 취하는 Spangler의 提案은 修正되어야 한다.

Table 2. Regression Coefficients(α_{ij})

$i \backslash j$	0	1	2	3	4	5
1	0.72269	-0.00972	-0.06254	0.00393	-0.32060	6.48358
2	1.17835	-0.02790	-0.03766	-0.00928	-0.10525	0.38569
3	1.47095	-0.02974	-0.01885	-0.01189	0.24364	-6.44743
4	3.34122	-0.08798	-0.05730	-0.02272	-2.35454	2.19073
5	0.95941	-0.06532	-0.01867	-0.01259	-0.22529	7.20612
6	1.41733	-0.04254	-0.05629	-0.00092	-0.20339	1.63444

謝辭

본 연구는 1984년도 한국과학재단 연구비에 의해서 수행되었으며, 이에 감사를 드린다.

參 考 文 獻

1. American Concrete Pipe Association, *Concrete Pipe Design Manual*, June 1980, pp. 27~66.
2. Anand, S.C., "Stress Distribution Around Shallow Buried Rigid Pipe", *Journal of the Structural Division*, ASCE, Vol. 100, ST1, Jan. 1974, pp. 161~174.
3. Bathe, K.J., *Finite Element Procedures in Engineering Analysis*, Printice-Hall, Inc., 1982, pp. 66~297.
4. Bowles, J.E., *Foundation Analysis and Design*, McGraw Hill Book Co. 1982, pp. 66~74.
5. Chang, C.S., Espinoza, J.M. and Selig, E.T., "Computer Analysis of Newton Creek Culvert", *Journal of the Geotechnical Engineering Division*, ASCE, Vol. 106, GT5, May 1980, pp. 531~556.
6. Clarke, N.W.B., *Buried Pipelines*, Maslaren and sons, London.
7. Hinton, E. and Owen, D.R.J., *Finite Element Programing*, Academic Press, 1977.
8. IBM, *System/360 Scientific Subroutine Package*, 5th ed., IBM Corporation, Technical Publications Dep., pp. 404~407.
9. Krizek, R.J., and McQuade, P.V., "Behavior of Buried Concrete Pipe", *Journal of the Geotechnical Engineering Division*, ASCE, Vol. 104, GT7, July 1978, pp. 815~836.
10. Prakash, S., Nayak, G.C., and Gupta, R., "Analysis of Buried Pipe Under Embankment", *Conf. on Numerical Methods in Geomechanics*, Va., Vol. II, June 1976, pp. 886~900.
11. Rockey, K.C., Evans, H.R., Criffiths, D.W., Nethercot, D.A., *The Finite Element Method*, Crosby Lockwood Staples, London Co., 1975.
12. Ruckdeschel, F.R., *Basic Scientific Subroutines*, Vol. II, McGraw-Hill Pub. Co., 1983, pp. 335~348.
13. Rude, L.C., "Measured Performance of a Laboratory Culvert", *Journal of the Geotechnical Engineering Division*, ASCE, Vol. 108, GT12, Dec. 1982, pp. 1624~1641.
14. Smith, G.N., *An Introduction to Matrix and Finite Element Methods in Civil Engineering*, Applied Science Publishers, LTD. London, 1971, pp. 77~89.
15. Zienkiewicz, O.C., *The Finite Element Method in Engineering Science*, McGraw-Hill Book Co., 1971, pp. 93~240.
16. 朴聖炫, 回歸分析, 大英社, 1984.