有限要素法에 의한 地中應力의 解析

An Analysis on Stress Distribution within Soft Layer Subject to Embomkment Loading

朴 炳 基*
Park, Byung Kee
李 汶 樹**
Lee, Moon Soo
李 鎭 洙***
Lee, Jin Soo

ABSTRACT

This paper aims at investigating the distribution of stresses and the displacement of soft foundation layer subject to embankment load by the finite elements method (FEM). The stresses include the volumetric stress, the pore water pressure, the vertical stress, the horizontal stress and the shear stress.

The Christian-Boehmer's method was selected as technique for FEM and the general elasticity model and modified Cam-clay model as the governing equations under plain-strain condition depending on drained and undrained conditions.

The results obtained are as follows:

1. The volumetric stress is almost consistent with the pore water pressure. This means that the total stress is the same value with the pore water pressure under the undrined condition.
2. The vertical stress appears in the same value regardless of the drained or undrained condition and the model of the constitutive equations.
3. The horizontal stress has almost same value with the drain condition, but different value depending on the constitutive model.
4. The shear stress is affected by both the drain condition and the constitute model. The resulted value by the modified Cam-clay model has the largest.
5. The direction of the displacement vector turns outward near the tip of load during the increasing load.
6. The magnitude of displacement due to the modified Cam-clay model is as twice large as that due to elastic model.

*正會員·全南大學校 工科大學 敎授
**正會員·全南大學校 農科大學 助敎授
***正會員·全南大學校 大學院 博士課程

要 旨

本 硏究에서는 有限要素法에 의해서 堤狀荷重을 받고 있는 軟弱地盤의 應力分布와 變位를 糾明하였다. 應力에는 體積應力, 間隙水壓, 鉛直應力, 水平應力, 剪斷應力이 包含된다.

有限要素技法으로서 Christian-Boehmer 方法을 택하였으며 排水 및 非排水條件에서 一般彈性 model과 修正 Cam-clay model을 支配方程으로 選定하였다. 그 結果는 다음과 같다.

1. 體積應力은 間隙水壓과 거의 一致한다. 이는 非排水條件에서 全應力이 間隙水壓과 같다는 것을 意味한다.
2. 鉛直應力은 排水 및 非排水條件이나 構成式의 model에 關係없이 같은 값을 나타낸다.
3. 水平應力은 排水條件과는 無關하지만 構成式의 model에 따라서 다른 값으로 나타난다.
4. 剪斷應力은 排水條件 및 構成式의 model model에 따라 다른 값이 된다. 修正 Cam-clay에 의한 解析値가 가장 크게 된다.
5. 變位 Vector의 方向은 荷重이 增加하는 동안 盛土法面近方에서 外向으로 向한다.
6. 變位의 크기는 修正 Cam-clay에 의한 解析이 彈性 model의 2倍가 된다.

1. 序 論

粘土地盤 위에 盛土構造物 등의 外力이 作用할 때 地盤內에 어떠한 變形이 發生하고, 또 그 構造物이 安全하게 維持될 수 있는가를 檢討하기 위하여 現場의 狀態에 따른 境界條件 아래서 應力—變形率解析을 해야한다.

이를 위한 古典的인 方法으로는 Boussinesq 理論에 의하여 地中應力의 分布를 求하였으며 더욱 堤狀荷重의 경우는 Osterberg의 方法에 의하여 鉛直應力의 分布를 計算하였다.

그러나 數値解析法이 發達하여옴에 따라 非排水變形(即時變形)과 初期過剩間隙水壓은 다음과 같은 節次에 의하여 有限要素法을 使用하여 全應力의 觀點에서 가끔 解析이 되어왔다. (Christian과 Boehmer ; 1968) (Matsumoto, 1976)

: 即時變形은 全應力으로 解析한다.

: 有效平均全應力은 非排水條件으로 有效應力을 解析하여 決定한다.

: 初期過剩間隙水壓은 全應力과 有效應力의 差異로 決定하거나 Skempton(1954)에 의해서 提案된 間隙水壓係數를 使用하여 定義한다.

그러나 上述한 節次는 다음과 같은 理由 때문에 滿足스러운 結果를 얻을 수가 없다.

즉, 粘土의 全應力—變形率關係는 有效應力—變形率關係와는 一般的으로 相異하다 ; 平面變形條件에서는 嚴密한 意味에서 非排水彈性變形은 計算할 수 없다 ; 壓密解析을 위해서 複雜한 節次가 必要하다. 더구나 잘 알려진 바와같이 飽和土의 力學的 擧動은 全應力보다는 有效應力으로써 더 分明하게 解析될 수가 있다.

有效應力原理에 立脚한 다음과 같은 非排水變形解析이 發表되었다.

Christian(1968)은 飽和等方土의 彈性變形을 解析하였는데 그는 4개의 三角形要素로 構成되고 있는 四邊形要素를 使用하였다. 間隙水壓은 四邊形要素全體에서 一定하다고 假定하였으며 그 結果 計算된 間隙水壓은 正確할 수 없다.

더욱 이와같은 解析方法을 壓密問題에 擴張하기는 어려울 것이다.

Ito, Akai와 Irobe(1975)도 三角形要素를 使用하여 不飽和土의 壓密解析을 하였다. Yokoo, Yamagata와 Nagooka(1971) 등은 間隙水壓이 各要素의 境界를 벗어나면 不連續이라고 假定한 變分原理를 誘導하였다.

따라서 間隙水壓이 各要素境界를 넘어서 不連續이 될 수 있는 間隙水壓에 대하여 補間效果가 使用된다.

이들은 飽和된 等方等質彈性土의 丹柱에 대한 壓密問題를 解析하였으며 間隙水壓의 分布 및 鉛直과 水平變位의 分布가 잘 一致하고 있다는 것을 立證했다.

그러나 現場技術者 등이 解析하고자 하는 普

遍的인 model에 대한 解를 구한다는 것은 어려울 것으로 생각된다.

더욱 間隙水壓이 要素境界를 넘어서 不連續이라고 假定한다는 것은 非現實的일 수밖에 없다. 한편 Christian, Boehmer와 Martin(1972)은 非排水變形을 隨伴한 壓密速度에 관하여 荷重과 材料性質의 效果를 糾明하였다. 上述한 解析은 Christian과 Boehmer(1970)에 의해서 Program이 開發된 有限要素法에 의하여 이루어졌다. 또 이들 解析에서는 有限要素法과 有限差分法의 合成이 公式化되었다.

有限差分法의 特性때문에 흙이 占有한 領域外部에 假想의 要素가 導入된다.

Matsumoto와 Shoji(1976) 등은 時間經過에 따라 漸增되고 있는 荷重(漸增荷重)을 받고 있는 壓密問題를 解析하였다. 그러나 이 解析은 線型補間函數를 使用하였기 때문에 非排水變形解析問題에는 適用할 수 없다.

著者 등은 이와 같은 問體點을 補完하고 非等方, 非等質, 多層土의 壓密로 인한 應力分布를 糾明하기 위하여 Christion과 Boehmer가 提案한 有限要素法을 適用하였으며 여기에 構成方程式으로서 線型彈性 model, 非線型彈性 model 및 彈塑性 model인 修正 Cam-clay model을 各各 使用하였다.

특히 堤狀荷重이 作用한 Soft Layer 地盤의 變形解析을 하는데 各種 Model에 의한 結果를 比較하였으며 이를 다시 古典的인 Boussinesq 및 Osterberg의 方法과도 比較하여 數値解析의 實用性과 正確性을 檢討하였다.

2. 地中應力의 有限要素解析

2·1. 構成方程式

本 硏究에서는 線型彈性, 非線型彈性 model 및 修正 Cam-clay model을 構成方程式으로 使用하였는데 이 중에서도 著者는 修正 Cam-clay model에 큰 관심을 가지고 있으며 다음에 이에 관하여 記述하고자 한다.

修正 Cam-clay model에 앞서서 英國 Cambridge 大學의 Roscoe group은 1960代 初에 粘土의 應力—變形率關係를 彈塑性理論에 基礎하여 이들을 數式的 表現에 成功함으로써 載荷에 의한 粘土層의 力學的 擧動이 必要한 精度로 豫測할 수 있는 Cam-clay model을 提案하였다. 이의 成立의 假定事項은 다음과 같다.

1) 體積變形率增分(dv)은 일부 回復可能하고 剪斷變形率增分($d\varepsilon$)은 回復不可能하다.

2) 剪斷中에 所要되는 energy는 모두 摩擦로서 消費된다.

3) 降伏曲面은 塑性 potential面으로 한다. 이는 變形率增分 Vector가 降伏曲面에 直交한다는 것이다.

이것을 數式으로 나타내면 다음과 같다.

i) $\delta v=\delta v^e+\delta v^p : \delta\varepsilon=\delta\varepsilon^p$

ii) $p\cdot\delta v^p+p\cdot\delta\varepsilon^p=M\cdot p\cdot\delta\varepsilon^p$

iii) $\delta\varepsilon^p/\delta v^p=-1\Big/\dfrac{dq}{dp}$ (1)

그런데 Cam-clay model 成立의 2) 項에서는 粘土의 變形過程동안에 消費되는 energy dw의 推定은 塑性體積變形率의 增分 dv^p와 塑性剪斷變形率增分 $d\varepsilon^p$의 2個項의 合으로 表現된다.

$$dw=p\cdot dv^p+qd\varepsilon^p \quad (2)$$

그런데 限界狀態에서는

$$q/p=M \quad (3)$$

따라서

$$dw=pdv^p+Mpd\varepsilon^p \quad (4)$$

가 된다. 또한 限界狀態에서는 剪斷變形만 있으므로 $pdv^p=0$, 그러므로 式(4)는

$$dw=Mpd\varepsilon^p \quad (5)$$

가 된다. 그런데 이 式에서 粘土가 剪斷變形하는 동안에 消費되는 energy는 體積變形率에 依存하지 않는다는 것이다.

이 假定은 Rowe, Barden, Lee(1964), Burland(1965), Palmer(1967) 등이 指摘한 바와같이 直感的으로 理解되지 않는다. 그 結果 修正 Camclay model의 理論은 처음으로 Burland(1965)에 의해서 다른 方法으로 推定된 消費 energy의 假定으로부터 出發하여 Cambridge 硏究陣에 의하여 提案되었다.

$$dw=p\sqrt{(dv^p)^2+(Md\varepsilon^p)^2} \quad (6)$$

위 式에 의하면 消費 energy는 塑性體積變形率과 塑性剪斷變形率에 함께 影響을 주고 있다. 따라서 Cam-clay model보다 修正 Cam-clay mo-

del이 더 合理的이라고 할 수 있다. 그러나 修正이란 意味는 결코 Cam-clay model을 廢棄하는 것이 아니고 이 理論을 擴張하여 경우에 따라 쓸 수 있다는 것을 意味한다. (Roscoe & Burland : 1968)

2·2. 修正 Cam-clay model

앞에서 論述한 바와같이 Cam-clay model과는 다른 觀點에서 消費 energy를 구하는 것으로 1968年에 Roscoe와 Burland에 의해서 提案된 것이 이 model이다.

지금 式(2)와 (6)을 聯立하여 풀면 다음 式이 求해진다.

$$\frac{dv^p}{d\varepsilon^p}=\frac{M^2-(q/p)^2}{2(q/p)} \qquad (7)$$

式(6)과 (7)은 Cam-clay model에서 各各 $dw=p\cdot M\cdot d\varepsilon^p$와 $\frac{dv^p}{d\varepsilon^p}=M-q/p$에 對應하는 式이며 式(7)에 流動則을 適用하고 積分하여 降伏軌跡方程式을 다음과 같이 求한다.

$$p\left\{\frac{(q/p)^2+M^2}{M^2}\right\}-p_y=0 \qquad (8)$$

여기서 p_y는 p,q面에서 等方壓密曲線과 降伏軌跡의 交叉點의 p 값이다. 式(8)은 p,q面에서 $p_y/2$를 中心으로 하는 楕圓式이다. Fig. 1을 參照하면서 式(8)과 等方壓密曲線 및 膨潤曲線의 式을 結合하여 限界狀態面의 表現式을 다음과 같이 求한다.

$$p_e=p\left\{\frac{(q/p)^2+M^2}{M^2}\right\}(1-k/\lambda) \qquad (9)$$

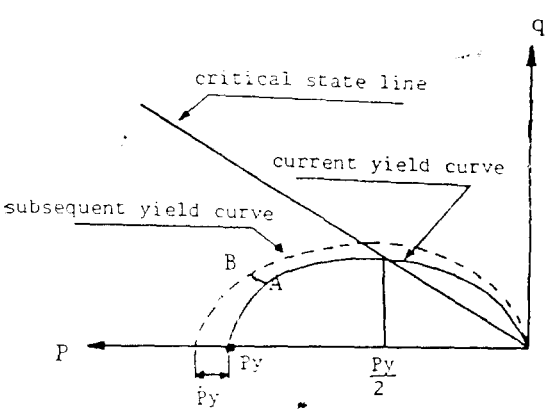

Fig. 1. Modified Cam-clay yield curves (From Roscoe & Burland 1968)

式(7)과 (9)는 粘土가 降伏하는 동안의 應力—變形率擧動을 完全하게 定義하는 表現式이다.

또 降伏軌跡을 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$F=q^2-M^2p_0p+M^2p^2=0 \qquad (10)$$

여기서 $q=\frac{3}{\sqrt{2}}\tau_{oct}=\sqrt{3J_{2D}}$

$$p=\frac{J_1}{3}=(\sigma'_{11}+\sigma'_{22}+\sigma'_{33})/3$$

$$J_{2D}=\frac{1}{2}s_{ij}\ s_{ij}$$

단 s_{ij}는 deviator stress tensor이다.

降伏函數 F는 p,q,v^p(塑性體積變形率)의 函數이므로 全微分을 취하면

$$dF=\frac{\partial F}{\partial p}dp+\frac{\partial F}{\partial q}dq+\frac{\partial F}{\partial v^p}dv^p=0 \qquad (11)$$

를 얻는다.

이것은 dp와 dq의 應力增分에 의하여 dv^p라는 塑性體積變形率이 發生할 때 加工硬化(work hardening)해서 應力狀態가 後續의 降伏曲面에 到達하는 것을 意味하고 있다. 또 彈性 matrix D^E에 의한 應力增分과 彈性變形率의 關係式은

$$d\sigma_{ij}=D^E d\varepsilon_{ij}{}^E \qquad (12)$$

이다. 또 associated flow rule과 normality condition에 따른 塑性變形率 Vector 方向을 考慮한 式은 다음과 같다.

$$d\varepsilon_{ij}{}^p=\Lambda A_{ij} \qquad (13)$$

여기서 Λ는 比例係數이며 다음에서 이를 求하는 過程을 記述한다.

단 $A_{ij}=\frac{\partial\theta}{\partial p}\frac{\partial p}{\partial\sigma_{ij}}+\frac{\partial\theta}{\partial q}\frac{\partial q}{\partial\sigma_{ij}}$

θ=plastic potential

그러므로 降伏函數 F의 기울기는 다음과 같다.

$$B_{ij}=\frac{\partial F}{\partial p}\frac{\partial p}{\partial\sigma_{ij}}+\frac{\partial F}{\partial q}\frac{\partial q}{\partial\sigma_{ij}} \qquad (14)$$

그리고 式(11)은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$dF=B_{ij}\ d\sigma_{ij}+\frac{\partial F}{\partial v^p}dv^p=0 \qquad (15)$$

또 $d\varepsilon_{ij}{}^e=d\varepsilon_{ij}-d\varepsilon_{ij}{}^p$ (16)

따라서

$$d\sigma_{ij}=C_{ijkl}(d\varepsilon_{kl}-d\varepsilon_{kl}{}^p) \qquad (17)$$

여기서 C_{ijkl}은 Components of elasticity for soild phase이다. 式(17)을 (15)에 代入하면

$$dF=B_{ij}\ C_{ijkl}(d\varepsilon_{kl}-d\varepsilon_{kl}^{p})+\frac{\partial F}{\partial v^{p}}dv^{p}$$

$$=B_{ij}\ C_{ijkl}(d\varepsilon_{kl}-\Lambda\ A_{kl})+\frac{\partial F}{\partial v^{p}}\Lambda\frac{\partial F}{\partial p}$$

$$=0 \qquad (18)$$

$$\left(B_{ij}\ C_{ijkl}\ A_{kl}-\frac{\partial F}{\partial v^{p}}\ \frac{\partial F}{\partial^{p}}\right)\Lambda=B_{ij}\ C_{ijkl}\ d\varepsilon_{kl}$$

로부터

$$\Lambda=\frac{B_{ij}\ C_{ijkl}\ d\varepsilon_{kl}}{B_{ij}\ C_{ijkl}\ A_{kl}-\frac{\partial F}{\partial v^{p}}\ \frac{\partial F}{\partial p}} \qquad (19)$$

式(17)에 (13) 및 (19)를 使用하여 다음 式을 求한다.

$$d\sigma_{ij}=\left\{C_{ijrs}-\frac{C_{ijkl}\ A_{kl}\ B_{mn}\ C_{mnrs}}{B_{mn}\ C_{mnrs}\ A_{rs}-\frac{\partial F}{\partial v^{p}}\ \frac{\partial F}{\partial p}}\right\}$$

$$d\varepsilon_{rs} \qquad (20)$$

associative plasticity에 대해서는

$\theta=F$, $A_{ij}=B_{ij}$이므로 original Cam-clay model에 使用하는

$$dv^{e}=-\frac{k}{1+e_0}\ \frac{dp_0}{p_0} \qquad (21a)$$

$$dv=-\frac{\lambda}{1+e_0}\ \frac{dp_0}{p_0} \qquad (21b)$$

$$dv^{p}=dv-dv^{e}=\frac{\lambda-k}{1+e_0}\ \frac{dp_0}{p_0} \qquad (21c)$$

로부터

$$\frac{\partial p_0}{\partial v^{p}}=\frac{p_0(1+e_0)}{\lambda-k} \qquad (22)$$

$$\therefore\ \frac{\partial F}{\partial v^{p}}=\frac{\partial F}{\partial p_0}\frac{\partial p_0}{\partial v^{p}}=\frac{\partial F}{\partial p_0}\cdot\frac{p_0(1+e_0)}{\lambda-k} \qquad (23)$$

따라서 式(19)에 associated flow rule을 適用하면

$$\Lambda=\frac{A_{ij}\ C_{ijkl}\ d\varepsilon_{kl}}{A_{ij}\ C_{ijkl}\ A_{kl}-\gamma\ A_{ij}}$$

여기서 $\gamma=\frac{\partial F}{\partial p_0}p_0\ \frac{1+e_0}{\lambda-k}$, $A_{ij}=\frac{\partial F}{\partial p}$이다.

2·3. 有限要素式

이 節에서는 Christian(1968)에 의한 彈性解를 說明하고 아래의 彈性式에 構成方程式으로서 修正 Cam-clay model을 交替하면 된다.

다음의 平面變形率條件이 有限定差法이나 有限要素法에 適用될 수 있으나 특히 後者에 有用하다.

여기서는 引張應力과 引張變形率을 正으로 取한다. 全應力을 Voctor, $\{\sigma\}$로 쓰기도 한다.

$$\{\sigma\}=\{\sigma_x,\sigma_y,\tau_{xy}\} \qquad (25)$$

有效應力을 $\{\bar{\sigma}\}$로서 表示한다.

$$\{\bar{\sigma}\}=\{\bar{\sigma}_x,\bar{\sigma}_y,\tau_{xy}\} \qquad (26)$$

그리고 間隙水壓은 $\{u\}$이다.

$$\{u\}=\{\bar{\sigma}\}+\{u\} \qquad (27)$$

有效應力原理에 의해서

$$\{\sigma\}=\{\bar{\sigma}\}+\{u\} \qquad (28)$$

變形率은 $\{\varepsilon\}$이다.

$$\{\varepsilon\}=\{\varepsilon_x,\varepsilon_y,\gamma_{xy}\} \qquad (29)$$

그리고 初期變形率을 $\{\varepsilon_0\}$로 나타낸다. 따라서 有效應力—變形率關係는

$$\{\bar{\sigma}\}=[D]\ \{\varepsilon\}-\{\varepsilon_0\} \qquad (30)$$

지금의 경우 變形率은 線型彈性等方則에 의해서 應力과 관련지을 수 있다.

$$[D]=\frac{E}{(1+\bar{\nu})(1-2\bar{\nu})}\begin{pmatrix}1-\bar{\nu} & \bar{\nu} & 0\\ \bar{\nu} & 1-\bar{\nu} & 0\\ 0 & 0 & \frac{2}{1-2\bar{\nu}}\end{pmatrix} \qquad (31)$$

作用荷重을 $\{p\}$, $\{v\}$를 變位 δ를 任意의 微小增分이라 하면, 假想일의 原理에 의하여

$$\int_s\{p\}^{T}\delta\{v\}\,ds+\int_v\{b\}^{T}\delta\{v\}\,dv=$$

$$\int_v\{\sigma\}^{T}\delta\{\varepsilon\}\,dv=$$

$$\int_v\{\bar{\sigma}\}^{T}\delta\{\varepsilon\}\,dv+\int_v\{u\}^{T}\delta\{\varepsilon\}\,dv \qquad (32)$$

單純三角形內部의 어느 곳에에나 變位는 3節點 i,j,k에서의 點과 變位의 空間座標 x,y의 線型函數로 假定하였다. 그 結果 다음 式으로 表示된다.

$$\{v\}=[M][A]^{-1}\{V_N\} \qquad (33)$$

이 式에서 $[M]$은 x와 y의 1次項을 包含하고, $[A]^{-1}$은 節點變位$\{V_N\}$를 線型展開을 위한 適切한 係數로 變換시키는 行列에 대한 普遍的인 表記이다.

式(33)은 正確하게 微分함으로서 變形率을 求한다.

다만 行列$[M]$은 微分함으로써 바꾸워지며 結果的으로 다음 式을 얻는다.

$$\{\varepsilon\}=[B][A]^{-1}\{V_N\} \qquad (34)$$

定變形率의 三角形要素에 대하여

$$[B]=\begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1\\0&0&1&0&1&0\end{bmatrix} \quad (35)$$

式(33)과 式(34)를 式(32)에 代入하고 계속적으로 代數演算을 하면 다음과 같은 行列이 求해진다.

$$\{P_N\}=[A]^{-1}\int_s[M]^T p\,ds+\int_v[M]^T\{b\}\,dv$$
$$+\int_v[B]^T[D]\{\varepsilon_0\}\,dv \quad (36)$$

$$[K_N]=[A]^{-1,T}\int_v[B]^T[D][B]dv[A]^{-1} \quad (37)$$

따라서 結合方程式은

$$\delta\{V_N\}^T\{P_N\}=\delta\{V_N\}^T\ ([K_N]\{V_N\}$$
$$+[A]^{-1,T}\int_v[B]^T\{u\}\,dv) \quad (38)$$

$\delta\{V_N\}$ 成分 크기는 任意的이기 때문에

$$\{P_N\}=[K_N]\{V_N\}+[A]^{-1,T}\int_v[B]^T\{u\}\,dv \quad (39)$$

式(39)는 節點變位$\{V_N\}$를 節點力$\{P_N\}$에 剛性行列로 관련시키고 있다.

一般的인 有限要素式에는 間隙水壓이 解析에 들어가지 않기 때문에 式(39)의 마지막 項이 없으나 여기서는 間隙水壓이 平衡에 관여하고 있기 때문에 包含되어야 한다. 이제 더 詳細하게 마지막 項을 檢討하면, 우선

$$[B]^T\ \{u\}=\{0.\,u000u\} \quad (40)$$

이기 때문에

$$\{G\}=\{0.\,10001\} \quad (41)$$

로 定義하면 便利하다. 式(39)의 마지막 項은 $[A]^{-1,T}\{G\}uat$로 되며 이는 要素의 面積, t는 要素의 두께이며 1로 假定한다. 2個의 未知數를 크기가 거의 같도록 하기 위하여 間隙水壓을 體積係數($K_B=E/3_{(1-2\nu)}$)로 나누워서 새로운 未知數를 얻는다.

$$H_N=\frac{u}{K_B} \quad (42)$$

따라서

$$\{P_N\}=[K_N]\{V_N\}+[K'_N]H_N \quad (43)$$

또

$$[K'_N]=[A]^{-1,T}\ \{G\}K_Ba \quad (44)$$

必要한 또 하나의 式은 體積變化에 대한 抑制이다. 體積變形率 e_N은

$$e_N=\varepsilon_x+\varepsilon_y=[010001]\ [A]^{-1}\{V_N\}$$
$$=\{G\}^T[A]^{-1}\{V_N\} \quad (45)$$

$K_B\,a$를 兩邊에 곱하면

$$K_Bae_N=\{K'_N\}^T\ \{V_N\} \quad (46)$$

여기서 $a\cdot e_N$은 要素內의 比體積이며 非壓縮性의 경우는 0이다.

式(43)과 式(46)을 結合하면 要素에 대한 一般化된 行列方程式을 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix}K_N & K'_N\\ K'^T_N & 0\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}V_N\\ H_N\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}P_N\\ K_Bae_N\end{Bmatrix} \quad (47)$$

各要素에 대한 式을 行列合을 求하여 全 system에 대한 式을 얻게 된다.

Wilson의 方法에 의하여 四邊形要素는 4個의 三角形要素로 構成된다. 全四邊形內에서 間隙水壓은 一定하다고 假定한다. 따라서 하나의 體積變形率方程式이 各四邊形要素마다 必要하다.

이는 4個의 三角形要素式을 合하여 求한다.

3. 結果 및 考察

3·1. 模型地盤

本 章에서는 平面變形率條件에서 地盤을 線型彈性體 및 非線型彈性體로 假定하여 排水 및 非排水條件에서 地盤의 應力에 관하여 數値解를 통하여 얻어진 結果를 比較考察하였다. 排水條件인 경우 間隙水壓이 0이 되므로 彈性定數로서는 有效應力定數인 E 및 ν를 適用하였다.

有效應力으로 表示한 Poisson 比 ν는 0.374로써 全應力에 대한 有效彈性係數比는 다음과 같다(全應力定數의 Poisson 比 ν는 體積變化가 없으므로 0.5이지만 $1-2\nu$의 값이 0이 되므로 分母로서 $1-2\nu$ 項이 들어가면 計算遂行이 不可能하므로 0.4995로 하였다).

$$\frac{E}{\bar{E}}=\frac{1+\nu}{1+\bar{\nu}}=\frac{1+0.4995}{1+0.374}=1.092$$

3·3·1. 要素分割 및 解析條件

1) 盛土基礎地盤의 要素分割은 Fig. 2와 같으며 層두께 12m, 基礎幅 72m의 中心線에서 左側을 取한 것이다.

2) 盛土荷重은 $q=5t/m^2$인데 時間 Δt마다 0.5

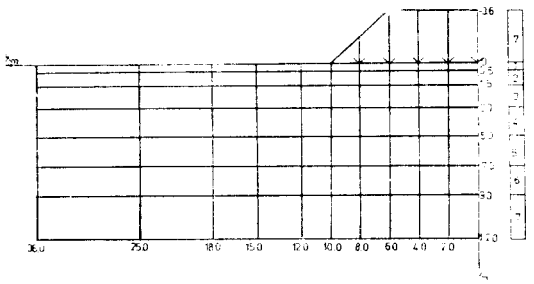

Fig. 2. Finite element representation

t/m²로 1層씩 增加시켰다.

3) 境界 및 排水條件은 底部와 側部는 非排水이고 上部만 自由排水로 하였으며 底部는 變位가 固定이고 側部는 鉛直變位만 許容하였다.

4) 地盤의 支持力을 8.0t/m²로 推定하고 5t/m²까지 載荷하여 安定率 F가 1.6이 된다.

5) 入力된 材料定數 및 特性値는 Table. 1과 같다.

6) 粘土層은 K_0-壓密層이며 깊이에 따라 變하는 材料定數 즉 剪斷彈性係數(G), 間隙比(e), 透水係數(k_v)는 다음 式에 의하여 求하고 이를 圖式化하면 Fig. 3과 같다.

$$G=G\exp(e-e_0)/\lambda$$

$$e=e_0-\left(\lambda\ln\frac{p}{p_0}\right)$$

Table-1. Material properties & parameters used in calculation.

layer	λ	K	M	G_0	ν	σ_{vc}	K_{oc}	σ_{vo}
1	0.29	0.03	1.4	50	0.374	2.5	0.597	2.5
2	0.29	0.03	1.4	59	0.374	2.9	0.597	2.9
3	0.29	0.03	1.4	78	0.374	3.7	0.597	3.7
4	0.29	0.03	1.4	96	0.374	4.5	0.597	4.5
5	0.29	0.03	1.4	122	0.374	5.5	0.597	5.5
6	0.29	0.03	1.4	145	0.374	6.3	0.597	6.3
7	0.29	0.03	1.4	178	0.374	7.8	0.597	7.8

layer	K_0	e_0	γ_t	λ_K	Kx_o	Ky_o
1	0.597	1.92	1.7	0.29	0.47×10^{-3}	0.47×10^{-3}
2	0.597	1.87	1.7	0.29	0.396×10^{-3}	0.396×10^{-3}
3	0.597	1.79	1.7	0.29	0.3×10^{-3}	0.3×10^{-3}
4	0.597	1.73	1.7	0.29	0.244×10^{-3}	0.244×10^{-3}
5	0.597	1.66	1.7	0.29	0.192×10^{-3}	0.192×10^{-3}
6	0.597	1.61	1.7	0.29	0.161×10^{-3}	0.161×10^{-3}
7	0.597	1.55	1.7	0.29	0.131×10^{-3}	0.131×10^{-3}

$$K_v=K_{v0}-10(e-e_0)/0.3\lambda$$

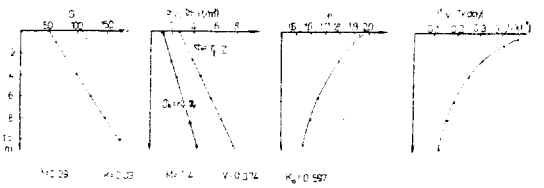

Fig. 3. Change of material properties with depth

3·2. 地中應力 分布

3·2·1. 體積應力 및 間隙水壓

有效應力 및 全應力 槪念에 立脚, 彈性 model에 의하여 解析한 結果를 最大荷重(5t/m²)으로 나누어 規準化하여 나타낸 것이 Fig. 4이다.

Fig. 4에서는 3方向主應力의 平均應力 즉, 體積應力이 間隙水壓과 거의 一致하고 있다.

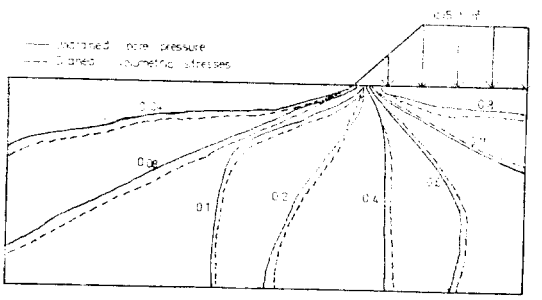

Fig. 4. Normalized volumetric stresses

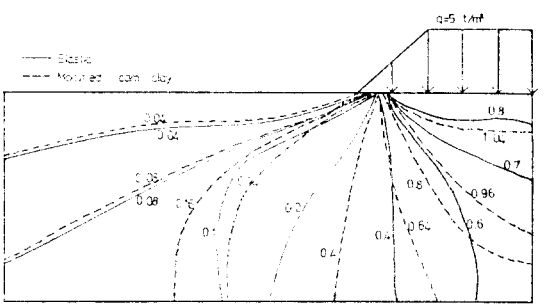

Fig. 5. Normalized PWP.

이것은 非排水인 경우 全應力이 곧 間隙水壓이라는것을 의미하고 있다.

Fig. 5에는 非排水條件에서 위의 彈性解의 結果와 彈塑性(修正 Cam-clay model)에 의하여 解析한 結果를 最大荷重(5t/m²)으로 規準化하여 比較한 것이다. 兩者가 잘 一致하고 있다.

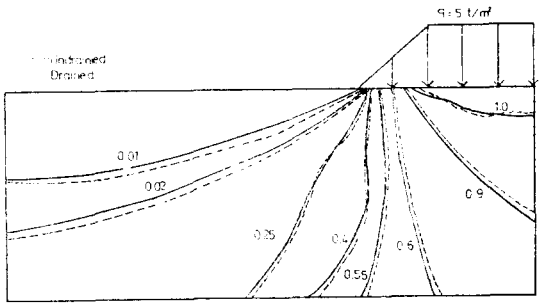

Fig. 6. Normalized vertical stresses

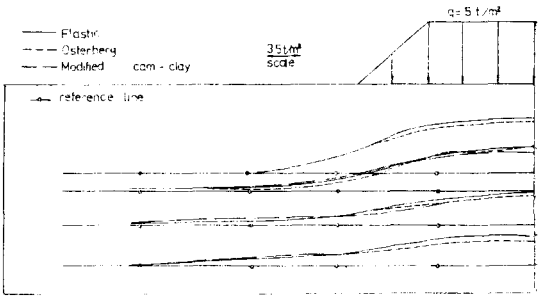

Fig. 8. Vertical stresses with depth

3·2·2. 鉛直應力

Fig. 6에 彈性 model에 의한 排水 및 非排水條件에서의 鉛直應力을 나타냈다. Fig. 6에서와 같이 鉛直應力은 排水條件에 거의 影響을 받지 않음을 알 수 있다. 또한 Boussineq의 鉛直應力解析에서와 같이 彈性常數(E, ν)와는 無關하다는 事實과도 관련이 있다. 等方壓密粘土에 있어서 鉛直應力은 地盤에 대한 材料의 壓縮性과 거의 無關하다는 Chrirtian(1968)의 主張이 多層土에서도 適用되고 있음을 알 수 있다. Fig. 6에 나타난 바와같이 基礎地盤上部에서 應力分布가 不規則한데 이는 荷重과 地盤과의 接觸部에서의 要素 grid가 密實하지 못한데서 오는 誤差 때문인 것으로 判斷된다. 또한 鉛直應力分布는 兩解析의 方法間에 큰 差異가 없다.

有效應力原理에 관련된 全應力은 有效應力과 初期間隙水壓의 合으로 나타낼 수 있다. 全應力解析에 있어서 盛土法面下端部 近方의 不規則性은 計算過程에서의 반올림, 버림에 의한 數値誤差를 나타낼 것이다.

그리고 Fig. 8에는 非排水 彈性解와 修正 Cam-clay model에 의한 鉛直應力의 解析結果를 나타낸다. 여기서도 兩者가 解析條件이나 方法에 無關한 채로 잘 一致하고 있다. 以上을 綜合하여 보면 鉛直應力은 排水條件 및 構成 model에 影響을 받지 않는다고 判斷된다.

또 Fig. 8은 깊이에 따른 鉛直應力의 크기를 나타낸다. 그리고 여기에는 Osterberg에 의한 應力도 表示하였다. 古典解와 數値解析間에 좋은 一致를 보이고 있다.

3·3·3. 水平應力

排水 및 非排水條件에 의한 彈性解析의 結果을 規準化하여 Fig. 9에 나타냈다. Fig. 9에 나타난 바와같이 排水條件에 따라 若干의 差異가 있음을 알 수 있다.

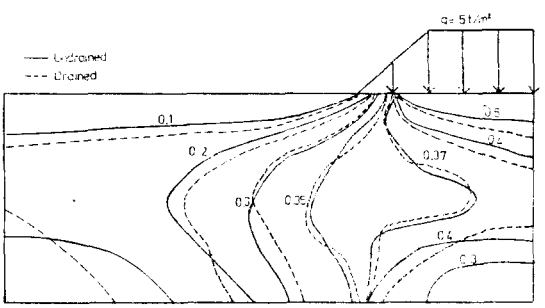

Fig. 9. Normalized horizontal stresses

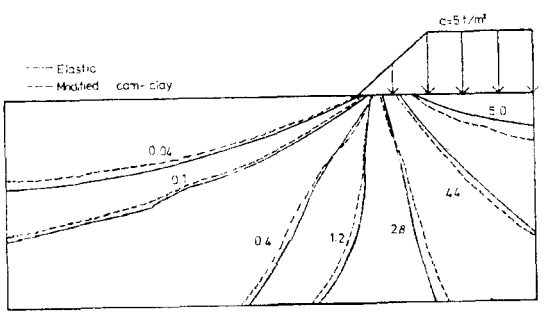

Fig. 7. Normalized vertical stresses

Christian(1968)이나 Matsumoto(1976) 등에 의하면 「壓密進行中에 全應力이 一定하다고 假定한 古典的인 解析과는 상당한 差異가 있다」고 지적하고 있으나 本 解析結果는 有意義의 差異는 發見되지 않는다. 이 點에 대하여는 더 많은 硏究가 있어야 될 것으로 믿어진다. 그러므로 本 解析의 結果는 排水條件에 크게 影響을 받게 된다고 提案하고 있으므로 水平應力에 左右되는 Sheet pile, 옹벽 등의 土壓計算에 있어서는 材料의 定水, 排水條件 등에는 일단 注意를 要한

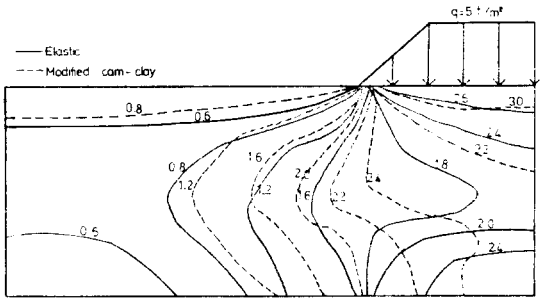

Fig. 10. Normalized horizontal stresses

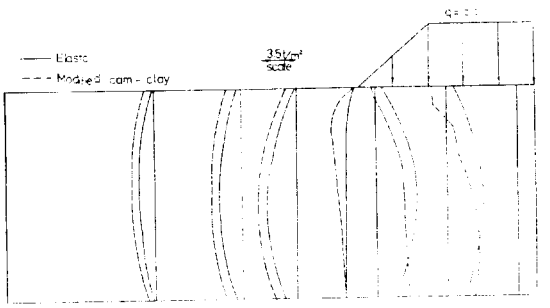

Fig. 11. Horizontal stresses with stripe

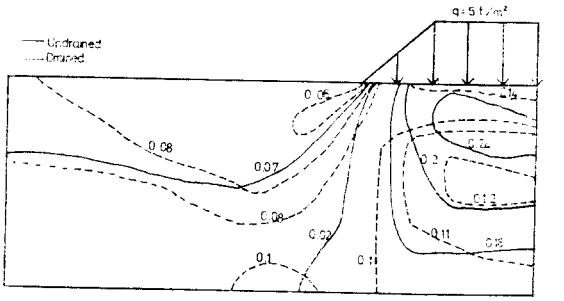

Fig. 12. Normalized shear stresses

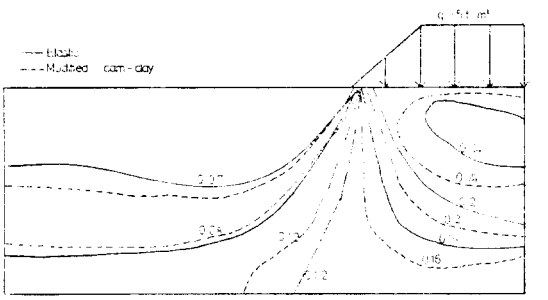

Fig. 13. Normalized shear stresses

다고 하겠다.

또 Fig. 10에서는 修正 Cam-clay model에 의한 解析이 彈性解보다 폐 크게 나타나고 있다. 그리고 Fig. 11에는 띠에 대한 水平應力의 크기를 構成 model에 따라 表示하였다. model間에 상당한 差異가 發見된다.

3·2·4. 剪斷應力

排水 및 非排水條件에 따른 彈性解의 結果를 Fig. 12에 나타냈다. 이에 의하면 剪斷應力은 排水條件에 따라 影響을 받고 있음을 알 수 있다. 즉 排水條件에서 非排條件에 비하여 크게 나타나고 있다. 이것은 排水의 경우가 非排水의 경우보다 剪斷應力이 크게 나타나고 있어 排水에 의한 安定解析이 위험측이라고 생각할 수 있으나 排水過程에서 體積의 減少에 따른 抵抗强度의 增加가 있을 것이므로 반드시 不安定하다고는 斷言할 수 없다. Fig. 13에 非排水의 彈性解와 修正 Cam-clay model에 의한 彈塑性解에 의한 結果를 比較하였다. 修正 Cam-clay model에 의한 解析의 結果가 彈性解에 비하여 荷重아래의 部分에서는 크게 나타나고 있으나 盛土部外側으로 멀어짐에 따라 거의 같은 값을 보이고 있다.

3·3. 變 位

3·3·1. 變位 Vector

盛土荷重을 $\Delta q = 0.5 t/m^2$씩 增加시켜 基礎地盤이 破壞에 이르기까지의 變形이 進行하는 경우의 變位 Vetor分布를 (a) 圖에, 盛土荷重이 增加한 경우를 (b) 圖에, 그리고 破壞에 가까운 경우의 變位 Vector를 (c) 圖에 나타냈다.

Fig. 14에서와 같이 基礎地盤의 變形은 盛土荷重의 增加에 따라 盛土外側으로 향하려는 傾向이 있다.

또 側方變位 Vector가 盛土荷重의 크기에 敏感하므로 側方變位測定은 盛土法面의 끝部分이라 그 近方이 適當하며 側方位를 抑制할 目的으

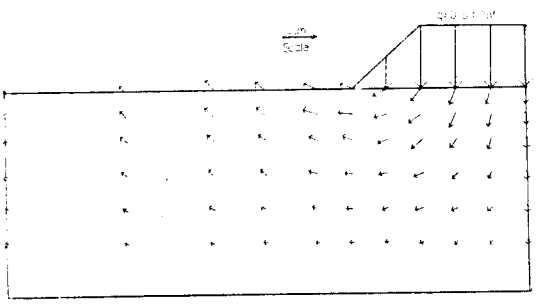

Fig. 14. (a)

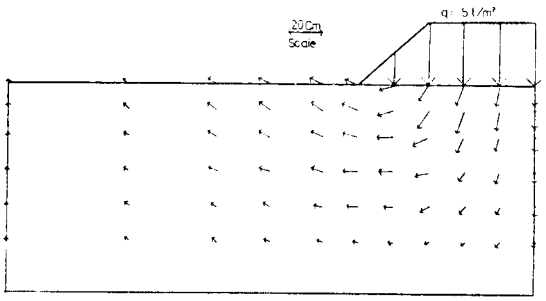

Fig. 14. (b)

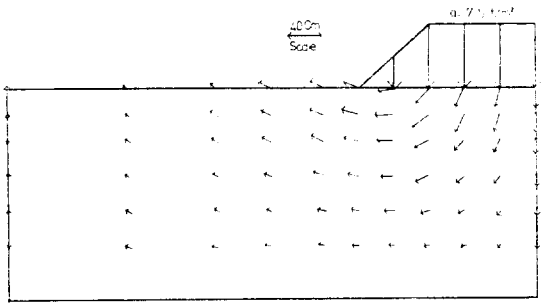

Fig. 14. (c) Computed displacement

로 基礎地盤을 補强할 경우에는 이와같은 位置가 適當하다고 判斷된다.

3·2·2. 變 形

Fig. 15에는 排水條件에 따른 彈性解에 의한 變位를 나타냈다. 排水條件에 關係없이 거의 같은 값을 보이고 있다.

Fig. 16은 非排水彈性解와 修正 Cam-clay model에 의한 彈塑性解의 結果를 보인 것이다.

Fig. 16에서와 같이 後者에 의한 解析이 變位에 있어서 約 2倍의 크기를 나타낸다. 그러나 現場觀測이나 試驗盛土가 아직 이루어지지 않고 있어 어느 것이 더 正確値에 接近하는 있는 가는 斷言하기 어렵다.

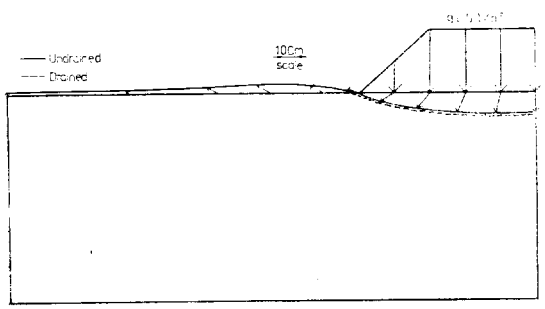

Fig. 15. Computed deformation

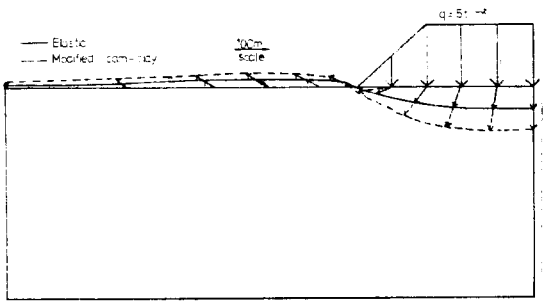

Fig. 16. Computed deformation

4. 結 論

Biot의 Christrain-Boehmer의 有限要素方法을 택하여 排水조건을 고려한 彈性解析에 의한 應力 및 變位와 非排水조건에서 構成方程式으로서 修正 Cam-clay model을 使用한 彈塑性解析에 의한 結果 등을 比較한 바, 다음과 같은 結論을 얻을 수 있었다.

1. 體積壓力이 間隙水壓과 거의 一致하고 있다. 이는 非水의 경우 全壓力이 곧 間隙水壓이라는 것을 意味하고 있다.

2. 鉛直應力은 排水條件 및 構成式의 選擇에 影響을 받지 않는다.

3. 水平應力은 排水條件에 영향을 받는다고 報告되어 있으나, 本 硏究에서는 큰 差異가 없다. 이 點은 더욱 더 많은 硏究가 必要하다.

4. 剪斷應力은 排水條件에 영향을 받는다. 修正 Cam-claymodel에 의한 解析이 큰 剪斷應力을 나타낸다.

5. 變位 Vector는 盛土荷重이 增加함에 따라 盛土法面下部에서 外向으로 나가는 경향이 있다.

6. 變位는 修正 Cam-clay model에 의한 彈塑性에 比하여 解析結果가 2倍程度 크게 나타난다.

參 考 文 獻

1. 朴炳基, 鄭鎭燮, 李汶樹, 姜秉宣, "限界狀態 槪念에 의한 飽和粘土의 剪斷特性에 관한 硏究", **大韓土木學會論文集**, 3卷 2號, 1983.
2. 李汶樹, "有限要素法에 의한 多次元 壓密의 變形解析", **博士學位論文**, 高麗大學院, 1985.
3. 鄭鎭燮, "飽和粘土의 應力一變形率에 관한 硏究" **博士學位論文**, 全南大學院, 1983.

4. Christian, J.T., "Undraind Stress Distributions by Numerical Method", *Journal of the SMFD*, ASOE, NO. SM 6, pp. 1333~1314, 1968.
5. Christian, J.T. & J.W. Boehmer, "Plain Strain Consolidation by Finite Elements", *Journal of the SMFD*, ASCE, No. 96, SM 4, pp. 1435~1457, 1970.
6. Hwang, C.T., N.R. Morgenstern & D.W. Murray, On Solutions of Plain Strain Consolidation Problems by Finite Elements Methods," *Canadian Geotechnical Journal*, Vol. 8, No. 1, pp. 109~118, 1971.
7. Matsui, T. & N. Abe, "Multi-dimensional Elasto-plastic Consolidation Analysis by Finite Element Methods", Soils & Foundation, Vol. 21, No. 1, pp. 79~95, 1981.
8. Matsumoto, T., "Finite Element Analysis of Immediate and Consolidation Deformations Based on Effective Principle", *Soils & Foundation*, Vol. 16, No. 4, JSMFE, 1976.
9. Roscoe, K.H. & J.B. Burland, "On the Generalized Stress-Strain Behaviour of 'Wet' Clay", *Engineering Plasticy*, Cambridge Univ. Press, pp. 535~609, 1968.
10. Roscoe, K.H. & H.B. Poorooshasb, "A Theoretical and Experimental Study of Strain in Triaxial Tests on Normally Consolidated Clays", *Geotecnique*, London, England, Vol. 13, pp. 12~38, 1963.
11. Wilson, E.I., Structural Analysis of Axysymmetric Solids, *AIAA*. Vol. 3, No. 12, pp. 2269~2274, 1965.

(1985. 6. 8. 접수)