

기저막 운동의 전기적 모델링에 관한 연구

A Study on the Electronic Model of Cochlear Basilar Membrane Motion

* 이 윤 선 (Lee, Youn Sun.)

요 약

본논문에서는 코클리어 기저막 운동에 관한 전기적 모델링을 래더회로를 이용하여 구현하였다. Budak의 이론에 근거한 이득이 1보다 큰 RC수동회로를 이용하여 귀에서의 Place Principle을 만족시키는 특성을 갖는 모델을 제시하였으며 이는 간단한 회로를 첨가시킬시에 이득이 1보다 큰 주파수를 감지해낼 수도 있다. 컴퓨터 Simulation을 이용한 전달함수 분석에서는 특이한 형태의 전압전달함수를 얻을수 있었으며, 연구결과, 본 모델은 코클리어 기저막운동을 표현하기에 적합하다는 결론을 얻을 수 있었다. 본 모델은 임상의학이나 그외의 공학분야등에 이용이 가능하리라고 본다.

ABSTRACT

This paper is a study on cochlear basilar membrane motion. The purpose of the study is to develop an electronic model which can adequately describe the process of the sound transmission using a ladder network. A special RC passive network which has amplifying characteristics based on Budak's theory can electronically express the place principle. Also, using a simple adaptive circuit, it can detect specific frequencies with output gain greater than unity. Transfer function analysis was done by computer simulation producing a special type of voltage transfer function. The results of this study show that this model can adequately describe cochlear basilar membrane motion and may also be applied in the fields of clinical medicine and medical engineering.

1. 서 론

인간의 청각구조는 인체에서 중요한 역할을 하는 기관의 하나이다. 청각구조는 외이, 중이, 내이의 세부분으로 나누어진다. 이와같은 기관의 전기적 모델링은 여러조건에서의 동작기능을 이해시키는데 중요한 몫을 해낸다. 전기적 모델링은 수학적 모델링이나 기계적 모델링보다 많은 잇점을 가지고 있다. 수학적 모델은 해석하기에 복잡한 난점이 있고, 기계적 모델은 실현시키는데 난점이 있다. 전기적 모델링의 장점은 모델화한 구조와 기능과의 관계가 간단하여 여러가지 입력신호에 의한 출력신호가 각 계수에 의하여 쉽게 예측될 수 있으며 독립적으로 실현시키기도 용이하다.

1983년 D. S. Chitore, S. C. Saxena 등에 의해 제안된 중이의 전기적 모델링이 그 좋은 예이다.⁸⁾ 수학적 모델링은 이론의 발전에 큰 기여를 하고 있으며 현재에도 많은 학자들이 이 분야에 연구를 계속하고 있다. 그중의 일부 예를 든다면, 1960년 Von Békésy에 의하여 측정된 기저막 운동은⁹⁾, 1974년 Rhode 등에 의하여 Mössbauer effect를 이용한 기저막의 진동반응 측정등으로 발견되어졌으며¹⁰⁾, 1977년 J. B. Allen에 의하여 적분방정식으로 표현되어졌다.¹¹⁾ 또한 1984년 유선국, 박상희, 백승화는 전자계산기를 이용하여 수학적 모델에 의해 기저막 운동 해석을 하였다.¹²⁾ 이러한 논문들의 공통적인 견해는 기

저막을 각각 거리의 함수로 보았을때 특정주파수들에서 최대 공진을 일으킨다는 것이다. 그러나 수학적 기법을 이용한 모델은 해를 구하는 시간이 길어지고 그 알고리즘도 복잡해짐에 따라 식의 일부분을 근사화하여야하는 난점이 있다. 이와같은 배경하에 본 논문에서는 기저막의 동작특성에 관하여 전기적 모델링을 행하고자 한다. 고찰은 먼저 모델링의 대상인 내이의 동작특성의 일부분을 생리학적 견지에서 구조와 기능으로 나누어 간단히 고찰하고, 전기적 모델이 갖추어야 할 출력조건을 설정하여 기저막 운동에 관한 전기적 모델링을 행한다. 이 모델에 대한 전달함수 분석은 전자계산기를 이용한 Simulation에 의하여 행하며, 이미 발표되어진 기저막 운동특성의 그래프와의 비교에서도 모델링의 유용성 여부를 판단하고자 한다.

II. 내이의 구조 및 기능

그림 1은 내이중 코클리어(Cochlea)의 단면도이다.²⁾ 내이는 평형 감각을 담당하는 세반고리관과 청음을 담당하는 코클리어로 나누어져 있으며 코클리어 내부는 Scalar Vestibuli, Scalar Media, Scalar Tympani의 세부분으로 나뉘어진 bony structure를 갖는데, 이 세부분은 Vestibular Membrane (VM)과 Basilar Membrane (BM)에 의하여 구분되어진다. 외이, 중이를 거쳐 입력되어진 음성신호는 주파수 성분만이 남지되며 이 신호성분은 Stapes와 연결된 Oval Window를 진동시켜 코클리어 내부의 Scalar Vestibuli와 Scalar Tympani를 채우고 있는 Perilymph 액들을 와동시킨다. Scalar Vestibuli로 입력되어진 신호성분은 Scalar Vestibuli와 Scalar Tympani를 연결시키는 작은 통로인 Helicotrema를 통하여 Scalar Tympani로 옮겨지며 여기서 Round window로 빠져나가 코클리어 내부를 물리적 에너지의 평형상태로 유지시킨다. Perilymph의 와동은 기저막 즉, BM의 진동을 유발시키는데, BM은 20,000 ~ 30,000개의 Basilar fibre로 구성되어져 특정주파수에서 최대공진을 일으키는 지점들이 산재해 있으며, 여기서 생긴 자극은 Scalar Media내의 Corti 기관에 의해 감지된다.

그림 2는 Stapes로부터 각 거리에 따른 BM의 진폭 특성이다.²⁾ Stapes에서 가까운 지점에서는 고주파에서 최대공진을 나타내고 Helicotrema로 갈수록 저주파

에서 최대공진을 나타내는 특성을 보여주고 있다. 이는 생리학적 견지에서 볼때, 내이의 생리에서의 Place Principle을 설명하는 그림이 된다.

THE SENSE OF HEARING

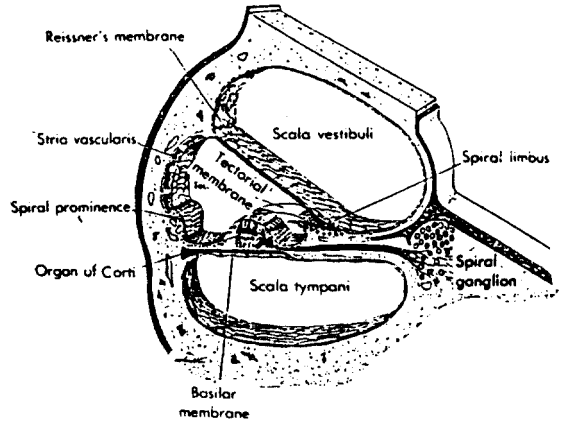


그림 1 코클리어의 단면도

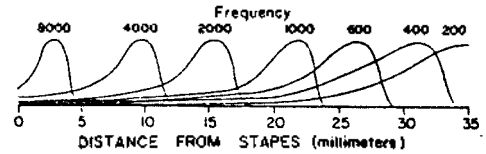


그림 2 기저막의 운동특성

III. 전기적 모델링

기저막 운동특성의 근간이 되는 place principle을 전기회로로서 구현하고 또한 외부회로에 본 모델을 적용시키기에 용이하도록 설정된 기본계원은 다음과 같다.

1) 특정주파수에서 최대공진을 일으키는 지점들이 각기 독립적으로 형성되어야 한다.

2) 출력신호의 검파과정을 단순화시키기 위하여 최대공진시 출력의 이득은 1 이상이 되어야 한다. 이러한 객원하에서 전기적 모델에 적합한 회로를 설계하였다. 회로는 1974년 Aram Budak의 "이득이 1보다 큰 RC 수동회로"를 기초로 하였다³⁾. 그는 래더회로에서 래더의 단이 늘어남에 따라 이에 따른 출력에서의 위상변이도 누적 증가되어 특정주파수 ω_k 에서 위상변이가 π 만큼 증가된다면 입력전압 $V_{in} \sin \omega t$ 에 대한 출력전압은 $k \cdot V_{in} \sin \omega t (w - \pi) t$ (단 $k \leq 1$) 이므로, 입력 전압에 반대되는 출력전

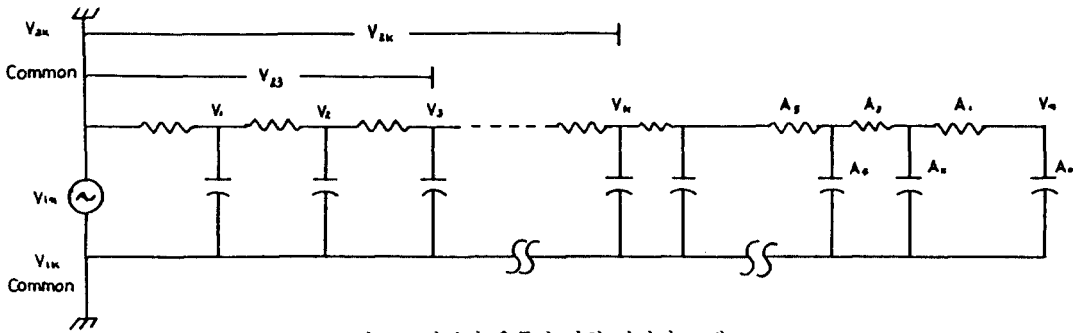


그림 3 기저막 운동에 관한 전기적 모델

압 $-k \cdot V_{in} \sin \omega t$ 가 생성되며 이에 따라 입력전압과 출력전압의 차는 이들의 합이되어 이득이 1보다 큰 출력을 얻을 수 있다는 것을 보였다. 이와같은 사실을 근거로 하여 래더 회로에서의 전압 전달함수를 일반화시켜 래더 각단에서의 주파수에 따른 출력특성을 구하고 각 래더단에서의 출력용 거리에 따른 기저막의 운동특성과 비교하고자 한다. 그림 3 이 본 논문에서 고찰할 기저막 운동에 관한 전기적 모델이다.

II - 1 분석 알고리즘

II - 1 - 1 전달함수 계수 Array

Ladder 회로 분석에 있어서 V_{in} / V_{ik} 의 S^k 차항의 계수들을 정리하여 Array의 요소로 놓으면 전달함수 표현 및 Bode 다이어그램작성이 용이하다. 1964년 F. Walker와 Topological Analysis와⁷⁾ 1963년 T. R. O' Meara의 RL Ladder에서의 Array 산출 방식⁸⁾을 근거로 하여 n차 래더의 전달함수 계수 Array 요소를 구하면 다음과 같이 전개시킬 수 있다.

$$\left[\begin{array}{l} S(0,1) \\ S(1,1) \\ S(2,1) \quad S(2,2) \\ S(3,1) \quad S(3,2) \\ S(4,1) \quad S(4,2) \quad S(4,3) \\ \vdots \\ \vdots \quad \dots \quad S(2i-1, \text{INT}(2i-1)/2)H) \\ \vdots \quad \dots \quad S(2i, i) \quad S(2i, i+1) \end{array} \right] \dots (1)$$

위행렬에서 짝수행의 요소들은 전압전달함수중 분모의 S^n 차항의 계수요소들이며 S의 차수는 각 열의 번호에서 1을 뺀값과 같다. 홀수행의 요소들은 어드미턴스 전달함수중 분모의 S^n 차항의 계수요소들이며 S의 차수는 각 열의 번호의 수와 같다.

전압전달함수의 Array 요소는

$$S(n, 1) = S((n-2), 1) = 1 [S^0 \text{ 차}] \dots \dots \dots (2)$$

$$S(n, k) = S((n-2), k) + A_{n-1} \cdot S((n-1), (k-1)) [S^{k-1} \text{ 차}] \dots \dots \dots (3)$$

$$S(n, \text{INT}(\frac{n}{2}) + 1) = A_{n-1} \times S(n-1, n/2) [S^{\frac{n}{2}} \text{ 차}] \dots \dots \dots (4)$$

단: A_n 은 Ladder의 요소

A_{2i} = Admittance 요소

A_{2i+1} = Impedance 요소

의 과정을 통하여 구할수 있으며, 어드미턴스 전달함수의 Array 요소는

$$S(n, k) = S((n-2), k) + A_{n-1} \times S((n-1), k) \dots (5)$$

$$S(n, \text{INT}(\frac{n}{2}) + 1) = A_{n-1} \times S((n-1), (\text{INT}(\frac{n}{2}) + 1)) \dots \dots \dots (6)$$

의 과정을 통하여 구할 수 있다. 앞의 식에서 (4), (6)식은 최고차의 계수이며 관련항이 1임으로 독립적으로 보이나 (1)식의 Array 배열을 놓고 볼때 $S(n, (\text{INT}(N/2) + 2))$ 의 요소는 0임으로 (3), (5) 식과 같은 과정으로 구할 수 있다. (2) 식도 이와 마찬가지로 이다.

II - 1 - 2 Magnitude

전압전달함수의 일부인 S의 n차 다항식은 다음과 같이 실수부와 허수부로 나눌 수 있다.

$$H(S) = \sum_{i=0}^n S(k, 2i+1)S^{2i+1} + \sum_{i=1}^n S(k, 2i)S^{2i-1} \dots \dots \dots (7)$$

$S = j\omega$ 일때에 이 함수의 Magnitude는

$$M'(w) = \sqrt{[\sum_{i=0}^n S(k, 2i+1) w^{2i+1} (-1)^i]^2 + [\sum_{i=1}^n S(k, 2i) w^{2i-1} (-1)^{i-1}]^2} \dots \dots (8)$$

이며 본모델에서의 k-단의 k-단계의 전달전달함수는

$$V_{2k}/V_{1n} = (V_{i,n} - V_{1k}) / V_{i,n} = \left[\sum_{i=0}^n S(k, i) S^{i-1} \right] \dots \dots \dots (9)$$

이므로

$$M(w) = \sqrt{\left[\sum_{i=0}^n S(k, 2i+1) w^{2i} \cdot (-1)^i - 1 \right]^2 + \left[\sum_{i=0}^n S(k, 2i) w^{2i-1} \cdot (-1)^{i-1} \right]^2} / M'(w) \dots (10)$$

여기에 20log를 취해 얻어진 값이 dB로 환산한 Magnitude 계산치이다. 위상특성 고찰은 본논문의범위에서 제외하였다.

III - 2. 컴퓨터 Simulation

많은 Array요소들을 결정하여 출력특성을 구하려고진술한 알고리즘을 이용하여 Simulation을 행하였다. 예비 Simulation에 의하여 3차래더에서는 각속도ω가 0.3/RC 부근일때 전달이득이 1보다 커지기 시작하고 0.8/RC 부근에서 전달이득이 최대가 되며 이 지점이 바로 최대공진점이 된다는 사실과 차상단 Ladder의 출력들의 최대공진점은 이보다 적어진다는 사실을 확인하였다. 이러한 배경에서 Simulation이 가능한 범위의 소자값을 선정하였다. 선정된 저항요소들은 모두 1kΩ이고, 캐패시턴스 요소들의 값은 0.02 μF였다. Ladder 회로의 단수는 8

단으로 하였으며 사용되어진 컴퓨터는 8-bit Microcomputer였다.

III - 3. Simulation 결과

컴퓨터 Simulation에 의하여 다음과 같은 결과를 얻을수 있었다.

표1은 Simulation 결과로 얻어진 Array요소중를 수행인 어드미턴스 전달함수 계수를 제외한 전달전달함수 성분의 계수 Array이다. 따라서 적수행만의 집합이며 제 1열의 S의 차수는 0, 2열의 차수는 1과 같은 수으로 되어있다. S(0, 1)항인 최상부의 1은 Vo/Vo이므로 출력특성으로서는 의미가 없으나 계산상의 요소로서는 가치가 있으며 0차래더의 전달함수 계수이다. 2, 3행의 요소들은 각각 1, 2차 Ladder의 계수이나 이 항들은 위상지연을 누적시키는데만 기인하고 전달이득은 1 이상 증가하지는 않으므로 출력특성을 구하는 과정에서는 삭제하였다. 9행의 요소는 8차 Ladder의 전달함수 계수들이나, 이중 S(16,9)의 항인 S⁹의 계수는 컴퓨터의 계산용량을 초과하므로 수작업으로 구하였다. 이는 출력 특성 Simulation시 근사계산을 강요하는 것인데 그림 4에서 보여지듯이 S(16,9)의 값을 0으로 놓고 계산하여도 5, 6, 7차 Ladder에서 보여지는 추세와 같이 계산되었다.

그림 4는 Ladder 각단의 출력특성중 Magnitude항에 관한 그래프이다. 각단의 진폭은 특정주파수에서 전달이득이 1보다 커지기 시작하여 최대공진을 일으킨 후에 감소한다. 고차단에서의 출력특성을 보면 진폭이 감소되어

< 표 1 > 전달전달함수 계수 Array

S ⁰	S ¹	S ²	S ³	S ⁴	S ⁵	S ⁶	S ⁷	S ⁸
1	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0.0002	0	0	0	0	0	0	0
1	0.0006	4E - 0	0	0	0	0	0	0
1	0.00012	2E -9.8	E-15	0	0	0	0	0
1	0.0002	6E - 9	5.6 E-14	1.6 E-19	0	0	0	0
1	0.0003	1.4E - 8	2.24 E-13	1.44E-18	3.2 E-24	0	0	0
1	0.00042	2.8E - 8	6.72 E-13	7.2 E-18	3.52 E-23	6.4 E-29	0	0
1	0.00056	5.04E -8	1.68 E-12	2.64E-17	2.112E-22	8.32 E-28	1.28E-33	0
1	0.00072	8.4 E - 8	3.696E-12	7.92E-17	9.152E-22	5.824E-27	1.92E-32	2.56E-38

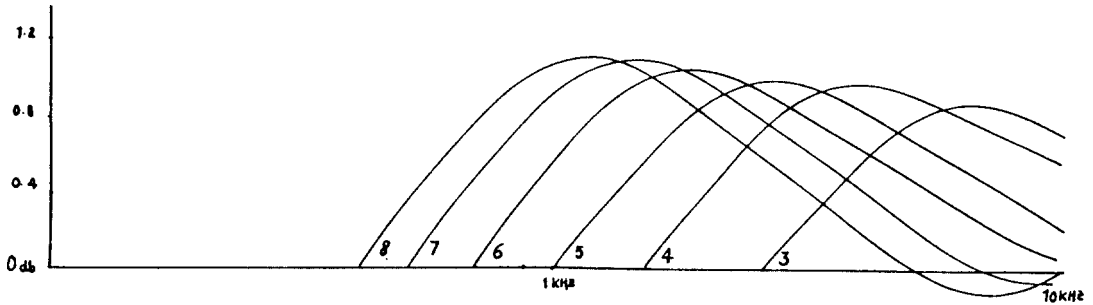


그림 4-1

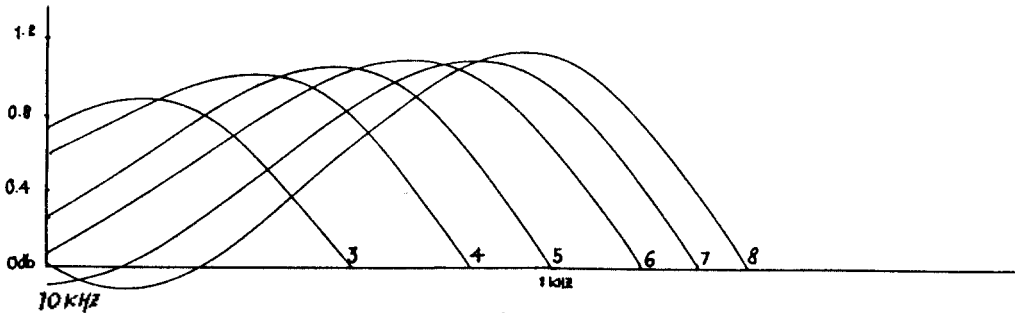


그림 4-2

그림 4 : Simulation 결과

4-2 는 4-1 의 그래프중 주파수축을
반전시킨 그림

< 표 2 >

	$V_{2k} > V_{in}$ 인 각속도	시정수비교	최대공진시 각속도	최대공진 시 진폭(dB)	시정수비교	$V_{2k} < V_{in}$ 인 각속도	시정수비교
V_3	15808	0.314 / RC	39050	0.908	0.779 / RC	2,000,000 이상	
V_4	9139	0.182 / RC	23216	1.019	0.459 / RC	193,449	3,871 / RC
V_5	5987	0.119 / RC	15425	1.076	0.308 / RC	98,415	1,967 / RC
V_6	4236	0.082 / RC	10996	1.109	0.220 / RC	63,316	1,269 / RC
V_7	3158	0.063 / RC	8250	1.130	0.163 / RC	45,051	0.899 / RC
V_8	2447	0.044 / RC	6409	1.144	0.126 / RC	33,955	0.678 / RC

0dB이하에서 최소점을 보인후 다시 증가하나 그림 3에서 V_{1k} 의 값은 주파수가 높아질에 따라 진폭이 급격히 감소하여 0으로 수렴하므로 V_{2k} 에서도 마찬가지로 제 2의 공진점을 형성하지 못하고 0dB에 수렴하였다.

표 2에서 Ladder 각단의 출력특성을 종합하였다. 진출한파와 같이 이득이 1보다 커지는 각속도 ω 는 3차 Ladder에서 0.314 / RC이며 0.779 / RC에서 최대공진을 보이고 이 두값은 차상단으로 갈수록 점차 감소함을 알수있다. 최대공진시의 진폭의 크기는 차상단으로 갈수록 점차 증가하나 그 차이는 미미하여 그림 4에서 보는바와 같이

차상단의 진폭의 폭선이 차하단의 최대공진점을 넘지는 않았다.

■ - 4 측정 및 Simulation 결과와의 비교

그림 5 는 본논문연구에서 사용된 실험장치의 구성도이다. 입력신호원으로는 Dynascan사 제품인 Function Generator (3010)을 사용하였고 래더각단의 출력전압은 Fluke사 제품인 8021B Multimeter를 사용 RMS전압차를 측정하였다. 주파수가 변화할때마다 입력신호전압을 Multimeter로 측정, 5V이상 이 되도록하였으며 주파수의 정확도는 Sanwa사 제품인 Digital Counter 8013을 사용하였다. 주파수 측정시 Gate시간은 10kHz

이하에서는 1 Second, 10KHz 이상에서는 0.1sec로 하였으며 평균 30 초간을 기다려 안정된 주파수값을 읽었다.

모델에 사용된 소자중 저항치는 Multimeter를 사용하여 측정하였고 캐패시턴스 소자는 Leader사 제품인 LCR Bridge (MODEL LCR-740)을 이용하였다. 측정된 소자중 저항은 여러번의 측정을 통하여 모두 1kΩ의 정확한 소자를 얻을수 있었으나, 캐패시턴스요소들은 표시치는 0.02 μF인데도 불구하고 실제로는 모두적계나와 0.0134 μF에 가까운 캐패시터 8개를 선정할수 있었다. 그림 6 에 실제 측정결과와 Simulation 결과를 비교하였다. 그림에서 알수있듯이 C값의 차이를 감안한다면 컴퓨터 Simulation에 의하여 래디피로의 출력에 측에 가능하다.

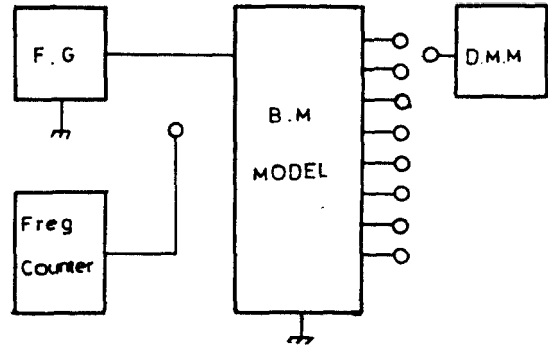


그림 5 측 정 장 치

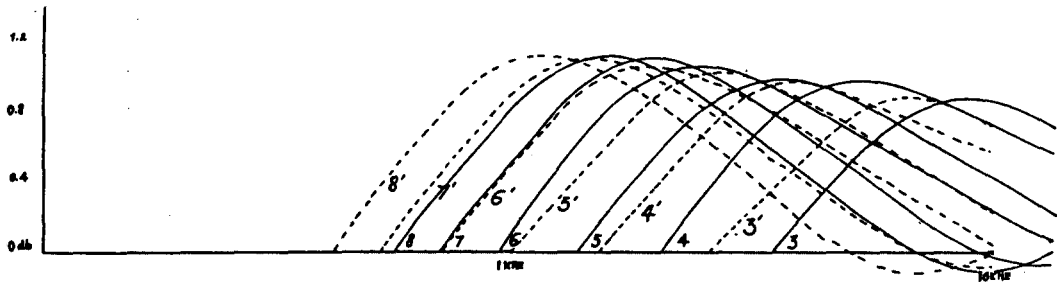


그림 6 측 정 결 과

점선부분: Simulation 결과

실선부분: 측 정 결 과

VI. 고 찰

전술한 바와 같은 Simulation 결과를 생리적 특성과 비교하여 볼때 다음과 같이 고찰할 수 있었다.

1) 그림 2 에서 어떤 Threshold를 성하여 그 이하의 주파수 특성을 무시해버린다면 그림 4 의 곡선특징과 잘 일치된다.

2) 가청주파수 범위는 30Hz 에서 20kHz 이므로 이 주파수 범위내에서의 최대공진특성을 이상적으로 구현하려면 각단의 저항과 캐패시턴스의 값이 같은 경우 RC 값은 $4.3 E - 6$ 이어야 한다. 본 논문에서는 $2 E - 5$ 의 값으로 Simulation 하였다.

3) 래더 각단의 출력특성은 저차단에서는 고주파영역에서 최대공진을 나타내고 차상단으로 갈수록 최대공진점을 나타내는 주파수는 낮아진다. 이와같은 전지에서 입력신호원을 Oval Window의 기능으로 대체시키고 래더의 각단의 출력은 BM상의 길가로 대응시킨다면 Stapes 에 가까

운 지점 (저차단)에서는 고주파에서 최대공진을 나타내고 Helicotrema에 가까울수록 (고차단) 저주파에서 최대공진을 나타낸다고 볼수있으며 이와같은 전해에서 그림 4 를 그림 2 와 같이 재배치한다면 그림 7 과 같다. 이는 코클리어 기저막에 관한 생리학적 견해인 Place Principle 을 설명해줄 수 있는것이 된다.

4) 래더의 모든 저항과 캐패시턴스는 각각 같다고 보아 결과를 분석하였으나, Cochlea의 구조 및 기능과 전기적인 모델이 이상적으로 합치되기 위해서는 귀의구조 및 기능을 세밀히 분석한 후 임피던스 요소로 작동될 수 있는 부분과 어드미턴스 요소로 작동될 수 있는 부분으로 대별시켜 귀의 형태적 요소와 비교하여 적합한 값들로 변경되어야 할 것이다.

이득이 1 보다 커지는 RC 수동회로의 전압전달함수는 n 단의 경우

$$V_{2k} / V_{1n} = [S(\omega, C) + 1] S^{\frac{k}{n}} + S(\omega, C)$$

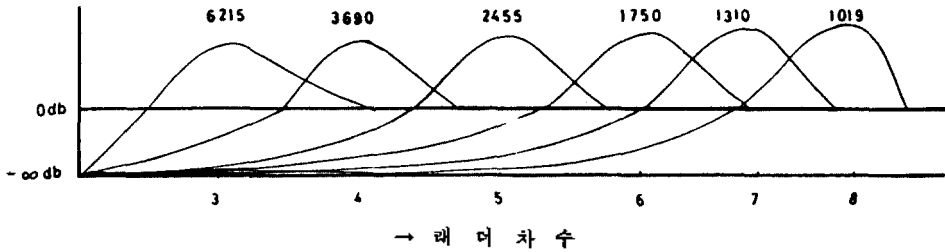


그림 7 래더각단에서의 최대공진

$$S^{\frac{1}{2}+1} + \dots + S(f, 2)S \Big/ [S(f, \frac{1}{2}+1)S^{\frac{1}{2}} + S(f, \frac{1}{2})S^{\frac{1}{2}+1} + \dots + S(f, 2)S + S(f, 1)] \dots \dots \dots (11)$$

와 같이 되어 분모 분자의 S의 최고차수가 같고 S°차항을 제외한 모든 계수들이 같으며 분자의 S°차항의 계수가 0이되는 독특한 전달함수가 생긴다. 마지막으로 컴퓨터 Simulation시 미흡한 점을 살펴보면 다음과 같다.

1) 사용되어진 컴퓨터는 8 bit 개인용 컴퓨터였으므로 10E38~10E-37 영역에서는 계산이 가능하나 그 이상의 항은 계산이 불가능하다. 그러나 상위기종에서 양수일 경우 4.19D-307~1.67D 308, 음수일 경우 - 1. 67D308 ~- 4. 19D-307 까지 계산이 가능한 Software 를 사용할 경우에는 50 차의 Ladder 까지도 계산이 가능하다.

2) BM의 구성요소인 Basilar Fibre 까지 고려하여 모델링을 행하기 위해서는 20,000~30,000 차의 Ladder 최로의 분석이 이루어져야 하는데 이를 위해서는 알고리즘에 적합하도록 계수의 Prescaling 방법의 개발이나, 무한지수승의 연산 알고리즘 개발, 또는 그외의 새로운 해결방법의 출현을 기대할 수 밖에 없다. 고찰사항에서 언급된 미흡한 사항들은 차후 계속적인 연구에 의하여 더욱 개선되어질 수 있을 것이다.

V. 결 론

이상과 같은 분석결과를 놓고 종합하여 볼때에 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

1) 전기적 모델은 내이의 기능과 비교하여 볼때 유사한 동작특성을 갖는다.

2) 전기적 모델의 각요소를 내이의 구조와 대치시켜 내이의 기능을 설명하는데 무리가 없다.

3) 따라서 본 논문에서 제안된 전기적 모델은 내이의 구조 및 기능 설명에 유용하다.

이와같이 제안된 전기적 모델은 앞으로 내이의 구조이해, 내이의 진단, 새로운 청각보조기구등의 개발에 이용이 될 수 있으리라고 본다.

김사의 글

논문작성을 위하여 유익한 언급과 많은 지도를 해주신 연대 전자과 김봉열 교수님, 원주의대 이중우, 조용행 교수님 이외에도 많은 분들에게 감사사를 드립니다.

참 고 문 헌

1. Von Bekesy, G. "Experiments in Hearing" 1960 McGraw Hill Co., N.Y.
2. Guyton "Textbook of Medical Physiology" 6th ed. 1981 Saunders.
3. A. Budak "Passive and Active Network Analysis and Synthesis" 1974 Houghton Mifflin Co.
4. F.F. KUO "Network Analysis and Synthesis" 2nd ed. 1962 John Wiley & Sons Inc.
5. Melvin J. Maron "Numerical Analysis a Practical Reserch" 1982 Macmillan Publishing Co. Inc. N.Y.
6. D.S. Chitore, S.C. Saxena, P. Mukhopad-

- hyay "Electronic model of the middle ear" Med. & Biol. Eng. & Comput. 1983 Vol. 21 pp. 176-178 Mar. 1983.
7. F. Walker "The Topological Analysis of Nonrecurrent Ladder Networks" Proc. IEEE Vol. pp. 860-861 July 1964.
 8. T.R. O'Meara "Generating Arrays for Ladder Network Transfer function" Proc. IEEE Vol. pp. 285-286 June 1963.
 9. William S. Rhode and Luis Robles "Evidence from Mössbauer experiments for Nonlinear Vibration in the Cochlea" J. Acoust. Soc. Am. Vol. 55 No. 3 pp. 588-596 Mar. 1974.
 10. 유선국 백승화 박상희 "코클리어 기저막 운동의 2차원 모델해석"
J. of KOSOMBE Vol. 5, No. 2. pp. 161-165 Dec. 1984.
 11. J.B. Allen "Two-dimensional cochlear fluid model; new results" J. Acoust. Soc. Am. Vol. 62 pp. 930-939.