〈論 文〉

洪水 豫警報를 위한 河川流出의 水文學的 豫測

A Hydrologic Prediction of Streamflows for Flood Forecasting and Warning System

徐 炳 夏*
Seoh, Byung Ha
姜 琯 沅**
Gang, Gwan Won

Abstract

The methods for hydrologic prediction of streamflows for more efficient and functional operations and automation of the flood warning and forecasting system have been studied and developed in this study. The basic and adaptive algorithms on the Kalman filtering theory which have been widely used in the control engineering have been studied and investigated for representation of the dynamic behaviour of rainfall-runoff processes, and formulated into mathematical model form. The applicabilities of the model using the adaptive Kalman filter algorithm to the on-line, real-time prediction of river flows have been worked out.

The computer programs in FORTRAN which are developed here can be utilized for more efficient operations and better prediction abilities of flood warning and forecasting systems, and also should be modified for better model performance.

要 旨

본 연구는 치수면에서 중요한 홍수 예경보 시스템을 좀 더 효율적으로 운영하고 그 시스템을 자동화하기 위한 하천 유출의 수문학적인 예측방법의 개발에 관한 것으로 제어공학에서 상태공간개념으로부터 유도된 Kalman Filter 이론의 알고리즘을 파악하여 강우—유출계의 동적거동을 나타낼 수 있도록 예측 모형을 구성하고 Kalman Filter의 적응 알고리즘을 도입하므로서 홍수시 하천유출의 on-line, 실시간 예측의 가능성을 제시하였다. 본 연구의 결과로 얻어진 전자계산 프로그램은 실제 하천유역의 실측자료로서 수정 보완하므로서 홍수 예경보 시스템의 자동화는 물론 그 시스템의 효율적인 운영방법 개선에 기여할 수 있을 것이다.

1. 서 론

홍수 예경보망의 운영에 있어 수문학적으로 가장 중요한 문제는 강수와 온도등과 같은 기상자료들로부터 어떻게 정확히 하천유출량을 결정하느냐로서 이 문제는 두가지 측면에서 생각할 수 있다. 그 하나는 수자원 장기계획에 주로 이용되는 것으로 실시간(real-time)의 개념없이 초과확률강우로부터 계획유출량을 산정하거나 유역의 토지이용의 변화에 따른 물리적 변수와 유출량의 변화를 씨뮬레이션(simulation)하는 것 등이다. 다른 하나는 여기에서 논하는 홍수 예경보와 관계되는 것으로 수자원 시스템을 실시간의 개념에서 조절하고 운영하고저 하는 문제로서 홍수 재해방지와 홍수 예경보, 하천 유출량조절, 수력발전, 수자원 공급과 수질개선 등의 수자원 관리를 위하여 대단히 필요한 것이다. 이 수자원 시스템의 실시간 관리는 어느 순간의 시스템의 상태에 대한 정보나 시스템의 미래상태에 관한

* 仁荷工業專門大學 土木科 副敎授(工博)
** 仁荷大學校 工科大學 土木工學科 敎授

예측에 근거를 두어 최적 운영정책을 결정하는 것을 요구하기 때문에 시스템 상태변수는 과거 기록치들로 부터 필요한 모든 정보를 포함하여야 하며 이 정보는 주어진 입력에 따른 시스템의 미래거동, 즉 예측치를 결정하는데 필요하다. 따라서 수자원 시스템의 최적운영에서 중요한 부분을 차지하는 홍수 예경보 시스템의 효율적인 관리를 위하여는 무엇보다도 신뢰할 만한 유출예측치를 산정할 수 있는 하천유출 예측기법의 개발이 필요하다.

최근에 와서 통신 넷트·워크의 발달과 전자계산기의 출현으로 수자원 시스템의 관리를 위한 정보수집을 위하여 텔리메터(telemeter)의 이용이 세계적으로 급증하고 있으며 우리나라도 한강홍수통제소에 이 시스템을 도입 운영하고 있다. 텔리메타에 의한 정보의 수집은 강우량이나 수위와 같이 하천유출예측에 중요한 수문자료들을 온·라인으로 수자원을 관리하는 사람에게 자료가 발생하는 즉시 전달할 수 있게 되었으며, 이 자료들을 받아들여서 실시간, 온·라인으로 유출예측을 할 수 있는 모형과 모형 매개변수 추정 기법의 개발에 많은 수문학자들이 노력을 경주하여 왔다〔WMO, 1975〕. 본 연구에서는 이들 유출예측모형 중 그의 수학적인 논리의 우수성 때문에 최근에 가장 많이 연구·이용되고 있는 제어공학에서의 상태 공간(State-space) 개념에 근거를 둔 Kalman filter 알고리즘〔Kalman, 1960〕을 수문계의 강우—유출과정에 응용하여 하천유출을 실시간으로 예측할 수 있는 유출예측모형을 구성하고 실제하천유역에서 홍수시에 온·라인으로 수집된 과거 기록치들을 이용하여 그 결과를 분석하므로서 홍수 예경보 시스템을 좀더 효율적이고 기능적으로 운영할 수 있는 방법을 제시하고져 한다.

칼만 휠터링(Kalman filtering) 기법은 그 이론이 발표된 이래로 제어 및 통신공학은 물론 경제학, 지구물리학의 분야에 이르기까지 광범위하게 응용되었으며 특히 수문학 및 수자원 분야에는 최근 10년 동안 그의 적용을 위하여 많은 연구가 이루어졌다〔Hino, 1973 ; Todini & Bouillot, 1975 ; Duong, Winn, & Johnson, 1975 ; Kitanidis & Bras, 1978 ; Szüllüsi-Nagy, 1976 ; Weiss, 1980〕.

최초로 소개된 칼만 휠터이론〔Kalman, 1960 ; Kalman & Bucy, 1961〕은 시스템과 관측치의 오차에 대한 통계치들이 모형을 구성하기 전에 알려져 있다는 가정에서 유도되었으므로, 시스템의 오차가 시불변일 경우에만 적용 가능하다. 반면에 시스템의 오차가 시변(time-variant)인 시스템에 적용할 목적으로 오차에 대한 통계치들(error statistics)을 시스템의 상태변화에 적응하여 순환적으로(recursively) 각 시간 단계마다 계산하고 동시에 시스템의 상태를 추정할 수 있는 적응칼만 휠터링(Adaptive Kalman filtering) 이론이 개발 되었다.

여기에서는 이산형 시간분포를 갖고(discrete time) 선형이며 추계적인 동적거동을 갖고 있는 시스템(linear, stochastic system)의 상태추정과 제어문제들을 좀 더 정확히 해결하고져 개발된 적응 칼만 휠터링의 알고리즘〔Yoshimura & Soeda, 1978 ; Sage & Husa, 1969 ; Todini, 1978〕을 파악하여 수학적 모형을 구성하고 수자원 시스템에서의 강우—유출과정을 상태공간 모형(State-space model)으로 표시하여 모형의 매개변수추정에 칼만 휠터링 기법을 적용하므로서 하천유출을 실시간(real-time)으로 예측할 수 있는 유출예측모형을 개발하였다. 여기에서 개발된 유출예측모형은 어떤 특정하천유역에서의 실측자료들로서 오랜기간 동안 유출예측을 시행하여 최적한 모형구조(model structure)를 결정하므로서 실제 홍수 예경보 시스템에 적용될 수 있으리라고 생각한다.

2. KALMAN FILTER의 알고리즘

2.1. Kalman Bucy 휠터

최초로 Kalman과 Bucy에 의해 제안된 표준 칼만 휠터의 알고리즘은 시스템의 동적거동(system dynamics)이 완전히 알려져 있다는 가정하에서 전개되었기 때문에 시스템 모형 매개변수(model parameters)와 오차에 대한 통계치들이 주어지고 시스템 방정식에서의 그 구조가 알려져 있다고 할 때에만 적용될 수 있다.

시스템의 상태를 추정하기 위한 시스템 방정식과 계측방정식을 시스템이 이산형이고 선형이며 추계과정을 이룬다고 하여 다음의 식들로 각각 표시한다. 즉,

$$X_t = \Phi X_{t-1} + W_t \quad \cdots\cdots(1)$$

와

$$Z_t = H_t X_t + V_t \quad \cdots\cdots(2)$$

여기서 X_t = 상태 벡터 (n×1)

Φ = 상태 천이행렬 (n×n)

W_t = 시스템 오차벡터 (n×1)

Z_t = 계측 혹은 관측 벡터 (m×1)

H_t = 계측 행렬 (m×n)

V_t = 계측 오차벡터 (m×1)

그리고 (1)과 (2)식에서의 오차벡터 W_t와 V_t는 각각 평균이 0이고 분산이 아래와 같이 주어지는 독립 가우시안 과정(independnet Gaussian process)을 이룬

다고 가정한다.

이상의 가정에서 전개된 표준 칼만 휠터의 알고리즘을 요약하면 다음과 같다.

초기 입력자료 :

$\hat{X}_0|_0,\ \hat{P}_0|_0,\ \Phi,\ Q,\ R$

상태 예측 :

$$\overline{X}_t|_{t-1}=\hat{X}_{t-1}|_{t-1} \quad \cdots\cdots(3)$$

예측오차의 공분산 :

$$\overline{P}_t|_{t-1}=\Phi\hat{P}_{t-1}|_{t-1}\Phi^T+Q \quad \cdots\cdots(4)$$

계측 오차 :

$$V_t=Z_t-H_t\overline{X}_t|_{t-1} \quad \cdots\cdots(5)$$

칼만 이득 :

$$K_t=\overline{P}_t|_{t-1}H_t^T[H_t\overline{P}_t|_{t-1}H_t^T+R]^{-1} \cdots\cdots(6)$$

상태 추정 :

$$\hat{X}_t|_t=\overline{X}_t|_{t-1}+K_tV_t \cdots\cdots(7)$$

추정오차의 공분산 :

$$\hat{P}_t|_t=[I-K_tH_t]\overline{P}_t|_{t-1} \quad \cdots\cdots(8)$$

여기서 K_t=칼만 이득행렬(n×m)

I=단위행렬(n×n)

윗식에서 행렬 H_t는 대부분의 경우에 시간에 따라 변하지 않는 것으로 취급하나 간혹 매개변수 추정문제에서 시변하는 것으로 취급될 경우도 있다[Weiss, 1980]. 이 알고리즘을 하천 유출예측을 위한 예측모형에 적용한 예를 찾아볼 수 있으나[Hino, 1973 ; 서와 강, 1982], 행렬 Φ, Q 및 R의 값을 결정하는데 상당한 시산을 요하기 때문에 후술하는 적응 칼만 휠터 알고리즘을 적용하면 계산부담을 줄일 수 있으리라고 생각한다.

2.2. 적응 칼만 휠터 알고리즘

표준 칼만 휠터는 전술한 바와 같이 동적 시스템의 오차에 대한 통계적 성질들이 완전히 알려져 있을 때 적용이 가능하다. 그러나 휠터를 적용하는 대부분의 경우에 휠터에 쓰이는 시스템 모형은 정확한 시스템의 동적거동을 표시할 수 없다. 따라서 이와같은 오차가 있는 시스템 모형을 사용하게 되면 휠터의 성취도(performance)를 저하시키고 휠터가 발산(divergence)할 가능성이 많다. 그래서 오차가 있는 시스템 모형을 사용하드라도 휠터의 성취도를 개선할 수 있는 적응 알고리즘의 기법(adaptive approach)이 많이 개발되었다. 여기에서는 그들 기법 중 비교적 많이 이용되고 있는 알고리즘[Yoshimura & Soeda, 1978 ; Sage & Husa, 1969 ; Todini, 1978] 중 Sage and Husa의 알고리즘을 유출 예측모형에 적용하였다.

Sage와 Husa는 시스템 방정식을 아래와 같이 정의하여 휠터 알고리즘을 전개하였다.

$$X_t=\Phi X_{t-1}+\Gamma W'_{t-1} \cdots\cdots 9)$$

여기서 X_t=상태벡터(n×1)

Φ=상태 천이행렬(n×n)

Γ=모형 오차행렬(n×k)

W'_t=모형 오차벡터(k×1)

계측방정식은 전술한 (2)식과 같이 정의하였다. 그리고 모형과 계측오차의 평균치와 공분산은 아래와 같이 표시하였다.

$$E(W'_t)=\overline{W}'_t,\ E(V_t)=\overline{V}_t$$

$$E[(\overline{W}'_t-\overline{W}'_t)(W'_t-\overline{W}_t)^T]=Q_t'$$

$$E[(V_t-\overline{V}_t)(V_t-\overline{V}_t)^T]=R_t$$

Sage와 Husa가 전개한 적응 칼만 휠터 알고리즘을 요약하면 다음과 같다.

초기 입력자료 :

$\hat{X}_0|_0,\ \hat{P}_0|_0,\ \Gamma\overline{W}'_0,\ \Gamma Q'_0\Gamma^T,\ \overline{V}_0,\ R,\ \Phi$

상태 예측 :

$$\overline{X}_t|_{t-1}=\Phi\hat{X}_{t-1}|_{t-1}+\Gamma\overline{W}'_{t-1} \cdots\cdots(10)$$

예측오차의 공분산 :

$$\overline{P}_t|_{t-1}=\Phi\hat{P}_{t-1}|_{t-1}\Phi^T+\Gamma\Phi'_t+\Gamma^T \cdots\cdots(11)$$

계측오차 :

$$V_t=Z_t-H_t\overline{X}_t|_{t-1}-\overline{V}_{t-1} \cdots\cdots(12)$$

칼만 이득 :

$$K_t=\overline{P}_t|_{t-1}H_t^T[H_t\overline{P}_t|_{t-1}H_t^T+R_t]^{-1} \cdots\cdots(13)$$

상태 추정 :

$$\hat{X}_t|_t=\overline{X}_t|_{t-1}+K_tV_t \cdots\cdots(14)$$

추정오차의 공분산 :

$$\hat{P}_t|_t=(I-K_tH_t)\overline{P}_t|_{t-1} \cdots\cdots(15)$$

계측오차의 통계치 :

$$V_t=\frac{(t-1)}{t}V_{t-1}+\frac{1}{t}(Z_t-H_t\overline{X}_t|_{t-1}) \cdots(16)$$

$$R_t=\frac{(t-1)}{t}R_{t-1}+\frac{1}{t}(V_tV_t^T-H_t\overline{P}_t|_{t-1}H_t^T) \cdots\cdots(17)$$

모형오차의 통계치 :

$$\Gamma\overline{W}'_t=\frac{(t-1)}{t}\Gamma\overline{W}'_{t-1}+\frac{1}{t}(\hat{X}_t|_t-\Phi\overline{X}_t|_{t-1}) \cdots\cdots(18)$$

$$\Gamma Q'_t\Gamma^T=\frac{(t-1)}{t}\Gamma Q'_{t-1}\Gamma^T+\frac{1}{t}(K_tV_tV_t^TK_t^T+\hat{P}_t|_t-\Phi\overline{P}_t|_{t-1}\Phi^T) \cdots\cdots(19)$$

모형오차의 통계치들을 계산하는 (18) 및 (19)식에서 $\Gamma\overline{W}'_t$와 $\Gamma\Phi'_t\Gamma^T$는 실제 적용할 경우에 각각 $\overline{W}_t$(n×1 행렬)와 Q_t(n×n 행렬)로 표시하여도 마찬가지의 결과를 얻게 되므로 모형 오차행렬 Γ을 정의할 필요는 없다.

지금까지 전개한 Sage and Husa 알고리즘에 따라

전산프로그램을 작성하여 유출예측모형에 적용될 수 있도록 부프로그램으로 나타내었다.

3. 하천유출 예측모형의 구성

3.1. 강우—유출과정의 상태공간 모형화

수문계에서 강우—유출과정을 분석하기 위한 수학적 모형은 현재까지 많이 개발되었고 하천유출 예측에 적용될 수 있는 모형의 종류도 상당수에 달한다〔WMO, 1975〕. 여기에서는 전술한 칼만 휠터 알고리즘에 의하여 시스템의 상태를 예측하고져 할 때는 시스템을 상태공간모형으로 표시하여야 하는 바 이를 위하여 강우—유출과정을 입출력 혹은 변환함수 모형(input-output or transfer function model)로 나타내었다〔Gelb, 1974 ; Kuo, 1978〕. 유출계에 적용될 수 있는 변환함수 모형의 구성은 다음과 같은 관계식으로 표시할 수 있다〔O'Connell & Clarke, 1981〕.

$$q_t=\delta_1 q_{t-1}+\delta_2 q_{t-2}+\cdots+\delta_r q_{t-r}+\omega_0 P_{t-b}+\omega_1 P_{t-b-1}+\cdots+\omega_{s-1} P_{t-b-s-1} \quad \cdots\cdots(20)$$

여기서 q_t=유출량

P_t=강우량

$\delta_1, \delta_2, \cdots, \omega_0, \omega_1 \cdots$=매개변수

b=강우지체시간

강우—유출과정을 상태공간 모형으로 나타내기 위하여 (20)식을 벡터형으로 표시하고 오차항을 도입하면 다음의 3가지 형태의 식들과 같이 나타낼 수 있다.

A형 : $r=2$, $S=3$, $b=1$이라고 할 때

$$\begin{bmatrix} q_t \\ q_{t-1} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \delta_1 & \delta_2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} q_{t-1} \\ q_{t-2} \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} \omega_0 & \omega_1 & \omega_2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} P_{t-1} \\ P_{t-2} \\ P_{t-3} \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} \omega_1 \\ 0 \end{bmatrix}_t \quad \cdots\cdots(21)$$

$$[q_t]=[1\ 0]\begin{bmatrix} q_t \\ q_{t-1} \end{bmatrix}+V_t$$

B형 : 강우가 3차의 AR(Autoregressive) 과정을 이룬다고 할 때 ($r=2$, $S=3$, $b=1$)

$$\begin{pmatrix} q_t \\ q_{t-1} \\ P_t \\ P_{t-1} \\ P_{t-2} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \delta_1 & \delta_2 & \gamma_0 & \gamma_1 & \gamma_2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} q_{t-1} \\ q_{t-2} \\ p_{t-1} \\ p_{t-2} \\ p_{t-3} \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \end{bmatrix}_t$$

$$\begin{bmatrix} q_t \\ P_t \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}\begin{pmatrix} q_t \\ q_{t-1} \\ P_t \\ P_{t-1} \\ P_{t-2} \end{pmatrix}+\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}_t \quad \cdots\cdots(22)$$

여기서 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$=AR 모형의 매개변수

C형 : 모형매개변수를 상태벡터에 포함시킬 때

$$\begin{pmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \omega_0 \\ \omega_1 \\ \omega_2 \end{pmatrix}_t=\begin{pmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \omega_0 \\ \omega_1 \\ \omega_2 \end{pmatrix}_{t-1}+\begin{pmatrix} W_1 \\ W_2 \\ W_3 \\ W_4 \\ W_5 \end{pmatrix}_t$$

$$[q_t]=[q_{t-1}\ q_{t-2}\ P_t\ P_{t-1}\ P_{t-2}]\begin{pmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \omega_0 \\ \omega_1 \\ \omega_2 \end{pmatrix}+V_t \cdots(23)$$

윗식들은 전술한 (1) 및 (2)식의 시스템 및 계측방정식과 같은 형태로 표시되어 있음을 알 수 있다. 그러므로 강우—유출관계를 위의 식으로 나타내면 지금까지 전개한 칼만 휠터 알고리즘을 적용하므로서 하천 유출을 예측할 수 있는 모형이 구성된다. 이들 중 하천유출 예측문제에 가장 많이 이용되고 있는 모형은 B형과 C형이다. B형을 적용할 경우에는 상태천이행렬 내에 포함되어 있는 $\delta_1, \delta_2, \cdots, \delta_0, \delta_1, \cdots, \alpha_1, \alpha_2 \cdots$들의 값들을 유출예측을 시행하기 전에 결정하여야 한다. 이들 값들은 상당히 긴 기간동안의 과거 기록자료로부터 최소자승법의 순환알고리즘(recursive least square method)〔Sönderström, 1978〕을 이용하여 구할 수 있다.

3.2. 예측오차계열에 대한 분석

칼만 휠터의 알고리즘을 전개할 때 W_t와 V_t가 백색 가우시안 오차(white Gaussian noise)〔Jazwinski, 1970〕를 이룬다고 가정하였으므로 예측후에 이 가정을 만족하는가에 대한 검정이 필요하다. 그러나 W_t와 V_t는 관측에서 얻어지는 것이 아니라 오직 계산에 의하여 얻을 수 있기 때문에 예측오차계열(innovation sequences)이라고 불리워지는 V_t가 칼만 휠터의 최적조건인 백색 가우시안 오차계열을 이루는가를 검정하는 방법이 제안되었다〔Mehra, 1970〕. 오차계열 V_t는 전술에서와 같이 다음 식으로 계산된다.

$$V_t=Z_t-H_t\bar{X}_{t|t-1}-V_t$$

여기에서 V_t가 $s<t$일 때 V_s와 Z_s에 독립하다면 미관측치인 W_t와 V_t는 백색오차계열이고 따라서 모형매개변수 $\hat{P}_{0|0}$, Φ, Γ_t, H_t, $\bar{W}_t$, Q_t, $\bar{V}_t$와 R_t는 정확히 주어진 것으로 판단되어 최적한 예측모형을 얻게 되는 것이다.

여기에서는 예측 후에 얻어진 예측오차 계열의 왜곡도계수, 자기상관계수(auto-correlation coefficient), Portmanteau 통계치 및 상호 상관계수(cross-correlation coefficient)를 구하여 통계적인 분석을 하고 오차계열의 백색 가우시안계열 가정조건을 만족하는가에 대한 검정을 실시하였다 [Salas, et al., 1980 ; Kottegoda, 1980].

4. 하천유출의 예측 및 결과분석

4.1. 예측모형의 구성

4.1.1. 강우, 유출 자료

지금까지 전개한 유출모형의 알고리즘을 실측자료를 이용하여 모형의 구성과 성취도를 판단하였는 바 여기에서 적용된 자료는 남한강 유역의 단양과 여주 수위표지점의 시유량과 이들 상류에서 관측된 시우량에 대한 과거 기록치들이다. 이 유역에는 19개의 우량관측소가 있으며 매시간마다 측정된 강우량을 텔리메터에 의하여 한강 홍수 통제소로 전송하도록 되어 있다. 그림-1에서 보는 바와 같이 이들 유역에는 댐이 설치되

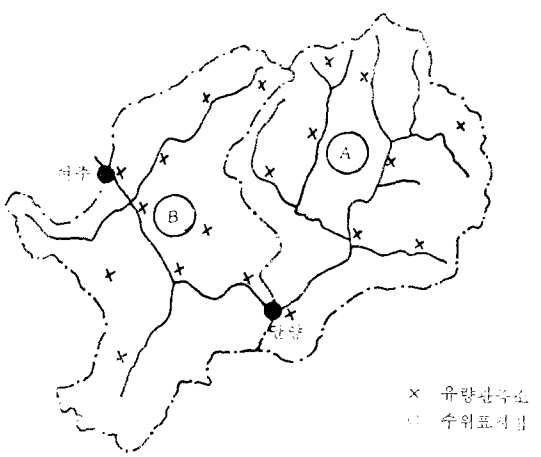

그림 1. 하천유출 예측지점(남한강 상류)

어 있지 않아 자연하천의 유출량을 얻을 수 있어서 유출에의 저수지의 영향을 고려하지 않은 본 예측모형에 적합한 자료라고 생각된다. 이들 유역에서의 자료에 대한 사항은 아래와 같다[건설부, 1982].

1) 단양 수위표 지점(그림에서 Ⓐ유역)
   유역 면적 5,583 km²
   우량관측소 9개소(상동, 수주, 영월, 정선, 평창, 진부, 봉평, 단양, 임계)
2) 여주 수위표 지점(Ⓐ+Ⓑ유역)
   유역 면적 11,177 km²
   우량관측소 19개소(상기 9개소와 간현, 부론, 여주, 생극, 횡성, 청일, 백운, 청풍, 괴산, 충주)

이들 유역의 과거 기록치 중 여기에서 이용된 자료는 1982년 7월과 8월에 발생한 3개의 홍수자료로서 이들 3개의 홍수중 1개(7월 26일 12시~7월 29일 20시)는 시산자료로 이용되었고 시산에서 얻어진 결과들을 이용하여 2개 홍수에 대하여 유출을 예측하였다. 여기에서 유출을 예측할 때 예측시간간격(forecast lead time)은 1시간으로 하였다. 그리고 예측모형에 이용된 강우량자료는 티—센의 가중평균법에 의하여 계산된 평균 우량으로서 티센계수는 한강홍수터제소의 결과를 이용하였다[건설부, 1982].

4.1.2. 모형의 구성

예측모형의 구성은 전술한 바와 같이 상태벡터내에 유출과 강우의 항을 포함시키는 경우와 모형 매개변수들을 포함시키는 두 가지의 경우로 구분된다. 전자의 경우에는 예측결과에 크게 영향을 미치는 상태천이행렬의 요소들을 강우와 유출의 기록자료로부터 우선 결정하여야 한다. 본 연구에서는 그것을 결정하기 위하여 최소 자승법의 순환 알고리즘(RELS : Recursive Extended Least Squares Method) [Panusk, 1969 ; Sönderström, 1978]을 적용하였다.

그러나 가용한 자료의 크기가 너무 적어서 매개변수들의 수렴치를 얻을 수 없었다. 앞으로 장기간 관측된 자료(최소 1000 이상)들을 획득하여 이용하므로서 해결될 수 있으리라고 생각된다[Söderström, 1978]. 그러므로 본 연구에서는 (23)식으로 표시되는 예측모형을 하천유출예측에 적용하였다.

시스템 모형의 상태벡터가 (23)식과 같이 모형 매개변수로 구성되는 예측모형을 적용할 경우에는 우선 (20)식에서의 r, s 및 b의 값을 결정하여야 한다. 여기서 b의 값은 강우지체시간에 해당하므로 과거 기록자료들로부터 쉽게 얻을 수 있으나, r 및 s의 값은 그 값들을 여러 경우로 가정하여 유출예측을 하고 얻어진 오차계열에 대한 통계치들을 전술한 방법으로 계산하여 그 결과들을 분석하므로서 최적치를 얻을 수 있다. 오차계열이 가우시안 분포를 이루는가 여부를 판단하기 위하여 계산된 각 경우의 왜곡도 계수의 값은 표 1과 같다.

정규분포를 위한 신뢰구간은 $\alpha=10\,\%$일 때 두 지점 공히 자료수가 같기 때문에 $\nu_{\alpha,n}=0.439$였다. 그러므로 왜곡도 계수의 값이 이 값보다 적으면 그 오차계열은 정규분포한다는 가설을 받아 들이는 것이 된다. 여주지점은 3가지 경우에 단양지점은 $r=2$, $s=1$일 경

〈표 1〉 오차계열의 왜곡도 계수

차 수	r	1	1	2	2	2	3
	s	1	2	1	2	3	2
여 주		0.426	0.805	0.578	0.410	1.893	0.265
단 양		0.620	1.780	0.099	1.442	0.622	2.189

우에만 이에 해당된다. 다음에는 이들 경우들에 있어서 오차계열의 독립성과 관측치와 오차계열간의 상호독립성을 판단하기 위하여 자기분산 해석과 상호상관분석을 행한 결과과 여주지점의 경우는 $r=3$, $s=2$, 단양지점의 경우는 $r=2$, $s=1$일 때 오차계열이 서로 무상관하다는 결론을 얻었다. 이들 계산결과를 그림 2와 그림 3에 나타내었다(그림에서 T.L.=Tolerance Limit 임). 이를 상태벡터 X_t로 표시하면

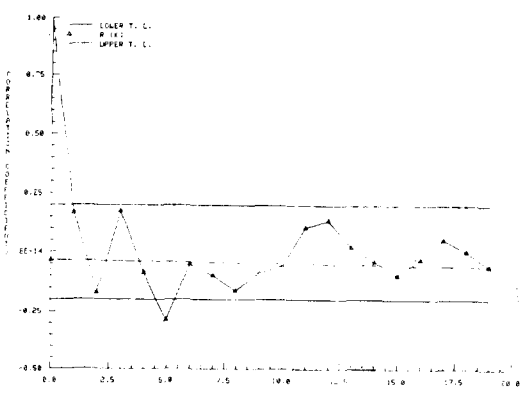

그림 2. (a) Correlogram of Innovation Sequences: Yeoju

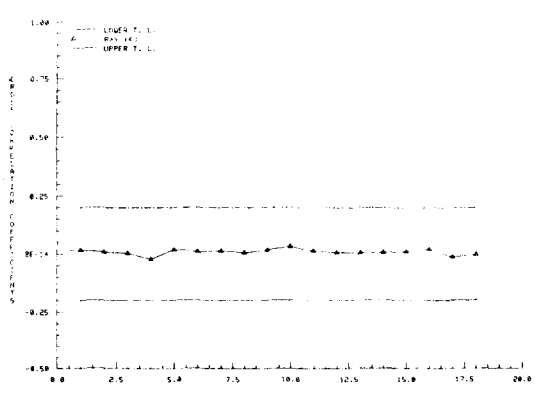

그림 2. (b) Cross Correlogram between Measurements and Innovation: Yeoju

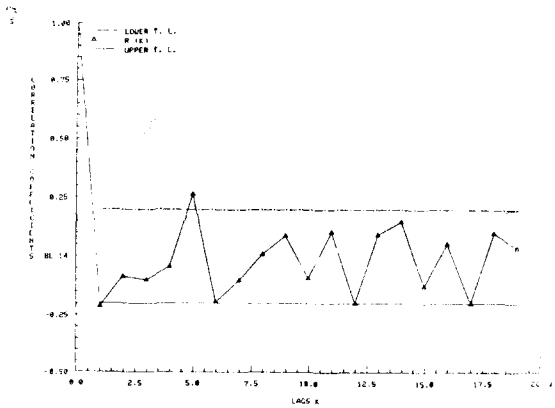

그림 3. (a) Correlogram of Innovation Sequences: Danyang

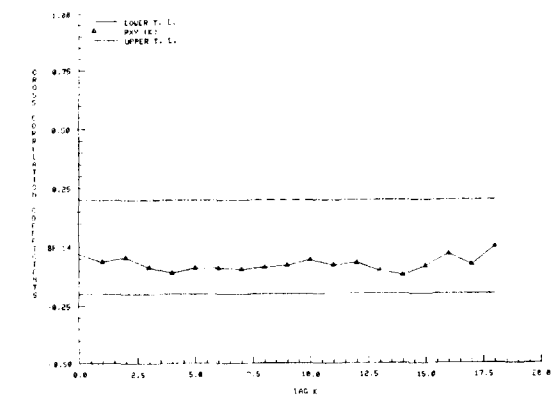

그림 3. (b) Cross-correlogram between Measurements and Innovation: Danyang

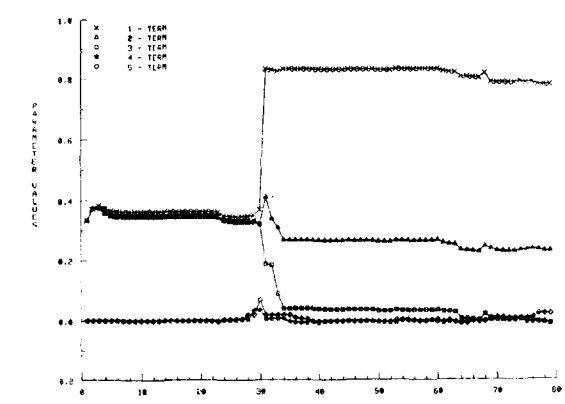

그림 4. Variation of Model Parameters: Yeoju, Han River

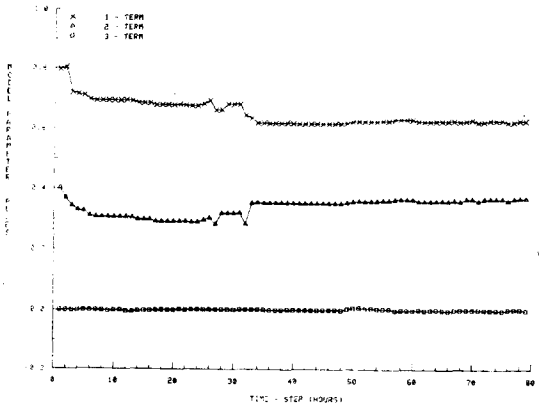

그림 5. Variation of Model Parameters with Time: Danyang, Han-River

1) 단양 지점

$$X_t = [\delta_1, \delta_2, \delta_0]^T$$

2) 여주 지점

$$X_t = [\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_0, \delta_1]^T$$

이 된다.

이들 오차계열은 시스템 오차와 계측 오차를 각 시간단계마다 동시에 수정 계산하도록 되어 있는 Sage-Husa 모형을 적용하여 계산하였다. 따라서 하천 유출 예측도 이 모형을 적용하였으며 비교하기 위하여 표준 칼만 필터모형을 이용하여 예측을 행하였다. 그리고 모형 매개변수의 값을 예측시간 단계별로 계산하여 그림 4.5에 나타내었다.

4.2. 자료처리 및 결과분석

하천유출을 예측할 수 있는 예측모형의 시스템 모형이 결정되면 모형오차 통계치의 초기치들을 결정하여 예측모형에 입력시키고 각 시간단계마다 주어지는 시우량과 시유량자료들을 입력시키므로서 예측결과를 얻게 된다. 여기에서 시우량 자료들은 다음 식에 의하여 프로그램 내에서 유출량 단위로 환산되도록 하였다.

$$Q = 0.2778 \times R \times A$$

여기서 Q = 유량단위로 환산된 강우량(m^3/sec)

R = 강우량(mm)

A = 유역면적(km)

이상의 예측모형에 전술한 한강유역 두개 지점의 홍수자료들을 이용하여 얻어진 유출예측 결과는 그림 6~7과 같고 그 결과를 분석하고 종합하여 다음과 같은 사항들을 파악할 수 있었다.

1) 본 연구에서 사용한 칼만 필터 알고리즘에 의한 예측모형은 홍수 예경보에 필요한 on-line 실시간 유출예측에 이용이 가능하고 어떤 특정유역에서 계속적으로 관측되는 자료들을 이용하므로서 예측모형의 성취도를 개선할 수 있다.

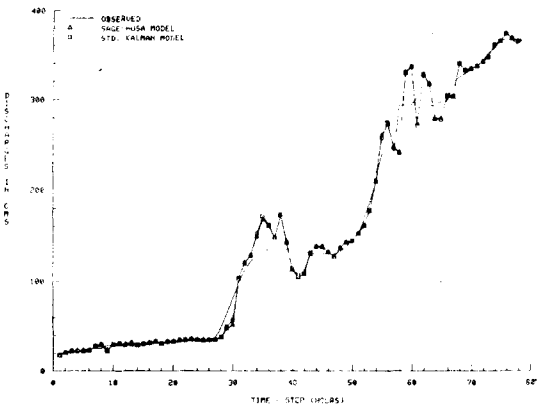

그림 6. 유출예측 결과(여주지점)

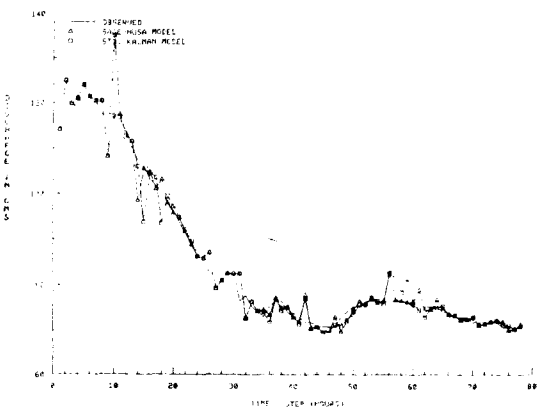

그림 7. 유출예측 결과(단양지점)

2) 본 예측모형은 상태벡터의 차수가 적어도 좋은 결과를 얻을 수 있으므로 대형 전자계산기를 설치할 수 없는 소 유역의 유량관측점에서 최근에 많이 이용되고 있는 마이크로 콤퓨터(micro-computeer)로도 유출을 예측할 수 있는 장점이 있다.

3) Sage-Husa 모형이나 표준 칼만 필터 알고리즘에 의하여 얻어진 결과는 여기에서는 거의 비슷하나 장기간의 자료들을 이용하면 Sage-Husa 모형의 성취도가 더 클 것으로 생각되며 상태벡터내에 강우와 유출항을 포함시키는 모형일 경우에는 Sage-Husa 모형이나 Todini 모형에 의하여 얻어진 결과가 더욱 양호할 것이다.

5. 결 론

홍수 예경보 시스템에서 가장 중요한 하천유출 예측

문제에 적용가능한 예측모형을 제어공학에서의 상태공간 개념에서 유도된 칼만 휠터이론을 응용하여 개발하고 한강유역의 두 수위표 지점의 과거 기록치들을 이용유출을 예측하여 만족할 만한 결과를 얻을 수 있었다.

본 연구를 통하여 칼만 휠터 이론이 하천유출예측에 유용하게 적용될 수 있음을 확인하였으며 한강 유역과 같이 수문관측, 특히 강우량과 유량자료들이 텔리메터에 의하여 on-line으로 전송될 수 있는 하천유역에서는 이 예측모형을 이용하므로서 비교적 경제적으로, 그리고 실시간으로 유출량을 예측할 수 있을 것이다. 본 연구에서는 장기간의 자료들을 획득할 수 없어서 모형의 상태벡터 내에 강우항과 유출항을 포함시키는 예측모형을 전개하지 못하여 비교적 강우—유출과정에 잘 맞는 Todini 모형을 적용하지 못하였다. 앞으로 장기간의 시우량과 시유량자료들을 수집하는 방안을 마련하여 좀더 양호한 유출예측 모형을 개발하면 홍수 예경보시스템의 원활한 운영에 기여할 수 있으리라고 생각한다.

謝 辭

본 연구는 韓國科學財團의 1982년도 前半期 研究支援費에 의하여 수행되었음을 밝히며 본 연구를 가능하게 하여 준 한국과학재단에 감사를 드린다.

參 考 文 獻

1) Anderson, R.L.; Distribution of the serial correlation coefficients, *Annals of Mathematical Statistics*, Vol, 8, No.1 : 1~13. 1941.

2) Burn, D.H.; River flow forecasting using an interactive state and parameter filter techniques, M.A. Sc. Thesis, Univ. of Waterloo. 1982.

3) Duong, N., Win, C.B. and G.R. Johnson; Modern control concepts in hydrology, *IEEE Trans., System, Science, Cybernetics*, Vol.6, No.4 : 322~329. 1975.

4) Gelb, A.; *Applied Optimal Estimation*, MIT Press, Cambridge, Ma. 1974.

5) Hino, M.; On-line prediction of a hydrologic systems, Presented at XV Congress of IAHR, Istanbul, Sept. 1973.

6) Jazwinski, A.H.; *Stochastic Processes and Filtering Theory*, Academic Press. 1970.

7) Kalman, R.E.; A new approach to linear filtering and prediction problems, *Trans., ASME, Journal of Basic Engineering*, Vol. 82 : 35~45. 1960.

8) Kalman, R.E. and R.S. Bucy; New results in linear filtering and prediction theory, *Trans., ASME, Journal of Basic Eng.*, Vol. 83 : 95~107. 1961.

9) Kitanidis, P.K. and R.L. Bras; Real-time forecasting of river flows, Report No. 235, R.M. Parsons Lab. for Water Resources and Hydrodynamics, MIT, Cambridge, Ma. 1978.

10) Kottegoda, N.T.; *Stochastic Water Resources Technology*, Macmillan Press. 1980.

11) Kuo, B.C.; *Automatic Control*, 3rd ed., McGraw-Hill. 1978.

12) Mehra, R.K.; On the identification of variances and adaptive Kalman filtering, *IEEE Trans., on Automatic Control*, Vol. AC-15, No. 2 : 175~184. 1970.

13) O'Connell, P.E. and R.T. Clarke; Adaptive hydrological forecasting-a review, *Hydrological Sciences Bulletin*, Vol. 26, No. 2 : 179~205. 1981.

14) Panuska, V.; An adaptive recursive least squares identification algorithm, *Proc, IEEE Symposium on Adaptive Processes, Decision, and Control*. 1969.

15) Sage, A.P. and G.W. Husa; Adaptive filtering with unknown prior statistics, *Proc. of Joint Automatic Control Conferenee* : 760~769. 1969.

16) Salas, J.D. Delleur, W. Yevjevich, V. and W.L. Lane; *Applied Modeling of Hydrological Time Series*, Water Resources Publications. 1981.

17) Snedecer, G.W. and W.G. Cochron; *Statistical Methods*, The Iowa State University Press, Iowa. 1967.

18) Sönderström, T., Ljung, L. and I. Gustavsson; A theoretical analysis of recursive identification methods, *Automatica*, Vol. 14 : 231~244. 1978.

19) Szöllösi-Nagy, A.; An adaptive identification and prediction algorithms for the real-time forecasting of hydrological time series, *Hydrological Sciences Bulletin*, Vol.XXI, No.1 : 163~176. 1976.

20) Todini, E. and D. Bouillot; A rainfall-runoff Kalman filter model, *System Simulation in Water Resources*, edited by G.C. Vansteenkiste : 69~82. 1975.

21) Todini, E.; Mutually interactive state-parameter estimation, *Application of Kalman Filter to Hydrology, Hydraulics and Water Resources*, Proc. of AGU Chapman Conference, Univ. of Pittsburgh, Pittsburgh, Penn. : 135~151. 1978.

22) Todini, E. and J.R. Wallis: A real-time rainfall-runoff model for an on-line flood warning system, *Application of Kalman Filter to Hydrology Hydraulics and Water Resources*, Proc. of AGU Chapman Conference : 355~368. 1978.

23) Todini, E., O'Connell, P.E. and D.A. Jones; Basic methodology: Kalman filter estimation problems, Proc. of Real-Time Hydrological Forecasting and Control, Institute of Hydrology, wallingford, Oxon, United Kingdom : 66~98. 1980.

24) Weiss, G. Basic methodology: the Kalman filter, Proc. of *Real-Time Forecasting and Control*, Institute of Hydrology, Wallingford, Oxon, United Kingdom : 36~65. 1980.

25) Yoshimura, T. and T. Soeda; A technique for compensating the filter performance by a fictitious noise, *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, Trans. ASME, Vol. 100 : 154~156. 1978.

26) Young, P. and P. Whitehead; A recursive approach to time series analysis for multivariable systems, *International Journal of Control*, Vol. 25, No. 3 : 457~482. 1977.

27) 서병하, 윤용남, 강관원 ; 상태벡터 모형에 의한 하천유출의 실시간 예측에 관한 연구, 대한토목학회지 논문집, 제 2 권 제 3 호 : 43~56. 1982.

28) 건설부 ; 한강홍수 예경보, 한강홍수통제소. 1982.