論文 85－22－6－12

矩形導波管 二重線形테이퍼의 傳送特性 解析

(Transmission Characteristics of a Linear Double Rectangular Taper)

李 相 卨*,邊 燦 昇**

(Sang Seol Lee and Chan Seung Byun)

要 約

線形二重테이퍼의 傳送特性을 테이퍼의 傳送行列을 利用하여 解析한다. 테이퍼의 軸方向에 따라 같은 길이로 分割하고 分割된 테이퍼의 傳送行列을 모두 곱하여 테이퍼 全体의 傳送行列을 求한다.

傳送行列에 依하여 計算된 定在波比를 Johnson과 Matsumaru에 依하여 計算된 結果와 比較한다.

Abstract

Transmission characteristics of a linear double rectangular taper is analysed by the transmission matrix of the taper. The total transmission matrix of the taper is obtained by multiplication of transmission matrices of small taper sections which is devided into uniform length along the taper axis.

The VSWR calculated from the transmission matrix is compared with those of Johnson and Matsumaru.

I. 序 論

導波管테이퍼는 칫수가 서로 다른 두 導波管을 整合시킬 때 널리 利用된다.

Collin[1]은 同軸線路形 테이퍼의 特性을 解析할 수 있는 몇가지 方法을 提示하였다. 그러나 導波管形 테이퍼에 그들을 適用하기는 너무 複雜하여 매우 어렵다. Matsumaru[2]와 Johnson[3]은 矩形導波管테이퍼의 한 끝에 整合된 負荷가 連結된 경우 反射係數의 크기를 求할 수 있는 매우 有力한 方法을 提示하였다.

이 研究에서는 線形二重테이퍼를 軸方向에 따라 여러개의 작은 部分으로 分割하고 各 部分에 對한 傳送行列을 求하여 그들을 순차적으로 곱합으로써 테이퍼 全体의 傳送行列을 求한다. 求해진 傳送行列로 부터 테이퍼의 反射係數와 定在波比가 計算된다.

*正會員, 漢陽大學校 電子通信工學科

(Dept. of Electro-Communications Hanyang Univ.)

接受日字 : 1985年 6月 19日

II. 테이퍼의 傳送行列

그림1a의 線形二重테이퍼는 그림1b와 같이 여러개의 작은 階段形導波管의 連續으로 近似化할 수 있다. 그림1c는 分割된 테이퍼의 n번째 部分을 다시 그린것이다. 그림1b와 그림1c에서

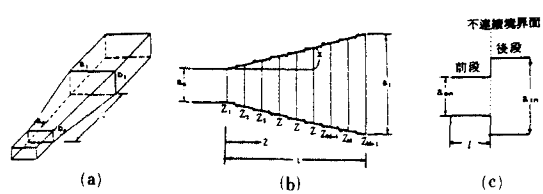


그림 1. a : 矩形 導波管의 線形二重테이퍼
b : M個로 分割된 테이퍼
c : n번째 部分을 擴大한 것

Fig. 1. a : Linear double rectangular taper.
b : Taper devided into M sections.
c : nth enlarged section.

$$x_{0n}=\frac{a_1-a_0}{2M}(n-1) \qquad (1)$$

$$x_{1n}=\frac{a_1-a_0}{2M}n \qquad (2)$$

이다. 여기서 M은 테이퍼의 分割式이다. 따라서 a_{0n}, a_{1n}은 各各 다음式으로 計算된다.

$$a_{0n}=a_0+\frac{a_1-a_0}{M}(n-1) \qquad (3)$$

$$a_{1n}=a_0+\frac{a_1-a_0}{M}n \qquad (4)$$

$$b_{0n}=b_0+\frac{b_1-b_0}{M}(n-1) \qquad (5)$$

같은 方法으로 b_{0n}, b_{1n}은 다음과 같이 求할 수 있다.

$$b_{1n}=b_0+\frac{b_1-b_0}{M}n \qquad (6)$$

그림1c에서 分割된 테이퍼는 前段部, 不連續部, 後段部로 나누어 생각할 수 있다. 따라서 分割된 테이퍼의 傳送行列은 前段에 對한 行列 $[T_1]$, 不連續境界面에 對한 行列 $[T_2]$, 不連續面에서의 인덕턴스에 對한 行列 $[T_3]$, 不連續面에서의 커패시턴스에 對한 行列 $[T_4]$, 및 後段에 對한 行列 $[T_5]$의 곱으로 表示할 수 있다. 即 分割된 테이퍼의 n번째 部分의 傳送行列 $[T_{Dn}]$ 은

$$[T_{Dn}]=[T_1][T_2][T_3][T_4][T_5] \qquad (7)$$

이다.

그림 2 와 같이 均一한 導波管에 對하여 s_{ij}를 散乱係數라 할 때

$$\begin{vmatrix} b_1 \\ b_2 \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} s_{11} & s_{12} \\ s_{21} & s_{22} \end{vmatrix}\begin{vmatrix} a_1 \\ a_2 \end{vmatrix} \qquad (8)$$

로 된다. 여기서 a_1, a_2는 入射波, b_1, b_2는 反射波이다.

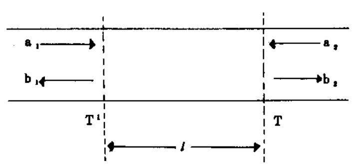


그림 2. 損失이 없는 均一한 傳送線
Fig. 2. Lossless uniform transmission line.

(8)로 부터 아래와 같이 傳送行列關係式을 쓸수 있다.

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ b_1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \dfrac{1}{s_{21}} & -\dfrac{s_{22}}{s_{21}} \\ \dfrac{s_{11}}{s_{21}} & s_{12}-\dfrac{s_{11}s_{22}}{s_{21}} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} b_2 \\ a_2 \end{bmatrix} \qquad (9)$$

여기서 傳送線의 傳播常數를 β라 할 때 $s_{11}=s_{22}=0$ $s_{12}=s_{21}=e^{-j\beta l}$이므로 (9)로 부터

$$[T_1]=[T_5]=\begin{vmatrix} e^{j\beta l} & 0 \\ 0 & e^{-j\beta l} \end{vmatrix} \qquad (10)$$

이다. 여기서 l은 傳送線의 길이이고 β는 TE_{10} 모드에 對하여 다음式으로 주어진다.

$$\beta=\frac{2\pi}{\lambda}\sqrt{1-(\lambda/2a)^2} \qquad (11)$$

여기서 λ는 自由空間에 對한 波長이고, a는 導波管의 긴변의 길이 이다.

不連續境界面에 對한 傳送行列 $[T_2]$는 TE_{10} 모드에 對하여 다음과 같이 計算된다.[4]

$$[T_2]=\begin{bmatrix} P+QR & P-QR \\ P-QR & P+QR \end{bmatrix} \qquad (12)$$

여기서

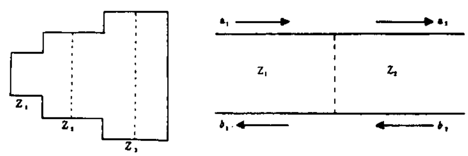
$$P=\frac{\pi^2 b_{1n}}{a_{1n}\sqrt{1-(\lambda/2a_{1n})^2}}$$

$$Q=\frac{\pi^2 b_{0n}}{a_{0n}\sqrt{1-(\lambda/2a_{0n})^2}}$$

$$R=\frac{\sqrt{1-(\lambda/2a_{1n})^2}}{2\pi^2 b_{1n}}$$

이다.

그림3a와 같이 導波管의 긴 辺에 不連續이 생기면



(a) (b)

그림 3. a : n번째 分割테이퍼, b : 等價리액턴스
Fig. 3. a : nth section, b : equivalent reactance.

그림3b와 같이 인덕턴스가 並列로 接續된 것과 같은 結果를 낳는다. 그의 리액턴스 X는 다음과 같다.[5]

$$\frac{Z_g}{X}\cong\frac{\lambda_g}{2a}\frac{\beta^2(1+\beta)\ln(2/\beta)}{1-\beta/2}\left(1-\frac{27}{8}\frac{Q_{1n}+Q_{0n}}{1+8\ln(2/\beta)}\right) \qquad (13)$$

$$\beta\ll 1$$

여기서

$$\lambda_g=\frac{\lambda}{\sqrt{1-(\lambda/2a_{1n})^2}} \qquad (\text{管内波長})$$

$$\beta=1-\frac{a_{0n}}{a_{1n}}$$

$$Q_{1n}=1-\sqrt{1-\left(\frac{2a_{1n}}{3\lambda}\right)^2}$$

$$Q_{0n}=1-\sqrt{1-\left(\frac{3a_{0n}}{3\lambda}\right)^2}$$

Z_0 = 導波管의 特性임피던스이다. 그림3b에 對한 散乱行列의 퍼래미터는 X_0를 X의 正規化리액턴스라

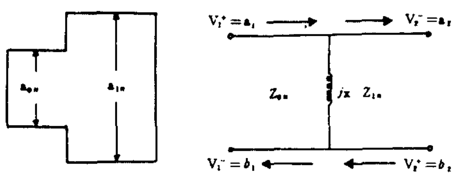
할때

$$\left.\begin{aligned} S_{11} &= \frac{-1}{j2x_0+1} \\ S_{12} = S_{21} &= \frac{j2x_0}{j2x_0+1} \\ S_{22} &= \frac{-1}{j2x_0+1} \end{aligned}\right| \tag{14}$$

로 된다. 따라서 傳送行列 $[T_3]$는

$$[T_3] = \begin{bmatrix} 1-\dfrac{j}{2x_0} & -\dfrac{j}{2x_0} \\ \dfrac{j}{2x_0} & \dfrac{4+1/x_0^2}{2(2-j/x_0)} \end{bmatrix} \tag{15}$$

이다.



(a) (b)

그림 4. a : n번째 分割테이퍼, b : 等價써셉턴스

Fig. 4. a : n th section, b : equivalent susceptance.

그림4a와 같이 導波管에서 짧은 辺의 길이에 不連續이 생기면 그림4b와 같이 커패시티브써셉턴스 効果를 나타낸다. 그의 써셉턴스 B는 다음과 같다.[5]

$$\frac{B}{Y_0} \cong \frac{2b_{1n}}{\lambda_g}\left(\frac{\delta}{2}\right)^2 \frac{2l_n(2/\delta)}{1-\delta} + 1 + \frac{17}{16}\left(\frac{b_{1n}}{\lambda_g}\right)^2 \tag{16}$$

$$\delta \ll 1$$

여기서

$$\delta = 1 - \frac{b_{0n}}{b_{1n}}$$

λ_g = 導波管의 管内波長

Y_0 = 導波管의 特性어드미턴스

이다. 그림4b에 對한 散乱行列의 퍼래미터는 B_0를 B의 正規化써셉턴스라 할때

$$\left.\begin{aligned} S_{11} &= \frac{-jB_0}{jB_0+2} \\ S_{12} = S_{21} &= \frac{2}{jB_0+2} \\ S_{22} &= \frac{-jB_0}{jB_0+2} \end{aligned}\right| \tag{17}$$

이므로 傳送行列 $[T_4]$은

$$[T_4] = \begin{vmatrix} \dfrac{2+jB_0}{2} & \dfrac{jB_0}{2} \\ -\dfrac{jB_0}{2} & \dfrac{4+B_0}{2(2+jB_0)} \end{vmatrix} \tag{18}$$

이다.

이상을 綜合할 때 테이퍼 全体의 傳送行列 $[T]$는

$$[T] = [T_{D1}][T_{D2}]\cdots\cdots[T_{DM}] = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \tag{19}$$

로 計算된다. 또한 反射係數 P는

$$\Gamma = \frac{\Gamma_{21}}{\Gamma_{11}} \tag{20}$$

으로, VSWR은

$$\mathrm{VSWR} = \frac{1+|\Gamma|}{1-|\Gamma|} \tag{21}$$

로 計算된다.

Ⅲ. 計 算 例

그림1a에서 $a_0 = 1.91$cm, $b_0 = 1.02$cm, $a_1 = 2.29$cm, $b_1 = 1.52$cm, $L = 7.24$cm인 피라미덜 테이퍼의 8.7GHz에 對한 定在波比의 計算結果는 表1과 같다. 그림5는 表1의 값을 그림으로 나타낸 것이다. 그림5에서 테이퍼의 分割數를 10以上으로 하면 定在波比가 거의 適正値에 接近함을 알 수 있다.

표 1. 分割數에 따른 定在波比

Table 1. Table 1 VSWR versus number of division.

분할수	2	3	4	5	7	10	15	20	25	30	35	40	50
정재파비	1.209	1.129	1.079	1.067	1.059	1.056	1.054	1.053	1.053	1.053	1.053	1.053	1.053

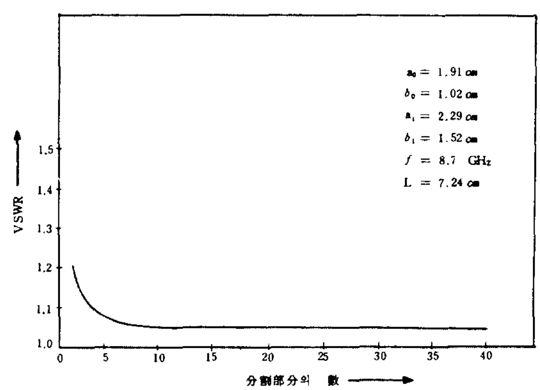


그림 5. 分割數에 對한 定在波比 曲線

Fig. 5. VSWR curve versus number of division.

表2는 테이퍼의 分割數를 30으로 하고 周波數를 8.5GHz에서 11.5GHz까지 變化시킬 때 얻은 定在波比의 값이다. 그림6은 表2의 結果를 그림으로 나타낸 것이다. 그림6에서 테이퍼의 整合特性은 10GHz 近方에서 가장 良好하고, 9.5GHz에서 11.5GHz까지는 定在波比가 1.009이하로 매우 넓은 帶域에서 좋은 整

合特性을 維持하고 있음을 알 수 있다.

표 2. 周波數 變化에 따른 定在波比
Table 2. VSWR versus frequency.

주파수(GHz)	8.5	8.7	9.0	9.2	9.5	9.7	10	10.2	10.5	10.7	11	11.2	11.5
정재파비	1.082	1.066	1.027	1.017	1.009	1.006	1.001	1.002	1.004	1.003	1,001	1.004	1.007

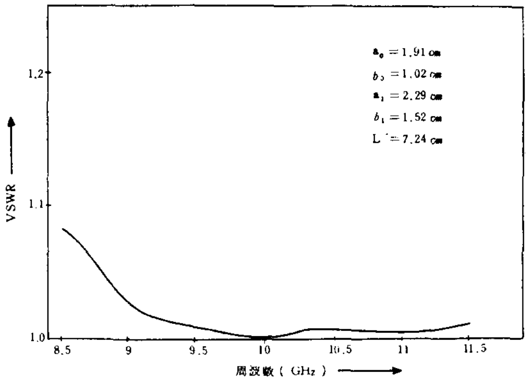


그림 6. 周波數 變化에 對한 定在波比 曲線
Fig. 6. VSWR curve versus frequency.

表 3 은 $a_0 = a_1 = 5.81$cm, $b_0 = 1.2$cm, $b_1 = 2.91$cm, L = 4 cm인 E面테이퍼에 對하여 計算된 定在波比이다. 그림 7 은 表 3 의 結果를 그림으로 나타낸 것이다. 그림 7 에서 테이퍼의 分割數를 5 以上으로 하면 定在波比는 適正値에 接近함을 알 수 있다. 表 4 는 E面테이퍼의 分割數를 30으로 하고 테이퍼의 길이를 4 cm에서 20cm까지 變化시킬 때 定在波比의 變化를 計算한 結果이다. 그림 8 은 表 4 의 값과 Johnson[3] 에 依하여 計算된 結果와 Matsumaru[2] 의 實驗結果를 比較한 것이다. 近小의 偏差는 있으나 大体的으로 비슷한 結果를 보이고 있다. 테이퍼의 길이가 20cm (2.6λ) 이하에서는 定在波比의 變化가 매우 크나 그 이상에서는 良好한 整合特性을 나타내고 있다.

표 3. 分割數에 따른 定在波比
Table 3. VSWR versus number of division.

분할수	2	3	4	5	7	10	15	20	25	30	35	40	50
정재파비	1.348	1.293	1.279	1.275	1.272	1.273	1.274	1.276	1.277	1.278	1.278	1.279	1.279

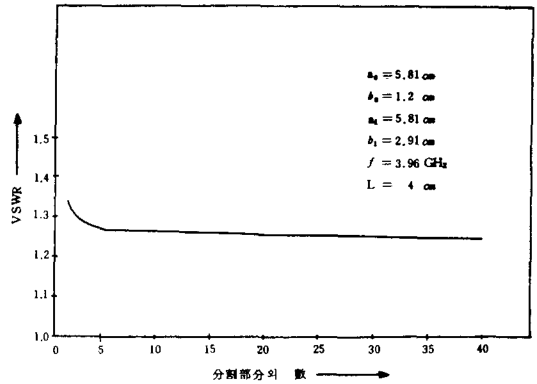


그림 7. 分割數에 對한 定在波比 曲線
Fig. 7. VSWR curve versus number of division.

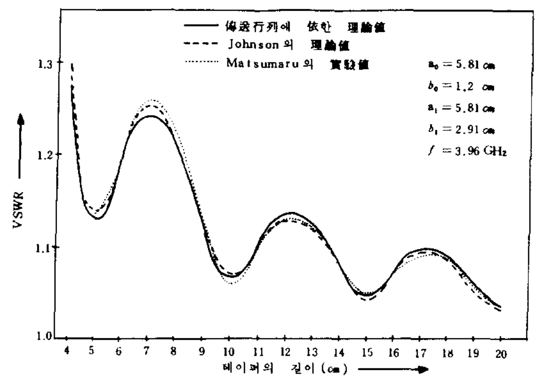


그림 8. 테이퍼의 길이에 對한 定在波比 曲線
Fig. 8. VSWR curves versus taper length.

표 5. 分割數에 따른 定在波數
Table 5. VSWR versus number of division.

분할수	2	3	4	5	7	10	15	20	25	30	35	40	50
정재파비	2.386	1.628	1.315	1.246	1.205	1.188	1.18	1.177	1.176	1.175	1.175	1.175	1.175

표 4. 테이퍼의 길이에 따른 定在波比
Table 4. VSWR versus taper length.

테이퍼길이(cm)		4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
정재파비	전송행렬에 의한 이론치	1.278	1.132	1.198	1.243	1.206	1.122	1.068	1.106	1.138	1.125	1.079	1.046	1.073	1.097	1.09	1.058	1.035
	Johnson 의 이론치	1.299	1.14	1.197	1.254	1.21	1.127	1.073	1.104	1.131	1.12	1.079	1.043	1.072	1.095	1.085	1.056	1.032

표 6. 周波數 變化에 따른 定在波比
Table 6. VSWR versus frequency.

주 파 수 (GHz)			8.5	8.7	9.0	9.2	9.5	9.7	10	10.2	10.5	10.7	11	11.2	11.5
정재파비	전송행렬에 의한 이론치	가	1.1662	1.1733	1.1356	1.0846	1.0206	1.0431	1.0763	1.0797	1.0598	1.0358	1.0047	1.0264	1.0494
		나	1.1669	1.1738	1.1351	1.084	1.0206	1.0434	1.0764	1.079 7	1.0596	1.0356	1.0048	1.0266	1.0495
	Johnson의 理論値			1.1894	1.1332	1.0807	1.02	1.043	1.0796	1.0789	1.0592	1.0337	1.0047	1.0251	1.0435

表5와 그림9는 $a_0=2.29$cm, $b_0=1.02$cm, $a_1=1.91$cm, $b_1=1.52$cm $L=7.24$cm인 E-H面테이퍼의 8.7GHz에 對한 定在波比의 計算結果이다. 그림9에서 테이퍼의 分割數를 15이상으로 하면 定在波比는 適正値에 接近함을 알 수 있다. 表6과 그림10은 E-H面테이퍼의 分割數를 30으로 하고 周波數를 8.5GHz에서 11.5GHz까지 變化시킬 때 定在波比의 計算結果를 나타내고 있다. Johnson[3]의 結果와 傳送行列에 依한 結果는 大体的으로 비슷하다. 테이퍼의 整合特性은 12 GHz(약3λ) 이상에서 좋은 特性을 보인다.

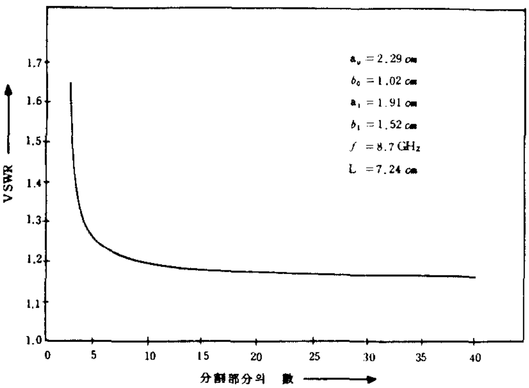


그림 9. 分割數에 對한 定在波比 曲線
Fig. 9. VSWR curve versus number of division.

表6에서 行列 $[T_3]$ $[T_4]$를 無視한 경우의 計算結果는 小數点以下 4째자리에서만 變化를 주고 있다. 이는 分割된 테이퍼의 不連續点에서 發生되는 인덕턴스와 커패시턴스가 테이퍼의 傳送行列에 미치는 影響이 매우 적음을 뜻한다. $[T_3]$, $[T_4]$를 無視할 때 컴퓨터計算時間은 크게 減少된다.

Ⅳ. 結 論

2個의 서로 다른 矩形導波管을 整合시키기 爲하여 使用되는 線形二重테이퍼의 整合特性을 分割된 테이퍼의 傳送行列을 求함으로써 解析하였다.

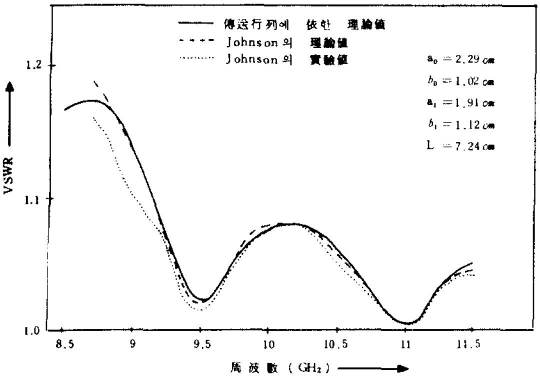


그림10. 周波數 變化에 對한 定在波比 曲線
Fig. 10. VSWR curves versus frequency.

分割된 테이퍼의 傳送行列은 5개의 傳送行列로 表示되나 테이퍼의 不連續点에 나타나는 인덕턴스와 커패시턴스에 依한 行列의 영향은 매우 적어서 實際 計算에서는 無視할 수 있다.

피라미덜 테이퍼, E面테이퍼, E-H面테이퍼에 適用된 計算結果는 Johnson[3]의 結果뿐 아니라 實驗結果와도 大体的으로 잘 일치한다.

參 考 文 獻

[1] R.E. Collin, *Foundations for Microwave Engineering*, McGraw-Hill, 1966, Ch. 4-5.

[2] K. Matsumaru, "Reflection Coefficient of E-plane Tapered Waveguides," IRE Tran., *Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-6, pp. 143-149, Apr. 1958.

[3] R.C. Johnson, "Design of Linear Double Tapers in Rectangular Waveguides," *IRE Trans.*, vol. MTT-7, pp. 374-378, July 1959.

[4] R.F. Harrington, *Time Harmonic Electromagnetic Fields*, McGraw-Hill, New York, 1961, Ch. 3.

[5] N. Marcuvitz, *Waveguide Handbook*, McGraw-Hill, pp. 217-310, 1951. *