

最近의 數值電界計算法(Ⅲ)

朴 鍾 根
(서울大 工大 教授)

■ 차 례 ■

- 4. 電荷重疊法
 - 4.1 電荷重疊法の 기원
 - 4.2 Green 함수 중합법으로서의 電荷重疊法
 - 4.3 電荷重疊法の 원리
 - 4.4 복합 誘電體의 電界計算
 - 4.5 計算 例
 - 4.6 電荷重疊法을 이용한 電極 形狀最適化 參考文獻

4 電荷重疊法

4.1 電荷重疊法(Charge Simulation Method)의 기원

1969年 서독 민헨 공과대학 고전압 연구소의 Steinbigger가 空氣中の 回轉對稱 電極 주변의 電界 計算 方法에 관한 학위 논문에서 처음으로 제안하였다.

간단한 원리, 높은 정밀도, 짧은 계산시간등의 長點으로 많은 關心을 불러일으켰고 高電壓 工學에서 필요로 하는 많은 형상의 전계해석에 응용되었다. 특징은 다음 3가지로 요약할 수 있다.

- i) 電極 表面上的 電荷分布를 電極내부에 배치한 假想 電荷群으로 치환.
- ii) 모의 電荷로 線電荷(Line Charge), 링電荷(Ring Charge)를 이용한 효율의 극대화.
- iii) 計算의 汎用性

Laplace 방정식의 解法으로서 뿐만 아니라 지진 파나 전자파의 산란 문제 해석, 탄성론에 응용, 그리고 확산방정식의 풀이등 여러 분야에 適用 可能하여 今後 발전이 기대되는 方法이다.

4.2 Green 함수 중합법으로서의 電荷重疊法

공간에 電荷가 있을 때, 電位는 다음 식과 같이 된다.

$$\phi(x) = \int \frac{\rho(x')}{|x-x'|} d^3x' \quad (1)$$

그러나, 실제 많은 경우의 靜電界 문제는 내부에 전하가 존재하거나 하지 않거나 간에 앞(5월호)에서 기술한 여러 경계 조건을 갖는 유한 영역의 문제이다.

이 경계조건을 포함하여 수학적으로 표시한 것이 Green의 정리, 즉 Green함수에 의한 해법이다. 이것을 살펴보면 Vector Identity로부터

$$\begin{aligned} \nabla \cdot (\varphi \nabla \psi) &= \nabla \varphi \cdot \nabla \psi + \varphi \nabla^2 \psi \\ \nabla \cdot (\psi \nabla \varphi) &= \nabla \psi \cdot \nabla \varphi + \psi \nabla^2 \varphi \end{aligned} \quad (2)$$

이 된다. 양 변을 서로 빼주면

$$\nabla \cdot (\varphi \nabla \psi - \psi \nabla \varphi) = \varphi \nabla^2 \psi - \psi \nabla^2 \varphi \quad (3)$$

이다.

양변을 경계 Γ 내에서 체적 적분을 하면 다음과 같은 Green의 정리가 구해진다.

$$\begin{aligned} &\int_s (\varphi \nabla \psi - \psi \nabla \varphi) \cdot da \\ &= \int_v (\varphi \nabla^2 \psi - \psi \nabla^2 \varphi) dv \end{aligned} \quad (4)$$

단, \int_s 는 바깥 수직방향으로의 폐면적 경계 Γ 의 면적분을 의미하고, \int_v 는 경계 Γ 내의 체적 적분을 의미한다.

프라임(Prime, ')이 붙은 변수를 적분 변수로 보면

$$\int_s \left[\varphi \frac{\partial \psi}{\partial n'} - \psi \frac{\partial \varphi}{\partial n'} \right] da'$$

$$= \int_V (\varphi \nabla^2 \psi - \psi \nabla^2 \varphi) dv' \quad (5)$$

이 된다.

여기서 φ 를 전위 함수로 보고, ψ 를 Poisson 방정식에 대한 Dirichlet 경계 조건의 Green 함수 G_0 로 보면

$$\begin{aligned} & \int_s \left[\varphi(X') \frac{\partial}{\partial n'} G_0(X, X') \right. \\ & \quad \left. - G_0(X, X') \frac{\partial \varphi(X')}{\partial n'} \right] da' \\ & = \int_V \left[\varphi(X') \nabla'^2 G_0(X, X') \right. \\ & \quad \left. - G_0(X, X') \nabla'^2 \varphi(X') \right] dv' \end{aligned} \quad (6)$$

이 된다.

경계 조건이 Dirichlet 일 때, 경계 표면 Γ 에서 $G_0(X, X')=0$ 이므로 식(6)은 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} & \int_s \varphi(X') \frac{\partial}{\partial n'} G_0(X, X') da' \\ & = \int_V \left\{ \varphi(X') \left[-4\pi \delta(X-X') \right] \right. \\ & \quad \left. - G_0(X, X') \left[-4\pi \rho(X) \right] \right\} dv' \\ & = -4\pi \varphi(X) + 4\pi \int_V G_0(X, X') \rho(X') dv' \quad (7) \end{aligned}$$

따라서, Dirichlet 경계치 문제의 해는

$$\begin{aligned} \varphi(X) &= \int_V G_0(X, X') \rho(X') dv' \\ & \quad - \frac{1}{4\pi} \int_s \varphi(X') \frac{\partial}{\partial n'} G_0(X, X') da' \quad (8) \end{aligned}$$

이 된다.

정전계에서는 내부 전하가 없으므로, 즉 $\rho(X')=0$ 이므로 식(8)은 다음과 같이 된다.

$$\varphi(X) = -\frac{1}{4\pi} \int_s \varphi(X') \frac{\partial}{\partial n'} G_0(X, X') da' \quad (9)$$

즉, $G_0(X, X')$ 를 알면 Dirichlet 경계 문제의 해는 경계 표면 Γ 에 주어진 전위 분포 $\varphi(X')$ 에 대하여 면적분하면 구할 수 있다. 그러나 경계의 모양이 복잡하면 표면적분은 해석적으로 구해지지 않는다.

여기서, 경계 조건 $\varphi(X')$ 는 이 경계 조건을 만족시킬 수 있는 $\rho(X')$ 로 치환할 수 있다.

그러면 식(9)는 다음식으로 치환되어진다.

$$\varphi(X) = \int_V G_0(X, X') \rho(X') dv' \quad (10)$$

단, 모의전하 $\rho(X')$ 는 해석하고자 하는 영역 의

부에 잡는다.

윗식의 체적적분도 일반적인 해석해는 없다. 그러나, 모의전하들을 點電荷, 線電荷, 面電荷들로만 선택하여 구성하면 다음 식과 같이 數值 近似 解를 구할 수 있게 된다.

$$\begin{aligned} \varphi(X) &= \int G_0(X, X') \rho(X') \delta(X-X') dv' \\ & \approx \sum G_0(X, X_i) Q_i(X_i) \end{aligned} \quad (11)$$

4.3 電荷重疊法の 원리

그림1의 a)와 같이 $r=r_1$ 에서 電位가 V 이고 $r=\infty$ 에서 電位가 0인 경우에 $r \geq r_1$ 인 場에서의 電位, 電界는, $r=0$ 인 곳에 電荷量 $Q(=4\pi\epsilon r_1 V)$ 의 電荷가 있다고 했을 때, 이에 의한 電位, 電界와 같다. 이 電荷에 의한 $r=r_1$ 에서의 電位値가 $\frac{4\pi\epsilon r_1 V}{4\pi\epsilon r_1} = V$ 이 되어 구전극의 경계 조건과 같게 되므로 $r \geq r_1$ 인 임의점의 電位, 電界는 이 點電荷에 의해서 생기는 電位, 電界값으로 解析할 수 있다. 그림1의 b)의 경우에는 무한 평판 전극이 존재하여 평판 전극의 0 電位를 맞추기 위해 Q_1 에 대칭적으로 影像電荷 $-Q_1$ 을 모의해야 하는데, 이와 같

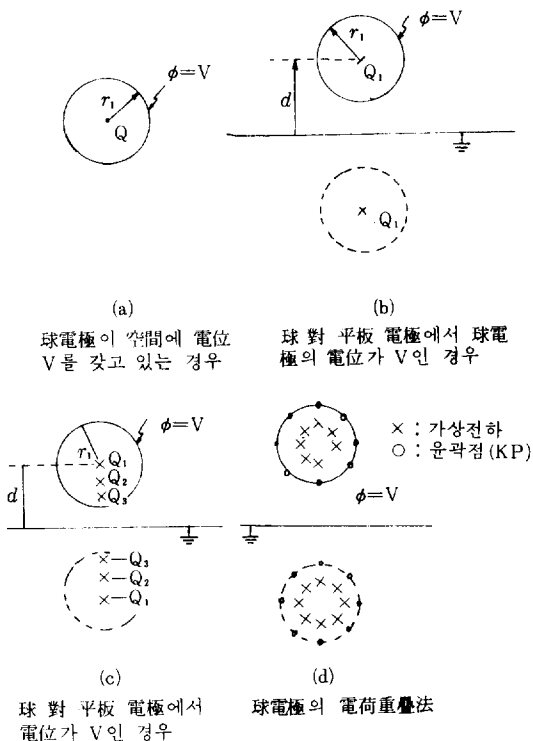


그림 1. 전하중첩법의 원리

이 하면 평판 전극의 電位는 0 이 되지만 $r=r_1$ 에
서의 電位는 影像 電荷의 영향으로 V 가 되지 않
는다. 이 구전극 표면 경계 조건 V 를 맞추기 위
해서는 그림1의 C)에서와 같이 電荷를 배치해야
한다. 무한히 電荷를 모의하면 경계 電位 V 를 정
확히 만족시킬 수 있겠지만 무한개로 모의할 수
없으므로 적당한 수의 電荷로 효율적인 近似解를
구하는 것이 電荷重疊法이다. 즉, 그림1의d)와 같
이, 수개의 電荷로서도 좋은 정밀도의 解를 구할
수 있다.

Laplace 방정식 $\nabla^2\phi=0$ 을 만족시키는 부분해
 $U_1, U_2, U_3, \dots, U_n$ 의 합 ϕ 가 場의 경계 조건을
만족시키면 解의 唯一性 定理에 의해서 이 ϕ 가 구
하고자 하는 解가 되므로, 물리적으로 보면 전극
의 표면 전하에 의해 형성되는 場을 전극 내부(해
석하고자 하는 場 외부)에 모의한 가상 전하에 의
한 電位 U_i 들의 합으로 해석하고자 하는 것이 電
荷重疊法이다. 현재 사용되고 있는 가상 전하로는
Green 함수 표현이 가능한 點電荷, 線電荷, 링電
荷, 디스크電荷(Disk Charge), 스트립電荷(St-
rip Charge)등이 있다.

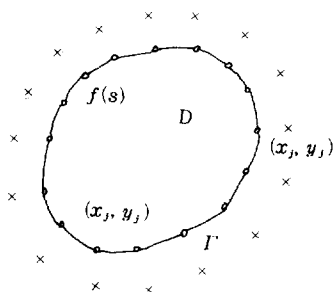


그림 2. Dirichlet 형 전위문제와 電荷, 윤곽점의 위치

한 예로 그림2에 가상전하의 위치와 윤곽점의 위치를 나타냈다. 2차원 정전계 Dirichlet 문제의 경우에 다음 두식이 성립한다.

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right) \phi(x, y) = 0, (x, y) \in D \quad (12)$$

$$\phi(x, y)|_{\Gamma} = f(s), (x, y) \in \Gamma \quad (13)$$

단, D 는 고찰하고자 하는 영역이고, Γ 는 경계를 나타내고, s 는 경계의 한 점으로부터의 거리이다. 가상전하를 n 개 사용했을 때 解는 다음과 같이 n 개의 식으로 표시된다.

$$\phi(x, y) = \sum_{i=1}^n Q_i G(x, y; x_i, y_i) \quad (14)$$

단, Q_i 는 가상전하로 미정계수이고 $G(x, y; x_i, y_i)$ 는 (x_i, y_i) 를 원천점으로 하는 Laplace 방정식의 Green 함수로 2차원의 경우는 다음과 같다.

$$G(x, y; x_i, y_i) = -\frac{1}{2\pi} \log \sqrt{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2} \quad (15)$$

n 개의 가상전하를 해석하고자 하는 영역 D 의 외측에 배치하면, 영역 D 내부에서는 항상 Laplace 방정식 식(12)을 만족한다. 따라서, 경계상 n 개의 점(윤곽점 (α_j, β_j) 이라 한다.)에서의 $\phi(\alpha_j, \beta_j)$ 가 경계조건 식(13)을 만족하게 미정 계수 Q_i 를 결정하면 해가 얻어진다.

$$\begin{aligned} \phi(\alpha_j, \beta_j) &= \sum_{i=1}^n Q_i G_{ji} \\ &= f(s_j), (j=1, 2, 3, 4, \dots, n) \end{aligned} \quad (16)$$

단, $G_{ji} = G(\alpha_j, \beta_j; x_i, y_i)$ 이다.

윗식을 행렬형태로 표시하면 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix} G_{11} & G_{12} & \dots & G_{1n} \\ G_{21} & G_{22} & \dots & G_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ G_{n1} & G_{n2} & \dots & G_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \vdots \\ Q_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f(s_1) \\ f(s_2) \\ \vdots \\ f(s_n) \end{pmatrix} \quad (17)$$

Q_i 가 구해지면, 電位는 식(14)로부터 구할 수 있고, 電界는 다음식으로부터 얻어진다.

$$\begin{aligned} E_x &= \sum_{j=1}^n F_x(i, j) Q_j \\ E_y &= \sum_{j=1}^n F_y(i, j) Q_j \end{aligned} \quad (18)$$

단, F_x, F_y 는 각 방향에 대한 전계 계수이다.

여기서, 주의하여야 할 점은 가상 전하의 종류와 모의 위치, 윤곽점의 위치에 따라 解의 정밀도가 크게 변하므로 이들의 위치 선정 문제는 매우 중요하다는 점이다.

4.4 복합 誘電體의 電界計算

두개의 유전체가 電界의 작용을 받으면 分極하여 分極 電荷가 경계면에 나타난다. 이 分極 電荷에 의해 誘電體 경계면상에서는 電位는 연속되나 電界는 불연속 된다. 誘電率이 각각 일정한 誘電體가 서로 접하고 있는 경우 각 영역에서는 다음식이 만족된다.

$$\epsilon \operatorname{div} \{ \operatorname{grad} \phi \} = 0 \quad (19)$$

誘電率 ϵ 이 불연속적으로 변화하는 두 誘電體의 境界面에서는 다음과 같은 연속조건이 성립된다.

i) 電位연속조건: $\phi = \phi_{II}$ (20)

ii) 電束연속조건: $\epsilon_1 \frac{\partial \phi_I}{\partial n} = \epsilon_2 \frac{\partial \phi_{II}}{\partial n}$ (21)

誘電體 境界面상에 나타나는 分極 電荷를 境界面 양쪽에 電荷들로 모의하고 이 電荷들에 의해서 誘電體 境界面 연속 조건 i), ii)가 만족된다면 이 電荷들을 사용하여 場의 解析이 가능해진다.

봉전극과 접지 평판 전극 사이에 誘電體 A와 B가 있는 경우를 살펴보자. 그림3에서와 같이 誘電體 A와 B의 境界面 양쪽에 假想 電荷 Q_A 와 Q_B 의 電荷를 배치한다. Q_A 는 誘電率 ϵ_B 의 誘電體 외부에 電荷를 모의한 것이고, Q_B 는 誘電率 ϵ_A 의 誘電體 외부에 電荷를 모의한 것이다. 誘電率 ϵ_B 의 誘電體 를 기준해서 보면 場 외부에 電荷 Q_A 와 Q 를 모의해서 場의 境界 조건과 誘電體 境界조건을 만족시키고, 誘電率 ϵ_A 의 誘電體에서도 마찬가지로 Q_B 와 Q 를 場 외부에 모의해서 境界 조건을 만족시킨다. 식을 구성하면 다음과 같이 나타난다.

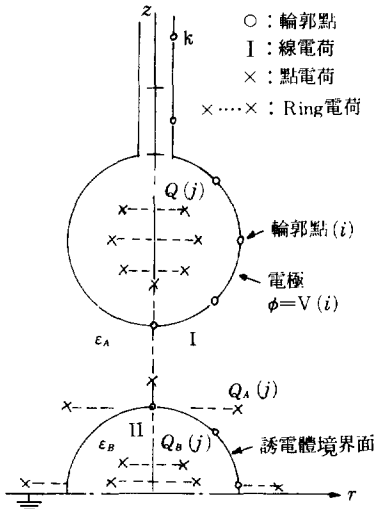


그림 3. 복합유전체장의 전하중첩법

가) 電極: 電位 일정
誘電率 ϵ_A 측 電極

$$\sum_{j=1}^k G(i, j) Q(j) + \sum_{j=m+1}^n G(i, j) Q_B(j) = V(i) \quad (22)$$

誘電率 ϵ_B 측 電極

$$\sum_{j=1}^k G(i, j) Q(j) + \sum_{j=k+1}^m G(i, j) Q_A(j) = V(i) \quad (23)$$

단, 그림3에서는 誘電率 ϵ_B 측 電極은 없다.

나) 誘電體 境界面

電位 연속 조건

$$\sum_{j=k+1}^m G(i, j) Q_A(j) - \sum_{j=m+1}^n G(i, j) Q_B(j) = 0 \quad (24)$$

법선 방향 電束密度 연속 조건

$$\epsilon_A \left\{ \sum_{j=1}^k F_n(i, j) Q(j) + \sum_{j=m+1}^n F_n(i, j) Q_B(j) \right\} - \epsilon_B \left\{ \sum_{j=1}^k F_n(i, j) Q(j) + \sum_{j=k+1}^m F_n(i, j) Q_A(j) \right\} = 0 \quad (25)$$

단, $F_n(i, j) = F_r(i, j) \sin \theta + F_z(i, j) \cos \theta$ (26)

F_r : r방향 電界 係數

F_z : z방향 電界 係數

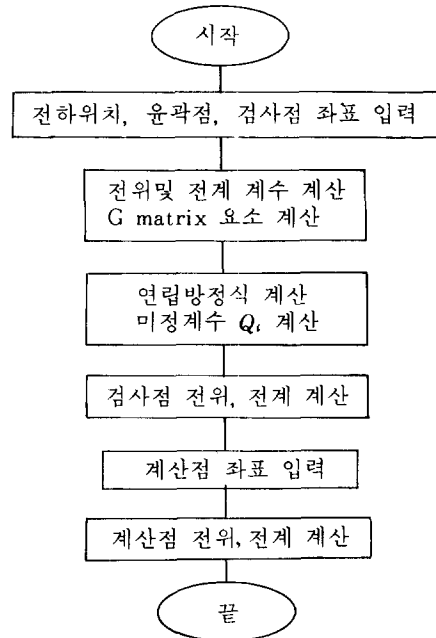
위 연립방정식으로부터 假想 電荷 Q, Q_A, Q_B 를 구하여, 誘電率 ϵ_A 誘電體 내부의 電位와 電界는 假想 電荷 Q, Q_B 를 사용하여, 誘電率 ϵ_B 誘電體 내부의 電位와 電界는 假想 電荷 Q, Q_A 를 사용하여 계산한다.

위와 같은 원리로 하여 多媒質場의 계산이 가능하다.

4.5 計算 例

일반적인 計算 순서도는 표1에 나타내었다.

표 1. 순서도



가) 球電極과 接地 球電極

球電極과 接地 球電極 문제를 링 電荷 30개와 線電荷 10개로 모의하여 계산한 등전위면을 그림4에 나타내었다.

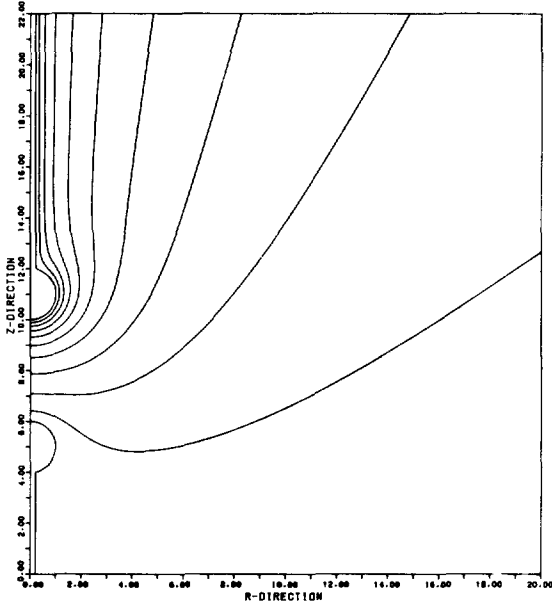


그림 4. 구전극과 접지구전극의 등전위면

나) 電極과 誘電體가 접하고 있는 경우

그림5와 같이 誘電體가 2개이고 誘電率 ϵ_a 의 固體 誘電體가 電極과 面 접촉 하는 경우에, $\epsilon_s = \epsilon_a / \epsilon_0$ 의 변화에 따른 電極의 表面 및 固體 誘電體 表面의 電界 分布를 그림6, 그림7에 나타내었다.

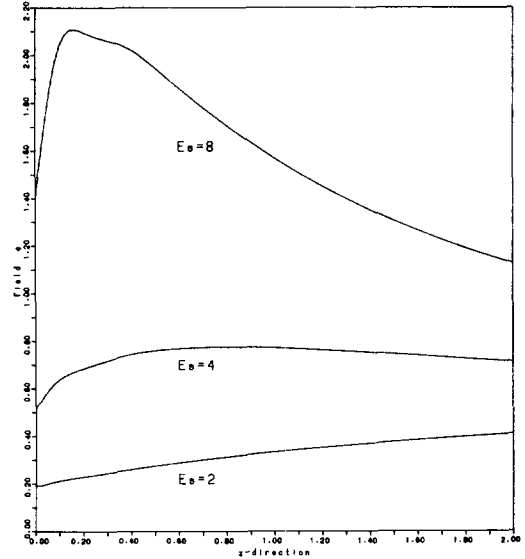


그림 6. 그림 5에서의 z 방향 전계분포

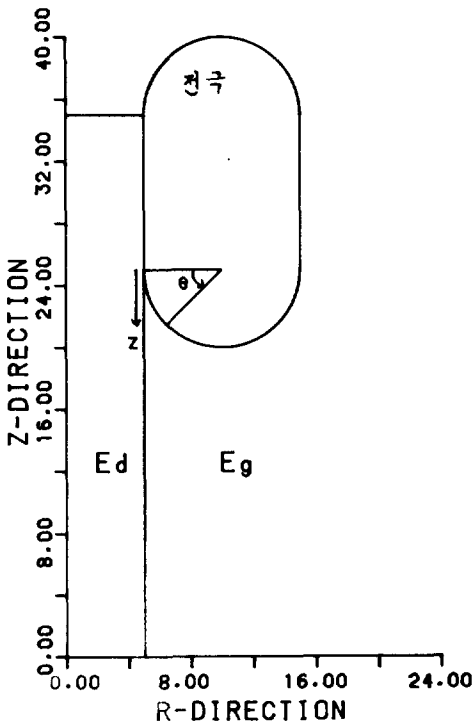


그림 5. 전극과 면접촉하는 복합유전체

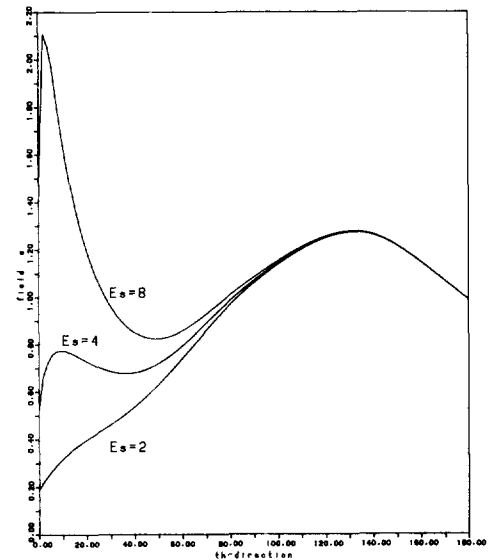
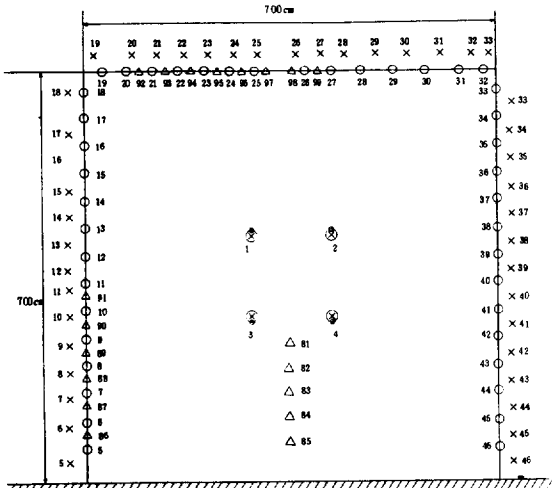


그림 7. 그림 5의 θ 방향 전계분포

다) Corona Cage 내의 多重導體 表面電界
Corona Cage 내의 多重導體의 Sag와 End Effect는 무시하고 二次元場으로 계산하였다. 그림



素導體直徑: 3.7236[cm] 素導體에 印加된 電壓: 1[KV]
 素導體間隔: 45.72[cm]
 ×: 無限線電點
 ○: 軸點
 △: 計算點

그림 8. Corona Cage內的 多重導體 表面 및 空間의 電位, 電界 分布 計算을 위한 入力圖

9는 素導體 表面 電界 分布가 正弦의 形을 보여준다.

4.6 電荷重疊法을 이용한 電極 形狀 最適化
 電極 表面에서 電界세기를 均일하게 하는 電極 形狀의 自動 設計에 관하여 소개한다.

4.6.1 電界 計算

電荷重疊法을 이용하여 電界 計算을 하고 구한 電界값이 기준 電界세기에 맞지 않으면 윤곽선을 수정한다.

4.6.2 電極 形狀 수정

각점에서 윤곽선이 얼마나 수정되어야 하는 것은 Spielrein의 關係式으로부터 유도할 수 있다.

$$\frac{\frac{\partial \phi}{\partial n}}{\frac{\partial \phi}{\partial n}} = \frac{\frac{\partial E}{\partial n}}{E} = \frac{\partial}{\partial n} (\log E) = -C \quad (27)$$

여기서, n 은 법선방향을 나타내고, C 는 곡률을 나타낸다.

$$\frac{\partial C}{\partial E} = -\frac{\partial}{\partial n} \frac{1}{E} = \frac{\partial E}{\partial n} \frac{1}{E^2} \quad (28)$$

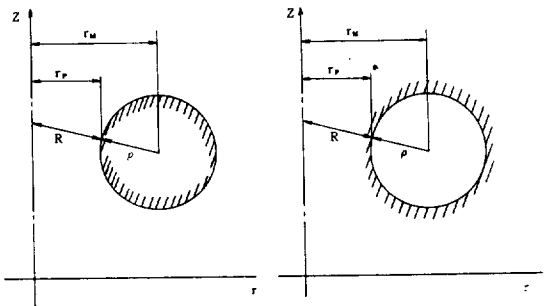
$$\therefore \Delta C = \Delta E \cdot \frac{\frac{\partial E}{\partial n}}{E^2} \quad (29)$$

곡률 C 는 다음과 같이 정의된다.
 볼록의 경우

$$C = \frac{1}{\rho} - \frac{1}{R}, \quad r_M > r_P \quad (30)$$

$$C = \frac{1}{\rho} + \frac{1}{R}, \quad r_M < r_P$$

오목의 경우



(a) 볼록 電極 (b) 오목 電極

그림 10. 電極 曲率의 定義

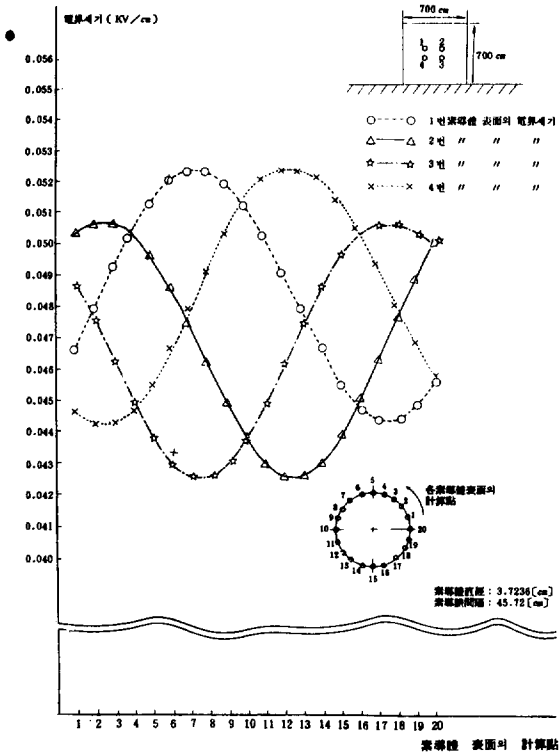


그림 9. Corona Cage內的 多重導體 表面의 電界 세기 分布

$$C = \frac{1}{R} - \frac{1}{\rho}, \quad \tau_M > \tau_P \quad (31)$$

$$C = \frac{1}{R} + \frac{1}{\rho}, \quad \tau_M > \tau_P$$

곡률 C 는 일반적으로 R 보다는 ρ 의 변화에 따라 변하므로 전계의 세기도 ρ 의 함수이다. 이상의 관계식으로부터 새로운 곡률반경 ρ' 는 다음과 같이 구해진다.

$$E(\rho + \Delta\rho) = E(\rho) + \frac{\partial E}{\partial \rho} \Delta\rho + \dots \quad (32)$$

여기서 二階項부터는 생략한다.

$$\begin{aligned} E(\rho + \Delta\rho) - E_{ref} &= E(\rho) - E_{ref} + \frac{\partial E}{\partial \rho} \Delta\rho \\ &= \Delta E + \frac{\partial E}{\partial \rho} \Delta\rho \end{aligned} \quad (33)$$

$$\therefore \Delta\rho = \frac{-\Delta E}{\frac{\partial E}{\partial \rho}} = \frac{\Delta E}{C \cdot E} \quad (34)$$

따라서, $\rho' = \rho + \Delta\rho$ 이므로

$$\rho' = \left(1 + \frac{\Delta E}{E}\right)\rho = \left(2 - \frac{E_{ref}}{E}\right)\rho \quad (35)$$

여기서, E_{ref} 는 기준전계, E 는 전극 윤곽점에서의 전계세기이다.

새로운 곡률반경을 이용하여 윤곽점, 중심점, 전

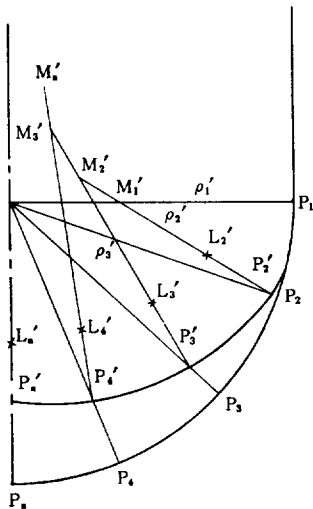
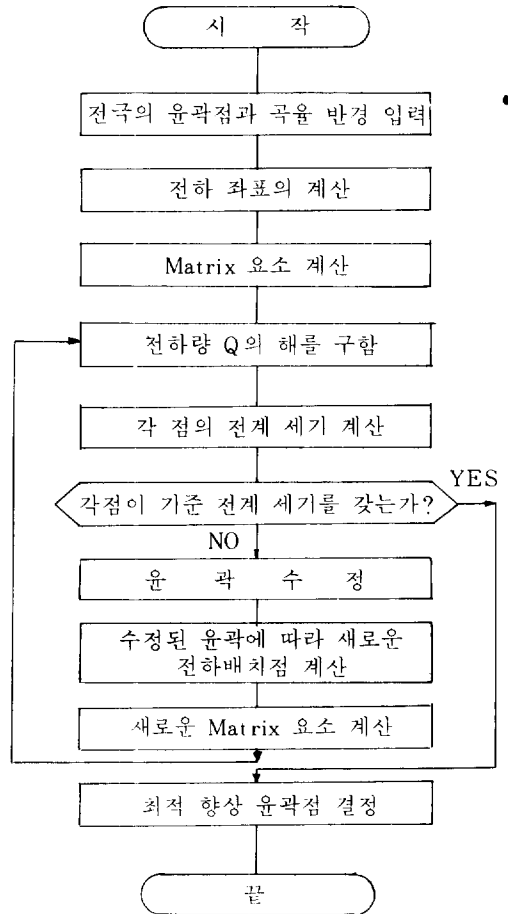


그림11. 輪郭修正에 관한 說明圖

하 배치점을 결정하는 과정을 그림11에 나타냈다.

그림11에서 최소 전계세기를 갖는 점 P_1 으로부터 시작하여 곡률이 커져야 하므로 점 P'_2 는 점 P_2 가 있는 윤곽선 내부에 있어야 한다. 점 M'_1 는 원호 $\widehat{P_1 P_2}$ 의 중심점과 점 P_1 을 잇는 직선에서 점 P_1 으로부터 ρ' 만큼 떨어진 중심점으로서 새로운 원호 $\widehat{P_1 P'_2}$ 의 중심점이 된다. 점 P'_2 는 원호 $\widehat{P_1 P'_2}$ 의 중심점과 점 P_2 를 잇는 직선과 중심점 M'_1 , 반경 ρ' 의 원과 만나는 점이다. 또, 점 L'_2 는 전하 배치점으로 점 P'_2 로부터 $\widehat{P_1 P'_2}$ 길이만큼 떨어진 $\widehat{P'_2 M'_1}$ 선상의 점이다. 다음 점 P'_3 의 결정은 같은 방법으로 하나, 점 P'_2 에서의 곡선이 매끈하게 되도록 하기 위해 원호 $\widehat{P'_2 P'_3}$ 의 중심점이 직선 $\widehat{P'_2 M'_1}$ 선상에 M'_2 가 존재 하여야 한다. 이상의 과정을 순서대로 표2에 나타냈다.

표 2. 電極 形狀 最適化에 관한 순서도



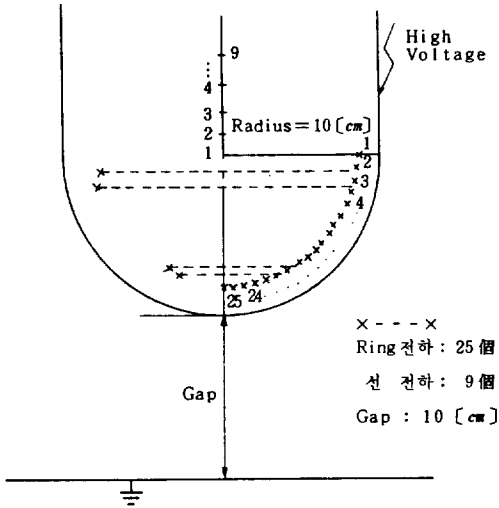
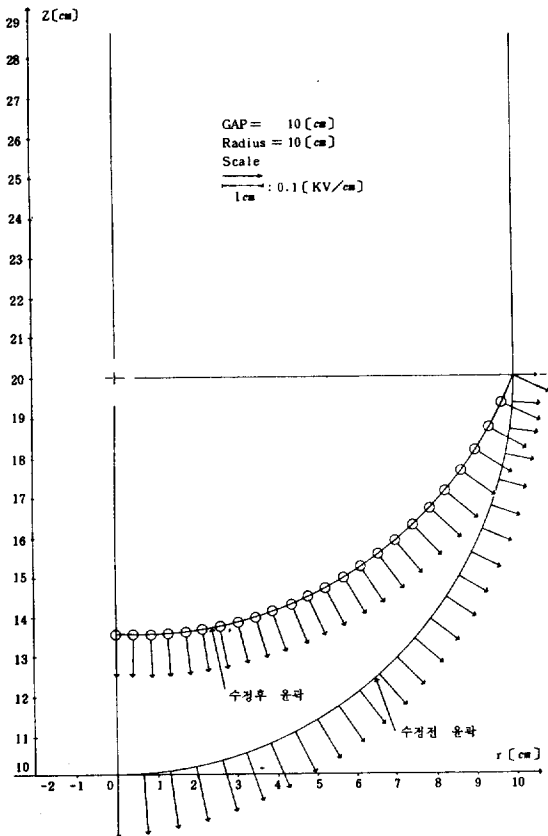


그림12. 最適化 例인 棒對 平板 電極



輪郭 形狀 및 電界 分布

그림13. Gap=10[cm], Radius=10[cm]인 棒對 平板 電極

4.6.3 棒과 平板 電極의 最適化

앞에서 설명한 最適化 방법을 그림12와 같은 棒과 平板 電極에서 棒電極의 끝부분에 적용하였다. 윤곽 수정 결과는 그림13과 그림14에 나타내었다. 그림13과 그림14에서 알 수 있듯이 각 윤곽점의 전계 세기는 오차 2%내에 존재한다. 오차를 더 줄인다 하더라도 각 윤곽점이 수십분의 1mm 정도 변하게 되므로 전계세기를 기준 전세기의 2% 오차로 계산하여도 문제가 없다. 이와 같이 전계 공간이 효율적으로 이용되어 高電壓 機器의 소형화가 가능해진다.

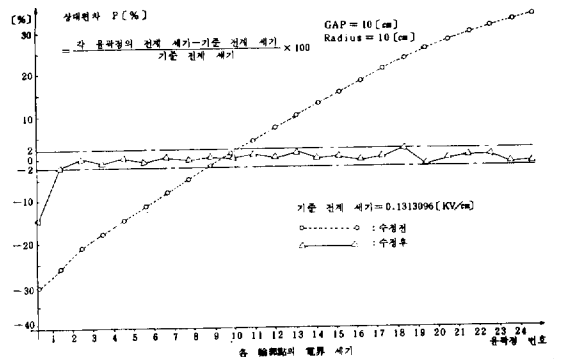


그림14. Gap=10[cm], Radius=10[cm]인 棒對 平板 電極

참고문헌

- 1) W. H. HAYT, "Engineering electromagnetics," McGRAW -HILL, New York,
- 2) J. D. JACKSON, "Classical electrodynamics," John Wiley & Sons, New York, 1975.
- 3) P.M.MORSE, H. FESHBACH, "Method of theoretical physics," McGRAW-HILL, New York, 1953.
- 4) G. ARFKEN, "Mathematical methods for physicists," Academic Press, New York, 1970.
- 5) W. KAPLAN, "Advanced calculus," Addison-Wesley, Massachusetts, 1984
- 6) E. C. ZACHMANOGLU, D. W. THOE, "Introduction to partial differential equations with applications," The Williams & Wilkins Company, Baltimore, 1976
- 7) 田春生, "放電·高電壓工學," 東明社, 서울, 1980

- 8) 大木正路, “高電壓工學” 槓書店, 東京, 1980.
- 9) P. Moon, D·E. SPENCER “Field theory for engineers,” D. Van Nostrand Compony, New Jersey, 1961.
- 10) H. PRINTZ, Hochspannungsfelder. oldenbourg, München-Wien, 1969.
- 11) 河野照哉, 宅間, “數值電界計算法,” 코로나社, 東京, 1980.
- 12) 村島定行, “代用電荷法과 그의 應用,” 森北出版株式會社, 東京, 1983.
- 13) 禹亨疇, “新制 電氣磁氣學,” 文運堂, 서울, 1982.
- 14) H. SINGER, H. STEINBIGLER, P. WEISS, “A charge simulation method for the calculation of high voltage fields,” IEEE Trans., 1974, PAS-73, pp. 1660-1668 .
- 15) 朴鍾根, 閔錫源, “最適 電極 形狀 設計에 관한 研究,” 서울大學校 工大研究報告 第15卷 第2號 pp. 121-127, 1983. 10.
- 16) 閔錫源, “電荷重疊法の 原理와 應用,” 電力 第1卷 第3號 pp. 73-102, 1984. 9.