

<論 文>

水平 同心圓 二重 環狀密閉空間에서의 Conjugate 自然對流 熱傳達

孫 炳 鎮* · 姜 熙 永**

(1985年 3月 9日 接受)

Conjugate Natural Convection in Double Enclosed Annuli between Horizontal Concentric Cylinders

Byung Jin Son and Hee Yung Kang

Key Words: Natural Convection(自然對流), Conjugate Heat Transfer(共軛熱傳達), Double Enclosed Annuli(二重密閉空間)

Abstract

Conjugate natural convection in double enclosed annuli between horizontal concentric cylinders has been studied by the numerical analysis and experimental measurements. The interface conditions between the liquid and the solid of middle shell are obtained through the correlation factor based on the ratio of solid to fluid thermal conductivities and the Prandtl number. The characteristics of conjugate heat transfer are discussed under various dimensionless parameters such as conductivity ratios, shell thickness, diameter ratios, Prandtl number, and Rayleigh number. It is found that the average equivalent conductivity \bar{K}_{eq} does not depend on the conductivity ratios and shell thickness. The \bar{K}_{eq} , however, depends on the Prandtl number and the Rayleigh number.

記 號 說 明

- | | |
|--|--|
| a : Correlation 因子 | Pr : Prandtl 數 ($\mu C_p/k$) |
| C_p : 比熱($w \cdot s/g^\circ C$) | S : 固體와 流體의 熱傳導率比(k_s/k_f) |
| g : 重力加速度(cm/s^2) | t : 溫度($^\circ C$) |
| k : 熱傳導率($w/cm^\circ C$) | T : 無次元 溫度($t-t_o/t_i-t_o$) |
| K_{eq} : 局所 等價熱傳導度 | u : 반지름방향 速度(cm/s) |
| \bar{K}_{eq} : 平均 等價熱傳導度 | U : 無次元 速度($\delta u/\alpha$) |
| Nu_o : 密閉空間 間격에 대한 局所 Nusselt 수 | v : 원주방향 速度 |
| $\bar{N}u_o$: 平均 Nusselt 數 | V : 無次元 速度($\delta v/\alpha$) |
| r : 반지름방향 座標(cm) | ζ : 渦度(vorticity) |
| R : 無次元 반지름(r/δ) | ω : 無次元 渦度($\delta^2 \zeta/\alpha$) |
| Ra : Rayleigh 數 ($g\beta \Delta t \delta^3/\alpha\nu$) | ϕ : 流動函數 |
| | ψ : 無次元 流動函數(ϕ/α) |
| | α : 熱擴散係數($k/\rho C_p$) |
| | β : 流體의 體積熱膨脹係數($1/^\circ C$) |

* 正會員, 漢陽大學校 工科大學 機械工學科

** 正會員, 韓國에너지研究所

- γ : Relaxation 因子
- μ : 粘性係數($g/cm \cdot s$)
- ν : 動粘性係數(cm^2/s)
- δ : 密閉空間의 간격($r_{i,i} - r_i = r_o - r_{i,o}$)
- ϵ : 收斂基準值
- θ : 원주방향 座標
- ρ : 密度(g/cm^3)

첨 자

- i : 內部管 表面 및 반지름 方向節點
- io : 中間管 外部表面
- ioi : 中間管 內部表面
- j : 원주방향 節點
- f : 流體(fluid)
- s : 固體(solid)
- m : 反復回數(iteration number)
- o : 外部管의 內部壁表面
- : 平均值
- e : 有效(effective)

1. 緒 論

環狀 密閉空間에서의 自然對流 熱傳達 研究가 에너지 산업 및 宇宙航空分野에서 활발히 수행되고 있으며, 또한 原子力 發電所의 安全性 및 核燃料 輸送容器에 대한 설계에서 활용되고 있다.

Beckmann⁽¹⁾은 처음으로 水平 單一環狀 密閉空間에 대한 熱傳達 研究를 시작하였다. 그후 Grigull⁽²⁾은 Mach-Zehnder interferometer 를 사용하고 Bishop⁽³⁾은 연기를 사용하여 單一 密閉空間內的 對流熱傳達의 영향을 연구하였다. Crawford 와 Lemlich⁽⁴⁾는 Gauss-Seidel 反復法을 도입하여 처음으로 數值解法을 對流熱傳達 問題에 적용하고 Abbot⁽⁵⁾는 matrix inversion 方法을 간격이 좁은 密閉空間에 대하여 사용하여 數值解를 얻었다. 대형 電算機의 개발과 더불어 有限差分法 및 有限要素法이 數值解析에 응용되었다. Kuehn⁽⁶⁾은 有限差分法을 이용하여 單一 密閉空間에 대하여 數值解를 얻었으며, 이것을 實驗値와 비교하였고 Sande⁽⁷⁾는 定常 및 過度狀態에서 密閉空間의 自然對流 熱傳達特性을 조사하였다. 국내에서는 이재현⁽⁸⁾과 이재순⁽⁹⁾이 각각 橢圓形 및 간격이 일정한 環狀密閉空間에 대하여 연구 발표하였다.

그러나 이들의 연구는 水平 單一環狀 密閉空間에서의 自然對流 熱傳達問題에 국한 되어왔다. 오늘날 原子爐

에서 사용된 核燃料棒 輸送容器는 二重의 環狀密閉空間을 갖는 容器를 사용하고 있으나, 外國의 設計指針을 보면 單一密閉空間의 幾何學的 模型에서 얻은 結果를 사용하여 設計하는 것으로 나타나 있다^(10,11). 그리하여 本 研究는 輸送容器를 보다 실제에 가까운 二重 環狀密閉空間의 模型으로 가정하여 熱傳達 問題를 差分法으로 數值解析하였다. 이러한 熱傳達 問題는 對流와 傳導가 같이 일어나는 conjugate 熱傳達에 속한다. 즉, 內部管, 中間管 그리고 外部管 사이의 流體에서는 對流, 中間管 管壁內에서는 傳導가 일어난다.

Conjugate 熱傳達 問題에서 중요하게 고려되어야 할 것은 流體와 固體 사이의 接觸面 條件(interface condition)이다. 이러한 接觸面 條件은 流體와 固體의 物性値가 서로 다르다는 것 그리고 流體는 실제로 對流가 발생하여 境界層을 형성한다는 것등을 적절히 記述할 수 있는 條件이어야 한다. 그러나 이러한 현상을 동시에 설명할 수 있는 接觸面 條件을 얻는 것은 극히 어려운 일이다. 그리하여 Perelman⁽¹²⁾, Rotem⁽¹³⁾ 그리고 Brosh⁽¹⁴⁾는 流體와 固體 사이에 接觸面을 통하여 전달되는 熱流束이 같다는 條件 즉, $k_s(\partial t/\partial r) = k_r(\partial t/\partial r)$ 을 사용하였다. 그러나 이러한 固體의 熱傳導率 k_s 가 k_r 에 비하여 매우 커질 때($k_s \gg k_r$)는 數值解析上 接觸面에서 非線型性(nonlinearity)이 일어나 많은 問題點이 나타난다. 따라서 k_s/k_r 比가 큰값에 관계없이 數值解析에서 계산이 가능한 接觸條件이 고려되어야 한다.

本 研究에서는 有限差分法을 사용하여 支配方程式의 數值解를 구하였으며, 특히 流體와 固體 사이의 接觸面條件에서 correlation 因子를 도입하여 k_s/k_r 比가 큰값에서는 數值解를 얻을 수가 있었다. 그리고 實驗에서 여러가지 k_s/k_r 값에 대하여 溫度를 測定하였으며, 여기서 計算値와 비교하면서 correlation 因子의 信賴度를 조사하였다. 水平 二重 環狀密閉空間에서 流線 및 等溫線을 여러가지 無次元 變數에 대하여 나타내었다. 等價 熱傳導度(equivalent conductivity)를 정의하여 도입하고 k_s/k_r 값 中間 셀 두께, Prandtl 그리고 Rayleigh 數에 대한 영향을 조사하여 二重 密閉空間에서의 conjugate 自然對流 熱傳達特性을 연구하였다.

2. 理論의 提示

2.1. 支配方程式과 境界條件

水平 環狀密閉空間의 流動模型을 단순화하고 問題를 간단히 취급하기 위하여 다음과 같은 가정을 둔다.

- (1) 密閉空間內에서의 流體密度變化는 극히 적어,

다만 boussinesq approximation 에 따르는 浮力만이 발생 할 뿐 一定하다.

(2) 粘性消散(viscosity dissipation)과 같은 에너지消散 그리고 輻射效果는 무시한다.

(3) 内部 및 外部管의 表面溫度는 一定하게 유지된다.

(4) 密閉空間內에서 流體는 二次元 定常層流 流動이다.

이러한 가정하에서 座標系를 Fig. 1 과 같이 택하였을 때 支配方程式은 다음과 같다.

$$\text{연속방정식: } \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} = 0 \quad (1)$$

운동량방정식:

$$\rho \left[u \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} - \frac{v^2}{r} \right] = \mu \left[\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} - \frac{u}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v}{\partial \theta} \right] - \rho g \beta (t - t_0) \cos \theta - \frac{\partial p}{\partial r} \quad (2)$$

$$\rho \left[u \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{uv}{r} \right] = \mu \left[\frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2} - \frac{v}{r^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial u}{\partial \theta} \right] + \rho g \beta (t - t_0) \sin \theta - \frac{\partial p}{r \partial \theta} \quad (3)$$

에너지방정식:

$$u \frac{\partial t}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial t}{\partial \theta} = \frac{k}{\rho C_p} \left[\frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial t}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 t}{\partial \theta^2} \right] \quad (4)$$

셀의 傳導式:

$$\frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial t}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 t}{\partial \theta^2} = 0 \quad (5)$$

연속방정식을 만족하는 流動函 ϕ 로서 速度 u, v 는

$$u = \frac{\partial \phi}{r \partial \theta}, \quad v = -\frac{\partial \phi}{\partial r}, \quad \zeta = -\nabla^2 \phi \quad (6)$$

윗 式에 나타난 速度 u, v 를 流動函數로 대치하고 다음과 같은 無次元 變數를 정의하여 도입하였다.

$$\begin{aligned} \phi &= \frac{\phi}{\alpha}, \quad \omega = \frac{\zeta \delta^2}{\alpha}, \quad T = \frac{t - t_0}{t_i - t_0}, \quad R = \frac{r}{\delta}, \\ U &= \frac{\delta}{\alpha} u, \quad V = \frac{\delta}{\alpha} v, \quad \theta = \theta \\ Pr &= \frac{\mu C_p}{k}, \quad Ra = \frac{g \beta (t_i - t_0) \delta^3}{\alpha \nu} \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \omega &= -\nabla^2 \phi, \quad U = \frac{\partial \phi}{K \partial \theta}, \quad V = -\frac{\partial \phi}{\partial R}, \\ \nabla^2 &= \left(\frac{\partial^2}{\partial K^2} + \frac{1}{K} \frac{\partial}{\partial K} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right) \end{aligned} \quad (8)$$

윗 式 (7)과 (8)을 원식에 대입하여 정리하면 아래

와 같이 간단한 無次元 支配方程式을 얻을 수 있다.

無次元 溫度방정식:

$$\begin{aligned} \nabla^2 \omega &= \frac{1}{Pr} \left(U \frac{\partial \omega}{\partial R} + V \frac{\partial \omega}{R \partial \theta} \right. \\ &\quad \left. + Ra \left(\frac{\partial T}{R \partial \theta} \cos \theta + \frac{\partial T}{\partial R} \sin \theta \right) \right) \end{aligned} \quad (9)$$

에너지 방정식:

$$\nabla^2 T = U \frac{\partial T}{\partial R} + V \frac{\partial T}{R \partial \theta} \quad (10)$$

傳導 방정식:

$$\nabla^2 T = 0 \quad (11)$$

式 (7)에서 $\alpha = \mu C_p / k$ 이고 δ 는 Fig. 1 에 나타난 内部空間에서의 間隔($r_{i0} - r_i$)와 外部空間에 間隔($r_0 - r_{i0}$)를 표시하며, 여기서 각각의 間隔은 같은 크기로 설정하였다.

無次元 支配方程式을 풀기 위한 境界條件은 아래와 같다.

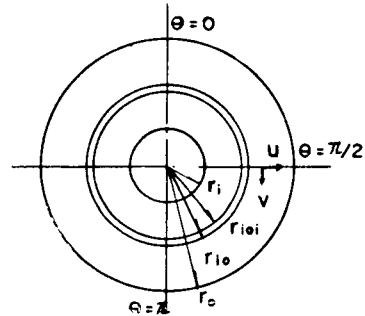


Fig. 1 Two-dimensional model

$$R = R_i, \quad 0 < \theta < \pi \quad \text{에서, } U = V = 0, \quad \phi = 0, \quad T = 1.0$$

$$R = R_{i0}, \quad 0 < \theta < \pi \quad \text{에서, } U = V = 0, \quad \phi = 0$$

$$R = R_0, \quad 0 < \theta < \pi \quad \text{에서, } U = V = 0, \quad \phi = 0, \quad T = 0.0$$

$$\theta = 0, \pi \quad \text{에서, } \frac{\partial U}{\partial \theta} = 0, \quad V = \phi$$

$$= \omega = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial \theta} = 0$$

그리고 각 境界面에서 溫度 ω 는 數值計算에서 收斂 速度 및 安定度를 고려하여 아래와 같이 주어졌다.

$$R = R_i, \quad R_{i0}, \quad R_{i0}, \quad R_0 \quad \text{에서 } \omega = -\frac{\partial^2 \phi}{\partial R^2} \quad (12)$$

2.2. 等價 熱傳導度의 정의

앞에서 유도된 無次元 支配方程式과 境界條件下에서 有限差分法을 사용하여 수치해석하였다. 원주방향의 局所 Nusselt 數는 内部 및 外部間隔을 기본으로 하여

아래와 같이 정의하여 계산하였다

$$(Nu_s)_{inner} = \left| \frac{\partial T}{\partial R} \right|_{wall} / (T_i - \bar{T}_{i0}) \quad (13)$$

$$(Nu_s)_{outer} = \left| \frac{\partial T}{\partial R} \right|_{wall} / (\bar{T}_{i0} - T_o) \quad (14)$$

여기서, \bar{T}_{i0} 는 中間管의 내부표면 그리고 \bar{T}_{i0} 는 외부표면에서의 無次元 平均溫度이다. 이들 값을 사용하여 각 密閉空間에서의 平均 Nusselt 數를

$$\bar{Nu}_s = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} Nu_s d\theta \quad (15)$$

위와 같이 계산하고, 局所 等價熱傳導度 K_{eq} 와 平均 等價熱傳導度 \bar{K}_{eq}

$$K_{eq} = \frac{Nu_s}{Nu_{cond}}, \quad \bar{K}_{eq} = \frac{\bar{Nu}_s}{Nu_{cond}} \quad (16)$$

를 계산하여 對流效果를 검토하였다. 여기서 Nu_{cond} 는 Rayleigh 數가 10^3 以下에서 密閉空間에서의 熱傳達이 純粹한 傳導에만 의존될 경우에 대응하는 Nusselt 이고,

$$(Nu_{cond})_{outer} = \left| \frac{\partial T}{\partial R} \right|_{wall} / (T_{i0} - T_o) \quad (17)$$

와 같이 定義한다. 여기서, $(Nu_{cond})_{outer}$ 는 원통좌표의 傳導式에서 구한 Nusselt 數 $(Nu_{cond})_{outer} = \delta / r_o \ln \left(\frac{r_o}{r_{i0}} \right)$ 와 같은 값을 갖는다.

2. 3. 數值解析

無次元 支配方程式을 central-difference 型的의 有限差分式으로 나타내면 아래와 같이 주어진다.

過度方程式 :

$$\begin{aligned} & \frac{1}{Pr} \left[U_{i,j} \left(\frac{\omega_{i+1,j} - \omega_{i-1,j}}{2\Delta R} \right) + V_{i,j} \left(\frac{\omega_{i,j+1} - \omega_{i,j-1}}{2R_i \Delta \theta} \right) \right] \\ & = \left[\frac{\omega_{i-1,j} - 2\omega_{i,j} + \omega_{i+1,j}}{\Delta R^2} + \frac{\omega_{i-1,j} - \omega_{i-1,j}}{2R_i \Delta R} \right. \\ & \left. + \frac{\omega_{i,j-1} - 2\omega_{i,j} + \omega_{i,j+1}}{R_i^2 \Delta \theta^2} \right] - Ra \left[\frac{T_{i,j+1} - T_{i,j-1}}{2R_i \Delta \theta} \right. \\ & \left. \cos \theta_j + \frac{T_{i+1,j} - T_{i-1,j}}{2\Delta R} \sin \theta_j \right] \quad (18) \end{aligned}$$

에너지 方程式 :

$$\begin{aligned} & U_{i,j} \left(\frac{T_{i+1,j} - T_{i-1,j}}{2\Delta R} \right) + V_{i,j} \left(\frac{T_{i,j+1} - T_{i,j-1}}{2R_i \Delta \theta} \right) \\ & = \frac{T_{i+1,j} - T_{i-1,j}}{2R_i \Delta R} + \frac{T_{i+1,j} - 2T_{i,j} + T_{i-1,j}}{\Delta R^2} \\ & + \frac{T_{i,j+1} - 2T_{i,j} + T_{i,j-1}}{R_i^2 \Delta \theta^2} \quad (19) \end{aligned}$$

여기서, i 는 반지름방향이고 j 는 원주방향의 節點番號이다. ΔR 과 $\Delta \theta$ 는 각각 반지름 및 원주방향의 節點間隔이며, R_i 와 θ_j 는 i, j 번째 節點까지의 거리이다. 그리고 渦度 ω 와 流動函數 ψ 는 다음과 같이 나타낸다.

$$\begin{aligned} -\omega_{i,j} &= \frac{\psi_{i+1,j} - 2\psi_{i,j} + \psi_{i-1,j}}{\Delta R^2} + \frac{\psi_{i+1,j} - \psi_{i-1,j}}{2R_i \Delta R} \\ & + \frac{\psi_{i,j-1} - 2\psi_{i,j} + \psi_{i,j+1}}{R_i^2 \Delta \theta^2} \quad (20) \end{aligned}$$

各 境界面에서 渦度 ω 는 無次元 流動函數 ψ 를 Taylor 급수로 전개하여 아래와 같이 구하였다.

$$\omega_{i,j} = -\frac{8\psi_{2,j} - \psi_{3,j}}{2\Delta R^2} \quad (21)$$

各 節點에 대한 계산은 relaxation 因子 γ 를 도입하여 주변 4個의 節點의 값으로 다음과 같이 나타낸다.

$$\begin{aligned} \psi_{i,j}^{(n)} &= \psi_{i,j}^{(n-1)} + \gamma \left[(A\psi_{i+1,j}^{(n-1)} + B\psi_{i-1,j}^{(n-1)} + C\psi_{i,j+1}^{(n-1)} \right. \\ & \left. + D\psi_{i,j-1}^{(n-1)} + E) - \psi_{i,j}^{(n-1)} \right] \quad (22) \end{aligned}$$

여기서, $(m-1)$ 은 $(m-1)$ 번째 反復回數(iteration)이고 A, B, C, D, E 는 주어진 常數이다.

(1) 流體와 固體의 接觸面條件(interface condition)

Fig. 2에 나타난 half control volume에서 에너지 平衡式($Q_1 + Q_2 = Q_3 + Q_4$)을 도입하여 각각 R 方向의 熱流束 $q_1 (= Q_1 / R_i \Delta \theta)$ 과 $q_4 (= Q_4 / R_i \Delta \theta)$ 그리고 θ 方向의 熱流束 $q_2 (= Q_2 / 0.5 \Delta R)$ 과 $q_3 (= Q_3 / 0.5 \Delta R)$ 는 아래와 같이 주어진다.

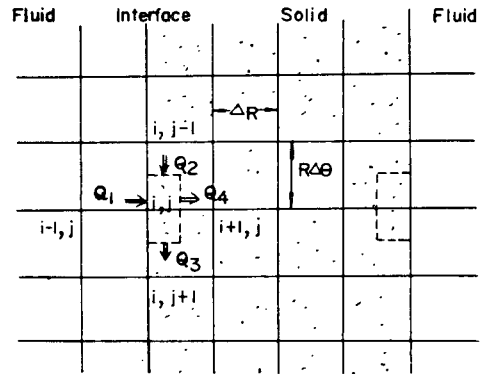


Fig. 2 Half control volume at interface between liquid and solid

$$q_1 = k_f \frac{T_{i-1,j} - T_{i,j}}{\Delta R}, \quad q_4 = k_s \frac{T_{i,j} - T_{i+1,j}}{\Delta R} \quad (23)$$

$$q_2 = k_s \frac{T_{i,j-1} - T_{i,j}}{R_i \Delta \theta}, \quad q_3 = k_s \frac{T_{i,j} - T_{i,j+1}}{R_i \Delta \theta} \quad (24)$$

여기서, k_s 와 k_f 는 각각 固體와 流體의 熱傳導率이다. 특히 式 (23)에 나타난 반지름방향의 熱流束 q_1 과 q_4 에서 k_s 가 k_f 보다 매우 커질때, 接觸面 근방에서 급격한 溫度勾配가 나타나 數值計算上 자주 非線型現象이 발생하게 된다.

이것으로 인하여 計算의 收斂 및 正確性은 기대할 수 없을 뿐만 아니라 接觸面 근방에서 溫度가 零이 되

는 모순이 나타난다. 이와같은 問題點을 해결하기 위하여 流體와 固體의 接觸面근방을 有效熱傳導率 k_e 를 갖는 連成體로 가정하여,

$$q_4 = k_e \frac{T_{i-1,j} - T_{i+1,j}}{2\Delta R} \\ = k_e \frac{[(T_{i-1,j} - T_{i,j}) + (T_{i,j} - T_{i+1,j})]}{2\Delta R} \quad (25)$$

와 같이 k_e 를 定義할 수 있다. 그리고 R 方向의 熱流束 q_1 과 q_4 는 같지 않으므로 아래와 같이 둔다.

$$q_1 = a q_4 \quad (26)$$

위와 같은 가정하에서, 式 (23), (25) 그리고 (26)을 정리하면,

$$k_e = \frac{2k_s k_f}{a k_s + k_f} \quad (27)$$

여기서 k_s 가 매우 큰 경우($k_s \gg k_f$)에는 $k_e \approx 2k_f/a$ 로 나타나게 된다. 一次元 平板熱傳導에서는 $q_1 = q_4$ 이므로 $a=1$ 이 되며, 이것은 Patankar⁽¹⁵⁾가 제시한 harmonic mean $k_e = 2k_f k_s / (k_s + k_f)$ 와 같은 값을 갖는다. 그러나 二次元 conjugate 熱傳達 問題에서 式 (27)에 나타난 correlation 因子 a 가 接觸面에서 有效熱傳導率 k_e 에 영향을 미치는 것으로 나타났다. 이 因子 a 는 接觸面 근방에 있는 境界層流體의 특성, 즉 Prandtl 數의 영향과 流體의 熱傳導率比 $S (=k_s/k_f)$ 의 영향, 즉 $a = f(S, Pr)$ 의 함수관계로 생각된다. 이러한 가정하에서, Prandtl 수와 S 값을 변화시켜 가면서 計算結果와 同一한 條件에서 얻은 實驗結果와 일치되겠끔, a 값을 調整하여 계산하였다. 調整結果 a 값은

$$a = 0.1 \left(1 - \frac{1}{S}\right) + e^{-0.01(S/Pr)}, S \geq 1 \quad (28)$$

가 됨을 찾아내었다. 여기서 $S=1$ 즉, 같은 재료에서는 $a \approx 1$ 이 되며 S 가 매우 큰 값에서는 $a \approx 0.1$ 이므로 $k_e \approx 20k_f$ 가 된다. 이것은 流體와 固體의 接觸面에서 有效熱傳導率 k_e 는 S 값이 매우 큰 경우에는 固體의 熱傳導率 k_s 에 영향이 없음을 나타낸다. 그러므로 式 (23)에서 주어진 q_4 는 式 (25)에 의하여 다시 아래와 같이 쓸 수 있으며,

$$q_4 = k_e \frac{T_{i,j} - T_{i+1,j}}{\Delta R} \quad (28)$$

Half control volume 에서 流體와 固體의 接觸面條件은 에너지平衡式($Q_1 + Q_2 = Q_3 + Q_4$)에 式 (23), (24) 그리고 式 (28)을 대입하여 주어진다.

(2) 數值計算

2 個의 密閉空間에서의 渦度, 速度, 流線 및 溫度와 中間 셀에서의 溫度에 대한 計算은 모두 SOR(Successive Over Relaxation) 방법을 도입하였다. 計算은

密閉空間內的 流體와 中間 셀을 서로 독립적으로 反復하지 않고 전체를 하나의 反復過程(iterative procedure)에 따라 동시에 수행되도록 하였으며 아래와 같은 收斂基準 ϵ 가 만족될 때까지 계속 反復하였다.

$$\epsilon = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \left| \frac{T_{i,j}^{(m)} - T_{i,j}^{(m-1)}}{T_{i,j}^{(m)}} \right| < 10^{-3} \quad (29)$$

여기서 M 은 반지름방향 N 은 원주방향의 全體節點數이고 $m, m-1$ 은 (m) 및 ($m-1$) 번째 反復回數이다. 각 節點은 균일한 간격으로 나누어 설정하였고 $\Delta R = 0.08$, $\Delta \theta = 0.1$ 으로 하여 전체적으로 R 방향의 節點數는 32 個, θ 方向은 31 個로 하였다. 이들 중에 中間 셀의 R 方向節點數는 接觸面節點을 포함하여 4 個이다. 이러한 節點數는 計算의 安定度, 正確度 그리고 計算時間을 고려하여 여러번 계산하여 결정한 것이다.

Relaxation 因子 γ 는 Rayleigh 數, Prandtl 數, 密閉空間의 크기 그리고 流體와 固體의 熱傳導率比 S 값에 따라 다르게 주어져야 한다. 이와 같이 여러 개의 變數로 나타나는 γ 값은 計算時間 뿐만 아니라 收斂에 큰 영향을 미치게 된다. 따라서 이 값을 決定하기 위하여 많은 회수의 計算이 필요하였으며, 이 결과를 조사하여 여러가지 조건에 따라 적절한 값을 선택하였다. 收斂基準 ϵ 는 Rayleigh 數의 範圍($10^2 < Ra < 4 \times 10^4$)에서는 ϕ, T, ω 計算 모두 $\epsilon = 10^{-4}$ 로 하고 $Ra > 4 \times 10^4$ 에서는 ω 만 $\epsilon = 10^{-3}$ 으로 하였다. 이 이유는 ω 의 計算은 收斂速度가 매우 늦기 때문에 莫大한 計算時間이 소요되며 이 결과 ω 에서의 $\epsilon = 10^{-4}$ 으로 하였을 경우와 비교하여 計算結果는 거의 차이가 나타나지 않았다. 그러나 計算時間에서는 10^{-4} 으로 하였을 때 거의 2 배로 나타났다.

計算時間은 대략 1,000 秒 이상 5,000 秒까지 소모되었으며, 특히 常狀態熱 傳達問題에서 이렇게 많은 시간이 소요된 것은 2重 密閉空間 사이에 中間管의 셀이 있으므로 收斂이 만족될 때까지 많은 反復回數가 필요하였기 때문이다. 計算에 사용된 電子計算機는 CDC-CYBER-174-16 이고 流線과 等溫線은 CALCOMP-1051 Plotter 를 사용하여 그렸다.

3. 實驗

3.1. 實驗裝置

實驗에 사용된 장치는 Fig. 3 과 같으며 實驗條件은 Table 1 에 표시하였다. 實驗裝置의 전체길이는 350 mm 이고 加熱부분은 254 mm 이며, 內部管은 brass 로 만들어졌으며 加熱裝置의 기능은 한다. 外部管과 內部

加熱管 사이의 中央位置에 均일한 간격으로 中間 셀을 배열하였다. 內部管의 내부에는 지름이 0.65mm 이고 1m 당 抵抗이 5Ω 인 니크롬선을 절연봉에 감았으며, 이 사이는 熱傳達을 촉진시키기 위하여 長石가루를 채웠다. 加熱管과 中間 셀은 지름 3mm 인 보울트를 세방향에 모두 6 개를 사용하여 양쪽에서 지지하였다. 內部加熱管에서 나오는 電源線은 보울트 옆에 구멍을 만들어 外部管으로 뽑아 내었고 電源線의 지름은 1mm 이다.

實驗裝置 양단은 측면으로 나가는 熱損失을 막기 위

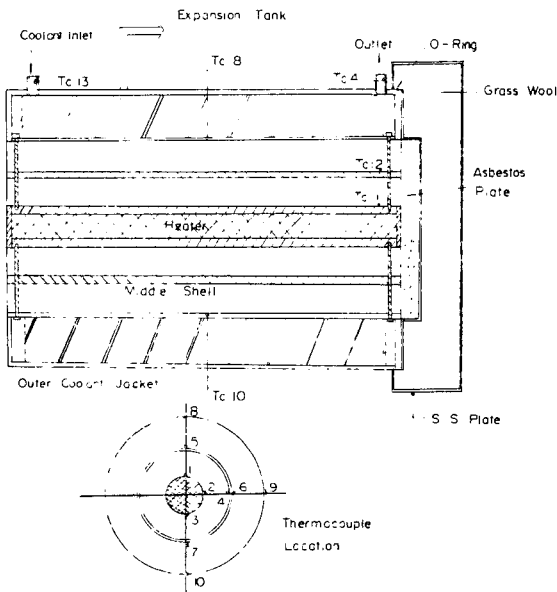


Fig. 3 Experiment set-up

Table 1 Experimental conditions

Contents	Conditions
Heater material	Brass shell
Heater OD	24mm, 36mm
Max. heater temp.	200°C
Middle shell mat.	SUS, Brass, Mild steel
Middle shell ID	38mm, 56mm, 62mm
Outer cylinder ID	56mm, 92mm
Annulus gap	7mm, 13mm, 16mm
Annulus fluid	Air, Water
Rayleigh number	$10^3 \sim 10^5$
Coolant flow rate range	2~3l/min
Coolant temperature range	5~10°C
Power supply range	DC 15~35 volt
Conductivity ratio (k_s/k_f)	25, 79, 184, 550, 1669, 3956

하여 asbestos plate 를 부착하고 이 외부에는 다시 두께 1mm 인 스테인레스鋼의 뚜껑을 설치하였다. 密閉空間에 물을 채웠을 경우 누설을 방지하기 위하여 冷却水 jacket 외부에 O-ring 을 설치하였다. 冷却水 jacket 은 선단에서 나선식으로 가공하여 冷却水의 流路를 만들고 이 외부에 brass 管을 끼워 용접하였으며 이 나선식 流路는 外部管의 內壁에 一定溫度를 얻기 위한 것이다.

溫度測定點의 위치는 Fig. 3 에 나타난 것처럼 모두 14 개이며 裝置의 中央位置에 θ 方向으로 10 개, 加熱管과 中間 셀의 끝부분에 2 개 그리고 冷却水 입구와 출구에 2 개가 있다. 加熱管과 中間 셀에 있는 열전대(thermo couple)는 測定溫度의 정확도와 測定點의 정밀도를 높이기 위하여 SUS-316 으로 피복된 外徑 0.5mm 의 chromel-alumel (element 0.05mm)를 사용하였다. 내부의 中央에 있는 열전대는 流動에 방해되지 않도록 加熱管과 中間 셀 表面에 0.5mm 幅의 홈을 만들어 양쪽으로 연결하여 나왔으며 이 열전대는 모두 Bolt 가 있는 위치로 모아서 電源線과 같이 외부로 끌어내어 왔다. 피복된 열전대와 recorder 사이에는 extension wire 로 용접하여 연결시켰다. 溫度는 주변 온도가 자체에서 보상되는 multi-channel digital recorder (CHINO DR-030)로 읽었다. 이 recorder 의 測定單位는 최소 $\pm 0.1^\circ\text{C}$ 이고 전체 測定點은 30 개이다. 加熱管에서 나온 熱流束을 일정하게 하기 위하여 DC power supply (HP-6191A)를 사용하였다.

3.2. 實驗方法

實驗은 여러가지 조건에 대한 영향을 아래와 같이 조사하기 위하여 수행되었다.

첫째, Prandtl 數의 영향을 얻기 위하여 密閉空間에 공기와 물을 사용하였다.

둘째, 流體와 中間 셀의 熱傳導率比(k_s/k_f)를 조사하기 위하여 中間 셀의 재료를 스테인레스鋼(SUS), brass 그리고 軟鋼을 사용하였다.

셋째, Rayleigh 數에 대한 영향을 보기 위하여 密閉空間 간격을 7, 13 그리고 16mm 로 하고 加熱管의 出力을 변화시켰다.

네째, 中間 셀의 두께를 2mm 와 4mm 로 하여 두께에 대한 변화를 조사하였다. 그리고 지름비 (D_o/D_i)에 대한 영향은 加熱管을 24 와 36mm 로 하면서 外部管의 內徑을 56 및 92mm 로 하여 조사하였다.

實驗은 DC power supply 에 필요한 入力電壓을 설

정한 후 冷却水 jacket 에 물을 공급하면서 시작하였다. 이 때 계속 密閉空間으로 부터 누설이 일어나지 않도록 검사하였다. 각 測定點의 溫度는 定常狀態를 확인한 후에 측정하였다. 密閉空間에 공기를 사용하였을 때 대략 定常狀態 까지 6時間 그리고 물의 경우 2時間이 소요되었다. 二次元 座標에 대한 均一性을 검토하기 위하여 軸方向에서 中央位置와 끝부분의 溫度偏差가 조사되었으며, 流體가 공기일 경우 中間 셀에서 最大 2% 그리고 물일 경우는 均일하였다. 그리고 加熱管과 外部管壁 表面에 一定溫度狀態를 원주방향으로 조사하였으며, 이 때 물의 경우 加熱管에서 最大 4%의 偏差가 나타나고 外部管에서는 上下部 모두 溫度가 일정하였다.

加熱管에서 나오는 熱流量과 冷却水로 傳達되는 熱流量이 서로 비교되었으며, 여기서 공기를 사용할 경우 각각 31.25 Watt 와 33.7 Watt 로 주어졌다. 冷却水로 傳達된 熱流量이 다소 큰것은 recorder 의 測定溫度 범위가 $\pm 0.1^{\circ}\text{C}$ 이기 때문에 나타난 測定誤差로 밝혀졌다. 理論解析에서 구한 平均 Nusselt 數로서 計算上的 熱流量을 구할 수 있으며, 여기서 얻은 熱流量은 29.3 Watt 이다. 이 값과 실제 實驗裝置에 들어간 入力으로 나온 熱流量과 비교하여 보면 평균 3.4% 정도의 誤차가 나타난다. 물을 사용할 경우에 理論과 實驗의 평균 오차는 5%로 나타났으며, 이것은 전체적으로 理論解析과 實驗值의 平均誤差로 판단된다. 密閉空間에 특히 공기를 사용할 때 輻射에 의한 熱傳達이 다소 일어난다. 實驗에서 나타난 最大溫度가 163°C 이다.

이 때 내부 加熱管에서 中間 셀로 전달되는 輻射熱 流量은 대략 1.5 Watt 로 예상되며, 이것은 전체적으로 對流에 의하여 전달되는 量이 5%미만에 해당되므로 무시하였다.

4. 結果 및 討議

水平 同心圓의 2重 環狀密閉空間에서의 Conjugate 自然對流 熱傳達에 대한 이론의 數值解析과 實驗方法에 관하여 기술하였으며, 여기서 얻어진 여러가지 결과를 비교 및 분석하였다.

4.1. 接觸面條件에서 Correlation 因子의 영향

理論의 數值解析에서 correlation 因子 a 는 $a=f(S, Pr)$ 과 같은 관계식이 제시되었다. 이 관계식을 검토하여 도입해야하는 필요성은 이미 언급되었으며, 이것을 사용하여 나타나는 결과는 Table 2 에 주어졌다. 여기서 특히 實驗測定値와 因子 a 를 적용한 경우와 적용하지 않은 計算結果를 서로 비교하였으며, 또한 計算時間을 비교하였다. $S(k_i/k_r)=25$ 는 中間 셀은 스테인레스 鋼이고 流體는 물인 경우에 해당되며, 이 때는 R_{i0} 에서 원주방향으로 無次元溫度가 實驗値와 a 가 고려된 計算値와 서로 잘 맞고 있지만 $R=R_{i0}$ 즉, 中間 셀 내부표면에서는 a 가 적용되지 않은 計算値와 다소 차이를 보이고 있다. Brass 와 물인 경우 $S=184$ 에서는 a 를 적용한 計算値와 實驗値는 전체적으로 $\pm 12\%$ 誤差 以內에서 맞고 있지만, a 가 적용되지 않은 計算은

Table 2 Comparison of numerical and experimental dimensionless temperatures

Condition	$Ra=1.0 \times 10^5$						$Ra=1.2 \times 10^4$					
	$S=25, Pr=8.0$ (SUS/Water)			$S=184, Pr=9.5$ (Brass/Water)			$S=550, Pr=0.7$ (SUS/Air)			$S=3956, Pr=0.7$ (Brass/Air)		
	Exper.	Calc.	Calc.*	Exper.	Calc.	Calc.*	Exper.	Calc.	Calc.*	Exper.	Calc.	Calc.*
Dimensionless Temperature												
Middle shell												
$R=R_{i0}$												
$\theta=0$	0.64	0.60	0.59	0.48	0.52	NA**	0.45	0.47	0.34	0.41	0.42	0.009
$\theta=\pi/2$	0.40	0.40	0.37	0.37	0.36	NA	0.39	0.39	0.31	0.40	0.40	0.004
$\theta=\pi$	0.13	0.14	0.14	0.26	0.23	NA	0.34	0.34	0.26	0.39	0.39	0.001
$R=R_{i0i}$												
$\theta=\pi/2$	0.55	0.50	0.38	0.50	0.46	NA	0.41	0.40	0.21	0.41	0.41	0.004
Computer time (sec.)		1,200	1,300		1,600	6,000		900	3,600		1,800	300

*Not considered by correlation factor (a)

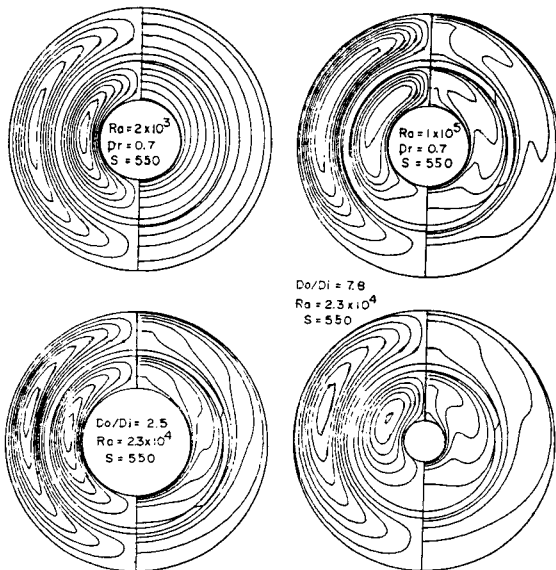
**Not available convergence

計算時間 6,000 秒 까지도 收斂이 되지않았으며 計算結果를 얻기가 거의 불가능하였다. 물론 이것은 Rayleigh 數가 큰 ($\sim 10^5$) 원인도 있다. 그러나 비교적 Rayleigh 數가 적은 영역($Ra=1.2 \times 10^4$)에서는 $S=550$ 에서도 계산이 가능하였다. 이 경우는 密閉空間의 流體를 공기로 하고 스테인레스鋼의 셀을 사용하였으며, 여기서 a 가 고려된 것과 고려되지 않는 경우 最大 $\pm 50\%$ 誤差가 나타나고 計算時間은 무려 4 倍가 소요되었음을 알 수 있다. S 가 더욱 커질 경우 $S=3956$ 에서는 中間 셀부근의 모든 溫度가 零으로 나타났으며, 이것은 數值計算上의 非線型性이 유발되어 나타난 현상이다.

Table 2에 나타난 것을 전체적으로 분석하여 보면 流體와 固體의 接觸面條件에서 correlation 因子를 도입한 결과 實驗値와 計算値에서 전체적으로 평균 5%정도의 誤差가 나타났고 극소적으로 最大 12%의 誤差가 발생되었다. 이것은 二次元 conjugate 對流熱傳達問題를 수치적으로 풀기 위하여 새로운 correlation 因子를 정의하고 적용하는 필요성과 妥當性을 입증시켜 준다.

4.2. 無次元 變數에 대한 流線 및 等溫分布

Rayleigh 數, Prandtl 數 및 지름비 (D_o/D_i)에 대한 流線(streamline)과 等溫分布는 각각 Fig. 4(a)와 4(b)에 나타나 있다. $Pr=0.7, S=550$ 에서 Rayleigh 數가 2×10^3 일 경우에는 원주방향으로 거의 일정하게



Fi- 4(a) Streamline and isothermal contours on the effect of Rayleigh number and diameter ratio (D_o/D_i)

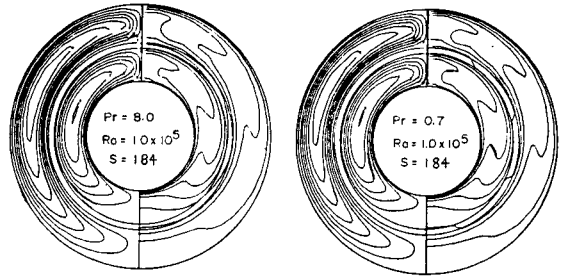


Fig. 4(b) Streamline and isothermal contours on the effect of Prandtl number

溫度가 分布하고 있다. 이것은 Rayleigh 數가 적을 때 純粹한 傳導에 의하여 열전달이 일어나고 있음을 표시한다. 그러나 $Ra=1.0 \times 10^5$ 에서 流線은 上部 方向으로 심한 구배를 나타내며 또한 溫度分布는 반지름방향으로 溫度反轉現象이 일어나고 있고 상부에 조밀한 fringe가 발생하므로 인하여 상부 근방에서 對流 熱傳達이 매우 잘 일어나고 있음을 나타낸다. 中間管의 셀을 통하여 等溫線이 직선으로 보이는 것은 Pr 數가 적고 S 값이 커지면서 中間 셀내부와 외부표면 사이의 溫度差가 적어지므로 일어난 현상이다.

지름비(D_o/D_i)가 커질 경우 ($D_o/D_i=7.8$)에는 密閉空間에서 流動은 비교적 완만하게 나타나고 있으며 流動의 中心點이 약간 상부로 이동되고 있다. 이것은 密閉空間의 간격이 다소 커지고 內部管의 지름이 적어지므로 인하여 지름비가 적을 때 ($D_o/D_i=2.5$)보다 상부에서만 流動이 발달되고 있음을 나타낸다.

Fig. 4(b)에서는 같은 Rayleigh 數와 S 값에 대하여 Prandtl 數의 영향이 나타나 있다. 여기서 특히 中間 셀을 지나는 等溫線이 다르게 주어졌으며 이것은 Prandtl 數가 적은 경우($Pr=0.7$)에는 中間 셀의 내부와 외부표면 사이의 溫度差가 적지마는 큰 경우에는 溫度差가 커지는 것으로 나타났다. 이 결과는 流體와 固體의 接觸面條件에서 correlation 因子 $a=f(S, Pr)$ 관계식에서 Prandtl 數의 영향으로 설명된다.

4.3. 無次元 變數에 대한 等價 熱傳導度的 영향

局所 等價 熱傳導度 K_{eq} 에 대한 θ 方向의 분포는 Fig. 5에 표시되었다. $S=25, Pr=8.0$ 그리고 $Ra=1.5 \times 10^4$ 에 있어서 中間 셀에서는 θ 가 零에서 부터 70° 까지 거의 $K_{eq}=2.3$ 정도로 균일하게 나타났으며, 外部管에서는 $K_{eq}=5.8$ 에서 1.5까지 급격하게 감소하는 경향이 나타났다, 그러나 $Pr=0.7, S=550$ 에서는 거

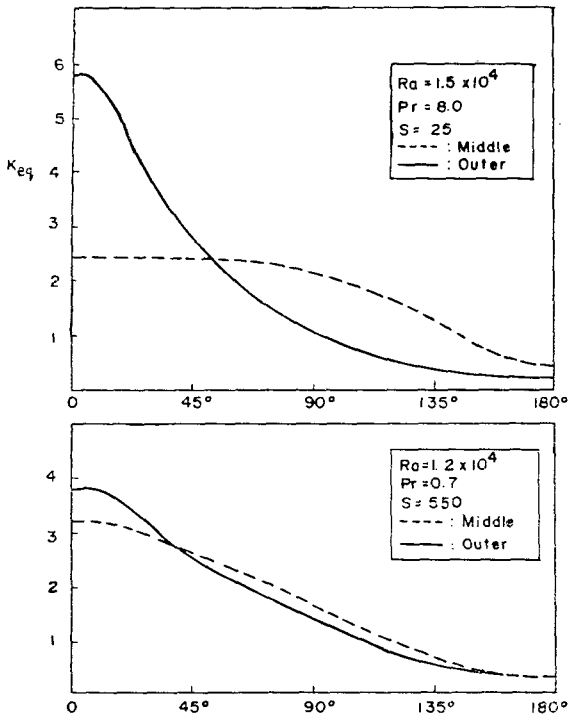


Fig. 5 Local equivalent conductivity profile at middle and outer shells

의 같은 분포를 보여주고 있다. 이것은 S 값이 크고 Prandtl 數가 적어지므로 인하여 中間 셸의 θ 方向 溫度가 비교적 균일하여 外部管의 一定 溫度條件과 유사한 모양으로 나타나기 때문이다. $Ra=1.5 \times 10^4$, $Pr=8.0$ 에서 平均 \bar{K}_{eq} 는 中間 셸에서 $\bar{K}_{eq}=1.86$ 그리고 外部管에서는 $\bar{K}_{eq}=1.84$ 으로 계산되었으며, 計算上 이들 값은 같아야 하지만 偏差가 대략 1% 정도 주어졌다. $Ra=1.2 \times 10^4$, $Pr=0.7$ 그리고 $S=550$ 인 경우는 中間 셸과 外部管에서 각각 $\bar{K}_{eq}=1.74$ 와 1.70 으로 나타났으며 偏差는 3%가 되었다. 이와 같이 S 값의 증가에 따라 偏差가 커지는 것은 數值計算에 S 의 높은 값으로 인하여 나타나는 計算誤差이다. 대략 $S=3956$ 일 때 나타나는 最大偏差는 9% 정도였다.

Table 3은 流體와 固體의 熱傳導率比(k_s/k_f)와 中間 셸 두께 변화에 대한 平均 等價熱傳導 \bar{K}_{eq} 값을 $Pr=8.0$ 및 0.7 에 대하여 표시하였다. 특히 여기서 S 값의 변화에 따라 \bar{K}_{eq} 값의 변화는 없는 것으로 나타났으며, 이것은 中間 셸의 재료에 관계없이 \bar{K}_{eq} 값이 일정함을 보여 준다. 그리고 셸의 두께에도 영향이 없음이 밝혀졌다. 流體와 비교하여 brass 와 같이 熱傳導率이 매우 큰 재료가 中間 셸로 있을 경

Table 3 Average equivalent conductivity effect on various ratios of solid shell to fluid thermal conductivity and shell thickness for $Ra=1.2 \times 10^4$

Parameter	\bar{K}_{eq}	
	$Pr=0.7$	$Pr=8.0$
Conductivity ratio (k_s/k_f)		
$S=25$	1.71	1.76
$S=79$	1.72	1.75
$S=184$	1.71	1.74
$S=550$	1.71	1.75
$S=1669$	1.70	1.76
$S=3956$	1.71	1.74
Shell thickness at $S=550$		
2mm	1.71	1.75
4mm	1.72	1.76
6mm	1.70	1.74

우 일반적으로 熱傳導率이 적은 다른 재료에 비하여 熱傳導率이 클 것이라고 생각되지만 이것은 非定常狀態의 熱傳導問題에서 예측할 수 있는 경우이다. Prandtl 數가 0.7 보다 8.0 에서 \bar{K}_{eq} 값이 전체적으로 약간 큰 것으로 나타났다. 그러므로 \bar{K}_{eq} 는 S 와 셸 두께에는 영향이 없으며 오로지 Prandtl 數에서는 영향이 있음을 알 수 있다.

Fig. 6 에서는 Rayleigh 數에 대한 \bar{K}_{eq} 값의 영향을

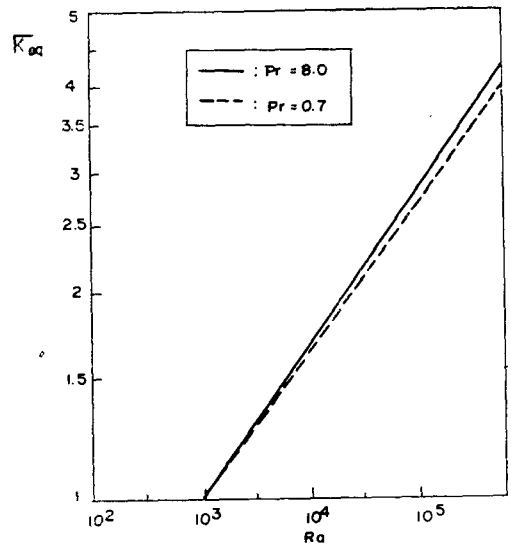


Fig. 6 Average equivalent conductivity effect versus Rayleigh number.

$Pr=0.7$ 과 8.0 에 대하여 나타내었다. 여기에 표시된 값들은 中間 셀과 外部管에서의 \bar{K}_{eff} 값을 평균하여 얻은 것이다. $Pr=0.7$ 에서 보다 $Pr=8.0$ 에서 \bar{K}_{eff} 값이 다소 큰 勾配로 나타나고 있음을 알 수 있다. 이 勾配는 Rayleigh 數가 10^3 에서 부터 2×10^5 까지의 層流領域에 적용이 가능할 것이다. Rayleigh 數가 10^3 일 때 $\bar{K}_{eff}=1$ 이 되며, 이것은 密閉空間에서 流體는 純粹한 熱傳導에 의하여 熱傳達이 일어남을 나타낸다. $Pr=0.7$, $Ra=2 \times 10^5$ 에서 $\bar{K}_{eff}=3.2$ 이고 $Pr=8.0$ 에서 $\bar{K}_{eff}=3.4$ 로 주어졌으며, 여기서 Prandtl 數가 0.7 에서 보다 $Pr=8.0$ 에서 약간 더 큰 것을 알 수 있다. 따라서 $\bar{K}_{eff}=f(Ra, Pr)$ 과 같은 關係式으로 나타낼 수 있을 것이다. Rayleigh 數가 10^3 以上에서 부터 2×10^5 까지 적용가능한 關係式을 計算値와 相對偏差 $\pm 5\%$ 以內에서 아래와 같이 얻었다.

$$\bar{K}_{eff}=0.214[Ra(Pr)^{0.06}]^{0.222} \quad (30)$$

5. 結 論

水平 2重 環狀密閉空間에서 conjugate 自然對流 熱傳達 研究의 결과로서 아래와 같은 결론을 얻었다.

(1) 有限差分法을 이용한 數值解析에서 固體와 流體의 熱傳導率比 값이 큰 接觸面條件에서 correlation 因子를 사용하여 精確한 結果를 얻을 수 있었고 計算時間도 줄일 수 있었다.

(2) $S(=k_s/k_f)$ 가 25, 184, 550 및 3956 일 경우에 대하여 實驗과 計算値가 서로 비교 되었으며, 전체적으로 평균 5% 정도의 誤差가 나타났고 국소적으로 最大 12%의 誤差가 나타났다. 이것은 理論解析의 신뢰도로 입증시킨다고 사료된다.

(3) 流體와 中間 셀의 熱傳導率比 S 가 크게 변화하더라도 平均 等價熱導度 \bar{K}_{eff} 값은 일정하였고 中間 셀의 두께변화에도 \bar{K}_{eff} 값의 영향은 없는 것으로 나타났다.

(4) Rayleigh 數에 대한 \bar{K}_{eff} 의 영향은 $Pr=0.7$ 보다 $Pr=8.0$ 에서 다소 큰 것으로 나타났으며, 전체적으로 Rayleigh 數가 10^3 과 10^5 범위 즉, 層流領域에서 적용가능한 $\bar{K}_{eff}=f(Ra, Pr)$ 關係式을 얻었다.

참 고 문 헌

(1) W. Beckmann, Die Wärmeübertragung in zylindrischen Gasschichten bei natürlicher Konve-

ktion, Forschung Vol. 2, Part 5, pp.167~178, 1931
 (2) U. Griggull and W. Hauf, Natural Convection in horizontal cylindrical annuli, Proc. Third Int. Heat Transfer Conference, pp.196~204, Chicago, 1966
 (3) E.H. Bishop and C.T. Carley, Photographic studies of natural convection between concentric cylinders, Proc. Heat Transfer Fluid Mech. Inst., pp.63~78, Stanford Univ. Press, 1966
 (4) L. Crawford and R. Lemlich, Natural convection in horizontal concentric cylindrical annuli, I.E.C. Fund. Vol. 1, pp.260~264, 1962
 (5) M.R. Abbot, A numerical method for solving the equations of natural convection in a narrow concentric cylindrical annulus with a horizontal axis, Quart. J. Mech. Appl. Math. Vol. 17, pp.471~481, 1964
 (6) T.H. Kuehn and R.J. Goldstein, An experimental and theoretical study of natural convection in the annulus between horizontal concentric cylinders, J. Fluid Mech., Vol. 74, Part 4, pp.695~719, 1976
 (7) E. Van De Sande and B.J.G. Hamer, Steady and transient natural convection in enclosures between horizontal circular cylinders (constant heat flux), Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 22, pp.361~370, 1979
 (8) 李在憲, 水平同心橢圓 環狀空間에서의 自然對流에 관한 研究, 博士學位論文, 서울대학교 대학원, 1980
 (9) 李載淳, 間隔이 均一한 水平橢圓 環狀空間에서의 自然對流에 관한 研究, 博士學位論文, 漢陽大學校 大學院, 1983
 (10) "Safety Analysis Report NLI-1/2 Spent Fuel Shipping Cask", NL Industries, Inc., Wilmington, Del., 1980
 (11) "Safety Analysis Report of the NAC-1 Spent Fuel Shipping Cask", Nuclear Assurance Corp., Rockville, Maryland, 1981
 (12) T.L. Perlmann, On conjugate problems of heat transfer, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 3, pp.293~303, 1961
 (13) Zeëv Rotem, Conjugate free convection from horizontal conducting circular cylinders, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 15, pp.1679~1693, 1972
 (14) A. Brosh, D. Degani and S. Zalmanovich, Conjugate heat transfer in a laminar boundary layer with heat source at the wall, ASME J. of Heat Transfer, Vol. 104, pp.90~95, 1982
 (15) S.V. Patankar, Numerical heat transfer and fluid flow, Hemisphere, Washington, D.C., 1980