

<論 文>

# 플랜징 공정의 성형한계에 대한 이론 및 실험적 연구

양 동 열\* · 박 승 교\*\*

(1985년 8월 31일 접수)

## A Theoretical and Experimental Study on Forming Limits in the Flanging Processes

Dong-Yol Yang and Seung-Kyo Park

**Key Words:** Shrink Flanging(슈링크 플랜징), Stretch Flanging(스트레치 플랜징), Forming Limit(성형한계), Punch Force(펀치력)

### Abstract

The study is concerned with the analysis of flanging as a sheet metal working process. In terms of mechanics, the flanging process can be divided into two groups, i.e, shrink flanging and stretch flanging.

In this study, the shrink flanging process is analyzed by using the proposed energy criterion and the forming limit is found for the process. The forming limit for stretch flanging is also found by employing the necking theory. Experiments are carried out for both processes. Approximate forming limits are obtained from the experiments. An approximate method to calculate the punch force is proposed and the computed results are compared with the experimental results. It is shown that there are good agreements in forming limits and punch forces between theory and experiments.

### 기 호 설 명

---

$A$  : 플랜지 끝에서의 주름의 진폭  
 $a$  : 진폭을 나타내는 비례상수  
 $D_p$  : 소성체의 강성 (Plastic rigidity)

$E_b$  : 좌굴계수 (Buckling modulus)  
 $E_t$  : 접선계수 (Tangential modulus)  
 $H$  : 평균곡률 (Mean curvature)  
 $K$  : 가우시안 곡률 (Gaussian curvature)  
 $k_x, k_y$  : 법선곡률 (Normal curvature)  
 $L$  : 플랜지의 길이  
 $N$  : 주름의 수

\* 정회원, 한국과학기술원 생산공학과

\*\* 한국전기통신연구소 기구설계실

$P$	: 편치력
$R$	: 수직 이방성 계수(Lankford value)
$r$	: 변형전 한 질점의 반경방향거리
$r_0, r_f$	: 변형전 및 변형후의 최외각부의 반경방향거리
$r_d, r^*_d$	: 금형라운드의 반경 및 수정된 반경
$r_c, r_{ic}, r_{oc}$	: 펼친 그림의 반경
$S$	: 플랜지의 아아크 길이(arc length)
$t_0, t$	: 변형전 및 변형후의 박판두께
$U_b$	: 굽힘에너지
$U_p$	: 전초소성일
$u_p$	: 단위체적당 소성일
$w$	: 원래 위치로부터의 수직방향변위
$x, y, z$	: 직교 좌표계
$d\gamma$	: 비틀림각 증분
$\varepsilon$	: 진변형도(true strain)
$\varepsilon_r, \varepsilon_t, \varepsilon_\theta$	: 아크길이방향, 두께방향 및 원주(hoop) 방향으로의 진변형도성분
$\bar{\varepsilon}, d\bar{\varepsilon}$	: 유효변형도 및 유효변형도증분
$d\varepsilon_1, d\varepsilon_2, d\varepsilon_3$	: 주변형도증분
$d\varepsilon_{ij}$	: 변형도증분
$\eta$	: 원주방향 각변위(angular displacement)
$K_1, K_2$	: 주곡률(principal curvature)
$d\bar{\lambda}$	: 비례상수
$\xi$	: 최외각 플랜지부의 호의 길이
$\rho$	: 변형후 한 질점의 반경방향거리
$\sigma$	: 진응력(true stress)
$\sigma_1, \sigma_0$	: 진응력 성분
$\bar{\sigma}$	: 유효응력(effective stress)
$\phi$	: 처짐각
$\chi^*, \chi'$	: 법선곡률의 변화량
$\Psi$	: 펼친그림의 부채꼴 중심각
$\phi$	: 응력상태를 나타내는 인자
$\bar{\theta}$	: 입계플랜지 처짐각

## 1. 서 론

금속의 소성유동을 잘 다루기 위하여는 금속성형공정의 기본적인 변형역학에 대한 이해가 필요하다. 금속성형 중 판재금속의 성형은 일반금속의 성형과는 달리 이방성의 영향이 크므로 1950년 Hill<sup>(1)</sup>이 이방성 소성이론을 제안한 이후 많은 사람들에 의해 판재금속 변형시의 불안정성(instability)과 성형한계가 주된 관심대상으로 연구되어 왔다.

본 논문에서 다루고자하는 플랜징(flanging)공정은 박판의 중립면이 수축함으로써 성형이 이루어지는 슈링크 플랜징(shrink flanging)공정과 중립면의 팽창에 의하여 성형이 이루어지는 스트레치 플랜징(stretch flanging)공정으로 나눌수 있다. 이러한 두 공정의 성형한계는 슈링크 플랜징의 경우 플랜지 부분의 주름현상(wrinkling)으로 나타나고 스트레치 플랜징의 경우는 플랜지 부분이 찢어지는 현상(tearing)으로 나타나게 된다. 이들 플랜징 공정에 대한 연구는 1973년 Wang 과 Wenner<sup>(2)</sup>가 간단한 기하학적 형상을 가정하여 스트레치플랜징을 해석함으로써 변형도와 기하학적 변수에 대한 좋은 결과를 얻었지만 이 공정에서의 성형한계에 대해서는 구체적으로 다루지 않았다. 더구나 슈링크 플랜징 공정에 대해서는 아직까지 발표된 논문이 없는 실정이다.

슈링크 플랜징공정의 경우는 성형한계의 예측을 위해서 주름현상을 해석하는데는 에너지법이 주로 이용되고 있으며 Kaftanoglu<sup>(3)</sup>와 Yu 및 Johnson<sup>(4)</sup>등은 디이프드로잉공정에서 플랜지부의 주름현상을 에너지법으로 해석한 바 있다.

본 논문에서는 스트레치 플랜징과 슈링크 플랜징에 대하여 각 공정에서의 성형한계를 이론적으로 구하여 이를 실험과 비교검토함으로써 효과적인 성형한계예측 방법을 개발하는데 주안점이 있다. 스트레치 플랜징의 경우는 Wang 과 Wenner의 연구에서 얻어진 결과를 이용하여 여기에 기본적인 네킹(Necking)이론을 적용하여 성형한계를 구하도록 한다. 한편 슈링크 플랜징의 성형한계 해석을 위해서는 Wang 과 Wenner의 스트레치 플랜징에 대한 해석방법을 응용발전시켜 응력 및 변형도등을 계산하고 주름현상해석을 위해서 Yu 및 Johnson이 도입했던 좌굴계수(Buckling Modulus) 개념을 이용하여 미소 각변위(angular displacement) 동안 플랜지부에서 생기는 굽힘에너지와 소성변형에너지를 비교하는 판변조건을 써서 슈링크 플랜징의 성형한계를 해석하고자 한다. 아울러 각 공정에서의 이론 해석결과들을 성형실험에서 얻어진 값들과 비교 검토하도록 한다.

## 2. 이론 해석

### 2.1 슈링크 플랜징 공정해석

슈링크 플랜징에 대한 기본 기하학적 형상의 단면모양이 Fig. 1에 나타나 있다. 이러한 축대칭형인 경우 변형현상을 나타내는 변수  $\rho, s$ 는 다음과 같이 표시

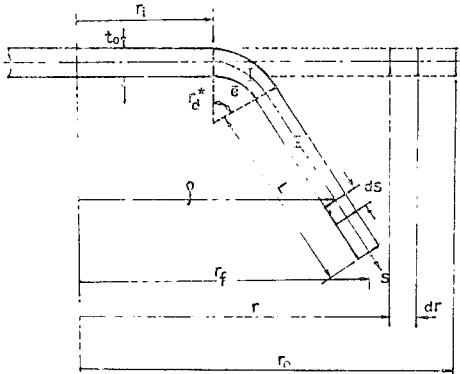


Fig. 1 Geometric configuration of shrink flanging

된다.

$$\rho = \rho(r), s = s(r) \tag{1}$$

이때 변형도와 기하학적 형상과의 관계는 다음식으로 정의된다.

$$\epsilon_s = \ln |ds/dr|, \epsilon_\theta = \ln(\rho/r), \epsilon_t = \ln(t/t_0) \tag{2}$$

또한 탄성변형을 무시하고 소성의 비압축성을 고려하면  $\epsilon_s + \epsilon_\theta + \epsilon_t = 0$

이 되고 Fig. 1에서 굽은 부위를 영역 I, 플랜지의 직선 부위를 영역 II라고 하면  $\rho$ 는  $s$ 의 함수로 각각 다음과 같이 표시된다.

$$\left. \begin{aligned} \rho &= r_i + \sin(s/r^*_{\theta}) \cdot r^*_{\theta} & : \text{영역 I} \\ \rho &= r_i + r^*_{\theta} (\sin \theta - \theta \cos \theta) + s \cos \theta & : \text{영역 II} \end{aligned} \right\} \tag{4}$$

적합조건식 (compatibility equation)은 다음과 같다.

$$1 + r \frac{d\epsilon_\theta}{dr} = \exp(\epsilon_s - \epsilon_\theta) \left[ 1 - \left( \frac{dw}{dr} \right)^2 \exp(-2\epsilon_s) \right]^{\frac{1}{2}} \tag{5}$$

여기서  $w$ 는 박판의 원래면에 수직인 방향의 변위이다. 식 (5)에 식 (2)와 식 (3)을 적용하면

$$\left. \begin{aligned} 1 + r \frac{d\epsilon_\theta}{dr} &= \cos(s/r^*_{\theta}) \exp(\epsilon_s - \epsilon_\theta) & : \text{영역 I} \\ 1 + r \frac{d\epsilon_\theta}{dr} &= \cos \theta \exp(\epsilon_s - \epsilon_\theta) & : \text{영역 II} \end{aligned} \right\} \tag{6}$$

이 되고 변형후의 표면에 접하는 방향의 평형방정식은 박판과 금형사이에 마찰을 무시하면

$$\frac{d}{d\rho} (t\rho\sigma_s) = t\sigma_\theta \tag{7}$$

로 나타내지며 식 (2), (3), (5)로 부터 식 (7)은 다음과 같이 된다.

$$r \frac{d\sigma_s}{dr} - r\sigma_\theta \frac{d\epsilon_\theta}{dr} - r\sigma_s \frac{d\epsilon_s}{dr} = \sigma_\theta - \sigma_s \tag{8}$$

일반적으로 축대칭 박판성형문제에 전소성변형이론 (total plastic strain theory)을 적용시키기는 것은 엄밀한 해를 얻는데 미흡하지만 플랜징 공정의 경우는 플랜지 전체에 걸쳐 원주방향의 응력이 지배적으로 작용하

므로 이 이론을 적용하면 응력과 변형도와의 관계식은 Hill의 이방성 소성이론으로부터 아래식으로 나타내어진다.

$$\frac{\epsilon_s}{\sigma_s - (R/1+R)\sigma_\theta} = \frac{\epsilon_\theta}{\sigma_\theta - (R/1+R)\sigma_s} = \frac{\bar{\epsilon}}{\bar{\sigma}} \tag{9}$$

여기서  $R$ 은 Lankford value 로써 수직 이방성 (Normal anisotropy)을 나타내는 계수이고  $\bar{\sigma}$ 와  $\bar{\epsilon}$ 는 유효변형도 (equivalent stress)와 유효변형도 (equivalent strain)를 나타낸다.

응력-변형도 관계는 변형경화를 고려하여 다음과 같이 가정한다.

$$\bar{\sigma} = k\bar{\epsilon}^n \tag{10}$$

Budiansky 와 Wang<sup>(5)</sup>은 박판성형문제의 해석을 간단히 하기 위해서  $\bar{\sigma}$ 의 정의를 만족하는  $\sigma_s$ 와  $\sigma_\theta$ 를  $\phi$ 라는 변수를 사용하여

$$\left. \begin{aligned} \sigma_s &= -\bar{\sigma} \frac{1+R}{\sqrt{1+2R}} \cos \phi \\ \sigma_\theta &= -\bar{\sigma} \left( \frac{R}{\sqrt{1+2R}} \cos \phi + \sin \phi \right) \end{aligned} \right\} \tag{11}$$

로 나타내었다. 여기서  $\phi$ 는

$$\phi = \arctan \left( \frac{1+R}{\sqrt{1+2R}} \frac{\sigma_\theta}{\sigma_s} - \frac{R}{\sqrt{1+2R}} \right) \tag{12}$$

로 표시된다.

식 (11)을 식 (9)에 대입하면 변형도  $\epsilon_s$ 와  $\epsilon_\theta$ 는 다음과 같다.

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_s &= -\frac{\bar{\epsilon}}{1+R} [\sqrt{1+2R} \cos \phi - R \sin \phi] \\ \epsilon_\theta &= -\bar{\epsilon} \sin \phi \end{aligned} \right\} \tag{13}$$

식 (10), (11), (13)을 이용하면 적합조건식과 평형방정식은 다음과 같이 나타낼수 있다.

$$\left. \begin{aligned} 1 - r \frac{d}{dr} (\bar{\epsilon} \sin \phi) & & : \text{영역 I} \\ &= \cos(s/r^*_{\theta}) \exp(\epsilon_s - \epsilon_\theta) & \\ 1 - r \frac{d}{dr} (\bar{\epsilon} \sin \phi) & & : \text{영역 II} \\ &= \cos \theta \exp(\epsilon_s - \epsilon_\theta) & \\ r \frac{d\bar{\epsilon}}{dr} \left( \frac{n \cos \phi}{\bar{\epsilon}} + \frac{\sqrt{1+2R}}{1+R} \right) - r \sin \phi \frac{d\phi}{dr} & & \\ &= \frac{1}{1+R} (\sqrt{1+2R} \sin \phi - \cos \phi) & \end{aligned} \right\} \tag{14}$$

(14), (15)의 미분방정식을 풀기 위해서는 다음과 같은 경제조건이 요구된다.

- (i) 플랜지 최외각 ( $r=r_o$ )에서  $\sigma_s=0$  즉,  $\phi = \frac{\pi}{2}$
- (ii) 금형을 따르는 부위 ( $r=r_i$ )에서  $\epsilon_\theta=0$  즉,  $\bar{\epsilon} \sin \phi=0$

이상의 경제조건을 이용하여 얻은 계산결과는 Fig. 2에 나타나 있다. 이 결과로부터 플랜지의 전체 영역에

결쳐  $\phi$ 는 대략  $\frac{\pi}{2}$ 에 가까운 값을 나타내고 있다. 이로써 플랜지에서의 응력상태는 단축응력상태라고 가정할 수 있다. 이러한 가정은 Wang과 Wenner의 스트레치 플랜징 공정의 연구에서도 얻은 결과이며 이후의 이론 전개에 중요한 가정이 된다.

2.2 슈링크 플랜징 공정에서의 주름현상해석

서론에서 언급한 바와 같이 주름현상해석에 에너지법을 적용하기 위하여 주름의 형상을 여현함수(sinusoidal function)로 가정하고 어느 임계위치에서 미소의 각변위를 주었을 때 소성변형에너지의 변화량이 주름으로 인한 굽힘에너지보다 크게 될 때 주름현상이 발생한다는 것이 본 해석의 기본 생각이다.

(1) 소성변형에너지 계산

Fig. 3의 기하학적 형상으로부터 변형도는 다음과 같다.

$$\epsilon_s = \ln|ds/dr|, \quad \epsilon_\theta = \ln(\rho/r) \tag{16}$$

여기서  $\rho$ 는

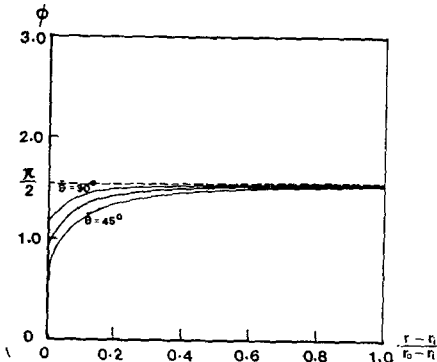


Fig. 2 Numerical result for parameter  $\phi$  in shrink flanging

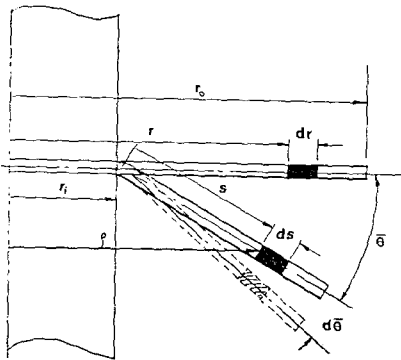


Fig. 3 Geometric configuration for analysis of wrinkling phenomenon

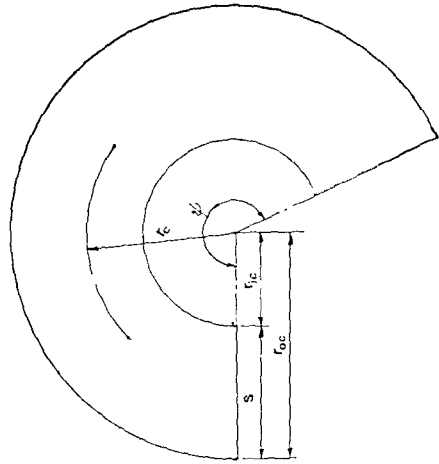


Fig. 4 Developed shape of the flanged part

$$\rho = r_i + s \cos \theta \tag{17}$$

로 주어진다.

앞에서 얻은 결론으로부터 플랜지부에서의 단축응력상태 ( $\sigma_r \approx 0$ )를 고려하면 변형도간의 관계식은 다음과 같다.

$$\epsilon_s = -\frac{R}{1+R} \epsilon_\theta, \quad \epsilon_t = -\frac{1}{1+R} \epsilon_\theta \tag{18}$$

식 (16)과 (18)식으로 부터

$$\frac{ds}{dr} = \left\{ \frac{r}{r_i + s \cos \theta} \right\}^{\frac{R}{1+R}} \tag{19}$$

이 되고 (19)식을 적분하여 정리하면

$$\frac{r_i + s \cos \bar{\theta}}{r} = \left\{ \left( \frac{r_i}{r} \right)^{\frac{1+2R}{1+R}} (1 - \cos \bar{\theta}) + \cos \bar{\theta} \right\}^{\frac{1+R}{1+2R}} \tag{20}$$

이 되며, 따라서  $\epsilon_\theta$ 는

$$\epsilon_\theta = \ln \frac{r_i + s \cos \bar{\theta}}{r} = \left( \frac{1+R}{1+2R} \right) \ln \left\{ \left( \frac{r_i}{r} \right)^{\frac{1+2R}{1+R}} (1 - \cos \bar{\theta}) + \cos \bar{\theta} \right\} \tag{21}$$

로 표현된다. 또한 Hill<sup>(5)</sup>은 축대칭형 박판성형문제에서 원주방향변형도  $\epsilon_\theta$ 가 유효변형도,  $\bar{\epsilon}$ 와 3%오차내에서 일치한다고 보고하고 있다. 단위체적당 소성일  $u_p$ 는 다음과 같이 표시된다.

$$u_p = \int \bar{\sigma} d\bar{\epsilon} \tag{22}$$

따라서 전체 플랜지에 대한 소성변형에너지는 다음과 같다.

$$U_p = \int_{r_i}^{r_o} u_p \cdot 2\pi r t dr = \int_{r_i}^{r_o} \frac{k}{n+1} \left[ \left( \frac{1+R}{1+2R} \right) \ln \left\{ \left( \frac{r_i}{r} \right)^{\frac{1+2R}{1+R}} (1 - \cos \bar{\theta}) + \cos \bar{\theta} \right\} \right]^{n+1} 2\pi r t dr \tag{23}$$

결과적으로 구하고자 하는  $\Delta\bar{\theta}$  변화동안의 소성변형에  
너지 변화량  $\Delta U_p$  는

$$\Delta U_p = (U_p)_{\theta+\Delta\theta} - (U_p)_{\theta} \quad (24)$$

로 나타내어 진다.

(2) 굽힘에너지 계산

굽힘에너지는 방법 I 과 방법 II 의 두가지 방법으로  
계산하여 결과를 비교하여 봄으로써 방법 I 과 같은 근  
사적 계산방법도 타당함을 보이하고자 한다.

(가) 주름의 진폭 결정

주름의 형상을 여현함수로 가정하고 주름 현상이 발  
생하는 경우 호의 길이와 플랜지 길이는 일정하다고  
가정한다. 이때 플랜지길이  $s_{\bar{\theta}}$  는 다음과 같이 표시  
된다.

$$s_{\bar{\theta}} = \left[ r_0 \left\{ \left( \frac{r_i}{r_0} \right)^{\frac{1+\bar{R}}{1+\bar{R}}} (1 - \cos \bar{\theta}) + \cos \bar{\theta} \right\}^{\frac{1+\bar{R}}{1+\bar{R}}} - r_i \right] / \cos \bar{\theta} \quad (25)$$

$\bar{\theta}$  위치에서의 호의 길이는 아래식으로 표현된다.

$$s_{\bar{\theta}} = 2\pi (r_i + s_{\bar{\theta}} \cos \bar{\theta}) \quad (26)$$

$\bar{\theta} + \Delta\bar{\theta}$  위치에서의 호의 길이는

$$s_{\bar{\theta}+\Delta\bar{\theta}} = 4N \int_0^{l/4} \sqrt{1 + \left( \frac{dv}{dx} \right)^2} dx \quad (27)$$

이 되고 여기서  $v$  는 주름의 형상을 나타내고  $l$  은 파  
장으로써

$$v = A \cos \frac{2\pi x}{l} \quad (28)$$

$$l = 2\pi (r_i + s_{\bar{\theta}} \cos \bar{\theta}) / N \quad (29)$$

로 주어지고  $A$  는 진폭.  $N$  은 주름의 수를 나타낸다.

식 (26) 과 식 (27) 을 등치시킴으로써 진폭,  $A$  를 수치  
적으로 결정할 수 있다.

(나) 굽힘에너지—방법 I

미소 각변위에 대한 굽힘에너지 계산은 플랜지 부분  
의 펼친 모양 (Fig. 4) 으로 부터 계산하였다. Fig. 4 에  
서  $r_{ic}$ ,  $r_{oc}$ ,  $\phi$  는

$$r_{ic} = r_i / \cos \theta, \quad r_{oc} = s_{\bar{\theta}} + r_{ic}, \quad \phi = 2\pi \cos \theta \quad (30)$$

와 같고  $\theta$  는 주름현상이 발생했을 때 주름의 기준선  
까지의 각변위이다. 가상된 주름의 형상  $w$  는 다음과  
같이 표시된다.

$$w = c (r_c - r_{oc}) (1 + \cos N\phi) \quad (31)$$

여기서  $c$  는 진폭으로 부터 결정되며, 이때 굽힘에너  
지<sup>(7)</sup>,  $U_b$  는

$$U_b = \frac{D_p}{2} \int_{r_{ic}}^{r_{oc}} \int_0^{\phi} \left\{ \left( \frac{\partial^2 w}{\partial r_c^2} + \frac{1}{r_c} \frac{\partial w}{\partial r_c} + \frac{1}{r_c^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \phi^2} \right)^2 - \frac{\partial^2 w}{\partial r_c^2} \left( \frac{1}{r_c} \frac{\partial w}{\partial r_c} + \frac{1}{r_c^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \phi^2} \right) \right\} r_c dr_c d\phi \quad (32)$$

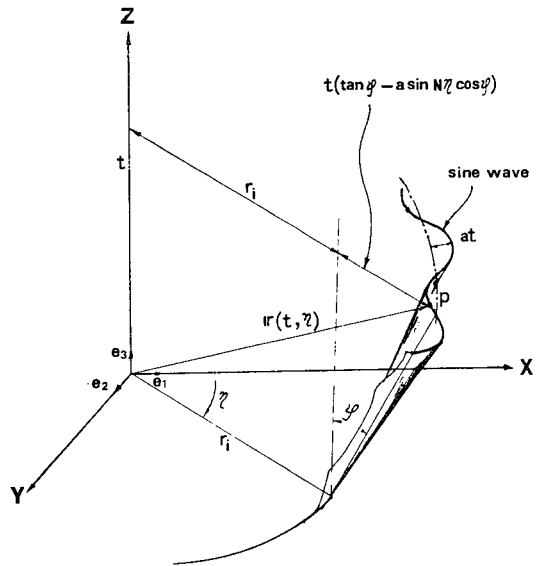


Fig. 5 Wrinkled shape of the flanged part

$$+ \left( \frac{1}{r_c} \frac{\partial^2 w}{\partial r_c \partial \phi} - \frac{1}{r_c^2} \frac{\partial w}{\partial \phi} \right)^2 \} r_c dr_c d\phi \quad (32)$$

로 주어지고 여기서  $D_p$  는 소성체의 강성 (rigidity) 으  
로써

$$D_p = E_p t^3 / q \quad (33)$$

로 표시되며 이때  $E$  는 좌굴계수로써

$$E_p = EE_t / (\sqrt{E} + \sqrt{E_t})^2 \quad (34)$$

이고  $E_t$  는 접선계수 (tangential modulus) 를 나타내며  
박판 두께  $t$  는 비압축성 조건으로 부터 쉽게 얻을 수  
있다.

(다) 굽힘에너지—방법 II

주름현상이 일어나는 경우 중립면에서의 인장 또는  
압축이 없으므로 셸 (shell) 이론<sup>(8)</sup> 으로 부터 굽힘에너지  
는 다음식으로 나타낸다.

$$U_b = \frac{1}{2} D_p \iint [\chi_x + \chi_y]^2 - (\chi_x \chi_y - \chi_{xy})^2] dA \quad (35)$$

주름현상이 일어난 상태의 플랜지의 3차원적인 기하  
학적 형상 (Fig. 5) 은 다음식으로 표현할 수 있다.

$$r(t, \eta) = \{ r_i + t (\tan \phi - a \sin N\eta \cos \phi) \} \cos \eta e_1 + \{ r_i + t (\tan \phi - a \sin N\eta \cos \phi) \} \sin \eta e_2 + t (1 + a \sin N\eta \sin \phi) e_3 \quad (36)$$

플랜지 표면 한점  $p$  에서 주곡률<sup>(9)</sup> (principal curvature),  
 $K_1, K_2$  는

$$K_1, K_2 = H \pm \sqrt{H^2 - K} \quad (37)$$

로 되고  $H$  는 평균곡률 (mean curvature),  $K$  는 가우  
시안 (Gaussian) 곡률로

$$H = \frac{1}{2}(K_1 + K_2) = (EN + GL - 2FM) / 2(EG - F^2)$$

$$K = K_1 K_2 = (LN - M^2) / (EG - F^2) \quad (38)$$

로서 주어지고  $E, N, G, F, M, L$  은 다음식으로 표현된다.

$$\begin{aligned} E &= \mathbf{r}_t \cdot \mathbf{r}_t, \quad F = \mathbf{r}_t \cdot \mathbf{r}_\eta, \quad G = \mathbf{r}_\eta \cdot \mathbf{r}_\eta, \quad N = \mathbf{r}_{\eta\eta} \cdot \mathbf{n} \\ L &= \mathbf{r}_{tt} \cdot \mathbf{n}, \quad M = \mathbf{r}_{t\eta} \cdot \mathbf{n}, \quad \mathbf{n} = (\mathbf{r}_t \times \mathbf{r}_\eta) / |\mathbf{r}_t \times \mathbf{r}_\eta| \end{aligned} \quad (39)$$

점  $P$ 에서의 접평면상 임의방향  $w$  (Fig. 6)에서의 법선곡률(normal curvature)은

$$k(u) = K_1 \cos^2 v + K_2 \sin^2 v \quad (40)$$

이며  $v$ 는 주곡률 방향으로 부터 기울어진 각도이다.

가정된 주름의 기하학적 형상으로 부터  $y$ 방향의 법선곡률은 0이고  $x$ 방향의 법선곡률은 다음식으로 표현된다.

$$\begin{aligned} k_y(u) &= K_1 \cos^2 v + K_2 \sin^2 v = 0 \\ k_x(u) &= K^1 \sin^2 v + K_2 \cos^2 v \end{aligned} \quad (41)$$

두식으로 부터  $k_x(u)$ 는 다음식으로 나타내어진다.

$$\begin{aligned} k_x(u) &= K_1 + K_2 \\ &= 2H = (EN + GL - 2FM) / (EG - F^2) \end{aligned} \quad (42)$$

따라서  $x, y$ 방향의 곡률변화량  $\chi_x, \chi_y$ 는

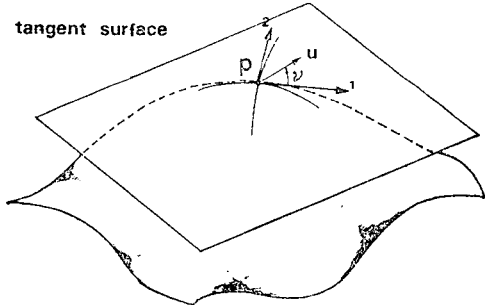


Fig. 6 Curvature directions at a point on the curved surface

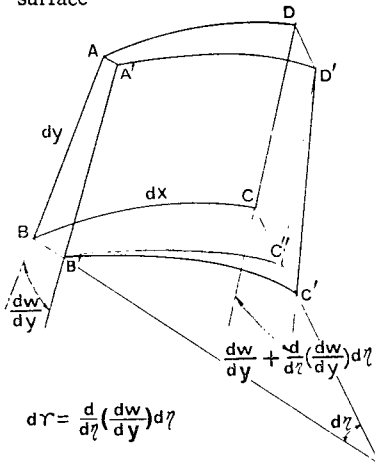


Fig. 7 Change in angle of distortion

$$\begin{aligned} \chi_x &= k_x(u) - k_{x_0}(u) \\ \chi_y &= k_y(u) - k_{y_0}(u) = 0 \end{aligned} \quad (43)$$

로 되고 한편  $\chi_x$ 는 전단변형을 나타내는 항으로써 다음과 같은 식으로 나타내어진다.

$$\chi_x = d\gamma / dx \quad (44)$$

여기서  $d\gamma$ 는  $d\eta$  간에 변화된 비틀림 각 (Fig. 7)을 나타낸다.

그런데 주름의 형상을  $y$ 방향으로 직선임을 가정하였으므로  $d\gamma, dx$ 는

$$\begin{aligned} d\gamma &= \{a(\eta + d\eta) - a(\eta)\} t / L \\ dx &= \sqrt{|\mathbf{r}_\eta \cdot \mathbf{r}_\eta|} \cdot d\eta = \sqrt{G} d\eta \end{aligned} \quad (45)$$

와 같이 주어지므로  $\chi_x$ 는 식 (44)로부터 구할 수 있다.

식 (45)에서  $a(\eta)t$ 는 진폭,  $L$ 은 플랜지 길이를 나타내며 이상에서 구한 곡률들을 식 (35)에 대입하면 굽힘에너지를 구할 수 있다.

### 2.3 스트레치 플랜징 공정에서의 성형관계

Wang 채 Wenner 에 의한 해석의 결과로부터 플랜지부에서의 단축응력상태를 가정할 수 있다. 단축인장의 경우 비킹조건은

$$\frac{d\sigma_\theta}{\sigma_\theta} = d\varepsilon_\theta \quad (46)$$

이고 단축인장시

$$\bar{\sigma} = \sigma_\theta, \quad \bar{\varepsilon} = \varepsilon_\theta \quad (47)$$

이므로 식 (46)은 다음과 같은 식으로 주어진다.

$$\frac{d\bar{\sigma}}{\bar{\sigma}} = d\bar{\varepsilon} \quad (48)$$

식 (48)에 식 (10)의 응력-변형도 관계를 적용하면 다음과 같은 결과식을 얻게 된다.

$$\varepsilon = n \bar{\varepsilon}_0 = \ln \frac{R_0}{R_1} \quad (49)$$

따라서 시편의 초기구멍반경  $R_1$ 으로 성형할 수 있는 플랜지의 최대구멍반경  $R_0$ 는 다음식으로 나타내어진다.

$$R_0 = R_1 e^n \quad (50)$$

## 3. 실험장치 및 실험

### 3.1 펀치력의 산정

플랜징 공정에서의 펀치력은 Fig. 8에서의 기하학적 형상을 가정하면 다음과 같은 식으로 표현될 수 있다.

$$P = \partial U_p / \partial h$$

여기서  $U_p$ 는 전체소성일이고  $h$ 는 스트로크로써 스트레치 플랜징인 경우

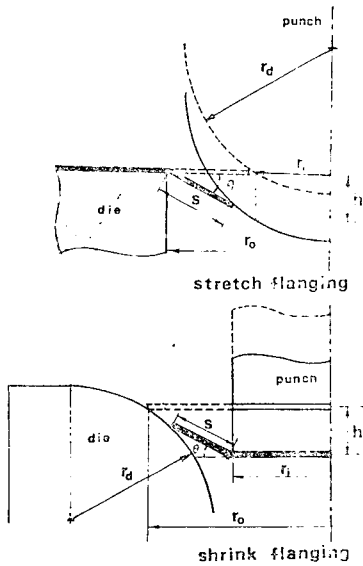


Fig. 8 Schematic diagram of flanging processes

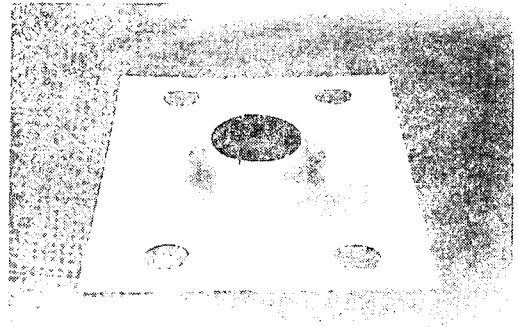


Fig. 10 Tearing of stretched flange

$$+ \cos \theta \} ]^{n+1} 2\pi r t dr$$

$$h = s \sin \theta + \sqrt{r_d^2 - (r_i - r_0)^2} - \sqrt{r_d^2 - (r_i + s \cos \theta)^2}$$

로 표현되며  $r_i$  는  $r_d + c + r_i$  이다.

### 3.2 로드셀 설계

플랜징 공정에서 성형에 필요한 편치력을 측정하기 위해서 급힘에 의해 힘을 감지할 수 있도록 Fig. 9 와 같이 설계제작하였다. 로드셀의 재질은 S45C 로 하였고 스트레인 게이지는 M.M 사 규격 EA-06-125AD-120 인 것 8 개를 도면에 표시한 위치에 부착하여 풀 브릿지(full bridge)를 형성하여 회로를 구성하였다. 로드셀의 보정(calibration)은 다이 세트(die set)의 윗판(upper plate)에 로드셀을 부착시킨 채로 MTS 에서 2 톤까지 보정한 결과 우수한 선형성(0.371 mv/kg)이 확인되었다. 이 로드셀은 소요공간을 최소화시키는 데 적합한 것으로 사료된다.

### 3.3 스트레치 플랜징 실험

시편은 Al(두께 1mm)를 전단기로 물림볼트(Fig. 10 참조)안에 거의 갖게 끼는 크기의 정사각형으로 자른 후선반에 물려 선삭 가공하여 연마지(#1000)로 끝처리하였다. 실험에 사용된 편치의 형상은 반구형으로 세 직경이 각각 28mm, 46mm, 64mm 인 세 종류(재질 S45C)를 제작하였고 열처리한 후 연삭하였다. 가공동안에 편치에 작용하는 힘을 측정하기 위하여 앞에서 설명한 로드셀과 선형변위측정기(LVDT), 변형도 증폭기(BAMI)를 사용하였다. 성형동안에 시편을 고정시키기 위하여 시편호출더를 조일 수 있도록 6개의 보울트를 사용하였으며 실험은 35 톤 기계식 프레스에서 플랜지부의 찢김여부를 확인하면서 스트로크를 조

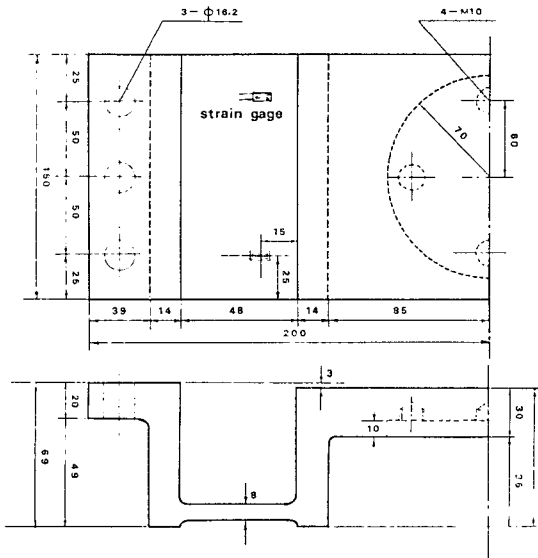


Fig. 9 Load cell

$$U_p = \int_{r_i}^{r_0} \frac{K}{n+1} \left[ \left( \frac{1+R}{1+2R} \right) \ln \left\{ \left( \frac{r_0}{r} \right)^{\frac{1+2R}{1+R}} (1 - \cos \theta) + \cos \theta \right\} \right]^{n+1} 2\pi r t dr$$

$$h = s \sin \theta + \sqrt{r_d^2 - r_{i2}^2} - \sqrt{r_d^2 - (r_0 - s \cos \theta)^2}$$

이다.

슈링크 플랜징인 경우

$$U_p = \int_{r_i}^{r_0} \frac{K}{n+1} \left[ \left( \frac{1+R}{1+2R} \right) \ln \left\{ \left( \frac{r_i}{r} \right)^{\frac{1+2R}{1+R}} (1 - \cos \theta) \right. \right.$$

절해 가며 수행하였다. 또한 마찰의 영향을 줄이기 위하여 그리이스에 극압제(anti-pressure lubricant)로써 흑연과  $MOS_2$ 를 혼합한 윤활제를 사용하였다. 성형후 치수의 측정은 50mm 이하의 치수는 광학측정기에서 하였으며 50mm 이상의 치수는 버니어캘리퍼스로 측정하였다. Fig. 10은 찢어짐(tearing)현상이 나타난 플랜지의 형상을 보여 준다.

3.4 슈링크 플랜징 실험

시편은 Al(두께, mm, 1t, 1.5t, 2t)을 선반가공한 후 연마지로 끝처리하였다. 시편은 시편 호울더로써 펀치에 부착되며 금형 직경이 각각 30mm, 50mm, 70mm인 세 종류의 다이를 사용하였다. 실험은 스트레치 플랜징 실험에 사용했던 로드셀과 윤활제를 사용하여 주름발생여부를 확인해 가면서 스트로크를 조절하였다. 각도 측정은 회전식 각도기로써 주름의 끝부

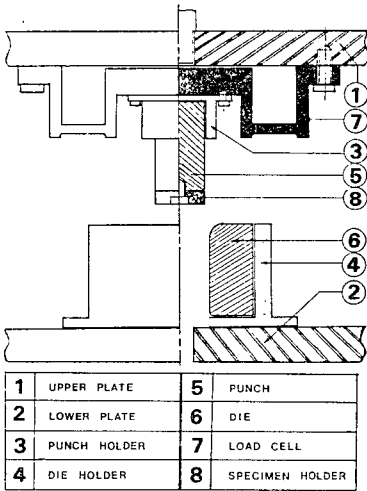


Fig. 11 Schematic diagram of experimental set-up for shrink flanging

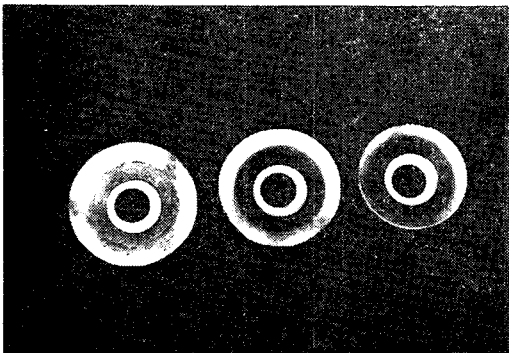


Fig. 12 Wrinkling shape in the shrink flanging experiment

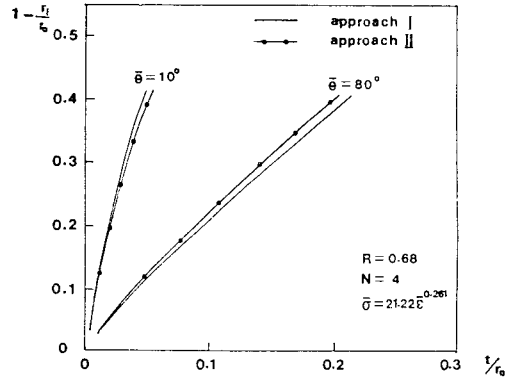


Fig. 13 Comparison between two computational methods

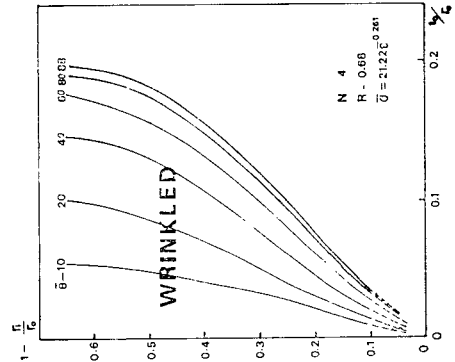


Fig. 14 Change of wrinkling region with respect to critical angular displacement

분과 산부분을 측정하여 평균값을 취했으며 주름의 수는 눈으로 확인가능한 것만을 취하여 데이터를 얻었다. 펀치와 금형과의 중심은 펀치호울더와 펀치, 금형과 금형호울더가 0.03의 공차로 가공되었기 때문에 이들을 일치시켜 용이하게 맞출 수 있었으며 시편과 펀치와의 중심은 버니어 캘리퍼스를 사용하여 맞추었다.

Fig. 11은 슈링크 플랜징 실험장치의 개략도이며 Fig. 12는 플랜지부에 주름이 발생한 형상을 보여 주고 있다.

4. 결과 및 고찰

슈링크 플랜징의 경우 임계위치  $\bar{\theta}$ 에서 미소 각변위 (angular displacement)  $d\bar{\theta}$ 는 계산결과가 1%내로 수렴하도록  $0.2^\circ$ 로 하여 계산하였고 굽힘에너지를 방법 I 과 방법 II로 계산해 본 결과 Fig. 13과 같이 거의 유사 하였으므로 펼친 그림에 의한 굽힘에너지 계산도 타당



함을 나타내준다.

Fig. 14, Fig. 15, Fig. 16, Fig. 17은 각각 임계각 변위  $\bar{\theta}$ , 변형경화지수  $n$ , 이방성계수  $R$ , 주름의 수  $N$ 의 변화에 따른 주름발생영역의 변화를 나타내 주는 수치결과 그래프이다. 그림에서 곡선의 원점이 주름발생영역으로써  $\bar{\theta}$ 가 클수록,  $n$ 이 작을수록,  $N$ 이 적을수록 주름발생영역은 확대되어지며,  $R$ 에 따른 변화는 극히 미소함을 보여 준다.

슈링크 플랜징에서 두께방향의 변형도는 원주방향의

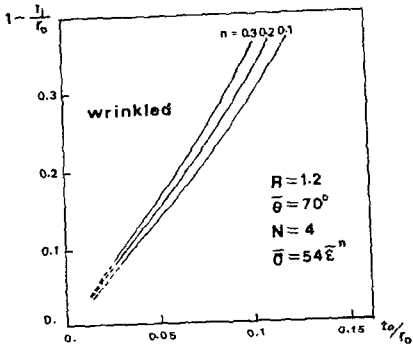


Fig. 15 Effect of workhardening exponent on wrinkling region

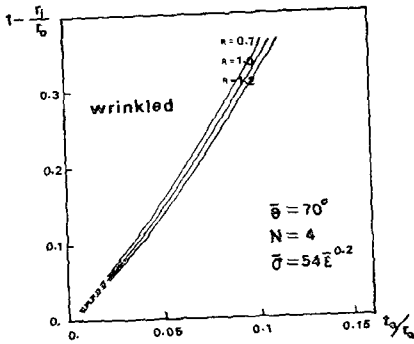


Fig. 16 Effect of anisotropy on wrinkling region

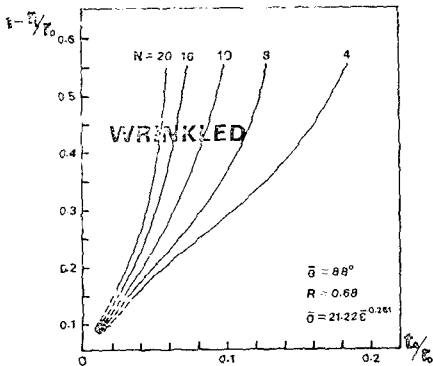


Fig. 17 Change of wrinkling region with respect to number of wrinkles

변형도에 따라 직선적으로 비례하는 데 Fig. 18과 같이 실험과 잘 일치함을 보여 준다. Fig. 19는 슈링크

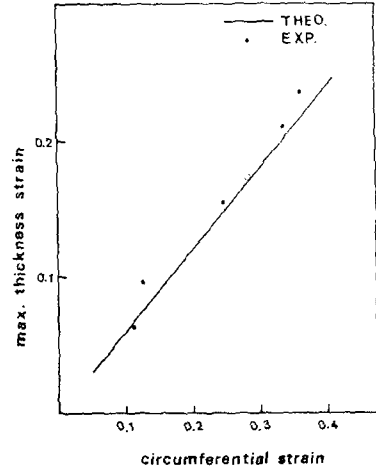


Fig. 18 Comparison of strains between theory and experiment in shrink flanging

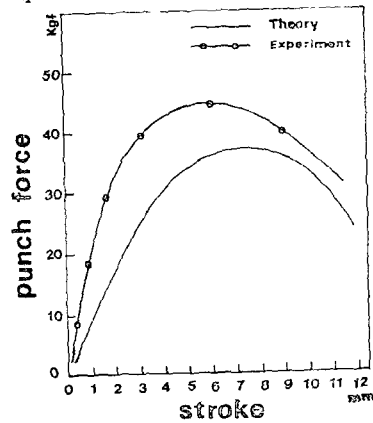


Fig. 19 Punch force vs. stroke relationships in shrink flanging (Al 1t,  $r_1=23\text{mm}$ ,  $r_0=30\text{mm}$ )

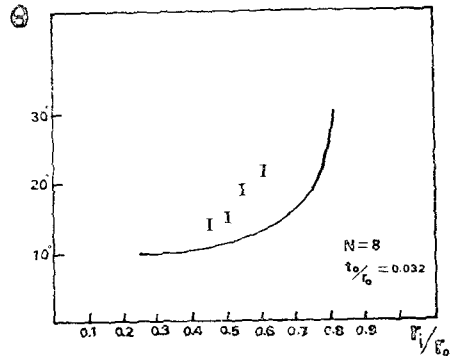


Fig. 20 Comparison of critical angular displacement at wrinkling between theory and experiment ( $N=8$ ,  $t/r_0=0.032$ )

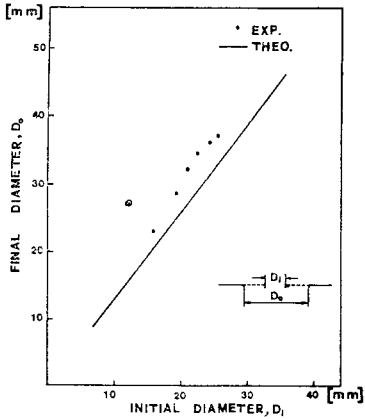


Fig. 21 Forming limit in stretch flanging (Al 1t)

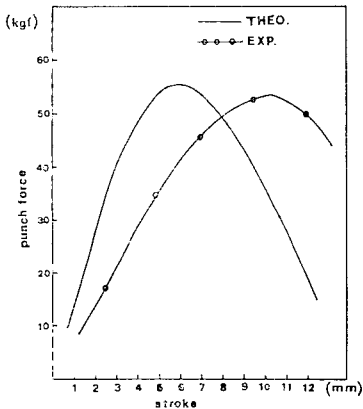


Fig. 22 Punch force vs. stroke relationships in stretch flanging (Al 1t,  $r_1=20.75\text{mm}$ ,  $r_0=30\text{mm}$ )

플랜징의 경우 펀치력과 스트로크의 관계를 실험과 비교한 것으로 펀치에 작용하는 최대력은 거의 근사함을 보여 주고 있으나 스트로크에 따라서 커다란 차이를 보여 주고 있는데 이는 성형동안에 시편과 펀치와의 접촉부의 정확한 예측이 곤란하기 때문에 도입된 가정에 의한 오차라고 생각되어진다. 펀치력예측은 15%오차범위내에서 플랜징 공정설계 및 금형설계에 이용할 수 있다.

슈링크 플랜징 공정의 주름발생 현상에 대한 실험은 주름의 수와 각변위 (angular displacement)가 클수록 주름발생의 여부 판정이 곤란하기 때문에 주름의 수가 8개이고 각변위가 비교적 낮은 범위에 대한 이론과 실험의 비교가 Fig. 20에 나타나 있다. 여기서 보이는

바와 같이 실험과의 오차는 이론 전개상의 가정이 실제 현상과 차이가 있고 구속조건 및 마찰에 따른 에너지의 고려가 되어 있지 않으며 실험상 주름현상이 발생하는 순간을 정확히 판별하기 어렵기 때문인 것으로 생각된다. 다만 본 이론에 의해서 주름현상 발생시 주름의 수와 입계위치를 정확히 예측하기는 곤란하지만 주름현상의 발생여부는 예측이 가능하다. 본 이론에 기하학적 성형현상의 가정을 보완하고 플랜지가 시작되는 부분에서의 구속조건을 고려하면 보다 나은 결과를 얻을 수 있으리라 여겨진다.

스트레치 플랜징의 경우 플랜지의 성형한계는 Fig. 21과 같이 직선으로 표시되는데 이론치가 실험치와 비교적 잘 일치하고 있다. 다소의 차이는 네킹 현상이 일어나는 순간을 실험적으로 정확하게 얻을 수 없기 때문에 실제로는 다소 낮아 질 것으로 사료된다.

Fig. 22는 스트레치 플랜징의 경우 펀치력과 스트로크와의 관계를 실험과 비교한 것으로 슈링크 플랜징과 같은 이유 때문에 곡선자체는 다소 차이를 보여 주고 있으나 최대 펀치력은 비교적 잘 일치한다.

## 5. 결 론

이상의 플랜징 공정의 성형한계에 대한 연구로부터 다음과 같은 결론을 얻을 수 있다.

(1) 스트레치 플랜징과 슈링크플랜징에 있어서 펀치력-변위곡선을 근사적인 이론에서 구하여 실험곡선과 비교한 결과 펀치력-변위곡선 자체는 그렇게 잘 맞지 않고 있으나 펀치력은 15%이내로 예측이 가능하므로 플랜징 공정설계 및 금형설계에 활용할 수 있다.

(2) 슈링크 플랜징 공정에서 두께방향의 변형도는 원주방향의 변형도에 따라 직선적으로 나타났으며 이는 실험과 비교적 잘 일치하고 있다.

(3) 슈링크 플랜징 공정에서 주름현상에 있어서의 수직이방성지수( $R$ ), 변형경화지수( $n$ ) 및 주름의 수( $N$ ) 그리고 각변위( $\theta$ ) 등과 기하적인 변수 즉,  $t_0/r_0$ ,  $r_1/r_0$ 에 따른 효과를 해석하였다. 각변위는 증가 할수록, 주름의 수는 감소할 수록 좌굴영역이 확장되며 변형경화지수가 감소할 수록 그리고 수직이방성지수( $R$ ) 값이 증가할 수록 좌굴영역이 확장되는 것으로 나타났다. 그러나 수직이방성지수 영향은 극히 미소하며 오히려 변형경화지수의 영향이 더 큰 것으로 밝혀 졌다. 주름발생에 대한 실험결과는 이론치와 같은 경향을 보이고 있으며 좋은 하계치 (lower bound)를 주고 있다.

(4) 스트레치 플랜징 공정의 성형한계를 구하였는데

이론치를 실험치와 비교한 결과 비교적 좋은 예측치를 주고 있다.

스트레치 플랜징과 슈링크 플랜징 공정의 성형한계 해석으로부터 결함이 없이 성형할 수 있는 기하학적 변수관계를 구함으로써 이에 관한 성형공정을 설계할 수 있는 바탕을 마련하였다.

### 참 고 문 헌

- (1) R. Hill, "Mathematical Theory of Plasticity," Oxford Univ. Press, 1950
- (2) N.M. Wang and M.L. Wenner, "An Analytical and Experimental Study of Stretch Flanging", Int. J. Mech. J. Mech. Sci., Vol.16, pp.135~143, 1974
- (3) B. Kaftanglu, "Plastic Analysis of Flange Wrinkling in Axisymmetric Deep Drawing", MTDR Conf., pp.21~28, 1980
- (4) T. X. Yu and W. Johnson, "The Buckling of Annular Plates in Relation to the Deep Drawing Process," Int. J. Mech. Sci., Vol.24, pp.175~188, 1982
- (5) B. Budiansky and N.M. Wang, "On the Swift Cup Test", J. Mechs, Phys. Solids., Vol.14, pp.357~374, 1966
- (6) R. Hill, "The Mathematical theory of Plasticity", Oxford Univ. Press, pp.284~287, 1960
- (7) Timoshenko and Gere, "Theory of Elastic Stability", McGraw-Hill, pp.319~360, 1961
- (8) Timoshenko and Gere, "Theory of Elastic Stability", McGraw-Hill, pp.440~456, 1961
- (9) Barrett O'Neill, "Elementary Differential Geometry", Academic Press, pp.189~244, 1966